Mecánica Computacional Vol XXXVIII, págs. 885-894 (artículo completo) H.G. Castro, J.L. Mroginski, R.R. Paz, M.A. Storti (Eds.) Resistencia, 1-5 Noviembre 2021

EFECTOS DE RESOLUCIÓN DE MALLA EN SIMULACIONES VOF DE ATOMIZACIÓN PRIMARIA

MESH RESOLUTION EFFECTS ON VOF ATOMIZATION SIMULATIONS

César I. Pairetti^{a,b}, Santiago Márquez Damián^b, Norberto M. Nigro^b, Stéphane Popinet^c y Stéphane Zaleski^c

^aEscuela de Ingeniería Mecánica (EIM), Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura (FCEIA) Universidad Nacional de Rosario (UNR) - CONICET, Beruti 2109, Rosario, Santa Fe, Argentina pairetti@fceia.unr.edu.ar https://www.fceia.unr.edu.ar/

^bCentro de investigación en métodos computacionales (CIMEC, CONICET-UNL). Santa Fe, Argentina, santiagomarquezd@gmail.com, norberto.nigro@gmail.comhttps://cimec.org.ar/

^cInstitut Jean Le Rond D'Alembert, Sorbonne Université. 7, Place Jussieu, Paris, France, stephane.popinet@upmc.fr, stephane.zaleski@upmc.fr, http://www.dalembert.upmc.fr/

Palabras clave: Atomización, Volumen de Fluido (VOF), Refinamiento de Malla Adaptativo (AMR), Basilisk

Resumen. La atomización primaria es un fenómeno multiescala donde las propiedades del *spray* final son consecuencia de diversos procesos de fragmentación, cada uno con sus propias longitudes características. En este contexto, una herramienta de Simulación Numérica Directa (DNS) debe resolver la dificultad de capturar el rango de escalas relevantes para cada mecanismo de fragmentación. En este trabajo presentamos resultados DNS de un chorro diesel inyectado de manera pulsante, empleando la técnica de Volumen de Fluido (VOF) con Refinamiento de Malla Adaptativo (AMR). Analizamos estadísticamente las propiedades de las gotas resultantes para diferentes niveles de refinamiento de malla. Encontramos que la resolución empleada afecta la tasa de fragmentación de atomización, modificando la Función de Densidad de Probabilidad del diámetro de las gotas, incluso para pasos de malla menores a las longitudes características de inestabilidades hidrodinámicas en la superficie del chorro.

Keywords: Atomization, Volume of Fluid, Adaptive Mesh Refinement, Basilisk.

Abstract. Primary atomization is a multiscale phenomenon where the properties of the final spray are the consequence of various fragmentation processes, each with its own set of characteristic lengths. In this context, a Direct Numerical Simulation (DNS) tool must solve the difficulty of capturing the range of relevant scales for each fragmentation mechanism. In this work, we present DNS results of a pulsed diesel jet, using the Volume of Fluid (VOF) technique and Adaptive Mesh Refinement (AMR). We statistically analyze the properties of the resulting droplets for different levels of mesh refinement. We found that the grid resolution affects the atomization fragmentation rate, modifying the Probability Density Function of the droplet diameter, even for mesh steps smaller than the characteristic lengths of hydrodynamic instabilities on the surface of the jet.

1. INTRODUCCIÓN

Se llama atomización al fenómeno por el cual un chorro o lámina líquida se fragmenta hasta descomponerse en una gran cantidad de gotas pequeñas (Lefebvre y McDonell (2017)); este proceso es relevante en diversas aplicaciones industriales que involucran la aerosoles. El fenómeno en cuestión ocurre en un régimen de flujo multifásico con números de Reynolds (Re) y Weber (We) elevados, presentando en simultáneo turbulencia y fenómenos capilares. La amplia gama de escalas temporales y espaciales que desarrollan estos procesos hacen que la atomización sea un problema computacionalmente costoso, sobre todo si se analiza Simulación Numérica Directa (DNS) Gorokhovski y Herrmann (2008). A pesar de estos inconvenientes, el análisis DNS sigue siendo utilizado cuando el problema en cuestión es difícil de estudiar experimentalmente, como ocurre con la inyección de combustible en motores. En estos contextos, la simulación es una herramienta útil para profundizar el entendimiento de los mecanismos de atomización y ajustar modelos de menor costo.

