

## CONVECÇÃO NATURAL TURBULENTA EM CAVIDADE RETANGULAR COM UM CILINDRO INTERNO

Rogério Fernandes Brito <sup>\*</sup>, Aristeu Silveira Neto <sup>\*\*</sup>, Márcio de Oliveira <sup>†</sup>, Genésio José Menon <sup>††</sup>

Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal de Itajubá, UNIFEI  
37500-000 – Av. BPS 1303 – Itajubá, MG – Brasil

<sup>\*</sup>e-mail: rogbrito@unifei.edu.br, web page: <http://www.unifei.edu.br>

<sup>†</sup>e-mail: maroli@unifei.edu.br, web page: <http://www.unifei.edu.br>

<sup>††</sup>e-mail: genesio@unifei.edu.br, web page: <http://www.unifei.edu.br>

<sup>\*\*</sup> Departamento de Engenharia Mecânica  
Universidade Federal de Uberlândia, UFU  
38400-206 – Uberlândia, MG – Brasil.

e-mail: aristeus@mecanica.ufu.br, web page: <http://www.mecanica.ufu.br>

**Palavras Chaves:** Turbulência, Método de elementos finitos, Equação de Navier Stokes.

**Resumo.** *Um estudo da transferência de calor por convecção natural em cavidade retangular com um cilindro interno é realizado considerando o regime turbulento. É considerado escoamento bidimensional, incompressível e no regime não permanente. Utiliza-se a simulação de grandes escalas com modelagem sub-malha função estrutura de velocidade de segunda ordem. As equações de Navier Stokes são utilizadas no estudo do escoamento onde foi considerado a aproximação de Boussinesq. As equações foram discretizadas utilizando o método de elementos finitos com o esquema de Galerkin. O número de Nusselt local  $Nu$  é avaliado para número de Rayleigh  $Ra$  igual a  $1,58 \times 10^9$ . O número de Prandtl é 0,7. A razão de aspecto da cavidade é  $A = 1$ .*

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo da turbulência é um assunto muito complexo e desafiador. Os trabalhos que estudam a convecção natural em cavidades fechadas e utilizam modelo de turbulência LES são poucos encontrados na literatura. A motivação para o estudo deste trabalho está relacionado a grande quantidade de problemas em engenharia que podem ser simplificados para esta geometria. Neste trabalho é implementado o modelo de turbulência de função estrutura de segunda ordem juntamente com o método de elementos finitos.

A seguir serão apresentados alguns trabalhos teóricos e experimentais encontrados na literatura que tratam da convecção natural turbulenta.

O escoamento em cavidades fechadas onde as superfícies superior e inferior são isoladas e as superfícies laterais são submetidas a diferentes temperaturas torna-se turbulento a partir do número de Rayleigh igual a  $5 \times 10^6$  para razão de aspecto 2,6, conforme<sup>1,2</sup>. Para valores de  $Ra = 2,5 \times 10^7$  o escoamento já se encontra no regime turbulento.

O método de volumes finitos com modelo  $k-\omega$  foi utilizado para estudar escoamentos com estratificação térmica usando modelos de turbulência para baixos números de Reynolds<sup>3</sup>. Foi utilizado em seus modelos a funções de amortecimento eliminando o problema da dependência da malha, fornecendo um comportamento assintótico correto perto da parede. Foi estudada uma cavidade de razão de aspecto  $A = 5$  e número de Rayleigh  $Ra = 5 \times 10^{10}$  com as temperaturas na superfície quente  $T_c = 77,2^\circ C$  e na superfície fria  $T_c = 31,4^\circ C$ .

Foi realizado um estudo experimental de convecção natural turbulenta em uma cavidade fechada quadrada preenchida pelo ar<sup>4</sup>. As paredes possuem uma superfície quente e outra fria. O número de Rayleigh utilizado é de  $1,58 \times 10^9$ . Em seu trabalho os autores<sup>4</sup> mediram a temperatura e a distribuição de velocidades em diferentes localizações da cavidade. São apresentados resultados para os números de Nusselt. Seus resultados fornecem um Benchmark para validar códigos computacionais.

Novos resultados experimentais de convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada foram apresentados<sup>5</sup>. As superfícies laterais também são mantidas a diferentes temperaturas. Os autores<sup>5</sup> apresentaram os resultados das quantidades turbulentas incluindo as componentes de flutuação  $T$ ,  $u$ ,  $v$  e do tensor de Reynolds. Estes resultados também são Benchmark para validar códigos computacionais.

