

PLATEAS DE FUNDACIÓN CON REACCIÓN DEL TERRENO NO LINEAL

Claudio J. Orbanich; Juan. C. Paloto; Néstor F. Ortega; Roberto D. Santos

Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur
Avda. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina
Tel. (0291) 459 5100 - Interno 3226
e-mail: nfortega@criba.edu.ar

Palabras clave: Platea de fundación, reacción del terreno no lineal, hormigón armado.

Resumen. *En este trabajo se analiza el comportamiento mecánico de plateas de fundación con vigas de borde, cargada según una ley constante y otra lineal, considerando una reacción no lineal de la subrasante, mediante la definición de una serie de parámetros adimensionales, relacionados con las geometrías de los elementos estudiados y con un factor de asentamiento de los elementos de borde.*

Se desarrolló un método de integración numérica para evaluar, considerando el estado de cargas aplicado la resultante de la reacción del suelo y los desplazamientos originados en distintos puntos de la platea. Este análisis se realizó considerando una reacción de la subrasante, cuya variación, en función del asentamiento y del tipo de terreno, es hiperbólica, Posteriormente, se compararon los resultados obtenidos con una platea de fundación con vigas de borde apoyada sobre un terreno cuya reacción de la subrasante es del tipo lineal, analizándose las diferencias existentes entre los casos estudiados.

Además, se analizaron los casos anteriores, variando el parámetro característico del material de la subrasante, y con el fin de generalizar los resultados, se hicieron variar los parámetros adimensionales antes mencionados.

Estos análisis se realizarán con el Método de las Diferencias Finitas, desarrollando algoritmos iterativos que permitieron para cada caso estudiado, hallar los desplazamientos y los porcentajes de reacciones que toma la placa y las vigas respectivamente.

1 INTRODUCCIÓN

Las fundaciones de las construcciones cumplen un papel muy importante, que condiciona al comportamiento mecánico del resto de la obra. Existen tipologías que se encuentran ampliamente estudiadas, mientras que para el análisis de otras se recurre al empleo de hipótesis simplificadoras, que no siempre poseen una adecuada precisión. Dentro de este último caso se encuentran las plateas de fundación, en este caso surge la necesidad de valorar la forma en que se reparte la reacción del terreno, considerando el comportamiento mecánico de los elementos que la conforman.

Con el transcurso del tiempo se han desarrollado distintas técnicas para el análisis de fundaciones, sobre terreno elástico. Es de destacar el importante aporte que constituyó el Método del Coeficiente de Balasto, que permitió analizar con una apreciable exactitud vigas de cimentación flexible y placas de geometría relativamente sencilla. Posteriormente, se desarrolló el Método del Módulo de Compresibilidad que considero tanto las deformaciones de la viga de fundación, como los asentamientos del terreno.

En los últimos años, los progresos más notables en este tema, han sido obtenidos para el caso específico de vigas de fundación, aplicando el Método de los Elementos Finitos, generalizando el comportamiento de la reacción del suelo.

Este trabajo es continuación de una serie de investigaciones que, en una primera etapa evaluaban la capacidad de soporte de un sistema de plateas de fundación, con vigas de borde, con carga distribuida uniformemente, manteniendo constante la rigidez de la placa y el asentamiento inicial del borde ^{4,5}.

En esta publicación se trató de generalizar los resultados, variando la rigidez de la placa y vigas, incorporando distintos asentamientos iniciales, empleando coeficiente de balasto constante y variación hiperbólica de acuerdo con la ley presentada en [2].

Como ya se estableciera en trabajos anteriores, el comportamiento de la platea puede caracterizarse en base la definición de dos parámetros adimensionales N y α , definidos con el objetivo de generalizar los resultados.

