

## INDICADORES DE VORTICIDAD PARA EL DISEÑO DE ESTACIONES DE BOMBEO

### VORTICITY INDICATORS FOR PUMPING STATION DESIGN

Martín Sabarots Gerbec<sup>a,b</sup>, Ariel D. Fanelli<sup>b</sup> y Santiago Guizzardi<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Laboratorio de Hidráulica, Instituto Nacional del Agua, Ezeiza, Argentina, [msabger@gmail.com](mailto:msabger@gmail.com),  
<http://www.ina.gob.ar/>

<sup>b</sup>Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina, [msabger@gmail.com](mailto:msabger@gmail.com),  
<http://www.fi.uba.ar/>

**Palabras clave:** ángulo de rotación, estaciones de bombeo, vorticidad, lambda-2, helicidad.

**Resumen.** Las estaciones de bombeo son estructuras hidráulicas utilizadas en diversas aplicaciones como refrigeración, suministro de agua potable y saneamiento. Uno de los parámetros clave en el diseño de estas obras es el ángulo de rotación o remolino (swirl angle, SA). La norma (ANSI/HI98, 2012) establece pautas para el diseño, definiendo un valor máximo de 5° en condiciones permanentes y cuya medición se realiza en modelos físicos. Aunque los modelos de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) son útiles para optimizar el flujo hacia la bomba, no se utilizan para determinar la idoneidad del diseño, ya que no ofrecen una medición directa del SA. En este estudio, se implementó un modelo numérico y analizaron indicadores de vorticidad, con el objetivo de simular diferentes condiciones hidrodinámicas en una dársena de bombeo para luego comparar los resultados con las recomendaciones normas técnicas y mediciones experimentales. Se observaron correlaciones entre la magnitud ángulo de rotación y los indicadores Lambda-2 y Criterio-Q, mientras que el ángulo de rotación (teniendo en cuenta el signo de giro) se corresponde mejor con la Helicidad. Para las simulaciones de ensayos experimentales se obtuvo que para valores de Helicidad de 0.1, las condiciones se corresponden con condiciones críticas de operación, es decir ángulos de rotación superiores a 5°.

**Keywords:** swirl angle, pumping stations, vorticity, Lambda-2, helicity.

**Abstract.** Pumping stations are hydraulic structures used in various applications such as cooling, supply of drinking water, and sanitation. One of the key parameters in the design of these works is the rotation or swirl angle (SA). The (ANSI/HI98, 2012) standard establishes guidelines for the design, defining a maximum value of 5° under permanent conditions, and its measurement is carried out on physical models. Although Computational Fluid Dynamics (CFD) models are useful for optimizing flow to the pump, they are not used to determine the suitability of the design since they do not provide a direct measurement of SA. In this study, a numerical model was implemented, and vorticity indicators were analyzed with the aim of simulating different hydrodynamic conditions in a pumping basin and then comparing the results with technical standards recommendations and experimental measurements. Correlations were observed between the magnitude of the rotation angle and the Lambda-2 and Q-criterion indicators, while the rotation angle (taking into account the direction of rotation) corresponds better with helicity. For experimental test simulations, it was determined that for Helicity values of 0.1, the conditions correspond to critical operating conditions, meaning rotation angles exceeding 5°.

## 1. INTRODUCCIÓN

Actualmente, la metodología indicada por la norma [ANSI/HI98 \(2012\)](#) para determinar si el diseño de una estación de bombeo es aceptable o no, implica la construcción de un modelo físico en el cual se mide el ángulo de rotación (SA), mediante el uso de un dispositivo mecánico (rotámetro) colocado antes de la ubicación final de la bomba. Esto demanda costos y tiempos significativos en el estudio de la obra hidráulica.

En paralelo, la misma norma menciona el uso de modelos de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD), proponiéndolos como una herramienta útil para optimizar el flujo hacia la bomba ([Sabarots Gerbec y Guizzardi, 2022](#)), identificación de vórtices ([Okamura et al., 2007](#)) o detectar patrones de escurrimiento ineficientes ([Elsaeed et al., 2020](#)), pero sin determinar la idoneidad del diseño. A partir del modelo CFD la medición del ángulo de remolino no es directa, pero es posible computarse a partir del campo de velocidades como parte del postprocesamiento. No obstante, mantiene algunas diferencias con la metodología tradicional, ya que el rotámetro por estar inmerso en el flujo interactúa con este y se ve afectado por factores mecánicos propios del dispositivo de medición.

Ahora bien, debe tenerse presente que en materia de análisis de vórtices, que son los que afectan el ángulo de rotación, los modelos CFD permiten calcular indicadores de la rotación del flujo con mayor facilidad de postproceso. El uso de alguno de estos criterios puede enriquecer y mejorar el estudio de las estaciones de bombeo y los criterios de aceptabilidad hidráulica de las mismas, como también disminuir tiempos y costos en la definición de la factibilidad técnica de una obra de bombeo.