O estudo da convecção natural turbulenta foi feito para uma cavidade fechada onde as superfícies laterais verticais são mantidas em diferentes temperaturas. O modelo de Smagorinsk e o modelo dinâmico são utilizados para simulação da turbulência<sup>6</sup>. Os autores<sup>6</sup> modificaram o modelo de Smagorinsk incluindo um termo de empuxo no cálculo da viscosidade turbulenta. Este modelo desenvolvido será denominado por modelo de Smagorinsk com termo de empuxo. Os resultados apresentados<sup>6</sup> são comparados com dados experimentais, e mostram uma estratificação térmica estável a um baixo nível de turbulência ( para  $Ra = 1,58 \times 10^9$  ).

Um estudo da distribuição da função corrente e temperaturas em um refrigerador foi apresentado utilizando método de volumes finitos<sup>7</sup>. O código computacional é baseado na formulação de vorticidade - função corrente, incorporando um modelo de turbulência LES,

onde os fluxos turbulentos são estimados com base na teoria de transferência de vorticidade (TTV).

Foi realizado um estudo numérico de convecção natural turbulenta em cavidades quadradas utilizando o método de volumes finitos com simulação de grandes escalas<sup>8</sup>. As superfícies laterais da cavidade são isotérmicas mantidas a temperaturas diferentes e as superfícies superior e inferior são isoladas. O escoamento é estudado para baixo número de Rayleigh,  $Ra = 1,58 \times 10^9$ . Foram utilizados três modelos de turbulência LES: Modelo de Smagorinsky, Modelo de Smagorinsk com termo de empuxo e o Modelo baseado na teoria de transferência de vorticidade(TTV). São apresentadas as distribuições de velocidades médias e temperaturas médias na linha central da cavidade, bem como o número de Nusselt local na superfície isotérmica quente. Em todos os casos estudados foi considerado  $Pr = 0,7$  e  $Ra = 1,58 \times 10^9$ . São feitas diversas comparações com os resultados teóricos e experimentais disponíveis na literatura.

Um estudo da transferência de calor por convecção natural em cavidades fechadas retangulares foi realizado<sup>9</sup> considerando regime turbulento utilizando o modelo de turbulência  $k-\omega$ . As equações foram discretizadas utilizando o método de volumes finitos com malha cartesiana e o arranjo colocalizado. As equações de conservação utilizadas são para regime não permanente, mas nos casos estudados os resultados foram apresentados quando atingiu-se o regime permanente. Os números de Nusselt local e médio são avaliados para números de Rayleigh entre  $10^5$  a  $10^{10}$ . O número de Prandtl foi considerado 0,71. As razões de aspectos utilizadas foram  $A = 5; 2; 1$  e  $0,5$ .

No presente trabalho estuda-se a transferência de calor por convecção natural turbulenta numa cavidade quadrada com um cilindro quente, de diâmetro  $D/H = 0,2$ , colocado no centro da cavidade. Foi utilizado o método de elementos finitos com o modelo de turbulência LES (*Large-Eddy Simulation*) com modelagem sub-malha função estrutura de velocidade de segunda ordem<sup>19</sup>. Para validação do código computacional e do modelo de turbulência utilizado foi estudada a convecção natural turbulenta numa cavidade quadrada. Para esta geometria são apresentadas comparações de resultados para as distribuições de velocidades médias e temperaturas médias adimensionais na linha central da cavidade. Em todos os casos estudados foi considerado  $Pr = 0,7$  e  $Ra = 1,58 \times 10^9$ . Para o caso de cavidade quadrada com um cilindro interno são apresentadas as distribuições da função corrente e temperaturas bem como o número de Nusselt local na superfície quente.

## 2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A figura 1 mostra a geometria de domínio  $\Omega$  do escoamento e uma malha utilizada neste trabalho. Será considerado uma cavidade quadrada, onde as superfícies horizontais superior e inferior são adiabáticas. As superfícies verticais são isotérmicas, com a superfície  $S_3$  possuindo temperatura  $T_c$  e as superfícies  $S_1$  e  $S_5$  possuindo temperatura  $T_h$ . A malha gerada é não estruturada. O domínio computacional  $\Omega$  foi dividido em 6796 elementos triangulares lineares com 3618 pontos nodais.