2 PROCEDIMIENTO DE APLICACIÓN

2.1 Platea de Fundación con carga uniformemente distribuida

A los efectos de simplificar el análisis, normalmente se considera el comportamiento de la subrasante del terreno como lineal, aquí se modelarán formas más próximas al comportamiento real mediante una variación de tipo hiperbólica ², tal que:

$$k_i = k \times \frac{1}{(1 + \mu \times wio)} = k \times \beta_i \quad (1)$$

Siendo:

k_i : módulo de reacción del terreno en el punto i ésimo de la malla;

w_i : asentamiento en el punto i ésimo de la placa;

$w_{io} = w_i + w_o$: asentamiento total;

w_i : desplazamiento del punto i generado por la carga;

w_o : asentamiento final considerado en los bordes;

k : módulo de reacción tangencial o superficial en la primera iteración; y

μ : parámetro característico del suelo de la subrasante.

Como extensión del procedimiento empleado considerando k constante^{5,7}, aquí se muestra el proceso para resolver, aproximadamente, la ecuación 2 mediante un proceso iterativo, partiendo de la solución para asentamientos correspondientes al k inicial, de la siguiente manera:

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i = \frac{[q_i - k_i \times (w_i + w_o)]}{D} \quad (2)$$

Aproximando la ecuación diferencial con el Método de las Diferencias Finitas³, se tiene que:

$$\nabla^2 \nabla^2 w_i \approx c_i \times w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j \times w_j = \frac{q \times s^4 - k_i \times s^4 \times w_i - k_i \times s^4 \times w_o}{D} \quad (3)$$

Desarrollando el segundo termino y definiendo como parámetros adimensionales a los siguientes términos:

$$N = \frac{k \times s^4}{D}$$

$$N_i = N \times \beta_i$$

$$\alpha = \frac{w_o \times k}{q}$$

Reemplazando en (3) se llega a la siguiente ecuación:

$$(c_i + N) \times w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j \times w_j = \frac{q}{k} \times \beta_i \times N \times \left(\frac{1}{\beta_i} - \alpha \right) \quad (4)$$

Como es de suponer en la determinación de los valores w_i deben considerarse las condiciones de borde de la platea. Para el diseño presentado, las condiciones modeladas serán de apoyos simples en los cuatro lados, imponiendo un valor $w_i = 0$ en los mismos. Es decir que los valores w_i están referidos al nivel de la viga de borde.

El proceso de iteración comienza resolviendo el sistema (4), con $k_i = k$ ($\beta_i = 1$) se obtendrá como resultados los siguientes valores:

$$w_i = \Omega_i \quad \text{con } \Omega_i \text{ un valor numérico}$$

$$w_{i0} = w_i + w_0 = \Omega_i \quad \text{con } \Omega_i \text{ un valor numérico}$$

Luego mediante sucesivas iteraciones se tratarán de hallar los valores β_i , k_i , N_i , w_i , w_{i0} , correspondientes a la ecuación (4).

Una vez obtenidos los valores w_{i0} de la platea, se procede a evaluar la reacción de soporte R_p . Para ello se los reemplaza en:

$$R_p = \int_0^a \int_0^b k \times (w_{i0}) \times dx \times dy \quad (5)$$

La ecuación (5) permite determinar el volumen de los asentamientos, que son calculados mediante un Método de integración numérica aproximado, denominado Método de Simpson.

Una vez obtenido R_p , se pueden hallar los porcentajes de distribución de las reacciones con respecto al total de la carga aplicada y por diferencia obtener el porcentaje de reacción R_v que deben tomar las vigas.

Mediante el uso de un algoritmo implementado computacionalmente, y gracias al empleo del MATLAB⁹ se obtiene la solución de la ecuación (3), para las relaciones de medidas impuestas, en base a consideraciones matricial. Para ello, los programas desarrollados dan como resultado los porcentajes de cargas que toma la placa. Permiten variar la matriz de los operadores y de los términos independientes, lo que hace más rápida la obtención de los resultados.

Cabe acotar que en el algoritmo empleado para calcular el volumen del diagrama de deformaciones, se hallo mediante el Método de Simpson.

2.2 Platea de Fundación con cargas variables linealmente en una dirección

Para generalizar aun más los resultados, se tomo una carga variando linealmente en una dirección⁵, tal que:

$$q_i(y) = \left(\frac{m_i}{m} \right) \times q \quad (6)$$

donde:

m_i : es el número de fila a que pertenece el punto

m : es el número total de filas consideradas en la malla.

