

ACCIONAMIENTO MEDIANTE ACTUADORES PIEZOELÉCTRICOS DE ALAS FLEXIBLES PARA MICRO-VEHÍCULOS AÉREOS SÚPER MANIOBRABLES INSPIRADOS EN LA BIOLOGÍA

Sergio Preidikman^{a,b}, Julio C. Massa^{a,b} y María F. Bandi^a

^a *Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, jmassa@efn.uncor.edu, <http://www.efn.uncor.edu>*

^b *Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800, Río Cuarto, Argentina, spreidik@vt.edu, <http://www.ing.unrc.edu.ar>*

Palabras clave: actuadores piezoeléctricos, ala flexible, micro-vehículos aéreos.

Resumen. En este trabajo se desarrolla un modelo de ala flexible que permite imitar algunas deformaciones elásticas observadas en alas de insectos y aves pequeñas. Estas deformaciones son necesarias para inducir mecanismos aerodinámicos inestacionarios que les posibilitan maniobrar y volar. Con el modelo numérico desarrollado se puede analizar estática y dinámicamente el comportamiento flexional de una superficie alar (superficie sustentadora) cuya flexibilidad se concentra en una viga que va desde la raíz del ala hasta cubrir casi completamente la envergadura de la misma. Para inducir deformaciones elásticas en la viga asociada al ala, se distribuyen actuadores piezo-eléctricos del tipo PZT sobre las caras superior e inferior de la viga. Las deformaciones mecánicas se consiguen aplicando en los actuadores una diferencia de potencial variable en el tiempo. Las ecuaciones de movimiento y aquéllas que describen el acoplamiento electromecánico del conjunto viga-actuadores PZT son discretizadas mediante elementos finitos. La superficie alar se modela aerodinámicamente mediante un método de red de vórtices. El cambio de forma de la red de vórtices es descripto por el desplazamiento del conjunto de puntos nodales que definen la red. Como se muestra en otro trabajo de los mismos autores, estos desplazamientos se pueden obtener a partir de los desplazamientos y rotaciones de los nudos de la malla de elementos finitos utilizada para discretizar la viga. En este trabajo se presenta el desarrollo de un algoritmo numérico que permite integrar en el dominio del tiempo las ecuaciones de movimiento-acoplamiento electromecánico del sistema viga-actuadores. Este esfuerzo forma parte de un proyecto de mayor envergadura cuyo objetivo general es estudiar como integrar sistemas físicos, espacial y temporalmente distribuidos, con datos de la biología experimental y con computación de alta performance para lograr diseños innovadores de micro-vehículos aéreos súper-maniobrables, no tripulados, de alas batientes inspirados en la biología.

1. INTRODUCCIÓN

Existe un gran interés en diseñar aeronaves que sean lo más pequeñas posibles, de manera tal que permitan desarrollar ciertas misiones civiles y militares de duración limitada. Durante la última década el estudio y desarrollo de estas aeronaves conocidas como “*micro-vehículos aéreos*” (MAVs), ha tomado gran auge debido a la posibilidad de obtener equipamiento electrónico de vigilancia y sensores de detección miniaturizados, consiguiendo que la carga paga completa no sea mayor a 18 gramos. Una de las metas principales es desarrollar un micro-vehículo cuya dimensión máxima sea de 15 cm. y cuyo peso sea de 90 gramos.

Se requiere que este tipo de vehículos: (a) pueda maniobrar en un amplio espectro de ambientes, por ejemplo, áreas urbanas, junglas, desiertos, mares y montañas; (b) sea capaz de actuar bajo cualquier tipo de condiciones climáticas, como ser lluvias y vientos; y (c) pueda volar a muy baja altura (menos de 100 metros de altura) donde es posible encontrar edificios, árboles, colinas, etc.

Para construir un micro-vehículo aéreo que posea las prestaciones descriptas anteriormente es necesario vencer las barreras tecnológicas que impiden su completa realización. Éstas incluyen la generación de energía en pequeña escala y su almacenaje, la navegación, la comunicación, el entendimiento de la aerodinámica a bajos números de Reynolds, la propulsión y el control. Otro aspecto muy importante, y quizás el menos entendido, es el comportamiento aeroservoelástico de estos micro-vehículos.

El presente trabajo forma parte de un esfuerzo mucho mayor que se está llevando a cabo en la Universidad de Maryland en College Park, USA. El objetivo general del mencionado proyecto es estudiar como sistemas físicos, distribuidos espacial y temporalmente, pueden ser integrados con datos de la biología experimental y con algoritmos computacionales de alta performance para lograr diseños eficientes.