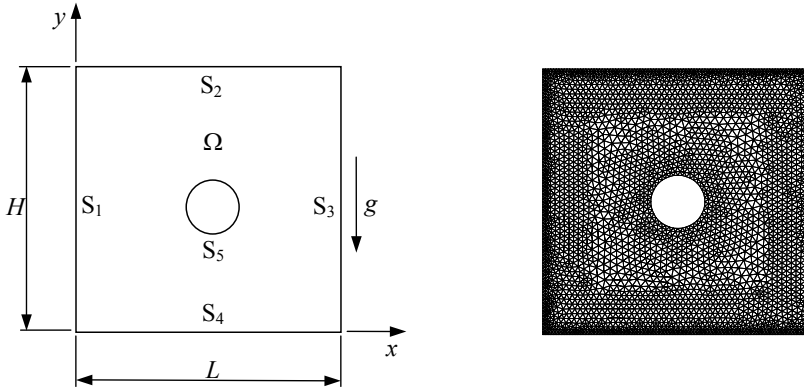


Figura 1: Geometria e malha estudadas no presente trabalho.

## 2.1 Hipóteses para o Problema

As seguintes hipóteses são consideradas no presente trabalho: regime não permanente; regime turbulento; escoamento bidimensional; escoamento incompressível; as propriedades físicas do fluido são constante, exceto a massa específica nos termos de empuxo.

## 3 EQUAÇÕES

As equações de conservação que governam o escoamento e o campo térmico são:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta(T - T_0)\delta_{2j}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial u_j T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + S, \quad (3)$$

onde  $u_i$  são as componentes de velocidades,  $p$  é a pressão,  $T$  é a temperatura,  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\nu$  é o coeficiente de viscosidade cinemática,  $\Gamma$  é a difusividade térmica e  $S$  o termo fonte. O último termo da eq. (2) apresenta o termo de empuxo onde se considera a relação de Boussinesq, onde  $T_0$  é a temperatura de referência, dado por:  $T_0 = (T_h + T_c)/2$ .

Na simulação de grandes escalas (SGE) faz-se a decomposição das variáveis, sendo esta decomposição análoga ao praticado na decomposição de Reynolds, onde a quantidade  $\varphi$  é decomposta em:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi', \quad (4)$$

onde  $\bar{\varphi}$  é a componente de grande escala e  $\varphi'$  é a componente de pequena escala.

Aplicando-se a operação de filtragem nas equações de conservação de (1) a (3), onde a função filtro por volume é utilizada, conforme é apresentado no trabalho<sup>10</sup> e considerando que a massa específica é constante, obtém-se as seguintes equações de conservação filtradas:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta(\bar{T} - T_0)\delta_{ij}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_j T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + S. \quad (7)$$

Nas equações (5) a (7) tem-se os produtos de variáveis filtradas  $\overline{u_i u_j}$  e  $\overline{u_j T}$ , que representam o transporte turbulento de quantidade de movimento e de calor, respectivamente, entre as grandes escalas e escalas sub-malha. Conforme<sup>8</sup>, os produtos  $\overline{u_i u_j}$  e  $\overline{u_j T}$  são decompostos em outras parcelas, introduzindo-se as definições do tensor de Leonard  $L_{ij}$ , do tensor Cruzado  $C_{ij}$ , do tensor de Reynolds sub-malha  $R_{ij}$ , do fluxo turbulento de Leonard  $L_{\theta j}$ , do fluxo turbulento Cruzado  $C_{\theta j}$  e do fluxo turbulento sub-malha  $\theta_{ij}$ . Os termos de Leonard e Cruzado, conforme<sup>11</sup>, podem ser desprezados. Após o desenvolvimento descrito no trabalho dos autores<sup>8</sup>, obtém-se as seguintes equações de conservação:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_i u_j})}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + g\beta(\bar{T} - T_0)\delta_{ij}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{u_j T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right] + \frac{\partial \theta_{ij}}{\partial x_j}. \quad (10)$$

onde  $\nu$  é viscosidade cinemática do fluido,  $\alpha$  é a difusividade térmica sendo calculada por:  $\alpha = \nu/Pr$ , onde  $Pr$  é o número de Prandtl. Os tensores  $\tau_{ij}$  e  $\theta_{ij}$  que aparecem nas equações (9) e (10) serão modelados nos itens a seguir.

### 3.1 Modelo sub-malha

Muitos modelos de escala sub-malha utilizam a hipótese do gradiente de difusão, similar a hipótese de Boussinesq o qual expressa o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação e da energia cinética. Conforme pode ser visto em<sup>12</sup>, o tensor de Reynolds é definido como:

$$\tau_{ij} = -2\nu_T \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{S}_{kk}, \quad (11)$$

onde  $\nu_T$  é a viscosidade turbulenta,  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker e  $\bar{S}_{ij}$  é o tensor taxa de deformação dado por:

$$\bar{S}_{ij} = \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (12)$$

Substituindo  $\bar{S}_{ij}$  na eq. (9) obtém-se:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \left( \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu_T \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right\} + g\beta (\bar{T} - T_0) \delta_{2j}. \quad (13)$$

De maneira semelhante obtemos a equação de energia:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\alpha + \alpha_T) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right]. \quad (14)$$

onde a difusividade térmica turbulenta é calculada por:  $\alpha_T = \nu_T/Pr_t$ . Sendo  $Pr_t$  o número de Prandtl turbulento onde  $Pr_t = 0,4$ .