En este sentido, podemos mencionar el trabajo de Ménard et al. (2007), que realizaron DNS mediante la técnica CLSVOF y, estimando el efecto de los fenómenos en las escalas sub-grilla en Chesnel et al. (2011), propusieron modelos algebraicos de atomización de bajo costo computacional en Lebas et al. (2009); Anez et al. (2019). Umemura y Shinjo (2018) presentan una metodología similar, proponiendo un modelo de atomización sub-grilla para LES de inyección basados en los resultados DNS reportados en Shinjo y Umemura (2010).

Más recientemente, Ling et al. (2017) y Zhang et al. (2018, 2020) aplicaron la técnica VOF con esquemas conservativos (MCVOF) y Refinamiento de Malla Adaptativo (AMR) para analizar la atomización primaria de diesel, biodiesel y gasolina en problemas de inyección a velocidades moderadas. Aún con el uso de estas herramientas, todavía no existe un consenso respecto a cuál es el rango de escalas que se capturan correctamente con este tipo de técnicas DNS. En este contexto, un análisis comparativo respecto al impacto que la resolución de malla tiene sobre las características estadísticas del *spray* en simulaciones del tipo MCVOF con AMR fue realizado en un trabajo anterior (Pairetti et al. (2020)).

En el presente trabajo, extendemos dicho análisis sobre la atomización primaria de un chorro de líquido pulsante empleando el mismo *solver* MCVOF-AMR. La sección 2 resume el modelo numérico empleado y la sección 3 define el caso de estudio. En la sección 4 analizamos la evolución de diversos indicadores de estabilidad de gotas y comparamos resultados con diferentes resolución de malla, centrándonos en las diferencias relacionadas con la distribución espacial de gotas. Finalmente, en las conclusiones presentan algunas reflexiones respecto a cómo valorar la precisión de simulaciones VOF de atomización.

2. MÉTODOS NUMÉRICOS E IMPLEMENTACIÓN

Consideramos un flujo con dos fases, con tensión superficial, incompresibles y newtonianas, cuyas ecuaciones de balances para masa y momento lineal, son las siguientes:

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [2\mu \mathbf{D}] + \sigma \kappa \delta_s \mathbf{n}_s$$
 (2)

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c = 0 \tag{3}$$

donde $\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$ y $p(\mathbf{x},t)$ son los campos de presión y velocidad respectivamente. El término viscoso se define mediante el tensor $\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$. La densidad (ρ) y viscosidad (μ) se consideran constantes en cada fase. La fuerza de tensión superficial, de acuerdo al modelo de Brackbill et al. (1992), es el producto de la constante σ , la curvatura de la interfase κ y el vector normal unitario \mathbf{n}_s ; la función delta de Dirac, δ_s , denota que la fuerza actúa sólo en la interfase. Finalmente, la función de color $c(\mathbf{x},t)$ asume valores 0 o 1 para cada fase (gas y líquido respectivamente), definiendo la interfase en la superficie de discontinuidad.