Para reproducir mecanismos de sustentación y propulsión inspirados en la biología es necesario entender la compleja cinemática y dinámica que los caracteriza. En la naturaleza, todas las criaturas capaces de mantenerse en vuelo (pájaros e insectos) poseen alas batientes flexibles. A escalas pequeñas, las alas batientes ofrecen ventajas respecto a las alas convencionales (alas fijas). Entre las ventajas se puede mencionar la generación de sustentación y empuje manteniendo economía en el peso. La eficiente generación de sustentación y propulsión se atribuye a mecanismos aerodinámicos no estacionarios. Éstos difieren de una criatura a otra (aunque el tamaño sea comparable) y dependen del Número de Reynolds que caracteriza el batimiento.

Existen diversos mecanismos aerodinámicos inestacionarios. Entre los principales, pueden citarse: retraso de pérdida dinámica y mantenimiento del vórtice en el borde de ataque del ala, captura de la estela, sustentación rotacional, aplauso y separación (“clap and fling”) (Dickinson, 2001; Sane, 2003; Azuma et al. 2001).

Basándose en observaciones de aves e insectos, se deduce que el batimiento de las alas y la flexibilidad de las mismas son dos propiedades clave para el vuelo a bajos números de Reynolds (Mueller y Delaurier, 2001). Mediante las alas batientes y flexibles, y utilizando los mecanismos aerodinámicos inestacionarios descriptos anteriormente, las criaturas pequeñas superan la performance aerodinámica estacionaria que se deteriora al caer el Número de Reynolds (Shyy et al. 1999). Para desarrollar estos mecanismos es necesario una superficie sustentadora flexible que permita: (i) modificar e invertir la combadura de los perfiles de ala; (ii) inducir torsión para poder ejecutar maniobras y optimizar la aerodinámica; (iii) inducir movimientos de contracción y expansión; e (iv) inducir flexión en la dirección transversal al ala.

Lo que permite a un ave deformar y torsionar sus alas es la adaptación de su sistema muscular y sus huesos. Para realizar maniobras, el sistema muscular cambia la posición relativa de los huesos que conforman el esqueleto (Shyy et al. 1999; Marden, 2000). Para sintetizar este efecto en las alas de un MAV, es necesario implementar un sistema de control, compuesto de sensores

y actuadores inmersos de manera conveniente en la estructura del ala (Combes y Daniel, 2003a; Combes y Daniel, 2003b; Lim et al. 1998).

La elección del tipo de actuador a utilizar en un micro-robot volante de alas batientes es de fundamental importancia para la realización exitosa del vuelo autónomo. Se requiere de actuadores de bajo consumo de energía, peso mínimo, compactos, de alta eficiencia y larga vida útil. Los actuadores piezoeléctricos han sido utilizados en la modelación de superficies flexibles (Lim et al. 1998).

El modelo de ala flexible con actuadores piezoeléctricos inmersos debe permitir que la misma cambie su flecha; se flexione hacia arriba y abajo; y se torsione cambiando su combadura o ángulo de ataque. Estos movimientos han sido estudiados por varios investigadores. Por ejemplo, la generación de flexión en una viga puede lograrse por medio de actuadores unimorfos; formados por una capa de piezoeléctrico y otra de material elástico (Sitti et al. 2004; Smits y Choi, 1991), o bien, mediante actuadores multimorfos; formados por varias capas de dieléctrico, piezoeléctrico, material elástico y conductores (Devoe y Pisano, 1997; Weinberg, 1999; Elka y Elata, 2004).

Kwak y Yedavalli (2001) estudiaron como controlar una maniobra de roldo con una velocidad de roldo deseada utilizando una distribución específica de actuadores piezoeléctricos sobre material flexible que simula el ala.

Para desarrollar un modelo de ala flexible es importante definir la distribución de piezoeléctricos tanto a lo largo de la envergadura como a lo largo de la cuerda y, además, el número y disposición de las capas de láminas piezoeléctricas a lo largo de la sección transversal.

2. ORGANIZACIÓN DE ESTE TRABAJO

En primera instancia se desarrollan las ecuaciones de movimiento de una viga bi-dimensional con actuadores piezocerámicos adheridos a ambas caras del material elástico de viga. La viga resulta entonces una estructura tipo “sándwich” formada por: actuador piezoeléctrico + material elástico + actuador piezoeléctrico.