## 2. OBJETIVO

Teniendo en cuenta la existencia de distintos indicadores para detectar estructuras de vórtices coherentes (Lambda-2, Criterio Q, Helicidad, Vorticidad, etc), y que ninguno de estos están contemplados en la norma a fin de determinar si el funcionamiento de una estación de bombeo es aceptable, el objetivo de este trabajo es analizar la correlación entre distintos indicadores con los parámetros establecidos por las normas de diseño y evaluar si es posible definir umbrales para el correcto funcionamiento de las estructuras.

## 3. METODOLOGIA

Con el fin de analizar las correlaciones entre el ángulo de rotación y los indicadores de vorticidad, se implementan modelos de CFD de casos geoméricamente simples, lo que permite acotar los grados de libertad y tener una mejor comprensión del problema. Por geoméricamente simple se entiende una dársena rectangular, de aproximación frontal, sin dispositivos antivórtices ni singularidades que pudiesen alterar el flujo (véase la Fig. 1).

Ahora bien, dado que lo que se busca analizar son situaciones donde las características del escurrimiento inducen vórtices no admisibles por la norma se proponen dos modelaciones:

- Prototipo: A partir de la geometría definida por la norma se generan sensibilidades al apartamiento del diseño, ya sea modificando la geometría de la dársena como también operando a niveles menores a los recomendados (reduciendo la sumergencia).
- Laboratorio: A partir de mediciones en modelo físico de una dársena de bombeo en el que la aspiración está ligeramente descentrada, se simulan aquellos escenarios donde se han identificado vórtices sumergidos y superficiales.

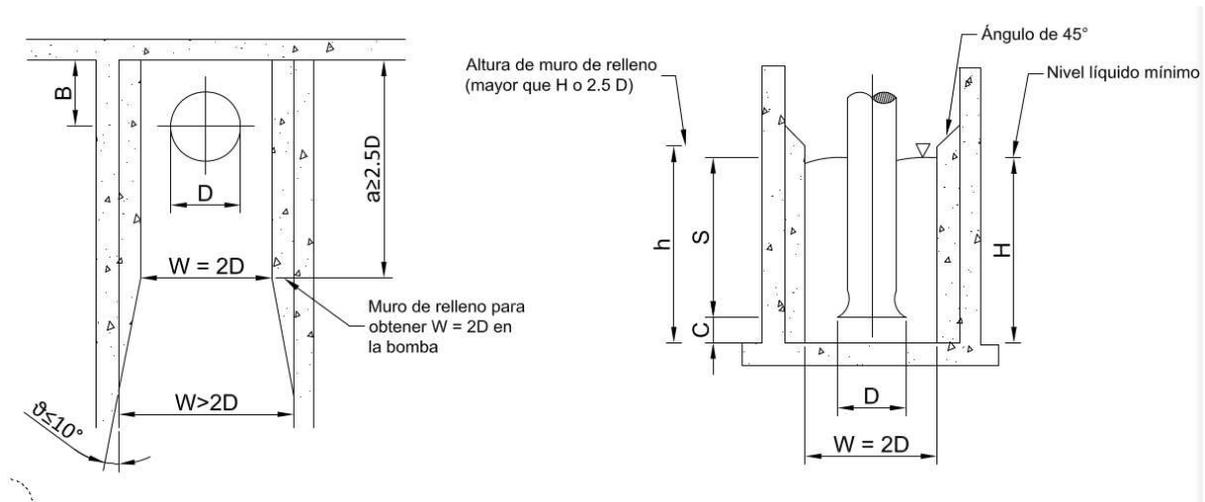


Figura 1: Geometría de dársena.

Las principales características geométricas de cada una de las configuraciones a modelar (prototipo y laboratorio) se encuentran detalladas en la Tabla 1.

Parámetro	Prototipo	Laboratorio
Diámetro de campana, $D_c$ [m]	1,000	0,145
Diámetro de conducción, $D$ [m]	0,508	0,100
Caudal Bombeado, $Q$ [ $m^3/s$ ]	0,710	0,146
Altura de campana, $C$ [m]	5,62	0,10
Ancho de dársena, $W$ [m]	2,00	0,30
Distancia a pared, $B$ [m]	0,75	0,10
Descentrada, $x$ [m]	0,00	0,01

Tabla 1: Parámetros geométricos de dársena y caudal.

