

CONVECCION NATURAL EN CAVIDADES CON PARED SUPERIOR HORIZONTAL E INFERIOR INCLINADA

NATURAL CONVECTION IN CAVITIES WITH A HORIZONTAL UPPER WALL AND AN INCLINED LOWER WALL

Ester S. Esteban^a, Ana M. Aramayo^b y Beatriz E. Copa^b

^a*Instituto de Energía No Convencional (INENCO), Departamento de Física, s.esteban593@gmail.com*

^b*Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, am.baranado@gmail.com, Universidad Nacional de Salta. Av. Bolivia 5150, Salta, 4400*

Palabras clave: Cavidad, convección natural, longitud característica.

Resumen. El objetivo del presente trabajo es extender un estudio realizado en cavidades tipo ático (pared inferior horizontal calentada y pared superior inclinada enfriada), en lo relacionado tanto al comportamiento del flujo en el interior de la cavidad, como a las correlaciones entre el número de Rayleigh (Ra) y Nusselt (Nu). La geometría consiste en dos paredes verticales aisladas, una pared inferior calentada inclinada y una pared superior enfriada horizontal (geometría invertida). La inclinación de la pared inferior varía de 0° a 30° , en tanto que la diferencia de temperatura entre las paredes inferior y superior, entre 1°C y 30°C . En todos los casos simulados se ha obtenido dos tipos de flujos: multicelular y unicelular. Para ángulos menores a un valor crítico el flujo es multicelular; mientras que, para ángulos mayores, el flujo es del tipo unicelular. Los resultados numéricos obtenidos muestran que, para los distintos saltos de temperatura, a medida que aumenta el ángulo de inclinación el número de celdas convectivas disminuye. Para una cavidad tipo ático se ha encontrado que la longitud característica que describe el mecanismo de transferencia de calor multicelular, se distingue por disminuir a medida que aumenta el ángulo de inclinación. En el presente trabajo, se analiza si esta longitud sigue describiendo el comportamiento de flujo obtenido para la geometría invertida.

Keywords: Cavity, natural convection, characteristic length.

Abstract. The aim of this paper is to extend a study carried out in attic-type cavities (lower horizontal heated wall and upper inclined cooled wall), in relation to both the behavior of the flow inside the cavity, as well as the correlations between the number Rayleigh (Ra) and Nusselt (Nu). The geometry consists of two insulated vertical walls, an inclined lower heated wall and a horizontal upper cooled wall (inverted geometry). The inclination of the lower wall varies from 0° to 30° , while the temperature difference between the lower and upper walls, between 1°C and 30°C . In all the simulated cases, two types of flows have been obtained: multicellular and unicellular. For angles less than a critical value the flow is multicellular; while, for larger angles, the flow is of the unicellular type. The numerical results obtained show that for the different temperature jumps, as the angle of inclination increases, the number of convective cells decreases. For an attic-type cavity, it has been found that the characteristic length that describes the multicellular heat transfer mechanism is distinguished by decreasing as the angle of inclination increases. In the present work, it is analyzed if this length still describes the flow behavior obtained for the inverted geometry.

1 INTRODUCCIÓN

El estudio de la transferencia de calor en el interior de recintos trapezoidales, en régimen de convección natural, tiene diversas aplicaciones tales como acondicionamiento térmico en áticos, análisis de la performance de colectores solares y destiladores multietapas, entre otras.

El tipo de régimen encontrado en el interior de este tipo de cavidades depende, tanto de la diferencia de temperatura impuesta en las paredes inferior y superior, como de la variación del ángulo de inclinación de las paredes activas. Por lo tanto, las longitudes propuestas para determinar una correlación entre el número de Nusselt y Rayleigh, deben tener en cuenta estas dependencias. Las longitudes características propuestas pueden aumentar o disminuir con el incremento del ángulo de inclinación, dependiendo del tipo de flujo encontrado.

En el trabajo (Fen Liu, et al, 2022) se investiga la convección natural en aletas tipo panal utilizando materiales de cambio de fase. Se analizan los efectos de diferentes formas, tamaños y arreglos de núcleos de panal. Se obtiene mejor performance cuando se utilizan arreglos de triángulos, trapecios, rectángulos o rombos, que los de los hexágonos. Para dicho análisis, los autores proponen la utilización de diferentes parámetros, entre ellos, las proporciones geométricas de cada uno de los tipos de formas estudiadas.