En una segunda instancia, se utiliza el método de elementos finitos para discretizar espacialmente el conjunto de ecuaciones de movimiento de esta estructura “sándwich”. El modelo utilizado es comúnmente conocido como “modelo de fuerza bloqueada”.

La inclusión de los actuadores trae aparejada modificaciones en las matrices de masa y rigidez estándares de una viga. Estos cambios están asociados a los aportes de masa y rigidez de los actuadores. El vector de cargas también sufre modificaciones, puesto que se incorpora el término de la llamada fuerza bloqueada, generada por la restricción a la deformación libre del actuador piezocerámico, al someterlo a un campo eléctrico, impuesta por el estrato elástico.

Conocida la deformación de la viga, se determina la posición de cada punto de la superficie alar asociada a partir de una matriz “spline”.

3. MODELADO DE UNA VIGA CON ACTUADORES DE DEFORMACIÓN INDUCIDA

Una viga unidimensional con actuadores de deformación inducida fijados o pegados en su superficie superior y/o inferior representa un modelo básico de una estructura adaptable. Muchos sistemas estructurales tales como: palas de helicópteros, alas de aviones, palas de turbomáquinas, estructuras espaciales, misiles y estructuras civiles pueden ser representadas por vigas esbeltas. Mediante los actuadores de deformación inducida es posible ejercer control activo sobre las formas aerodinámicas con diversas finalidades.

Se han desarrollado varias teorías para predecir la respuesta de vigas en flexión, tanto isótropas como anisótropas, con actuadores pegados en su superficie. Las mismas abarcan desde modelos simplificados a modelos detallados que incluyen distribuciones uniformes de desplazamientos, lineales o no lineales a través del espesor de la estructura “sándwich”.

3.1 Fundamentos de la piezoelectricidad

Ciertos materiales exhiben un comportamiento muy interesante: al ser deformados generan un campo eléctrico. Esto es siempre acompañado por un comportamiento inverso en el cual se produce una deformación cuando el material es colocado en un campo eléctrico. A estos fenómenos se los conoce como *efecto piezoeléctrico directo* y *efecto piezoeléctrico inverso*. Los materiales que exhiben estos efectos se denominan *materiales piezoeléctricos*. Ambos efectos son lineales por lo que en el caso del efecto inverso, por ejemplo, la deformación es proporcional a la intensidad del campo eléctrico y cambia el sentido cuando lo hace el campo eléctrico.

Recientemente se comenzaron a aplicar materiales piezoeléctricos para ejercer control activo de vibraciones, donde un sensor (que puede ser un piezoeléctrico) es utilizado para detectar vibraciones y enviar una señal eléctrica a un actuador piezoeléctrico, el cual produce una anti-vibración correctora. También en las llamadas *estructuras inteligentes*, donde sensores piezoeléctricos pueden detectar daños como delaminación en un compuesto, o una deflexión excesiva en una estructura flexible, enviando de esta manera señales a actuadores piezoeléctricos para proveer rigidez.

El comportamiento piezoeléctrico está ligado a acomodamiento, durante la deformación, de partículas cargadas eléctricamente. Cuando existen dos partículas cargadas eléctricamente en igual magnitud q y distinto signo, separadas por una distancia l se produce un momento eléctrico o momento dipolar, dado por:

$$p = ql \quad (1)$$

Por convención l está orientada desde la carga negativa hacia la positiva. Un cristal que posee un momento dipolar resultante distinto de cero se dice que es *polar*. La *polarización* \mathbf{P}_s está definida como el momento dipolar por unidad de volumen. Si no existe momento dipolar resultante el cristal es *no polar* ($\mathbf{P}_s = \mathbf{0}$). Cuando el cristal es deformado, la distancia entre los centroides de las cargas positivas y negativas puede variar de forma tal que un cristal no polar en el estado no deformado puede convertirse en polar en el estado deformado.

Si existe un momento dipolar resultante, existe un campo eléctrico en el cristal paralelo al vector que conecta los dos centroides. Para hacer uso de los efectos de los piezoeléctricos, se colocan electrodos en las superficies opuestas del material piezoeléctrico. Los electrodos más comunes son los de plata. Los electrodos que se observan en la [Figura 1](#) forman un capacitor con sus placas paralelas, con el piezoeléctrico actuando de dieléctrico.