### 3.1. Implementación de modelo CFD

Se utilizó el código de código abierto de dominio público *OpenFOAM*, que resuelve numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes en cualquier malla tridimensional de celdas poliédricas. La simulación se realiza a través de un esquema implícito iterativo, de probada robustez, en las variables de presión y velocidad. El código admite la paralelización mediante la técnica de descomposición de dominio, lo que permite una considerable reducción en el tiempo de cálculo. Para flujos multifásicos, en este caso agua-aire o flujos de superficie libre, se aplicó el *solver interFoam*. Para garantizar la convergencia hacia un estado estacionario, se realiza una inspección visual de los resultados y el monitoreo de series temporales de energía total en diferentes secciones del dominio. Para el tratamiento de la superficie libre, se utilizó una variante del método VOF (Volume-of-Fluid), que calcula en cada celda la fracción de volumen ocupada por la fase de agua y la fase de aire, resolviendo las variables de presión y velocidad para cada fase, teniendo en cuenta los efectos viscosos y la densidad de cada fluido.

### 3.2. Turbulencia

En el diseño de estaciones de bombeo, resulta fundamental caracterizar los flujos de rotación cercanos a la succión de la bomba, debido a los problemas que estos flujos rotacionales generan en las bombas, como corrientes altamente concentradas, vórtices sumergidos o en la superficie, remolinos de flujo ingresando a la bomba y distribución no uniforme de la velocidad (Elsaeed et al., 2020).

Los modelos Large Eddy Simulation (LES) son los más adecuados para simular estos fenómenos, aunque presentan un mayor costo computacional (Škerlavaj et al., 2011). Dentro de la familia de modelos LES, se implementó el método DES, que combina el enfoque LES con modelos Reynolds Average Navier-Stokes (RANS) para simular flujos cerca de las paredes.

### 3.3. Domino y condiciones de borde

El dominio de modelación comprende el conducto de succión con una extensión de 10 veces el diámetro del mismo. El ancho de la dársena resulta de la recomendaciones de la norma o bien de las dimensiones del modelo de laboratorio. La longitud de la dársena está condicionada por el desarrollo del perfil de velocidades desde el ingreso aguas arriba hasta la ubicación de la campana de sección, por lo que se tomó una longitud superior a 10 veces el ancho de la dársena.

Para las condiciones de borde (véase la Fig. 2) se utiliza caudal en la salida del conducto de la bomba, el cual es forzado a partir de una serie de velocidad uniforme. Para fijar el nivel en la dársena se emplea una cara ubicada sobre la solera del canal opuesto a la ubicación de la succión. En dicha cara se impone una condición de presión total y entrada libre de caudal. En los contornos sólidos se aplica una condición de velocidad nula y gradiente nulo para las presiones, con una ley de pared rugosa para la definición del perfil logarítmico cercano a la misma. Por último, la cara superior que solo estará en contacto con la fase de aire, tiene una condición de presión atmosférica.

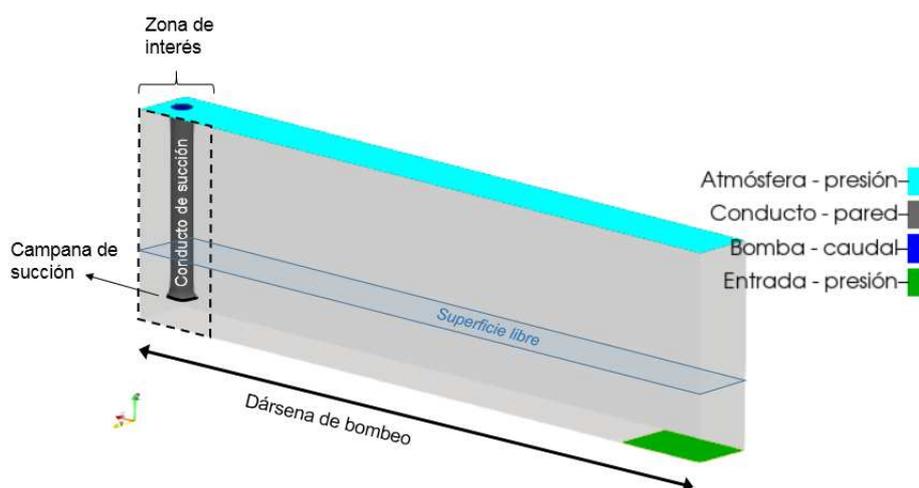


Figura 2: Condiciones de borde.

### 3.4. Aspectos numéricos

Los esquemas numéricos empleados son de segundo orden, específicamente se utilizó "Gauss limitedLinear 1" para los esquemas divergentes de turbulencia. Para la resolución de las ecua-

ciones de conservación de masa y momentum, se empleó PIMPLE con 8 correctores externos, aunque la convergencia se daba entre la 2 y 3 iteración, teniendo un control de residuos de cada paso cuya tolerancia era de 0,05 para la velocidad y 0,005 para la presión. Los factores de relajación se fijaron en 0.3 tanto para velocidad como para presión.

Las simulaciones se llevaron a cabo fijando un valor de Courant de 2, para el cual se ajusta el paso de tiempo.