La discretización del conjunto de ecuaciones (1), (2), y (3) se basa en el Método de Volúmenes Finitos (FVM), implementado en Basilisk (Popinet (2014)), y en el algoritmo de proyección aproximada de Chorin (1968). Utilizamos la técnica de Volumen de Fluido (VOF) con una la representación lineal a trozos (PLIC) de la interfase Hirt y Nichols (1981); Rudman (1998). Finalmente, utilizamos esquemas de advección conservativos en momento, descriptos detalladamente en los trabajos Zhang et al. (2020); Pairetti et al. (2020). Siguiendo la notación de Popinet (2009), el sistema de ecuaciones algebraicas resultante siguiente:

$$\frac{f^{n+\frac{1}{2}} - f^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}_n f_n) = c_c \nabla \cdot \mathbf{u}^n$$
(4)

$$\frac{\rho \mathbf{u}^* - \rho \mathbf{u}^n}{\Delta t} + \nabla \cdot \left(\rho^{n + \frac{1}{2}} \mathbf{u}^n \mathbf{u}^n \right) = \nabla \cdot \left[\mu^{n + \frac{1}{2}} (\mathbf{D}^n + \mathbf{D}^*) \right] + (\sigma \kappa \delta_s \mathbf{n}_s)^{n + \frac{1}{2}}$$
 (5)

$$\nabla \cdot \left(\frac{\Delta t}{\rho^{n+\frac{1}{2}}} \nabla p^{n+\frac{1}{2}} \right) = \nabla \cdot \mathbf{u}^*$$
 (6)

$$\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^* - \frac{\Delta t}{\rho^{n+\frac{1}{2}}} \nabla p^{n+\frac{1}{2}}$$
 (7)

Las propiedades de la mezcla (ρ y μ) se calculan como media aritmeica de las propiedades de cada fase, pesadas por la fracción de volumen f

$$\rho = f\rho_l + (1 - f)\rho_q \qquad \mu = f\mu_l + (1 - f)\mu_q \tag{8}$$

donde ρ_l y ρ_g son las densidades de cada fase, liquido y gas respectivamente. El mismo uso de subíndices aplica a las viscosidades μ .

2.1. Refinamiento adaptativo de malla como regulación de filtro LES

Como se reporta en Pairetti et al. (2019), las simulaciones de este trabajo emplean criterios de AMR basados en wavelets para acotar el error numérico local de las variables f y \mathbf{u} (w_f y $w_{\mathbf{u}}$ respectivamente) por debajo de un umbral predefinido. Además, estimamos una longitud característica de flujo ($\eta(\mathbf{x})$) basada en la disipación viscosa local y aplicamos un nivel de refinamiento tal que el paso de malla (Δ) mantenga una proporción menor o igual al límite preestablecido, de manera que:

$$w_f(\mathbf{x}) < 0.001$$
 $w_u(\mathbf{x}) < 2\text{m/s}$ $\eta(\mathbf{x}) < 10\Delta, \quad \eta(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{\nu}{|\mathbf{D}|(\mathbf{x})}}$ (9)

3. ATOMIZACIÓN DE CHORRO DIESEL

El problema analizado consiste en la inyección pulsante de un líquido, de manera que la condición de contorno sea independiente de la resolución de malla empleada. Los parámetros de este caso se encuentran definidos en la Tabla 1. La Figura 1 muestra una instancia inicial de la simulación y una vista lateral del chorro con un mayor desarrollo del flujo.

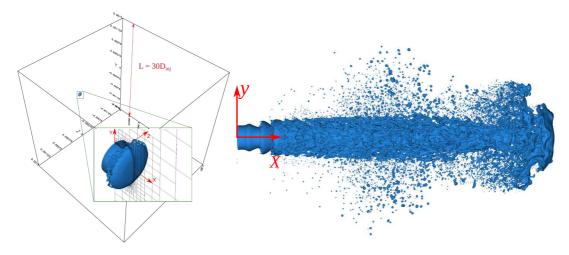


Figura 1: Izquierda: vista isométrica del dominio en una instancia inicial de inyección ($t=0,2\mu s$). Derecha: Vista lateral, instancia de inyección intermedia ($t=15\mu s$).