El objetivo del presente trabajo es extender el estudio realizado en cavidades tipo ático, (Esteban, 2019; Esteban, 2021), consistente de una pared inferior horizontal calentada y otra superior inclinada enfriada, en lo relacionado tanto al comportamiento del flujo en el interior de la cavidad, como a las correlaciones entre el número de Nusselt (Nu) y Rayleigh (Ra). En ambos trabajos se han variado el ángulo de inclinación y el salto de temperatura impuesto, entre la pared inferior y superior; mientras que las paredes laterales se han mantenido adiabáticas. Para cada salto de temperatura, se han obtenido dos tipos de flujo: multicelular y unicelular, ambos flujos pueden ser estable, cuasi-estable o inestable, dependiendo del ángulo de inclinación. Para el caso unicelular se ha determinado una correlación entre el número de Nusselt y Rayleigh, basado en la altura máxima del recinto, que describe la física del problema. Para el caso multicelular la cantidad de celdas convectivas disminuye con el aumento del ángulo de inclinación, por lo que la longitud característica propuesta debe tener en cuenta este comportamiento.

En (Esteban, 2019) se ha realizado una revisión bibliográfica de artículos de otros autores que estudian geometrías similares y en (Esteban, 2021) los trabajos llevados a cabo por nuestro grupo de investigación.

La geometría estudiada en el presente trabajo consiste en dos paredes verticales aisladas, una pared inferior calentada inclinada y una pared superior enfriada horizontal (geometría invertida). La inclinación de la pared inferior varía de 0° a 30° , en tanto que la diferencia de temperatura entre las paredes inferior (T_C) y superior (T_F), entre 1°C y 30°C . En todos los casos simulados se ha obtenido dos tipos de flujos: multicelular y unicelular. Para ángulos menores a un valor crítico el flujo es multicelular; mientras que, para ángulos mayores, el flujo es del tipo unicelular. Los resultados numéricos obtenidos muestran que, para los distintos saltos de temperatura, a medida que aumenta el ángulo de inclinación el número de celdas convectivas disminuye. En el presente trabajo, se analiza si las longitudes características encontradas en el recinto tipo ático (Esteban, 2019; Esteban, 2021) describe el comportamiento de flujo obtenido para la geometría invertida. Además, se ha encontrado una correlación múltiple entre el número de Nusselt, razón de aspecto (A) y número de Rayleigh, para cada tipo de flujo.

2 MODELO MATEMÁTICO Y FÍSICO

El estudio de la convección natural transitoria en recintos, bajo la aproximación de Boussinesq, está modelada por las siguientes ecuaciones:

De continuidad:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

De energía:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \Delta T \quad (2)$$

De momento:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - g[1 - \beta(T - T_\infty)] \quad (3)$$

Donde \mathbf{u} es el campo de velocidad (m/s), T de temperatura ($^{\circ}\text{C}$) y P de presión (kg/m s^2). Siendo g aceleración de la gravedad (m/s^2), β coeficiente de expansión volumétrico ($1/\text{K}$), α difusividad térmica (m^2/s), ρ densidad (kg/m^3), T_∞ temperatura de referencia ($^{\circ}\text{C}$) y ν viscosidad cinemática (m^2/s).

Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales:

- paredes verticales: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$,
- pared inferior: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $T = T_C$, pared superior: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $T = T_F$
- inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a $T_\infty = 20^{\circ}\text{C}$.

La [Figura 1](#) muestra un esquema del recinto estudiado, consistente de dos paredes verticales aisladas, una superior horizontal enfriada y otra inferior inclinada y calentada. En el presente trabajo se ha variado el ángulo de inclinación de la pared inferior (γ) y el salto de temperatura impuesto ($\Delta T = T_C - T_F$).

El ángulo de inclinación varía entre 0° y 30° , el salto de temperatura entre 1°C y 30°C . La longitud L es igual a 0.3m , la base menor del trapecio (H_{\min}) es de 0.05m . El tiempo de simulación es 3600s .

Se ha utilizado el software [OpenFOAM Foundation Ltd](#) para la resolución numérica de las Ecs. (1 a 3), obtención de patrones de flujo y cálculo de parámetros que intervienen en la transferencia de calor.

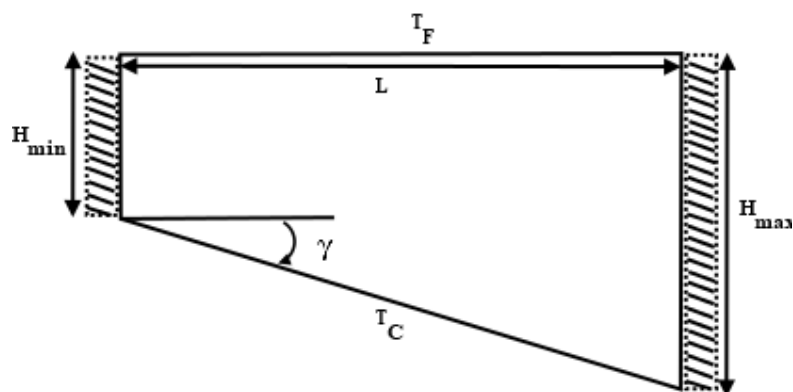


Figura 1. Cavidad estudiada, condiciones de borde.