### 3.5. Escenarios simulados

Se simularon dos configuraciones geométricas distintas. En primer lugar, a partir de una geometría correspondiente a una dársena de bombeo con dimensiones según norma y en escala de prototipo, se generó una configuración base y algunas modificaciones que constituyen ligeros apartamientos geométricos. Por otra parte se tomó el caso de estudio que consiste en una dársena de bombeo similar a la anterior, pero con dimensiones acordes a un modelo en escala de laboratorio y escenarios hidrodinámicos más exigentes desde el punto de vista de la generación de vórtices (Okamura et al., 2007).

La Tabla 2 resumen las características de los escenarios de prototipo donde se busca evaluar los efectos de variar la sumergencia (A1, A2 y A4) respecto de una caso base (A3) y las modificaciones geométricas en el ancho de la dársena (B1 y B2) o la posición de la succión respecto a la pared posterior (B3 y B4).

Escenario	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Sumergencia "S"(m)	Dist. pared "B"(m)	Ancho "W"(m)
A1	0,71	0,94 (-45 %)	0,75	2,0
A2	0,71	0,61 (-64 %)	0,75	2,0
<b>A3</b>	<b>0,71</b>	<b>1,70</b>	<b>0,75</b>	<b>2,0</b>
A4	0,71	2,04 (+20 %)	0,75	2,0
B1	0,71	1,70	0,75	1,8 (-10 %)
B2	0,71	1,70	0,75	1,6 (-20 %)
B3	0,71	1,70	0,68 (-10 %)	2,0
B4	0,71	1,70	0,60 (-20 %)	2,0

Tabla 2: Simulaciones de la configuración prototipo.

Análogamente la Tabla 3 muestra los tres escenarios de laboratorio en los que se modifica la sumergencia y el caudal, donde el escenario de referencia es el C1.

Escenario	Caudal (m <sup>3</sup> /s)	Sumergencia (m)
<b>C1</b>	<b>0.017</b>	<b>0,13 (-70 %)</b>
C2	0.010	0,13 (-70 %)
C3	0.017	0,05 (-90 %)

Tabla 3: Simulaciones de la configuración laboratorio.

### 3.6. Mallado

Para verificar la correcta discretización de la malla se computó el porcentaje de Energía Cinética Turbulenta (ECT) resuelta por el modelo CFD y el porcentaje de la misma modelada mediante el modelo de turbulencia LES. Según Gerasimov (2016) es recomendable que un 80 %

de la ECT sea resuelta por la malla, lo que representaría la resolución del 80 % de la energía del espectro de frecuencia.

Para las simulaciones de prototipo se empleó una malla que alcanzaba a resolver un 50 % de la ECT con un tamaño de 0,41M celdas, lo cual es menor a lo recomendable. Para el caso de laboratorio se evaluaron distintas mallas desde una análoga al del caso anterior con 0,45M elementos, incrementando la discretización a 1,15M de elementos y resolviendo un 80 % de la ECT hasta una malla aún más fina que permitía la resolución de un 90 % de la ECT, con un tamaño total de 3,86M de celdas.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Indicadores de vorticidad

El campo de velocidad es una salida directa de un modelo CFD, mientras que el flujo de rotación se evaluó mediante cuatro indicadores diferentes: ángulo de remolino, un indicador de la intensidad de la rotación del flujo (ANSI/HI98, 2012); Lambda-2, un algoritmo para la detección de núcleos de vórtices. El criterio L-2 determina, para cualquier punto en el fluido, si dicho punto forma parte de un núcleo de vórtice (Schafhitzel et al., 2008); Criterio Q: donde  $Q > 0$  representa la existencia de un vórtice. El criterio Q define los vórtices como áreas donde la magnitud de la vorticidad es mayor que la magnitud de la tasa de deformación (Zhan et al., 2019); y Helicidad, una cantidad escalar definida como el producto interno de los vectores de velocidad y vorticidad (Guo et al., 2017). En la Figura 3 se pueden observar los 3 indicadores para el caso C1. Por un lado se aprecia que Lambda-2 y Criterio Q muestran estructuras casi idénticas, mientras que la Helicidad es compatible en la columna de succión, pero no logra captar con la misma intensidad los vórtices de superficie y sumergidos que sí se observan con los otros 2 indicadores.