3.1. Definición de los casos de estudio

El chorro líquido se inyecta en un dominio cúbico de lado L=30D, por el orificio de diámetro D, con un perfil de velocidad uniforme en la sección, variable en el tiempo según la Ecuación (10), donde St=1,3.

$$u_x = U [1 + 0.05 \sin(2\pi f t)] \qquad f = St \frac{U}{D}$$
 (10)

El resto del plano x=0 tiene condición de no deslizamiento. Todas las otras caras del dominio tienen condiciones de salida libre $(p=0, \partial_n \mathbf{u}=0)$. Las propiedades de los fluidos se listan en la tabla siguiente junto con los datos geométricos del problema:

Tabla 1: Propiedades físicas del problema

$D[\mu \mathbf{m}]$	$U[{ m m/s}]$	$\rho_g[\mathrm{kg/m^3}]$	$\rho_l[{ m kg/m^3}]$	$\mu_g[\mathrm{kg/(ms)}]$	$\mu_l[\mathrm{kg/(ms)}]$	$\sigma[{ m N/m}]$
100	100	25	696	10^{-5}	1.2×10^{-3}	0,06

Los números adimensionales que caracterizan a este problema son:

$$We_l = \frac{\rho_l U^2 D}{\sigma} \qquad Re_l = \frac{\rho_l U D}{\mu_l} \qquad \rho^* = \frac{\rho_l}{\rho_g} \qquad \mu^* = \frac{\mu_l}{\mu_g}$$
 (11)

Si bien en términos generales el problema queda definido con estos valores, es usual también reportar el número de Ohnesorge (Oh = $\sqrt{\text{We}/\text{Re}}$), que es independiente de la velocidad de inyección. A su vez, para verificar la validez de la hipótesis de incompresibilidad, se reporta el número de Mach (Ma $_q = U_{inj}/\sqrt{kRT}$), que efectivamente es menor a 0,3.

Tabla 2: Description adimensional del caso

ρ^*	μ^*	Re_l	Re_g	We_l	We_g	Oh_l	Ma_g
27,8	83,3	5800	25000	11600	430	0,0186	0,175

Elegimos emplear tres resoluciones de malla diferentes, que llamaremos M1, M2 y M3. El paso de cada simulación es respectivamente $\Delta_1=1,46\mu\text{m},~\Delta_2=0,73\mu\text{m}$ y $\Delta_3=0,37\mu$ m. Cabe recordar que las simulaciones emplean AMR en mallas tipo *octree*, la cantidad de celdas de cada simulación es considerablemente inferior a un caso con resolución equivalente en malla cartesiana, reduciendo significativamente el costo computacional. Los casos M1 y M2, por ejemplo, se simulan hasta 25 μ s de tiempo físico, demandando $3\,500$ y $50\,000$ horas-CPU respectivamente. Para $t=25\mu$ s, M1 tiene $87\,237\,340$ celdas y M2 finaliza con $414\,813\,435$ celdas. La simulación M3 sólo alcanza $t=12\mu$ s, lo que requiere $218\,000$ horas CPU y alcanza una malla con $602\,257\,783$ celdas. Realizamos todas estas simulaciones en la supercomputadora *Irene* gestionada por el TGCC francés.

4. RESULTADOS

En primera instancia, reportamos la progresión temporal de las estadísticas para el caso M2 para ilustrar la evolución general de un caso. La segunda subsección de resultados presenta un breve análisis comparativo entre los casos M1, M2, y M3 con el fin de estudiar cuál es el impacto de la resolución de malla sobre las propiedades del *spray*.

A modo introductorio, definimos las principales características de las gotas. Considerando los volúmenes (V_d) y áreas (A_d) de las gotas, pueden calcularse el diámetro equivalente en volumen (D_{30}) y la esfericidad (ψ) :

$$D_{30} = \left(6\frac{V_d}{\pi}\right)^{(1/3)} \qquad D_{32} = 6\frac{V_d}{A_d} \qquad \psi = \frac{D_{32}}{D_{30}}$$
 (12)

donde D_{32} es el diámetro equivalente de volumen en área. Con una definición análoga, pero considerando todas las gotas del spray, se obtiene el *Sauter Mean Diameter* (SMD) para un conjunto de N gotas:

$$SMD = 6 \frac{\sum_{i}^{N} V_i}{\sum_{i}^{N} A_i} \tag{13}$$

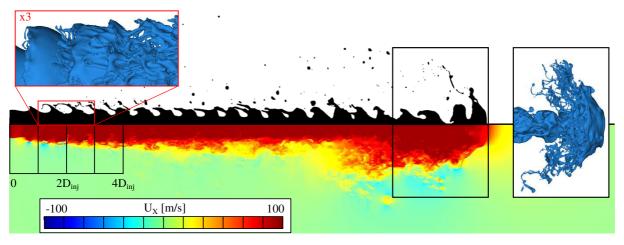


Figura 2: Vista en corte ($z=0\mu\mathrm{m}$) de la fracción de volumen f (arriba) y la velocidad axial u_x (abajo) para $t=20\mu\mathrm{s}$ of M2 simulation. El recuadro rojo de la izquierda muestra nu detalle de la región cercana a la inyección y el cuadrado de la derecha, un detalle de la estructura en la punta del chorro.

4.1. Evolución de las estadísticas de atomización

La Figura 2 muestra un corte de plano medio para una instancia avanzada de la simulación. La mitad superior del corte muestra la deformación del chorro a medida que penetra el dominio. Puede notarse que luego del punto $x=4\,D$ ya se observa el desprendimiento de ligamentos, y el gas alrededor se acelera debido al efecto de las gotas emitidas. Algunas de estas estructuras impactan en núcelo del chorro, acelerando el proceso de erosión. En la punta del chorro, en cambio, la fragmentación ocurre por la ruptura de las láminas generadas por las fuerzas de presión en sentido frontal. Esta dinámica produce gotas de mayor tamaño y a una frecuencia menor, precisando un mayor tiempo de desarrollo para alcanzar una cantidad estadísticamente relevante de gotas.

La Figura 3 presenta la Función Distribución Acumulativa (CDF) en diferentes instantes de tiempo. Las CDF muestran que durante los primeros instantes de inyección ($t=10\mu s$) la mayoría del volumen atomizado (80%) se encuentra en gotas pequeñas ($d<12\mu m$). A medida que el tiempo transcurre, esta proporción se reduce hasta aproximadamente 50% para ($t>20\mu s$). A partir de ese momento, el volumen atomizado en ligamentos y láminas de mayor tamaño ($d>20\mu m$) se torna significativo (<20%). Este cambio en la distribución de tamaños es consecuencia del mayor tiempo característico del mecanismo de atomización para la punta del chorro, que produce las gotas de mayor tamaño.

Para profundizar la caracterización de las gotas en estos dos instantes de tiempo, la Figura 4 reporta la cantidad de gotas agrupadas en histogramas, por un lado, de diámetro y velocidad, y por otro, de We_g y ψ . Este conjunto de histogramas permite notar cómo las gotas de mayor tamaño son poco numerosas y se generan a baja velocidad, es decir, con baja probabilidad de sufrir fragmentación aerodinámica. Más aún, el histograma de We_g y ψ reporta que más del 99 % de las gotas se encuentran en condiciones aerodinámicamente estables. Aún así, en algunos casos, el alto grado de deformación (valores bajos de ψ) seguramente implicará la ruptura de las gotas por efectos capilares.

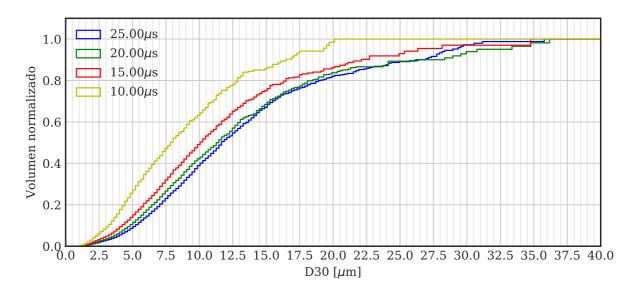


Figura 3: Función de Distribución Acumulativa (CDF) para intervalos de 5μ s.