Os modelos sub-malha propõem a seguinte expressão para a viscosidade turbulenta  $\nu_T$ :

$$\nu_T = c \ell q, \quad (15)$$

onde  $c$  é uma constante adimensional,  $\ell$  e  $q$  são os comprimentos de escala e velocidade respectivamente.

O parâmetro  $\ell$  é relacionado como tamanho do filtro utilizado e geralmente é definido para o caso bidimensional como:

$$\ell = \bar{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2)^{1/2}, \quad (16)$$

onde  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  são os comprimentos do filtro nas direções  $x$  e  $y$ .

### 3.2 Modelo sub-malha função estrutura de velocidade de segunda ordem (FE)

Neste modelo de turbulência implementado, a viscosidade turbulenta é determinada por:

$$\nu_T = 0,104 C_K^{-3/2} \Delta \left[ \bar{F}_2(\vec{x}, \Delta, t) \right]^{1/2}, \quad (17)$$

onde  $C_K = 1,4$  é a constante de Kolmogorov e  $\Delta$  é o tamanho característico da malha. A função estrutura de velocidade de ordem 2 é dada por:

$$\bar{F}_2(\vec{x}, \Delta, t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left\{ \left[ \left( u_k(\vec{x} + \vec{d}_k, t) - u_k(\vec{x}, t) \right)^2 + \left( v_k(\vec{x} + \vec{d}_k, t) - v_k(\vec{x}, t) \right)^2 \right] \left( \frac{\Delta}{d_k} \right)^{2/3} \right\}. \quad (18)$$

Onde  $\Delta = \left( \prod_{k=1}^N d_k \right)^{1/N}$ , sendo  $\vec{x}$  o vetor posição do centro do elemento de referência e  $d_k$  ( $k = 1$  a  $N$ ) a distância entre o centro do elemento de referência até o centro do elemento vizinho. Mais detalhes deste modelo função estrutura de velocidade de segunda ordem (FE) podem ser vistos no trabalho dos autores<sup>13</sup>.

### 3.3 Condições iniciais e de contorno

A partir desta seção serão omitidas as barras que indicam os valores médios  $\bar{T}$  e  $\bar{u}$ , por questão de simplificação.

A figura 1 mostra a cavidade onde foram impostas as seguintes condições iniciais e de contorno:

$$\text{Em } \Omega : \quad u(x, y, 0) = 0, \quad v(x, y, 0) = 0, \quad T(x, y, 0) = 0; \quad (19)$$

$$\text{Em } S_1 : \quad u = v = 0, \quad T = T_h = 50, \quad (20)$$

$$\text{Em } S_2 : \quad u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (21)$$

$$\text{Em } S_3 : \quad u = v = 0, \quad T = T_c = 10, \quad (22)$$

$$\text{Em } S_4 : \quad u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

$$\text{Em } S_5 : \quad u = v = 0, \quad T = T_h = 50. \quad (24)$$

Além disto, o campo de escoamento pode ser descrito por uma distribuição de função corrente e vorticidade, na qual é definido como:

$$u = \partial\psi / \partial y, v = -\partial\psi / \partial x, \omega = (\partial v / \partial x) - (\partial u / \partial y), \quad (25)$$

deste modo, a equação da continuidade, dada pela Eq. (1), é exatamente satisfeita. Podemos trabalhar com as variáveis adimensionais, assim obtemos as definições dos números de Rayleigh  $Ra$ , Prandtl  $Pr$  e razão de aspecto da cavidade  $A$  dadas por:

$$Ra = Pr [g\beta (T_h - T_c) H^3 / \nu^2] = 1,58 \times 10^9, Pr = \nu / \alpha = 0,7 \text{ e } A = H/L, \quad (26)$$

sendo  $\beta$  o coeficiente de difusividade térmica.