Reemplazando $q_i(y)$ en la ecuación 4 se tiene:

$$(c_i + N) \times w_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n c_j \times w_j = \frac{q}{k} \times \frac{m_i}{m} \times \beta_i \times N \times \left(\frac{1}{\beta_i} - \alpha \right) \quad (7)$$

3 RESULTADOS OBTENIDOS

3.1 Platea de Fundación con, q constante y k variable

En este punto se mostrarán y analizarán las distintas distribuciones de reacción obtenidas para diferentes reacciones de lados de plateas, con una carga constante y una reacción del terreno, con una variación no lineal.

3.1.1 Relación de lados de 1,5

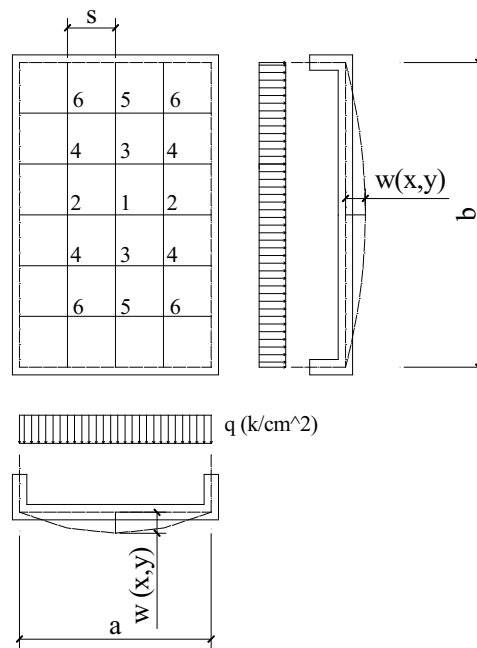


Figura 1. Esquema de dispositivo

Se analizó una placa con una relación de lados de 1.5, con $q = 0.1 \text{ kg/cm}^2$ constante y k variable con un k inicial = 40 kg/cm^2

Para establecer la influencia del material de la subrasante se han contemplado cuatro valores para el parámetro μ , variando de 0 hasta 200, con un paso de 50.

Con el fin de generalizar los resultados obtenidos en [7], se realizó un programa para la determinación de resultados, variando N entre 0.2 hasta 1 y α desde 0 hasta 0.8, presentándose los resultados en Tabla 1:

Tabla 1. Porcentajes que toma la placa y las vigas para distintos valores de μ , N , α con:
 $q = 0,1\text{k/cm}^2$, $k = 40\text{ k/cm}^2$.