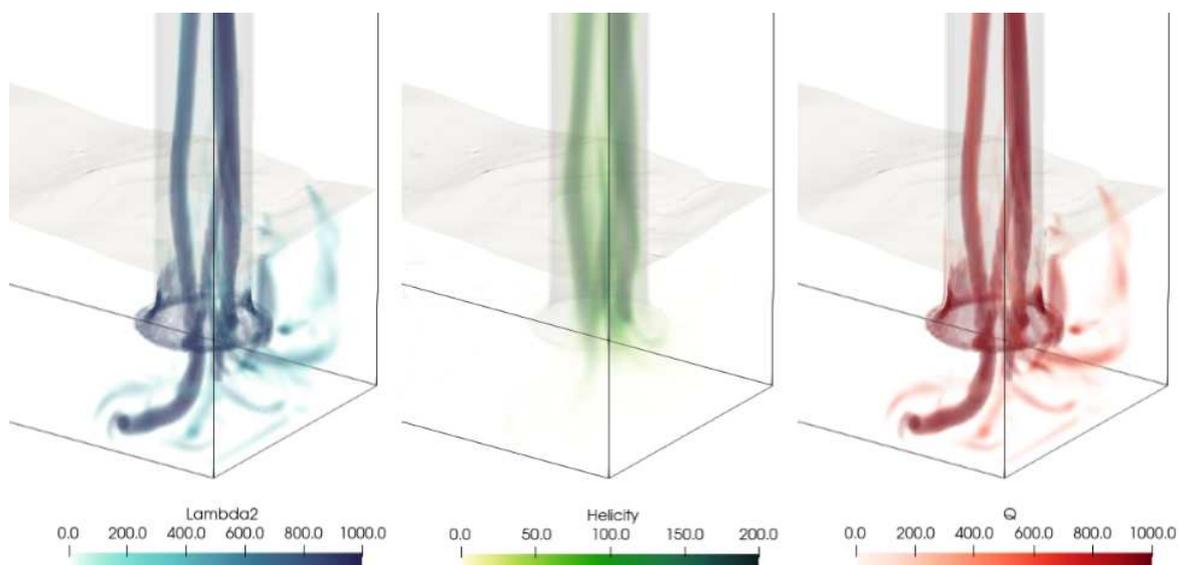


Figura 3: Indicadores de vorticidad para la simulación C1.

### 4.2. Vórtices en la conducción

A partir de las simulaciones realizadas se analizan los campos de velocidad e indicadores de vorticidad en un plano horizontal ubicado a una distancia de 4 veces el diámetro de la conduc-

ción (esto es lo que indica la norma para la ubicación del rotámetro en la medición del ángulo de rotación). A partir del campo de velocidades, se postprocesa el ángulo de rotación teniendo en cuenta el signo de rotación (SAsg) o solo cuantificando el valor absoluto (SA).

Se presentan los cortes en dicho plano con los vectores de velocidad y la magnitud del campo de  $\Lambda_2$ . En la Figura 4 se presentan los correspondientes a las simulaciones de prototipo. En primer lugar se observa que las diferentes modificaciones respecto del escenario base (A3), influyen en el campo de velocidad dentro del conducto, lo cual se refleja en la estructura de vórtices identificada mediante  $\Lambda_2$ . Para el caso de A3, se observa un flujo sintético con 2 vórtices principales y otro par secundarios ubicados en la parte cercana a la pared posterior.

La reducción de la sumergencia (A1 y A2), genera un patrón más asimétrico, pero al mismo tiempo la intensidad de los vórtices disminuye. El aumento de sumergencia (A4) en cambio mantiene el patrón sintético de velocidades pero disminuyendo la intensidad de los vórtices.

La reducción del ancho de dársena (B1 y B2) si bien no afecta significativamente la simetría del flujo transversal, modifica la intensidad y ubicación de los vórtices. Por último, el corrimiento de la succión hacia la pared posterior (B3 y B4) disminuye ligeramente con vórtices secundarios.