El flujo desarrollado en el interior del recinto presenta algunas características generales, se obtienen dos tipos de flujos: multicelular (calentamiento por debajo) y unicelular (calentamiento lateral). Para inclinaciones bajas, el flujo es multicelular y a partir de un ángulo de inclinación dado, es unicelular. El ángulo al cual ocurre dicho cambio, se encuentra entre 16° - 18° y depende del salto de temperatura considerado.

En la [Tabla 1](#) se identifica los tipos de flujos encontrados para cada salto de temperatura e inclinación. El tipo de flujo multicelular consiste de múltiples celdas convectivas, en tanto que el unicelular, de una única celda.

Para el caso multicelular, el incremento del ángulo de inclinación produce una disminución del número de celdas convectivas, que en algunos casos viene acompañado de movimiento lateral de las plumas convectivas que se desarrollan en el recinto.

En el caso unicelular se encuentra dos tipos de flujos: uno muy estable y otro inestable, dependiendo de la diferencia de temperatura impuesta. Para ángulos mayores a 20° se observa movimiento en el interior de la celda convectiva (unicelular inestable); este movimiento se intensifica a inclinaciones cercanas a 30°, como se analiza en la evolución temporal del número de Nusselt.

Salto de temperatura	Inclinación (°)	Tipo de flujo
$\Delta T=1$	0-19	Multicelular
	20-30	Unicelular estable
$\Delta T=5$	0-17	Multicelular
	18-30	Unicelular estable
$\Delta T=10$	0-15	Multicelular
	16-27	Unicelular estable
	28-30	Unicelular inestable
$\Delta T=15$	0-16	Multicelular
	17-25	Unicelular estable
	26-30	Unicelular inestable
$\Delta T=20$	0-16	Multicelular
	17-24	Unicelular estable
	25-30	Unicelular inestable
$\Delta T=25, 30$	0-16	Multicelular
	17-23	Unicelular estable
	24-30	Unicelular inestable

Tabla 1: Tipo de flujos obtenidos.

3 TRANSFERENCIA DE CALOR

La transferencia de calor adimensional, para cada tiempo, se ha determinado a través del número de Nusselt global, definido de la siguiente manera:

$$\overline{Nu}_H = \frac{H}{\Delta T \times S} \iint_S \frac{\partial T}{\partial n}(x_i, y_i) ds \quad (4)$$

Donde S es el área de la superficie en la cual se calcula el promedio (m^2) y H la longitud característica (m)

El comportamiento de flujo observado en la cavidad se describe a través del número de Rayleigh, obtenido como la relación entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas que actúan en el fluido, dado por:

$$Ra_H = \frac{g * \beta * \Delta T * H^3}{\alpha * \nu} \quad (5)$$

El estudio teórico del problema de Rayleigh-Benard indica que la dependencia del número de Nusselt en función del número de Rayleigh, calculados en términos de una longitud

característica, es del tipo potencial con un exponente igual a 1/3. En tanto que para flujos unicelulares el exponente es 1/4, (Bejan, 2013).

Para el caso unicelular se ha tomado como longitud característica la propuesta en (Esteban, 2019), H_{max} , altura máxima del trapecio, dada por:

$$H_{max} = H_{min} + L * \tan\gamma \quad (6)$$

En tanto que, para el caso multicelular la propuesta en (Esteban, 2021), H_{max2} :

$$H_{max2} = 2H_{min} - H_{max} = H_{min} - L * \tan\gamma \quad (7)$$

Esta longitud tiene el inconveniente que proporciona valores positivos sólo hasta una inclinación de 9°, mientras que los resultados numéricos muestran que se tiene flujo multicelular hasta una inclinación de 19°, Tabla 1. En el citado trabajo, no se han tenido en cuenta los ángulos intermedios $8^\circ < \gamma < 12^\circ$, donde se ha encontrado que compiten tanto el comportamiento unicelular (calentado de lado) como multicelular (calentado por debajo).

En el presente trabajo, para obtener valores positivos de la longitud característica a mayores inclinaciones, se propone longitudes de la forma:

$$H_{max(n)} = nH_{min} - H_{max} \quad (8)$$

Siendo n un número entero positivo. Un aspecto a tener en cuenta es que estas longitudes no aplican a $\gamma=0$, cavidad rectangular; caso no considerado en este trabajo, cuyo interés es el análisis de la inclinación de las paredes activas en la transferencia de calor.