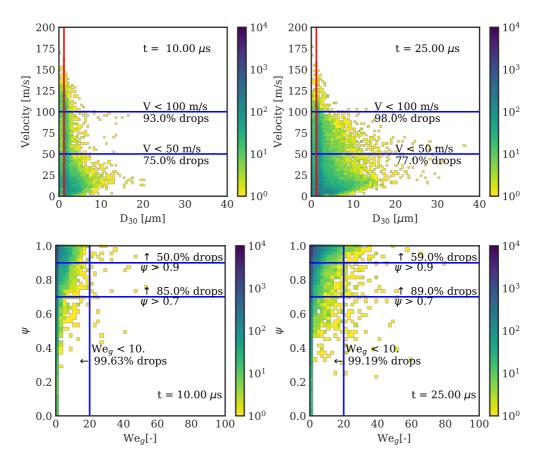


Figura 4: Arriba: Propiedades del aerosol: diámetro y velocidad. Abajo: indicadores de estabilidad aerodinámica (We_q) y capilar (ψ)

4.2. Análisis de convergencia en malla

Como primera instancia de comparación, la Figura 5 muestra la progresión de variables globales del spray. Todos los casos muestran una atomización más lenta hasta los 8μ s aproxi-

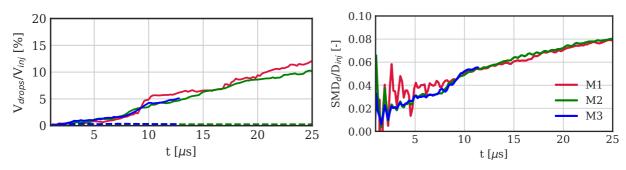


Figura 5: Izquierda: Evolución temporal de volumen atomizado respecto a volumen inyectado para los casos M1, M2 y M3. Derecha: Evolución temporal de SMD para cada caso.

madamente, instante en el cual se desprende el primer conjunto de gotas de la punta del *jet*. En ese hito, el caso M1 muestra una evolución más abrupta hacia una mayor fracción atomizada. Al comparar los valores de SMD, se observa que la simulación M1 tiene en los primeros instantes un comportamiento más errático que las simulaciones de mayor refinamiento. Sin embargo,

luego de los 17.5μ s la tendencia de SMD en M1 y M2 es muy similar, alcanzando en ambos casos un valor de 8μ m en $t=25\mu$ s, a pesar de que M1 presenta en ese instante un volumen atomizado 20% mayor al de M2. Es decir, el uso de una resolución de malla más pobre acelera la atomización, lo que afecta significativamente el diámetro medio para los primeros instantes de inyección; a medida que el *spray* se desarrolla, el impacto en el SMD es menor. Cabe notar que este valor representa una relación entre el área y el volumen del spray, es decir, es una medida de la densidad de superficie de la interfase.

La Figura 6 permite comparar la variación temporal del diámetro de gotas en los primeros $12\mu s$ de inyección, distinguiendo por rango de tamaño entre 0 y 20 μm . Estas gráficas muestran que la aceleración abrupta de la atomización en la simulación M1 a $t=9\mu s$ resulta del desprendimiento de estructuras de gran tamaño, las gotas de $D_{30}>20\mu m$ representan el 40 % del volumen atomizado en ese instante. En las simulaciones más refinadas la producción de gotas grandes ocurre en mucha menor medida. La proporción en volumen de gotas con tamaños $D_{30}<10\mu m$ es similar en M2 y M3, con diferencias del orden 1 % de volumen atomizado.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo simulamos, mediante MCVOF con AMR, los primeros instantes de atomización en la inyección pulsante de un chorro líquido. Además de analizar el progreso de las propiedades estadísticas del *spray* en esta etapa, estudiamos el impacto que el paso de malla tiene sobre las mismas.