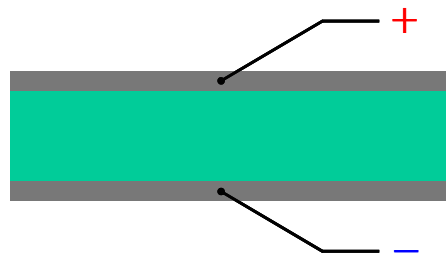


Figura 1: Configuración típica de un sistema electrodo-piezoeléctrico.

Cuando el material es traccionado y deformado, el campo eléctrico resultante se manifiesta como un diferencial de potencial entre los electrodos. La relación entre la intensidad del campo eléctrico \mathbf{E} y el voltaje V es:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (2)$$

Los materiales policristalinos compuestos de cristales piezoeléctricos pueden transformarse en piezoeléctricos mediante un proceso conocido como *polarización* (ver [Figura 2](#)).

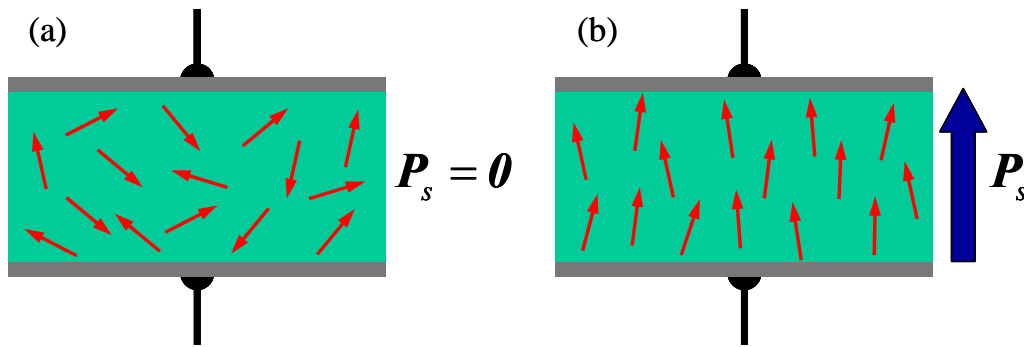


Figura 2: Efectos de la polarización. (a) Dipolos antes de polarización. (b) Dipolos luego de polarización.

Con el fin de proveer una descripción matemática del comportamiento piezoeléctrico, se define un sistema de ejes cartesianos 1, 2 y 3. Para los cristales, estos ejes son asignados de acuerdo con convenciones relativas a los planos cristalográficos. El sentido positivo de ciertos ejes es elegido de modo que la constante piezoeléctrica en ese sentido sea también positiva. En los cerámicos y polímeros, el tercer eje es coincidente con el de la dirección de polarización, con el sentido positivo tomado en la dirección del campo eléctrico positivo usado en el proceso de polarización. Los cerámicos, al ser transversalmente isótropos, son no-direccionales en el plano perpendicular a la dirección de polarización. Por lo tanto, los ejes 1 y 2 son arbitrarios.

Debido a que los piezoeléctricos son “materiales electromecánicos”, existe una superposición de notación entre la mecánica y la electricidad. En la Tabla 1 se detalla la notación utilizada en este trabajo.

Símbolo	Significado	Símbolo	Significado
D	Desplazamiento eléctrico	ϵ	Permitividad dieléctrica
E	Campo Eléctrico	s	Flexibilidad
S	Deformación	c	Rigidez
T	Tensión	d	Coef. de deformación piezoeléctrica

Tabla 1: Notación utilizada en este trabajo.

El efecto piezoeléctrico puede ser expresado en término de *relaciones constitutivas*. Las relaciones constitutivas básicas son lineales. Es conveniente expresar las deformaciones mecánicas y los desplazamientos eléctricos como variables independientes, obteniendo relaciones constitutivas que se corresponden una a una con los efectos piezoeléctricos inverso y directo. La forma estándar de escribir estas relaciones es:

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{kij} E_k \quad D_i = d_{ikl} T_{kl} + \epsilon_{ik}^T E_k \quad (3)$$

donde S_{ij} es el tensor de deformación mecánica, s_{ijkl}^E es el tensor de flexibilidad a campo eléctrico constante, T_{kl} es el tensor de tensión mecánica, d_{kij} es el tensor de acoplamiento electromecánico que contiene los coeficientes de deformación piezoeléctrica, E_k es el vector de campo eléctrico, D_i es el vector de desplazamiento eléctrico y ϵ_{ik}^T es el tensor de permitividad a tensión mecánica constante. La primera de las ecuaciones dadas en (3) es la ecuación de un actuador piezoeléctrico, y la segunda es la ecuación de un sensor piezoeléctrico. Los actuadores están asociados al efecto piezoeléctrico inverso, mientras que los sensores al efecto piezoeléctrico directo.