Se han obtenido correlaciones para distintos valores de n y a los fines de este trabajo, la longitud característica que se ajusta mejor a la descripción del comportamiento multicelular obtenido, corresponde a $n=4$, es decir:

$$H_{max4} = 4H_{min} - H_{max} = 3H_{min} - L * \tan\gamma \quad (9)$$

3.1 Evolución temporal del número de Nusselt

Las figuras presentadas en esta subsección, muestran la evolución temporal del número de Nusselt, para distintos saltos de temperatura y grado de inclinación de la pared inferior.

La Figura 2 muestra los resultados para el caso multicelular, $\Delta T=10^\circ\text{C}$ y ángulo de inclinación hasta 7° . Se puede observar que el valor de Nu decrece con el aumento del ángulo de inclinación; también que Nu alcanza valores de estado estable, para ángulos menores a 7° , Figura 2, este comportamiento está asociado con la formación de celdas convectivas muy estables y se registra para saltos de temperaturas mayores o igual a 10°C .

La Figura 3 muestra el comportamiento de Nu para el caso multicelular, $\Delta T=15^\circ\text{C}$ a pequeños ángulos de inclinación (hasta 4°) en las distintas gráficas se puede observar oscilaciones que presentan un cierto patrón que se repite. Dicho comportamiento se describe en (Esteban, 2019) y corresponde al movimiento lateral de las plumas convectivas, que provocan (en algunos casos) la deformación de las celdas.

La Figura 4 muestra el comportamiento de Nu para el caso unicelular, $\Delta T=30^\circ\text{C}$ y ángulos de inclinación entre 17° y 23° , en todos los casos se aprecia que Nu alcanza un valor constante, asociado con la formación de una única celda convectiva estable. Dicho comportamiento también se ha encontrado en (Esteban, 2021) en el que se estudia una cavidad tipo ático. Para estos casos, a diferencia del multicelular, el valor de Nu aumenta con el incremento del ángulo

de inclinación.

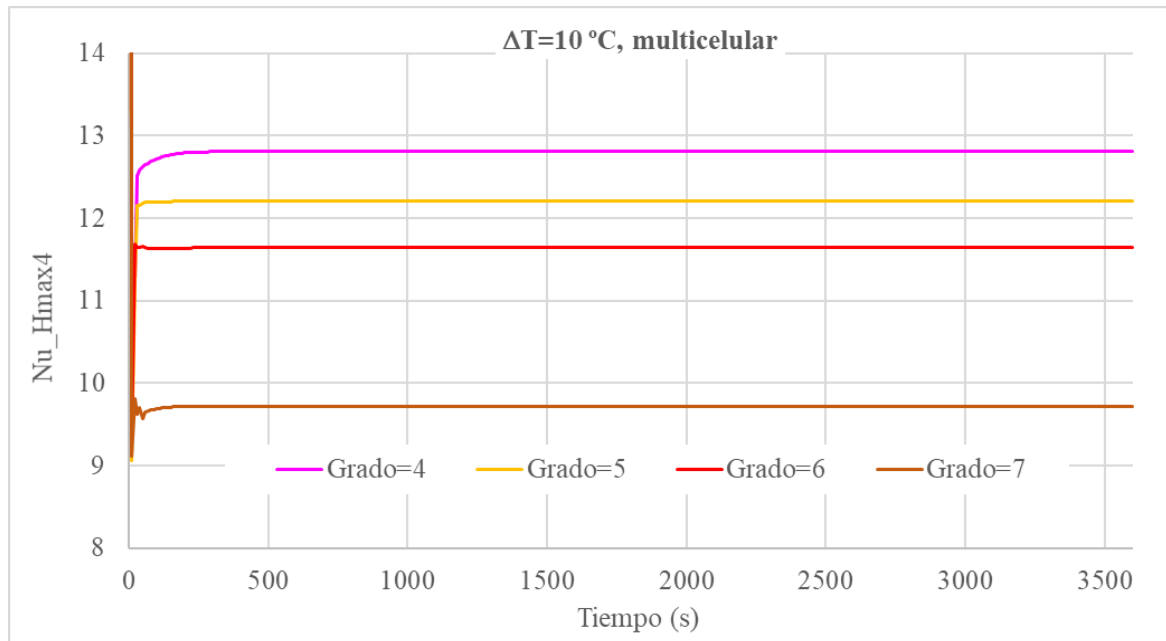


Figura 2: Evolución temporal de Nu , para $\Delta T=10^\circ\text{C}$, caso multicelular.