μ	α	N									
		0,2		0,4		0,6		0,8		1,0	
		Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%
0	0	11,15	88,85	18,86	81,14	24,55	75,45	28,93	71,07	32,42	67,58
	0,2	23,73	76,27	29,90	70,10	34,45	65,55	37,96	62,04	40,75	59,25
	0,4	36,31	63,69	40,94	59,06	44,36	55,64	46,98	53,02	49,08	50,92
	0,6	48,90	51,10	51,99	48,01	54,26	45,74	56,02	43,98	57,41	42,59
	0,8	61,48	38,52	63,03	36,97	64,17	35,83	65,04	34,96	65,74	34,26
50	0	10,96	89,04	18,43	81,57	23,94	76,06	28,20	71,80	31,61	68,39
	0,2	22,95	77,05	28,85	71,15	33,23	66,77	36,65	63,35	39,39	60,61
	0,4	34,52	65,48	38,96	61,04	42,30	57,70	44,91	55,09	47,03	52,97
	0,6	45,68	54,32	48,79	51,21	51,14	48,86	53,00	47,00	54,50	45,50
	0,8	56,45	43,55	58,33	41,67	59,77	40,23	60,91	39,09	61,84	38,16
100	0	10,78	89,22	18,10	81,90	23,33	76,67	27,46	72,54	30,78	69,22
	0,2	22,21	77,79	27,84	72,16	32,05	67,95	35,35	64,65	38,04	61,96
	0,4	32,86	67,14	37,10	62,90	40,33	59,67	42,90	57,10	45,00	55,00
	0,6	42,80	57,20	45,85	54,15	48,22	51,78	50,12	49,88	51,69	48,31
	0,8	52,08	47,92	54,12	45,88	55,73	44,27	57,03	42,97	58,13	41,87
150	0	10,60	89,40	17,61	82,39	22,73	77,27	26,72	73,28	29,94	70,06
	0,2	21,51	78,49	26,87	73,13	30,89	69,11	34,08	65,92	36,68	63,32
	0,4	31,34	68,66	35,36	64,64	38,46	61,54	40,96	59,04	43,02	56,98
	0,6	40,22	59,78	43,17	56,83	45,50	54,50	47,40	52,60	48,99	51,01
	0,8	48,27	51,73	50,36	49,64	52,04	47,96	53,43	46,57	54,61	45,39
200	0	10,44	89,56	17,21	82,79	22,15	77,85	25,99	74,01	29,10	70,90
	0,2	20,85	79,15	25,94	74,06	29,79	70,21	32,84	67,16	35,35	64,65
	0,4	29,93	70,07	33,74	66,26	36,70	63,30	39,10	60,90	41,10	58,90
	0,6	37,90	62,10	40,72	59,28	42,97	57,03	44,84	55,16	46,42	53,58
	0,8	44,93	55,07	46,99	53,01	48,68	51,32	50,11	49,89	51,33	48,67

3.1.2 Relación de lados de 1.33

En este ítem se realiza un análisis análogo al descrito en el punto 3.1.1

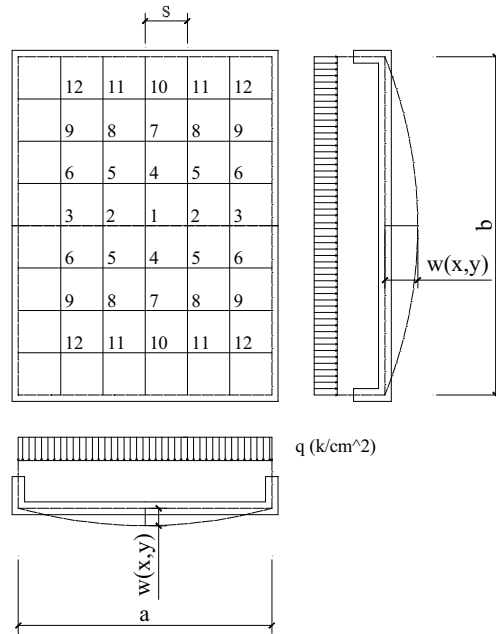


Figura 2 Esquema de dispositivo.

Tabla 2. Porcentajes que toma la placa y las vigas para distintos valores de μ , N , α con :
 $q = 0,1\text{k/cm}^2$, $k = 40\text{ k/cm}^2$.