En cuanto a los resultados, observamos que deben transcurrir una cantidad significativa de tiempos característicos hasta la activación de aquellos mecanismos de fragmentación que producen las gotas de mayor porte, en particular el desprendimiento de láminas en la región frontal del chorro. Por esta razón, las distribuciones de tamaño de gota en los primeros instantes de inyección presentan una mayor fracción de gota pequeñas y de alta velocidad, asociadas con la fragmentación del núcleo del chorro. A medida que la atomización en la punta progresa, se generan láminas y ligamentos de gran tamaño y baja velocidad; estas estructuras son luego susceptibles a fragmentación por efectos capilares, debido a su alto grado de deformación, como se denota en la Figura 4.

Al comparar los resultados de las simulaciones con diferentes resoluciones de malla, notamos que el caso M1 (el de menor resolución) es el que presenta una tasa de atomización más elevada. El contraste entre la evolución temporal de distribuciones de tamaño, en la Figura 6, muestra que la aceleración más marcada de la atomización ocurre en el instante en que se produce la mayor cantidad de estructuras de gran tamaño, denotando que la fragmentación del frente del chorro ocurre más rápidamente cuando la malla es más gruesa. Es decir, estos resultados indican que el impacto de la resolución de malla sobre la distribución de tamaños está mediado por la aceleración en el proceso de fragmentación afectando mayormente a los tiempos característicos de las gotas más grandes.

Por otra parte, las distribuciones de tamaño para M2 y M3, las simulaciones de mayor resolución, también muestran diferencias en cuanto a la proporción de estructuras en el rango D_{30} , pero en mucha menor medida. Para las gotas más pequeñas, en cambio, el acuerdo en fracciones de volumen es mucho mayor. Esto indica que, si bien las CDF no han alcanzado la convergencia en malla, las resoluciones empleadas pueden capturar los mecanismos de atomización para las estructuras intermedias ($4\mu \rm m < D_{30} < 10\mu \rm m$) manteniendo tiempos característicos similares. En concreto, vemos que las fracciones en volumen de las estructuras resueltas ($6\Delta < D_{30}$) se estabilizan alrededor de los mismos valores a medida que progresa la atomización.

A partir de estas observaciones, creemos que las métricas de error para este tipo de simula-

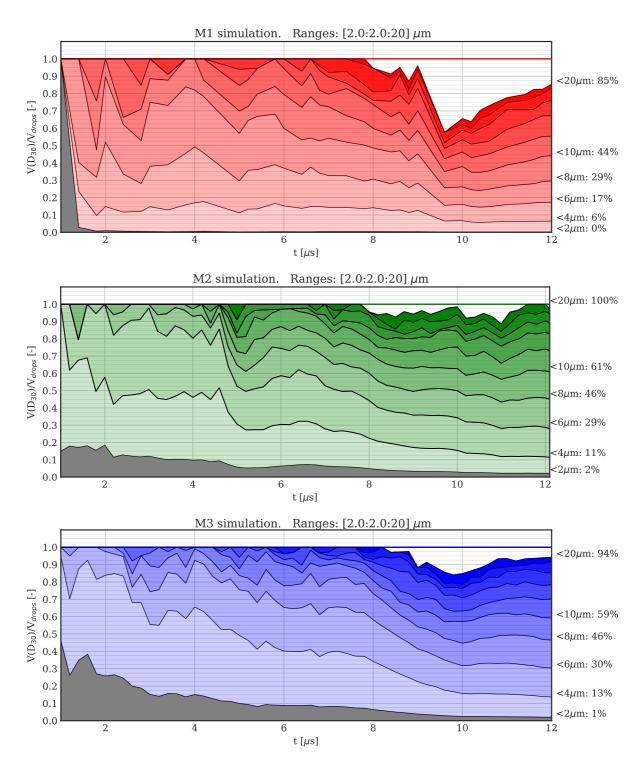


Figura 6: Evolución en el tiempo de las CDF para las simulaciones M1(rojo), M2(verde), y M3(azul). Las gotas se agrupan en rangos de 2 μ m entre 0 y 20 μ m. El primer grupo de gotas ($D_{30} \in (0, 2)\mu$ m) se resalta en color diferente para marcar que no se logra resolver en ninguna de las simulaciones.

ciones deben basarse en distribuciones de tamaño pesadas por volumen y no simplemente en la cuenta de gotas. Con este enfoque, pretendemos acotar la fracción de volumen que representan las gotas no resueltas y, a su vez, cuantificar el efecto que los procesos de fragmentación de las estructuras de mayor tamaño.