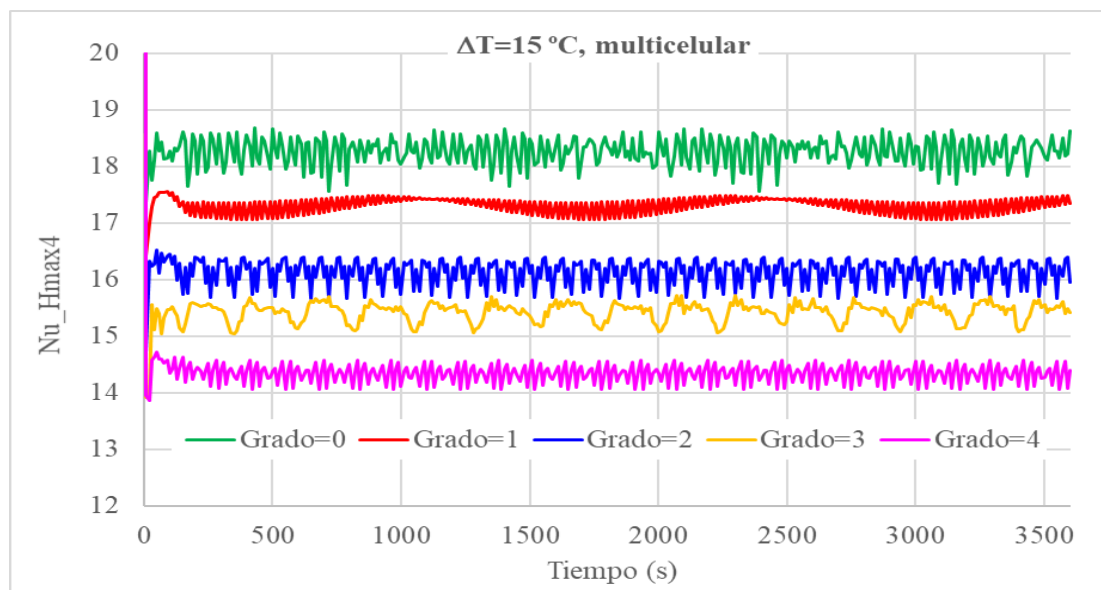


Figura 3: Evolución temporal de Nu , para $\Delta T=15^\circ\text{C}$, caso multicelular.

La Figura 5 muestra el comportamiento de Nu para el caso unicelular, $\Delta T=30^\circ\text{C}$ y ángulos de inclinación entre 25° y 30° , en las distintas gráficas se puede observar oscilaciones muy inestables. Dicho comportamiento está asociado al movimiento en el interior de la única celda convectiva, a medida que el ángulo de inclinación aumenta dicho movimiento se intensifica.

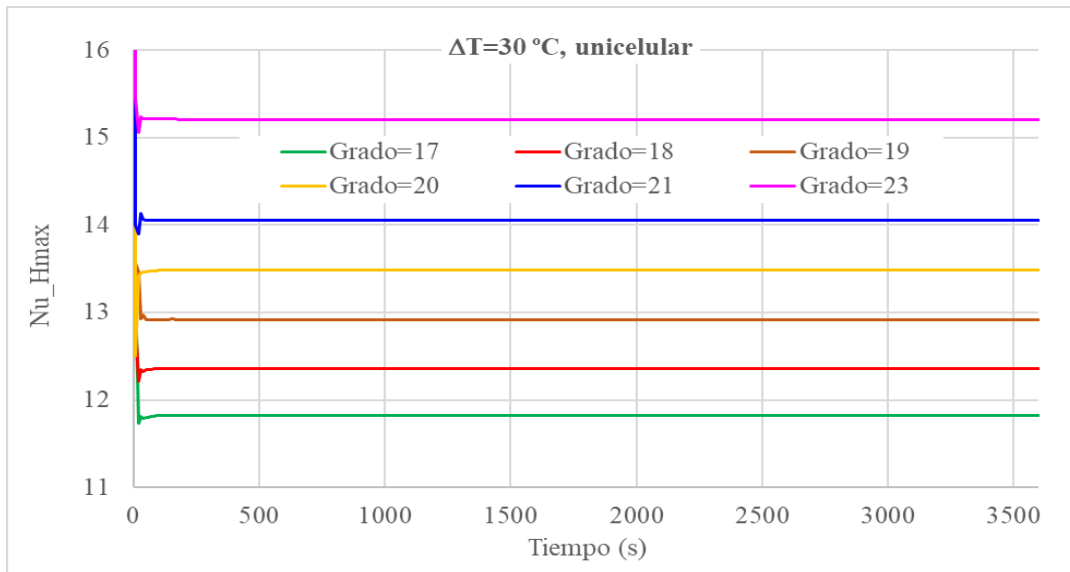


Figura 4: Evolución temporal de Nu , para $\Delta T=30^\circ\text{C}$, caso unicelular estable.