μ	α	N									
		0,2		0,4		0,6		0,8		1,0	
		Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%
0	0	34,52	65,48	45,59	54,41	51,26	48,74	54,84	45,16	57,32	42,68
	0,2	43,91	56,09	52,77	47,23	57,31	42,69	60,15	39,85	62,15	37,85
	0,4	53,31	46,69	59,94	40,06	63,35	36,65	65,48	34,52	66,98	33,02
	0,6	62,70	37,30	67,12	32,88	69,39	30,61	70,81	29,19	71,81	28,19
	0,8	72,09	27,91	74,30	25,70	75,43	24,57	76,15	23,85	76,64	23,36
50	0	33,50	66,50	44,43	55,57	50,17	49,83	53,81	46,19	56,37	43,63
	0,2	42,36	57,64	51,23	48,77	55,90	44,10	58,87	41,13	60,96	39,04
	0,4	51,01	48,99	57,88	42,12	61,52	38,48	63,84	36,16	65,47	34,53
	0,6	59,47	40,53	64,41	35,59	67,30	32,70	68,71	31,29	69,89	30,11
	0,8	67,73	32,27	70,80	29,20	72,44	27,56	73,49	26,51	74,22	25,78
100	0	32,48	67,52	43,22	56,78	48,98	51,02	52,68	47,32	55,30	44,70
	0,2	40,81	59,19	49,61	50,39	54,37	45,63	57,44	42,56	59,62	40,38
	0,4	40,75	59,25	55,74	44,26	59,56	40,44	62,03	37,97	63,79	36,21
	0,6	56,34	43,66	61,63	38,37	64,55	35,45	66,45	33,55	67,80	32,20
	0,8	63,59	36,41	67,30	32,70	69,37	30,63	70,72	29,28	71,68	28,32
150	0	31,48	68,52	41,97	58,03	47,70	52,30	51,47	48,53	54,06	45,94
	0,2	39,28	60,72	47,92	52,08	52,71	47,29	55,84	44,16	58,70	41,30
	0,4	46,54	53,46	53,52	46,48	57,44	42,56	60,02	39,98	61,87	38,13
	0,6	53,33	46,67	58,80	41,20	61,93	38,07	64,00	36,00	65,48	34,52
	0,8	59,68	40,32	63,80	36,20	66,19	33,81	67,77	32,23	68,91	31,09
200	0	30,50	69,50	40,67	59,33	46,31	53,69	49,99	50,01	52,64	47,36
	0,2	37,79	62,21	46,18	53,82	50,92	49,08	54,05	45,95	56,30	43,70
	0,4	44,41	55,59	51,25	48,75	55,20	44,80	57,82	42,18	59,71	40,29
	0,6	50,46	49,54	55,96	44,04	59,18	40,82	61,34	38,66	62,91	37,09
	0,8	56,01	43,99	60,33	39,67	62,91	37,09	64,65	35,35	65,91	34,09

3.2 Análisis de los resultados

Analizando los resultados se observa que:

- Para un coeficiente de reacción de la subrasante constante ($\mu = Cte.$), a medida que aumenta el parámetro adimensional N (es decir, cuando disminuye la rigidez de la placa) aumenta el % de carga que toma la placa.
- Cuando el parámetro adimensional α se incrementa, aumenta el porcentaje de reacción en la placa, es decir la placa toma mayor carga.
- A medida que aumenta el parámetro característico de la subrasante μ manteniendo constantes los parámetros N y α , se observa que la placa toma porcentajes menores de cargas, llegando a variar en 16,55 %, entre $\mu = 0$ (k constante) y $\mu = 200$.
- En general cuando aumenta N para un mismo α , el porcentaje de reacción de la placa aumenta y ese porcentaje disminuye con el aumento de μ .
- Para un cierto valor de μ , α , N , la placa con relación de lados 1,33 toma mayor porcentaje de reacción que la placa cuya relación de lados es 1,5.
- Se observa que, cuando la relación de medidas se aproxima a 1 (placa cuadrada), la disminución de reacción por aumento de N es algo mayor que en las restantes relaciones de medidas.

3.3 Placa de Fundación con una relación de lados 1.5, q variable y k variable

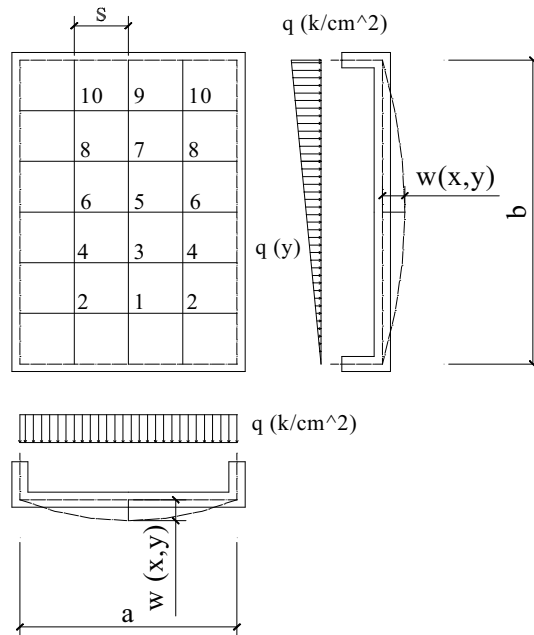


Figura 3. Esquema de dispositivo

De la misma manera que en los casos anteriores, se estableció un programa para la generalización de los resultados, obteniéndose los siguientes porcentajes de repartición de reacción que se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Porcentajes que toma la placa para distintos valores de μ , N , α con :
 $q_{\max} = 0,1 \text{ k/cm}^2$ variable en una dirección y, $k = 40 \text{ k/cm}^2$.