REFERENCIAS

- Anez J., Puggelli S., Hecht N., Andreini A., Reveillon J., y Demoulin F. Liquid atomization modeling in openfoam (r). En *OpenFOAM(R)*, páginas 297–308. Springer, 2019.
- Brackbill J., Kothe D.B., y Zemach C. A continuum method for modeling surface tension. *Journal of computational physics*, 100(2):335–354, 1992.
- Chesnel J., Menard T., Reveillon J., y Demoulin F.X. Subgrid analysis of liquid jet atomization. *Atomization and Sprays*, 21(1), 2011.
- Chorin A.J. Numerical solution of the Navier-Stokes equations. *Mathematics of computation*, 22(104):745–762, 1968.
- Gorokhovski M. y Herrmann M. Modeling primary atomization. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40:343–366, 2008.
- Hirt C.W. y Nichols B.D. Volume of fluid (vof) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of computational physics*, 39(1):201–225, 1981.
- Lebas R., Menard T., Beau P.A., Berlemont A., y Demoulin F.X. Numerical simulation of primary break-up and atomization: Dns and modelling study. *International Journal of Multiphase Flow*, 35(3):247–260, 2009.
- Lefebvre A.H. y McDonell V.G. Atomization and sprays. CRC press, 2017.
- Ling Y., Legros G., Popinet S., y Zaleski S. Direct numerical simulation of an atomizing biodiesel jet: Impact of fuel properties on atomization characteristics. En *Ilass Europe. 28th european conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, páginas 370–377. Editorial Universitat Politècnica de València, 2017.
- Ménard T., Tanguy S., y Berlemont A. Coupling level set/vof/ghost fluid methods: Validation and application to 3d simulation of the primary break-up of a liquid jet. *International Journal of Multiphase Flow*, 33(5):510–524, 2007.
- Pairetti C., Popinet S., Márquez Damián S., Nigro N., y Zaleski S. Simulación de atomización mediante el método volumen de fluido con malla adaptativa. En ENIEF, editor, *ENIEF 2019*. AMCA, 2019.
- Pairetti C.I., Damián S.M., Nigro N.M., Popinet S., y Zaleski S. Mesh resolution effects on primary atomization simulations. *Atomization and Sprays*, 30(12), 2020.
- Popinet S. An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows. *Journal of Computational Physics*, 228:5838?5866, 2009.
- Popinet S. The basilisk code: http://basilisk.fr/. 2014.
- Rudman M. A volume-tracking method for incompressible multifluid flows with large density variations. *International Journal for numerical methods in fluids*, 28(2):357–378, 1998.
- Shinjo J. y Umemura A. Simulation of liquid jet primary breakup: Dynamics of ligament and droplet formation. *International Journal of Multiphase Flow*, 36(7):513–532, 2010.
- Umemura A. y Shinjo J. Detailed sgs atomization model and its implementation to two-phase flow les. *Combustion and Flame*, 195:232–252, 2018.
- Zhang B., Legros G., Popinet S., Zaleski S., y Ling Y. Effect of fuel viscosity on the atomization of diesel and biodiesel jets. En *ICLASS Europe. 14th triennial Iinternational Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, páginas 370–377. University of Illionois, 2018.
- Zhang B., Popinet S., y Ling Y. Modeling and detailed numerical simulation of the primary breakup of a gasoline surrogate jet under non-evaporative operating conditions. *International Journal of Multiphase Flow*, página 103362, 2020.