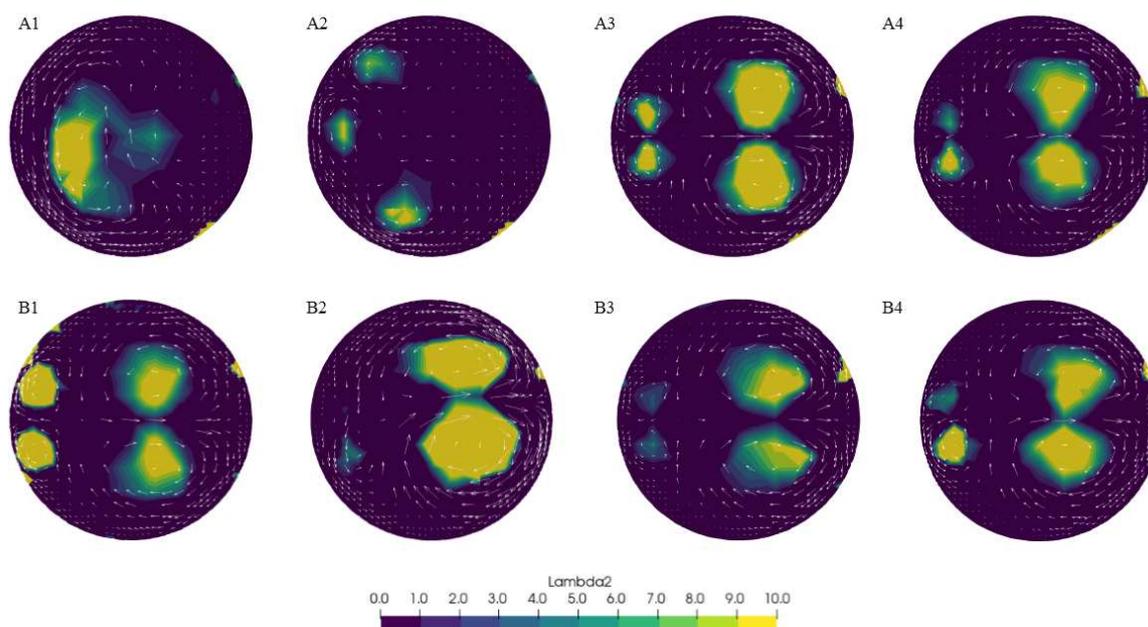


Figura 4:  $\Lambda_2$  y vectores de velocidad en el plano de análisis para las simulaciones de prototipo

Por otra parte la Tabla 4 muestra el resumen de los indicadores para las simulaciones de prototipo con sus valores medios y entre paréntesis los desvíos estándar de las series. Allí se observa que tomar la magnitud del ángulo de rotación llevaría a una sobreestimación del SA, ya que no tiene en cuenta que en presencia de dos vórtices antisimétricos el ángulo de rotación final sería cercano a cero. Sucede algo similar con  $\Lambda_2$  y Criterio Q dado que ambos cuantifican magnitud, mientras que la Helicidad si tiene en cuenta el sentido de rotación.

Análogamente, la Tabla 5 muestra los resultados de las simulaciones de laboratorio. Por los ensayos planteados, en este caso es más evidente la disminución de la rotación al bajar el caudal (C2) manifestado tanto en SAsg como en la Helicidad. Por el contrario, la disminución excesiva de la sumergencia (C3), muestra un aumento del SAsg.

Malla	SA(°)	SAsg(°)	Lambda-2	Criterio Q	Helicidad
A1	1.83(0.09)	-1.15(0.17)	0.19(0.03)	0.24(0.03)	0.70(0.19)
A2	0.92(0.13)	-0.08(0.19)	0.09(0.01)	0.14(0.01)	0.11(0.10)
<b>A3</b>	<b>2.12(0.13)</b>	<b>-0.02(0.06)</b>	<b>0.41(0.06)</b>	<b>0.43(0.06)</b>	<b>-1.12(0.15)</b>
A4	1.85(0.02)	0.00(0.03)	0.31(0.01)	0.33(0.01)	-0.85(0.11)
B1	2.03(0.20)	-0.06(0.03)	0.52(0.09)	0.71(0.10)	-0.71(0.13)
B2	2.82(0.29)	0.03(0.08)	0.70(0.13)	0.72(0.13)	-0.57(0.56)
B3	2.06(0.18)	-0.07(0.04)	0.30(0.08)	0.33(0.07)	-0.04(0.08)
B4	1.83(0.12)	0.24(0.04)	0.32(0.05)	0.34(0.05)	-0.06(0.03)

Tabla 4: Indicadores de simulaciones prototipo.

Malla	SA(°)	SAsg(°)	Lambda-2	Criterio Q	Helicidad
<b>C1</b>	<b>5.89(0.95)</b>	<b>1.49(1.77)</b>	<b>2.04(0.48)</b>	<b>2.04(0.48)</b>	<b>-0.05(0.05)</b>
C2	5.41(1.58)	1.64(1.56)	0.68(0.26)	0.68(0.26)	-0.01(0.02)
C3	4.67(2.05)	3.11(2.19)	1.27(0.8)	1.27(0.81)	-0.07(0.05)

Tabla 5: Indicadores de simulaciones laboratorio.

Tomando las series simuladas y correlacionando los indicadores con el ángulo de rotación, se observa que por un lado Lambda-2 correlación con la magnitud del ángulo de rotación, lo cual es consistente con las medias temporales presentadas antes (véase Fig. 5).