#### 4 MÉTODO NUMÉRICO

As Equações (8), (9) e (10) são resolvidas através do MEF, utilizando o elemento triangular com uma função de interpolação linear. A discretização é feita pelo método de elementos finitos com o esquema de Galerkin e as equações resultantes são resolvidas pelo método de Eliminação de Gauss. O problema é resolvido, seguindo-se os passos:

(1<sup>o</sup>) através das definições apresentadas pela Eq. (25) obtém-se o campo da função corrente  $\psi$ ;

(2<sup>o</sup>) determina-se a vorticidade  $\omega$  na parede de uma forma matricial, conforme mostrado na referência<sup>14</sup>;

(3<sup>o</sup>) aplicam-se as condições de contorno para a vorticidade;

(4<sup>o</sup>) calcula-se a vorticidade no interior de acordo com a definição dada pela Eq. (25);

(5<sup>o</sup>) calcula-se a temperatura resolvendo a Eq. (10);

(6<sup>o</sup>) calcula-se o número de Nusselt local  $Nu$  usando-se a Eq. (27);

(7<sup>o</sup>) incrementa-se o intervalo de tempo  $\Delta t$  e a iteração de uma unidade e volta-se ao (1<sup>o</sup>) passo, onde os cálculos são refeitos até se atingir o critério de parada.

Os critérios das iterações dos métodos utilizados não são apresentados, internos ao programa, somente a forma geral de como funciona o código computacional desenvolvido.

O número de Nusselt local  $Nu$  calculado na superfície isotérmica vertical quente, é definido como:

$$Nu = (\partial T / \partial x)_w H / (T_h - T_c). \quad (27)$$

#### 5 VALIDAÇÃO

A validação do código computacional desenvolvido foi realizado estudando-se a convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada. A figura 2 apresenta a geometria e a malha não estruturada utilizada na validação do programa computacional desenvolvido em FORTRAN. As superfícies laterais são isotérmicas, sendo que a superfície  $S_1$  é mantida na



temperatura constante  $T_c$  e a superfície  $S_3$  é mantida na temperatura constante  $T_h$ . As superfícies horizontais superior e inferior são isoladas. O passo de tempo  $\Delta t$  utilizado para todos os cálculos foi o mesmo apresentado pelos autores<sup>15</sup>, ou seja:  $\Delta t = 0.0131t_0$ , onde  $t_0 = H/(g\beta\Delta TH)^{1/2}$ . O intervalo de tempo utilizado para cálculo das grandezas médias foi de  $(400 - 600)t_0$ . Após fazer um estudo de malhas, considerando o custo computacional e a precisão dos resultados, optou-se por escolher uma malha não estruturada com 6778 elementos triangulares lineares e 3640 nós, o qual será utilizada neste teste computacional.

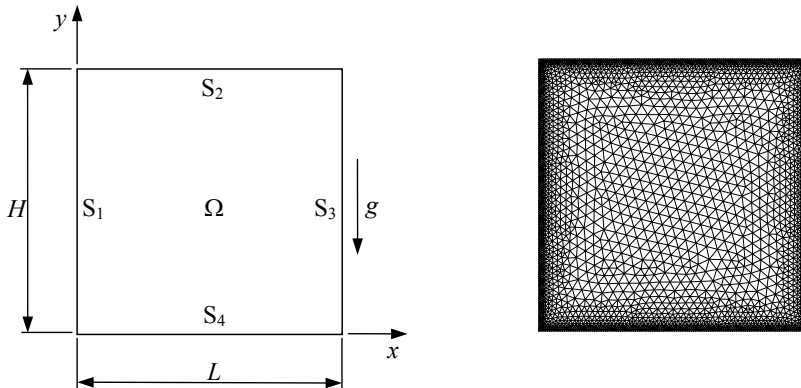


Figura 2: Geometria e malha utilizada no teste computacional.

Os parâmetros utilizados no teste do presente trabalho foram: razão de aspecto  $A = 1$ , número de Rayleigh  $Ra = 1,58 \times 10^9$  e temperaturas da superfície  $S_1$ ,  $T_c = 10 \text{ }^\circ\text{C}$  e da superfície  $S_3$ ,  $T_h = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Vamos definir para cada ponto a temperatura média  $T^*$  e a velocidade média  $u^*$  no intervalo de  $400t_0$  a  $600t_0$ .

A figura 3 apresenta os resultados da velocidade média  $u^*/U_0$  na posição  $x/L = 0,5$  do presente trabalho e os resultados do trabalho da referência<sup>15</sup>. A velocidade de empuxo é calculado por:  $U_0 = (g\beta\Delta TH)^{1/2}$ . Verifica-se uma boa concordância, com os resultados experimentais de<sup>15</sup>, dos valores das velocidades para as todas as regiões da cavidade. No modelo utilizado por<sup>15</sup> foi incluído as funções de amortecimento para um melhor comportamento assintótico próximo as superfícies. No presente trabalho não foi incluído estas funções, mas mesmo assim, os resultados próximos as superfícies se apresentaram muito próximos do trabalho experimental de<sup>15</sup>. Pode-se observar que os resultados do trabalho numérico<sup>8</sup> não apresentaram uma boa concordância, na região do escoamento próximos às superfícies superior e inferior, com os dados experimentais. No trabalho de<sup>8</sup>, foi utilizado o

modelo de turbulência baseada na taxa de transferência de vorticidade (TTV) com o método de volumes finitos.