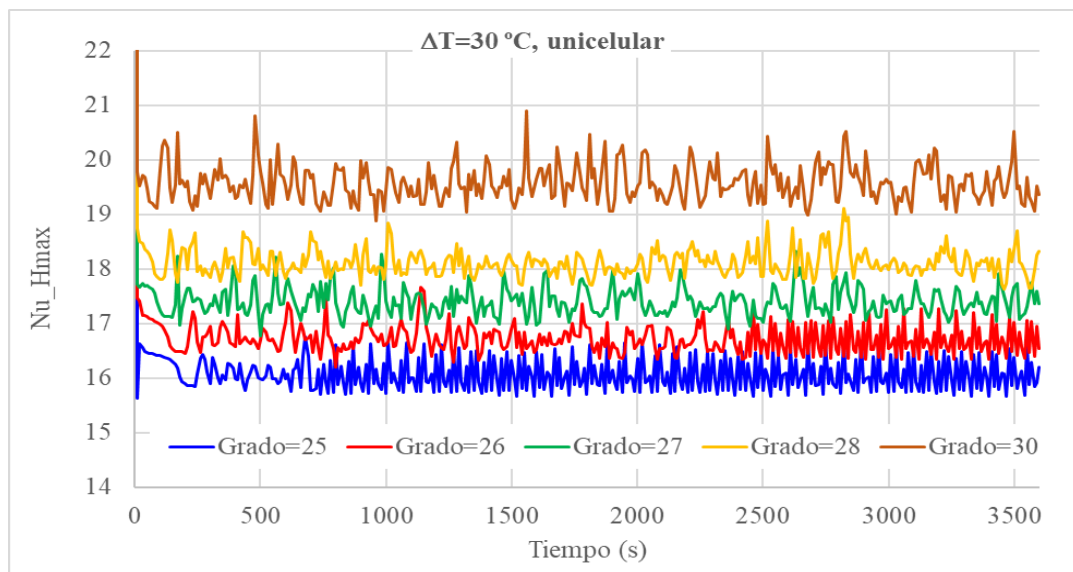


Figura 5: Evolución temporal de Nu , para $\Delta T=30^\circ\text{C}$, caso unicelular inestable.

4 CORRELACIONES OBTENIDAS

En esta sección se presentan las correlaciones obtenidas tanto para el caso multicelular como unicelular, con las longitudes propuestas anteriormente. Los números de Nusselt utilizados en las correlaciones, corresponden al promedio temporal para cada ángulo de inclinación y salto de temperatura.

Las figuras de esta sección muestran la dependencia de Nu vs. Ra , en escala doble logarítmica, en la que se ha utilizado las longitudes características propuestas. En cada caso se incluye la correlación del tipo potencial obtenida.

La Figura 6, corresponde al caso multicelular en el que se ha utilizado H_{max4} como longitud característica. El valor del exponente de Ra de 0.3225 es inferior pero cercano a $1/3$, valor de referencia para convección multicelular.

La Figura 7 muestra la correlación obtenida para el caso unicelular, en la que se ha utilizado

H_{max} como longitud característica. El valor del exponente de Ra de 0.248 es muy próximo a 1/4, valor que describe el comportamiento unicelular.

La Tabla 2 muestra las correlaciones de Nu vs. Ra para las geometrías estudiadas y cada tipo de flujo obtenido. Se observa que las correlaciones de este trabajo, con las longitudes propuestas anteriormente, describen el comportamiento de flujo desarrollado en la cavidad invertida.

Otro aspecto a considerar es el valor de los factores de las correlaciones, los que son inferiores a 1; lo que indica que Nu no solamente depende de Ra sino otro parámetro. A fin de comprobar la dependencia de Nu con la razón de aspecto de la cavidad (A), se han obtenido correlaciones múltiples que tenga en cuenta este parámetro, para ambos casos.