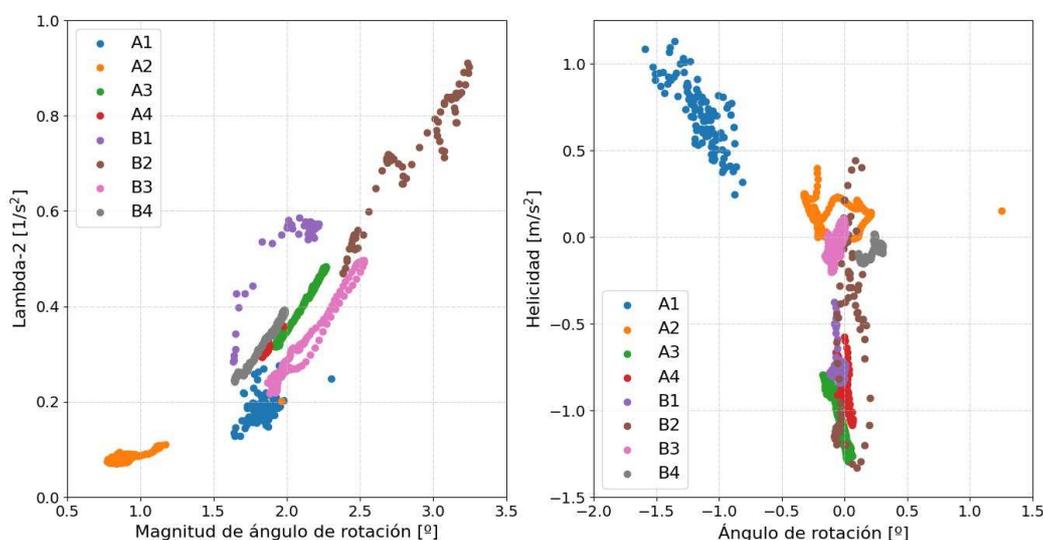


Figura 5: Correlación Lambda-2 y magnitud de ángulo de rotación - Simulaciones prototipo

Para el caso de la Helicidad ocurre lo contrario, ya que al tener en cuenta el sentido de giro en la vorticidad, correlaciona mejor con el ángulo de rotación (teniendo en cuenta su signo). Esto no se observa claramente en el conjunto de ensayos de prototipo, pero si en los de laboratorio, como se ve en la Figura 6).

Se observa también una mayor variabilidad en el ángulo de rotación, asociado a la asimetría geométrica en la posición de la succión. Además el caso C2, con un menor caudal de succión, genera menores indicadores de vorticidad tanto en magnitud (Lambda-2) como en sentido de

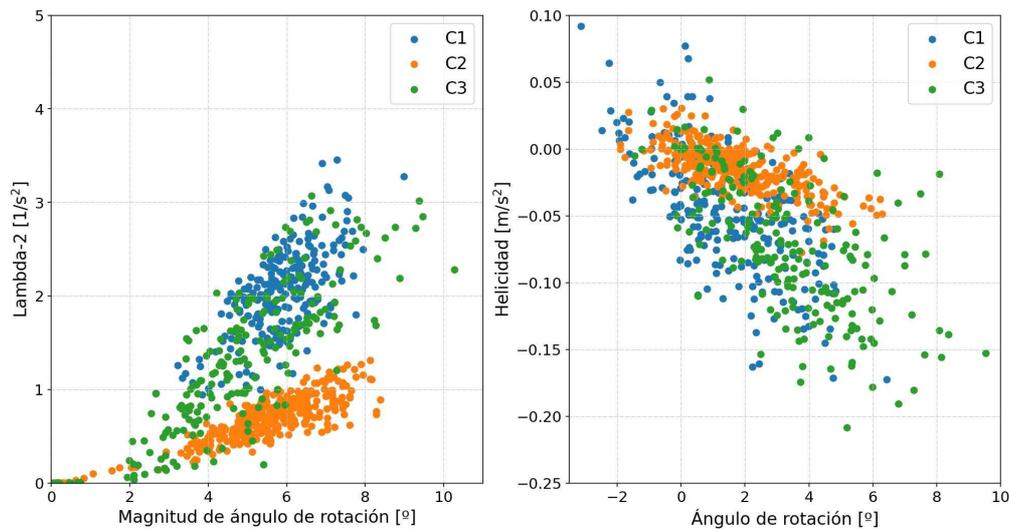


Figura 6: Correlación Helicidad y ángulo de rotación - Simulaciones laboratorio

giro (Helicidad), pero de todas formas el ángulo de rotación tiene una variación entre  $0^\circ$  y  $3,5^\circ$  aproximadamente.

#### 4.3. Sensibilidad a la malla

Un aspecto importante para evaluar la robustez de los indicadores resultó un análisis de sensibilidad a la malla. Se analizó el escenario C1 empleando las discretizaciones mencionadas anteriormente y procesando los indicadores de vorticidad en cada caso. La Tabla 6 muestra la comparación de indicadores entre cada una, mientras que la Figura 7 muestra la correlación entre para los puntos de la serie de tiempo procesada.