μ	α	N									
		0,2		0,4		0,6		0,8		1,0	
		Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%	Rp%	Rv%
0	0	13,40	86,60	22,13	77,87	28,30	71,70	32,90	67,10	36,49	63,51
	0,2	40,34	59,66	47,33	52,67	52,27	47,73	55,95	44,05	58,82	41,18
	0,4	67,29	32,71	72,53	27,47	76,23	23,77	79,00	21,00	81,15	18,85
	0,6	94,24	5,76	97,74	2,26	100,20	-0,20	102,05	-2,05	103,48	-3,48
	0,8	121,19	-21,19	122,94	-22,94	124,17	-24,17	125,10	-25,10	125,81	-25,81
50	0	12,90	87,10	21,60	78,40	26,84	73,16	31,21	68,79	34,67	65,33
	0,2	35,98	64,02	42,01	57,99	46,40	53,60	49,78	50,22	52,49	47,51
	0,4	55,76	44,24	60,20	39,80	63,51	36,49	66,10	33,90	68,21	31,79
	0,6	72,87	27,13	76,11	23,89	78,59	21,41	80,56	19,44	82,18	17,82
	0,8	87,80	12,20	90,14	9,86	91,97	8,03	93,44	6,56	94,66	5,34
100	0	13,15	86,85	21,59	78,41	27,57	72,43	32,07	67,93	35,61	64,39
	0,2	38,06	61,94	44,55	55,45	49,22	50,78	52,77	47,23	55,58	44,42
	0,4	61,04	38,96	65,89	34,11	69,43	30,57	72,14	27,86	74,31	25,69
	0,6	82,30	17,70	85,76	14,24	88,32	11,68	90,31	9,69	91,90	8,10
	0,8	102,01	-2,01	104,31	-4,31	106,03	-6,03	107,37	-7,37	108,45	-8,45
150	0	13,03	86,97	21,32	78,68	27,21	72,79	31,65	68,35	35,14	64,86
	0,2	36,99	63,01	43,25	56,75	47,78	52,22	51,25	48,75	54,01	45,99
	0,4	58,29	41,71	62,93	37,07	66,36	33,64	69,03	30,97	71,17	28,83
	0,6	77,32	22,68	80,69	19,31	83,22	16,78	85,21	14,79	86,83	13,17
	0,8	94,41	5,59	96,76	3,24	98,57	1,43	100,00	0,00	101,18	-1,18
200	0	12,90	87,10	21,60	78,40	26,84	73,16	31,21	68,79	34,67	65,33
	0,2	35,98	64,02	42,01	57,99	46,39	53,61	49,78	50,22	52,48	47,52
	0,4	55,76	44,24	60,20	39,80	63,51	36,49	66,10	33,90	68,21	31,79
	0,6	72,87	27,13	76,11	23,89	78,59	21,41	80,56	19,44	82,18	17,82
	0,8	87,80	12,20	90,14	9,86	91,97	8,03	93,44	6,56	94,66	5,34

Estudiando los resultados se aprecia que:

- a) Para un coeficiente de reacción de la subrasante constante ($\mu = Cte.$), a medida que aumenta el parámetro adimensional N (es decir, disminuye la rigidez de la placa o aumenta la rigidez de las vigas) aumenta el % de reacción que toma la placa.
- b) A medida que el parámetro adimensional α se incrementa, aumenta el porcentaje de reacción en la placa, es decir la placa toma mayor carga, este análisis se realiza considerando N y μ constante.
- c) Cuando aumenta el parámetro característico de la subrasante μ , para un mismo parámetro N y α , prácticamente no existen variaciones en el porcentaje de reacción de la subrasante que toma la placa, a diferencia de lo que ocurre con q constante.
- d) En general, cuando aumenta N para un mismo α , el porcentaje de reacción de la placa aumenta y ese porcentaje aumenta con el incremento de μ .
- e) Se aprecia que para el caso de carga con variación lineal, el porcentaje de reacciones en las vigas puede ser negativo, lo que implicaría que las vigas estén trabajando como anclajes de las plateas, esta situación suele presentarse para α elevados, este es el caso de suelos altamente deformables tales como la arena suelta.

4. CONCLUSIONES

En función de los resultados obtenidos se pudo:

- Utilizar un método numérico de aplicación general, mediante un procedimiento iterativo, que permita establecer la distribución de reacciones en estructuras de fundación, sobre subrasante de reacción no lineal.
- Evaluar la diferencia de comportamiento caracterizándolo a través de la repartición de las reacciones entre platea y vigas de borde, considerando a este dato como efecto determinante para el dispositivo estructural.
- Evaluar la influencia del comportamiento hiperbólico de la subrasante (parámetro μ), a través de la repartición de las reacciones.
Comparando con los resultados de los casos estudiados, cuando la carga es constante, se observar que:
- Para un cierto valor de μ , α , N , la placa de relación de lados 1,33 toma mayor porcentaje de reacción, que la placa de relación de lados igual a 1,5.
- Se observa que cuando la relación de medidas se aproxima a 1 (placa cuadrada), la disminución de reacción por aumento de N es algo mayor que en las restantes relaciones de medidas.

Otra conclusión importante que se obtuvo cuando la carga externa varía linealmente es:

- Que el porcentaje de reacciones en las vigas pueden ser negativas, lo que implicaría que las vigas de borde estén trabajando como anclajes de la placa, situación que se puede presentar cuando α es grande, este es el caso de suelos altamente deformables tales como la arenas suelta.

REFERENCIAS

- [1] S. Timoshenko, S. Woinowsky Krieger “*Theory of Plate and Shells*”, Mc Graw Hill, Kogakusha, Japan, (1959).
- [2] S. Tanvir Wati, “A simple finite element for beams on elastic foundations”, *Strain*, vol. 31 N° 4, Nov., pp. 135–142, (1995).
- [3] A. Gusman; C. Luisoni; G. Ventura: “*Curso de Elasticidad Aplicada*”, Cuaderno II; Facultad de Ciencias Exactas y Tecnológicas, Universidad Nacional, Tucumán (1961).
- [4] J.C. Paloto, R.D. Santos, “Estudio de plateas de fundación mediante métodos numéricos”, *X ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Bariloche, Argentina, pp. 415–420, (1997).
- [5] J.C. Paloto, R.D. Santos.: “Distribución de las reacciones en plateas de fundación bajo carga variable”, *MECOM '99*, AMCA, pp. 107, Mendoza, Argentina, (1999).
- [6] J.C. Paloto, R.D. Santos, “Sobre la capacidad de soporte en fundaciones según el tipo de reacción del suelo”, *XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural*, Punta del Este, Uruguay, Vol. I, pág. 147 y en C.D. trabajo N° 1.10.3, (2000).
- [7] J.C. Paloto, J.C., R.D. Santos, C. Orbanich; “Procedimiento Mejorado para Determinar la Repartición de Reacciones de Fundación”, *XII ENIEF – Mecánica Computacional*, AMCA, Córdoba, Argentina, pp. 306-312, (2001).
- [8] J.C. Paloto, R.D. Santos, P. Domínguez, “Predeterminación de la repartición de las reacciones en un dispositivo de platea de fundación”. *Congreso de Ingeniería 2000*, Bs.As., en C.D., trabajo N° 49, (2002)
- [9] Matlab 4.0. and Simulink(TM) Version 1.2c, for Microsoft Windows (C) Copyright, The MathWorks, Inc.(1998)