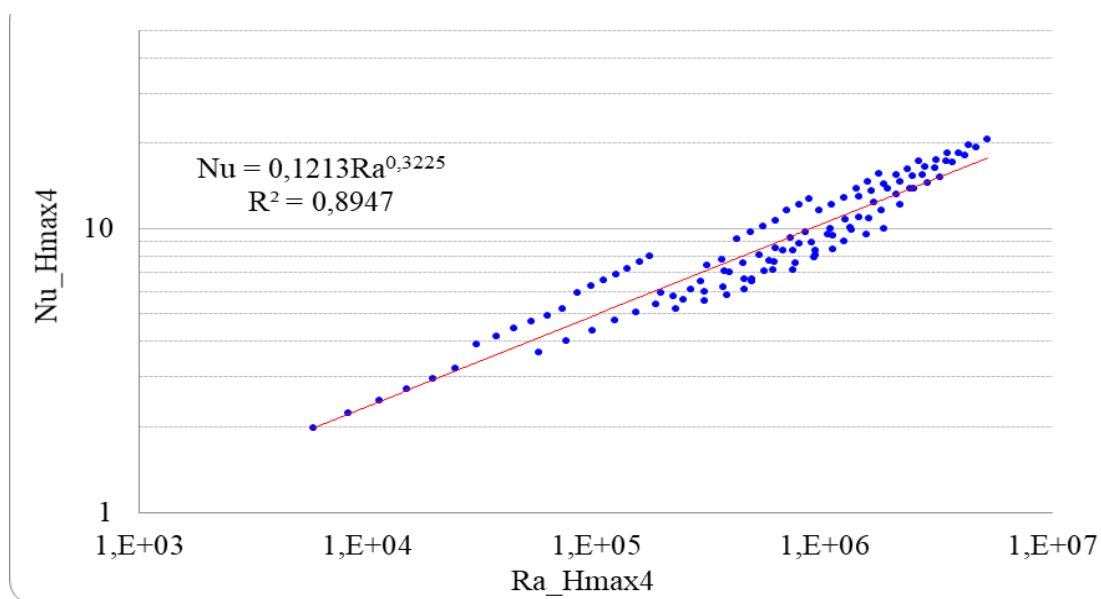


Figura 6: Correlación Nu vs. Ra , caso multicelular.

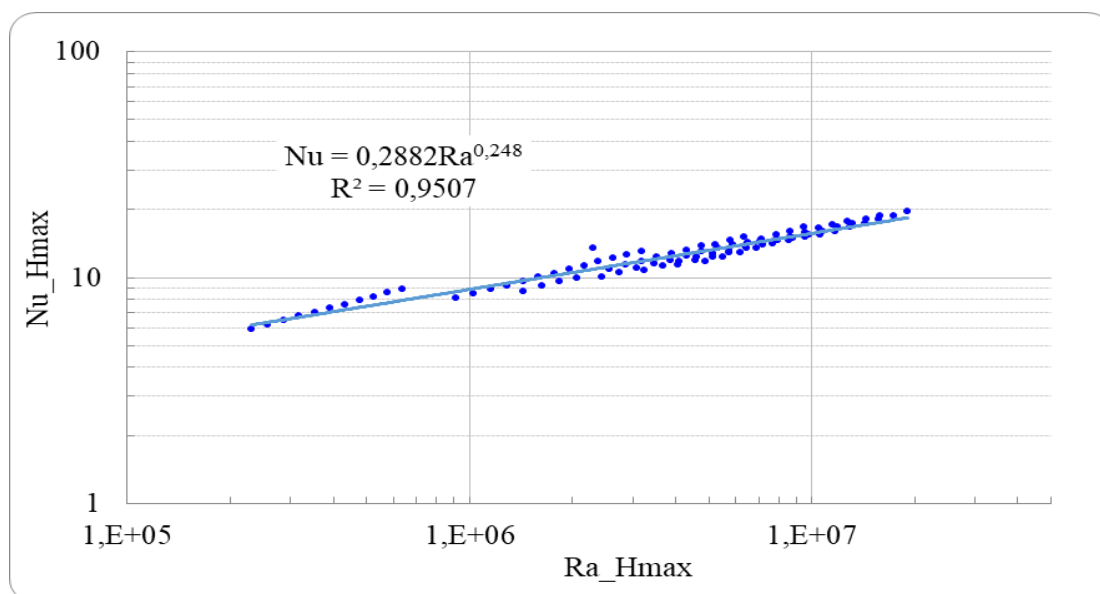


Figura 7: Correlación Nu vs. Ra , caso unicelular.

Cavidad	Tipo de flujo	Longitud propuesta	Correlación obtenida	R ²
Ático	Multicelular (2021)	H _{max2}	Nu = 0,1787Ra ^{0,3147}	0,9673
	Unicelular (2019)	H _{max}	Nu = 0,2077Ra ^{0,2763}	0,9547
Presente trabajo	Multicelular	H _{max4}	Nu = 0,1213Ra ^{0,3225}	0,8947
	Unicelular	H _{max}	Nu = 0,2882Ra ^{0,2480}	0,9507

Tabla 2: Correlaciones obtenidas, con distintas longitudes características.

Para el caso unicelular la correlación múltiple obtenida es:

$$Nu_{Hmax} = 0,5303A^{0,4263} Ra_{Hmax}^{0,2242} \quad (10)$$

Donde $A=H_{max}/L$

El coeficiente cuadrático de correlación, R^2 , es igual a 0,9901 y el factor de la correlación, Ec. (10), 0,5303; indican una mejora en el ajuste propuesto, [Tabla 2](#); sin embargo, el exponente de Ra ha disminuido.

Como se describe en las Figuras 4 y 5, se pueden distinguir dos tipos de comportamiento en el flujo unicelular: estable e inestable. Para cada uno de estos comportamientos se han obtenido una correlación múltiple.