A figura 4 apresenta a comparação dos resultados para a temperatura média adimensional calculada por  $(T^* - T_C)/\Delta T$  na posição  $x/L = 0,5$ . Verifica-se diferenças para os resultados do presente trabalho com os resultados experimentais<sup>16</sup>. Os resultados do modelo FE, do presente trabalho, comparados com os resultados numéricos<sup>18</sup> são bastante satisfatórios. Para o trabalho de<sup>18</sup> e da figura 4, a curva de<sup>18a</sup> foi levantada para  $Ra = 10^{11}$  e a curva de<sup>18b</sup> foi obtida para  $Ra = 4,5 \times 10^9$ .

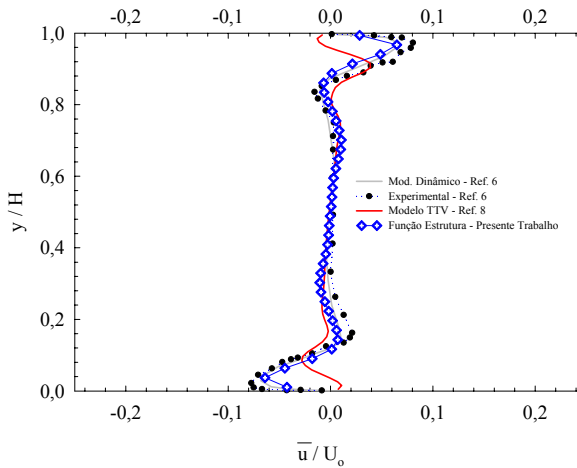


Figura 3: Velocidade média adimensional  $u^*/U_0$  na posição  $x/L = 0,5$  para  $t = (400-600)t_0$ .

## 6 RESULTADOS

A figura 5 apresenta a distribuição de temperatura média adimensional  $(T^* - T_C)/\Delta T$ . Verifica-se que próximo as superfícies isotérmicas ocorrem picos de temperatura próximos as superfícies  $S_1$  e  $S_3$ . Também observa-se que estes picos se incrementam de acordo com a direção do escoamento. Para cavidades sem um corpo interno, conforme<sup>16,17</sup>, a espessura da camada térmica é mais espessa para cavidades com parede adiabáticas. Para cavidades que possuem superfícies horizontais com condução perfeita, ou seja, isotérmica, esta espessura é mais fina. Na figura 5, verifica-se que na região próxima a superfície  $S_3$ , o efeito condutivo é predominante nesta região. Na região do escoamento próxima à superfície  $S_1$ , nota-se que o efeito convectivo prevalece devido ao fluido, na temperatura mais baixa, que penetra nesta região entre a superfície  $S_1$  e o cilindro na temperatura isotérmica quente. O fluido que recircula no sentido horário vindo de uma região de menor temperatura, provoca uma

deformação nas linhas de temperatura, aumentando a taxa de transferência de calor. Observa-se também regiões de altos gradiente de temperatura próximas à superfície  $S_5$  do cilindro e às superfícies  $S_1$  e  $S_3$ .

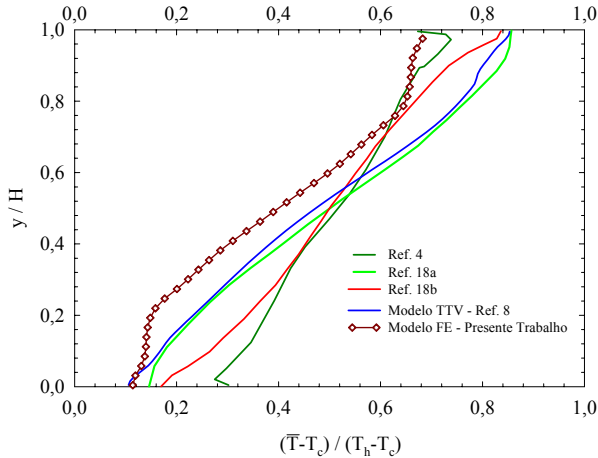


Figura 4: Temperatura média adimensional  $(\bar{T} - T_c) / (T_h - T_c)$  na posição  $x/L = 0,5$  para  $t = (400-600) t_0$ .