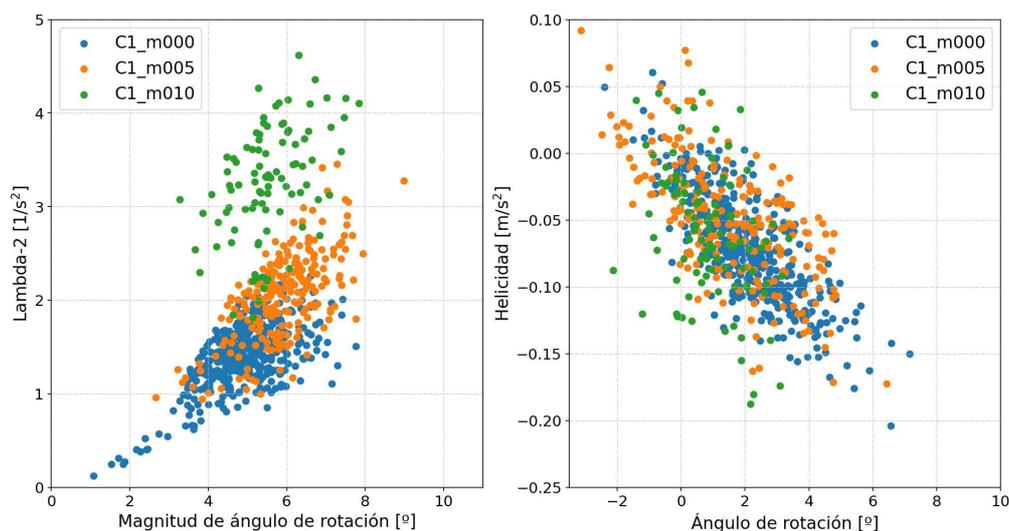


Figura 7: Correlación Lambda-2 y magnitud ángulo de rotación - Simulaciones laboratorio

Se observa una mayor robustez de los resultados en el indicador de Helicidad, mientras que para Lambda-2, la disminución del tamaño de celda logra capturar intensidades mayores.

Malla	SA(°)	SAsg(°)	Lambda-2	Criterio Q	Helicidad
C1 m000	4,9 (0,94)	2,1 (1,41)	1,42 (0,34)	1,42 (0,34)	-0,07 (0,04)
C1 m050	5,9 (0,95)	1,5 (1,77)	2,04 (0,48)	2,04 (0,48)	-0,04 (0,05)
C1 m010	5,5 (0,88)	0,8 (1,14)	3,24 (0,62)	3,25 (0,62)	-0,06 (0,05)

Tabla 6: Sensibilidad de malla - indicadores para C1.

## 5. CONCLUSIONES

Para analizar la magnitud de la rotación del flujo, los indicadores de Lambda-2 y Criterio Q son los más adecuados y correlacionan bien con la magnitud del ángulo de rotación. Sin embargo, si se busca un indicador consistente con la normativa, la Helicidad sería el más apto por tener en cuenta el sentido de rotación de cada estructura de vórtice. Los indicadores de magnitud, si permitieron identificar los vórtices sumergidos y superficiales en la aproximación a la campana de succión, que es de fundamental interés cuando se plantean medidas de mitigación como dispositivos antivórtices. En relación a la sensibilidad a la malla, se pudo observar que los indicadores Lambda-2 y Criterio Q se ven afectados por la discretización, mientras que la Helicidad mostró mayor robustez. No obstante, alcanzar una resolución del 80 % o más de la ECT por la malla resulta fundamental para la confiabilidad de los resultados.

La utilización de indicadores de vorticidad como evaluación del desempeño de una estación de bombeo, facilita la posibilidad de inspeccionar visualmente las estructuras de vórtices coherentes y cuantificar la intensidad y duración de cada uno. Se han identificado las principales ventajas y limitaciones en el uso de indicadores de vorticidad, no obstante se requieren más ensayos (en especial comparados con modelos físicos) para poder definir umbrales de aceptabilidad del diseño hidráulico

## REFERENCIAS

- ANSI/HI98. American national standard for pump intake design. 2012.
- Elsaeed G., Farouk E., y Ghanem A. Study the parameters affect on pump intake design using cfd. 11:898, 2020.
- Gerasimov A. Quick guide to setting up les-type simulations. *ANSYS LES Quick Setup Guide*, 2016.
- Guo Z.W., Chen F., Wu P.F., y Qian Z.D. Three-dimensional simulation of air entrainment in a sump pump. *Journal of Hydraulic Engineering*, 143(9):04017024, 2017.
- Okamura T., Kamemoto K., y Matsui J. Cfd prediction and model experiment on suction vortices in pump sump. *The 9th Asian International Conference on Fluid Machinery*, 2007.
- Sabarots Gerbec M. y Guizzardi S. *Hydrodynamic Optimization of a large Pumping Station with complex geometry*. IARH 39th World Congress, 2022.
- Schafhitzel T., Vollrath J.E., Gois J.P., Weiskopf D., Castelo A., y Ertl T. Topology-preserving 2-based vortex core line detection for flow visualization. *Computer Graphics Forum*, (3), 2008.
- Zhan J.m., Li Y.t., Wai W.h., y Hu W.Q. Comparison between the q criterion and vortex in the application of an in-stream structure. *Physics of Fluids*, 31, 2019.
- Škerlavaj A., Škerget L., Ravnik J., y Lipej A. Choice of a turbulence model for pump intakes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part A Journal of Power and Energy*, 2011.