Para el caso unicelular estable, la correlación múltiple obtenida es:

$$Nu_{Hmax} = 0,4094A^{0,4180} Ra_{Hmax}^{0,2393} \quad (11)$$

El coeficiente cuadrático de correlación, R^2 , es igual a 0,9818 y el factor de la correlación, Ec. (11), 0,4094; son mejores respecto a la correlación de la [Tabla 2](#). Sin embargo, el exponente de Ra igual a 0,2393 aunque mejora a la propuesta de la Ec. (10), es menor a la obtenida en la [Tabla 2](#).

Para el caso unicelular inestable, la correlación múltiple obtenida es:

$$Nu_{Hmax} = 0,4723A^{0,5041} Ra_{Hmax}^{0,2310} \quad (12)$$

El coeficiente cuadrático de correlación, R^2 , es igual a 0,9226 y el exponente de Ra igual a 0,2310; son menores que los obtenidos en la [Tabla 2](#). El factor de la correlación de la Ec. (12), 0,4723, mejora a la propuesta en la [Tabla 2](#).

Analizando las correlaciones múltiples obtenidas, se puede apreciar que la Ec. (11) describe mejor el flujo unicelular estable. La dispersión de la Ec. (12) pudiera atribuirse a la inestabilidad observada en el flujo y que el promedio aritmético temporal de Nu , no es un valor representativo para este tipo de comportamiento.

Para el caso multicelular la correlación múltiple obtenida es:

$$Nu_{Hmax4} = 0,8452A^{0,7290} Ra_{Hmax4}^{0,2361} \quad (13)$$

Donde $A=H_{max4}/L$

El coeficiente cuadrático de correlación, R^2 , es igual a 0,9762 y el factor de la correlación Ec. (13), 0,8452; indican una mejora al ajuste propuesto en la [Tabla 2](#); sin embargo, el

exponente de Ra ha disminuido y se aleja del valor $1/3$; lo que no es característico del tipo de flujo multicelular obtenido.

Para el cálculo de las razones de aspecto utilizadas en las correlaciones múltiples, se han considerado las longitudes características correspondientes a cada uno de los tipos de flujo encontrados. En la [Tabla 3](#) se especifican los valores de las razones de aspecto consideradas en las correlaciones múltiples, para flujo unicelular, Ecs. (10, 11 y 12) y multicelular, Ec. (13).

	Angulo	$A=H_{max}/L$		Angulo	$A=H_{max4}/L$
Flujo unicelular	16	0,4534	Flujo multicelular	1	0,4825
	18	0,4916		3	0,4476
	20	0,5306		5	0,4125
	22	0,5707		7	0,3772
	24	0,6119		9	0,3416
	26	0,6544		11	0,3056
	28	0,6984		13	0,2691
	30	0,7440		15	0,2321

Tabla 3: Razones de aspecto consideradas para cada tipo de flujo.

5 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha analizado si las dos longitudes características propuestas en el recinto tipo ático (H_{max2} y H_{max}), describen el comportamiento de flujo obtenido para la geometría invertida. Para el caso unicelular, la longitud H_{max} sigue caracterizando este tipo de comportamiento. En cambio, para el caso multicelular, $H_{max,2}$, no describe el comportamiento multicelular obtenido (inclinaciones hasta 19°).

Para describir el comportamiento multicelular, se continúa trabajando con longitudes características de pendientes negativas, requerimiento que hace posible obtener correlaciones Nu vs. Ra , cuyo exponente de Ra sea cercano a $1/3$, como lo exige la teoría de convección natural. En este caso se determina que la longitud que aproxima mejor es $H_{max,4}$, Ec. (9) obteniendo un exponente para Ra igual a $0,3225$.

Por otro lado, se ha considerado dos casos para el comportamiento unicelular: estable e inestable, obteniendo en cada caso las correlaciones de Nu en función de Ra y la razón de aspecto, Ecs. (11 y 12), respectivamente.

Un siguiente paso es determinar las longitudes características para una cavidad trapezoidal con paredes inferior y superior activas, que se inclinan en forma simétrica.

6 REFERENCIAS

- Liu F., Wang J., Liu Y., Wang F., Chen Y., Du Q., Sun F., Yang N.. Natural convection characteristics of honeycomb fin with different hole cells for battery phase-change material cooling systems. *Journal of Energy Storage* 51: 1 – 13, 2022.
- Esteban E., Aramayo A. y Jaime G.. Convección natural transitoria en cavidades trapezoidales tipo ático. *Mecánica Computacional* Vol XXXVII: 1939 – 1950, 2019.
- Esteban E., Aramayo A. y Copa, B.. Estudio de la longitud característica para convección natural multicelular en geometrías trapezoidales. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*, 25: 145 – 154, 2021.
- OpenFOAM: <https://openfoam.org/>
- Bejan, A., *Convection heat transfer*, 4ta ed. Wiley, 2013.