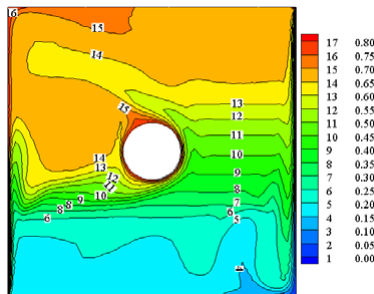


Figura 5: Temperatura média adimensional para o tempo  $t = 600 t_0$

Da figura 6 tem-se as distribuições dimensionais de temperatura e a função corrente para o modelo função estrutura de velocidade de segunda ordem implementado no presente trabalho. Verifica-se uma boa estratificação da temperatura na região central da cavidade próxima a superfície  $S_3$ . Também formam-se várias células de recirculação em toda a região da cavidade e pequenas células de recirculação próximo às superfícies verticais inferior  $S_3$  e superior  $S_1$ .

A figura 7 apresenta os resultados do número de Nusselt local do presente trabalho calculados sobre a superfície vertical  $S_1$ . Observa-se que as maiores taxas de transferência de calor ocorrem na região abaixo da metade da altura da cavidade, fato pelo qual era já previsto.

À medida que o fluido é aquecido, sua densidade diminui e este sobe, devido às forças de empuxo e assim, diminuem-se as trocas de calor devido as duas superfícies  $S_1$  e  $S_5$  estarem nas mesmas temperaturas isotérmicas altas.

A figura 8 mostra os vetores de velocidades médias calculadas no intervalo de tempo de 400 a 600  $t_0$  para o caso estudado no presente trabalho.

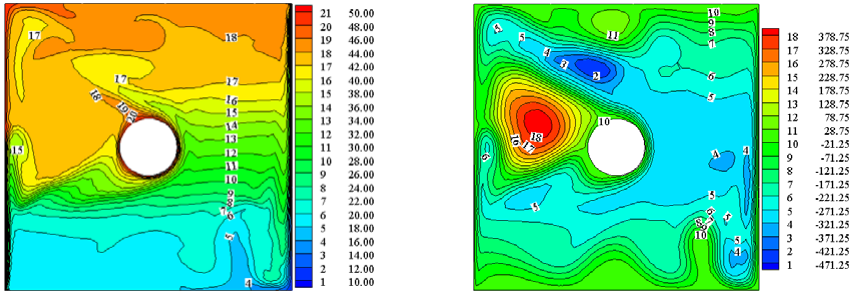


Figura 6: Temperatura dimensional em  $^{\circ}\text{C}$  e função corrente  $\psi$  para o tempo  $t = 600 t_0$ .

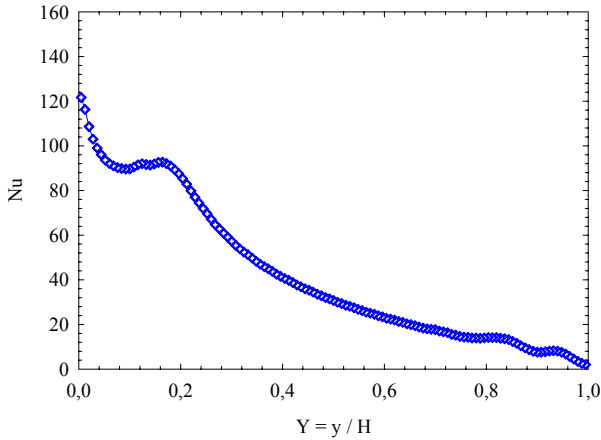


Figura 7: Número de Nusselt local  $Nu$  na superfície quente  $S_1$  para  $Ra = 1,58 \times 10^9$ ,  $Pr = 0,7$  e  $t = 600 t_0$ .

## 7 CONCLUSÕES E COMENTÁRIOS

Neste trabalho foi estudado a convecção natural turbulenta em uma cavidade quadrada com um cilindro interno quente, utilizando a simulação de grandes escalas com modelagem sub-malha função estrutura de velocidade de segunda ordem. As equações de conservação

foram discretizadas pelo método de elementos finitos, com o esquema de Galerkin, utilizando elementos triangulares lineares.

Nos testes de validação apresentam-se os resultados da velocidades médias  $u^*/U_0$ . Compara-se estes resultados com os de<sup>15 e 8</sup> e resultados experimentais. Verifica-se uma boa concordância dos resultados para toda a região da cavidade. Para os resultados da temperatura média adimensional  $(T^*-T_c)/\Delta T$ , os resultados do presente trabalho foram comparados com os resultados de<sup>16,17,18 e 8</sup> apresentando-se uma boa concordância para toda a faixa vertical da cavidade.

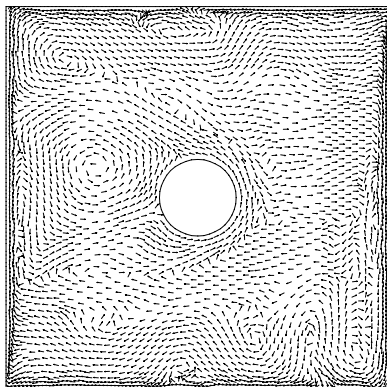


Figura 8: Vetores de velocidades médias no tempo para  $t = (400-600) t_0$ .

Para os resultados analisados verificou-se que o modelo baseado na função estrutura de velocidades de segunda ordem apresentou-se muito bom comparado com os resultados numéricos de<sup>8</sup>, pelo qual utilizou-se o modelo TTV e o de Smagorinsky.

## 8 REFERÊNCIAS

- [1] Chenoweth, D. and Paolucci, S., “Natural convection in an enclosed vertical air layer with large horizontal temperatures differences”, *J. Fluid Mech*, **169**, 173-210 (1986).
- [2] Bispo, D. J., Nieckele, A. O. e Braga, S. L., “Convecção natural em uma cavidade retangular resfriada na parede superior”, VI ENCIT / VI LATCYM, 1339-1344 (1996).
- [3] Peng, S. and Davidson, L., “Computation of turbulent buoyant in enclosures with low-reynolds-number  $k-\omega$  models”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **20**, 172-184 (1999).
- [4] Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., “Low turbulence natural convection in an air filled square cavity part I: the thermal and fluid flow fields”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **43**, 849-866 (2000).
- [5] Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., “Low turbulence natural convection in an air filled

- square cavity part II: the turbulence quantities”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **43**, 867-884 (2000).
- [6] Peng, S. H. and Davidson, L., “Large-eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity”, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **22**, 323-331 (2001).
- [7] Cortella, G., Manzan, M. and Comini, G., “CFD simulation of refrigerated display cabinets”, *Int. J. Refrigeration*, **24**, 250-260 (2001).
- [8] Oliveira, M. e Menon, G. J., “Simulação de grandes escalas utilizada para convecção natural turbulenta em cavidades”, Trabalho aceito para publicação no *9<sup>o</sup> Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas - ENCIT-2002*, Caxambu-MG-Brasil, CD ROM, 1-11 (2002).
- [9] Oliveira, M. e Menon, G. J., “Convecção natural turbulenta em cavidades retangulares”, Trabalho aceito para publicação no *II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM -2002*, João Pessoa-PB-Brasil, 1-10 (2002).
- [10] Krajnovic, S., “Large-eddy simulation of the flow around a surface mounted single cube in a channel”, Thesis for the degree of Master of Science, Chalmers University of Technology, Goteborg, Sweden (1998).
- [11] Padilla, E. L. M., “Simulação numérica de grandes escalas com modelagem dinâmica, aplicada à convecção mista”, Dissertação de Mestrado, DEEME-UFU, Uberlândia-MG-Brasil (2000).
- [12] Neto, A. S., “Simulação de grandes escalas de escoamentos turbulentos”, in – I Escola de Primavera de Transição e Turbulência, Rio de Janeiro, 1, Cap 4, 157-190 (1998).
- [13] Métais, O. and Lesieur, M., “Spectral and large-eddy simulation of isotropic and stably-stratified turbulence”, *J. Fluid Mech.*, **239**, 157-194 (1996).
- [14] Silveira-Neto, A., Brito, R. F., Dias, J. B. e Menon, G. J., “Aplicação da simulação de grandes escalas no método de elementos finitos para modelar escoamentos turbulentos”, *Anais da II ETT – Escola Brasileira de Primavera, Transição e Turbulência*, Uberlândia-MG-Brasil, 515-526 (2000).
- [15] Peng, S.H.and Davidson, L., “Large-eddy simulation for turbulent buoyant flow in a confined cavity”, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **22**, 323-331 (2001).
- [16] Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., “Low turbulence natural convection in an air filled square cavity part I: the thermal and fluid flow fields”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **43**, 849-866 (2000).
- [17] Tian, Y. S. and Karayiannis, T. G., “Low turbulence natural convection in an air filled square cavity part II: the turbulence quantities”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **43**, 867-884 (2000).
- [18] Lankhorst, A. M., “Laminar and turbulent natural convection in cavities –numerical modelling and experimental validation”, Ph.D. Thesis, Technology University of Delft, The Netherlands (1991).