Para un caso general, el vector deformación mecánica S , el vector tensión T , y la matriz de flexibilidad s , resultan:

$$\mathbf{S} = \begin{Bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{T} = \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} & s_{26} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} & s_{35} & s_{36} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} & s_{46} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} & s_{56} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} & s_{64} & s_{65} & s_{66} \end{bmatrix} \quad (4)$$

donde S_1 , S_2 y S_3 son las deformaciones axiales asociadas a las direcciones ortogonales 1, 2 y 3 respectivamente, y S_4 , S_5 y S_6 son las deformaciones transversales. T_1 , T_2 y T_3 son las tensiones normales, y T_4 , T_5 y T_6 son las tensiones transversales o de corte. Debido a que $s_{ij} = s_{ji}$, las 36 constantes en la matriz \mathbf{s} se reducen a 21.

El desplazamiento eléctrico \mathbf{D} (C/m^2), el campo eléctrico \mathbf{E} (N/C o V/m), y la matriz de permitividad dieléctrica, \mathbf{e} (C^2/Nm^2), están dados por:

$$\mathbf{D} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix} \quad \mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix} \quad \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Los términos $e_{ij} = e_{ji}$ donde i es distinto de j , son conocidos como permitividades cruzadas. La matriz de coeficientes piezoeléctricos, \mathbf{d} (C/N) representa el acoplamiento electromecánico. En general, existen 18 constantes piezoeléctricas independientes.

3.2 Actuadores piezoeléctricos

En este trabajo se consideran dos grupos de materiales con características piezoeléctricas: cerámicos y polímeros. Debido a su alta rigidez, los cerámicos se consideran aptos para ser utilizados como actuadores; mientras que los polímeros, más flexibles que los anteriores, son adecuados para ser utilizados como sensores.

Con el descubrimiento de los piezocerámicos, las aplicaciones de los piezoeléctricos se ampliaron considerablemente. Los elementos piezocerámicos, además de presentar excelentes características piezoeléctricas, pueden ser fácilmente fabricados en grandes cantidades y en formas diversas (láminas, discos, cilindros, como también en formas de actuadores para ser inmediatamente ensamblados). Esto los hace ideales para aplicaciones en estructuras adaptables.

Entre los piezocerámicos típicos se pueden mencionar: PBT (Barium Titanate- BaTiO_3), el cual es el primer piezocerámico extensamente investigado; PZTs (Lead Zirconate Titanates- $\text{PbZr}_{1-x}\text{Ti}_x\text{O}_3$); y los recientemente descubiertos PZN-PT. Los mencionados en segundo lugar son comúnmente utilizados en forma de finas láminas (0,254 mm) construidas de PZT-5H. Las características de este piezocerámico se muestran en la Tabla 2.

s_{11}^E ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	16,5	d_{33} ($\times 10^{-12} \text{ m/V, pC/N}$)	593	K_{11}^T	3130
s_{33}^E ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	20,7	d_{15} ($\times 10^{-12} \text{ m/V, pC/N}$)	741	K_{33}^T	3400
s_{44}^E ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	58,3	Temperatura de Curie ($^\circ\text{C}$)	193	ν_{12}	0,2896
s_{66}^E ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	42,5	Tensión de compresión (MPa)	>517	ν_{31}	0,4082
s_{12}^E ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	-4,78	Tensión estática de tracción (MPa)	~75	E_1 (GPa)	60,6
s_{13}^E ($\times 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$)	-8,45	Campo de polarización (kV/cm)	~12	E_3 (GPa)	48,3
d_{31} ($\times 10^{-12} \text{ m/V, pC/N}$)	-274	Campo de despolarización (kV/cm)	~5,5	P (kg/m^3)	7500

Tabla 2: Características del piezocerámico PZT-5H

Los actuadores construidos con PZT-5H son ampliamente utilizados debido a que, para producir la misma deformación que la correspondiente a otro tipo de actuador, requieren un campo eléctrico más bajo. Una de las desventajas del PZT-5H es su factor de disipación relativamente alto, que además aumenta con el campo eléctrico aplicado. Esto puede conducir a un calentamiento del actuador.

3.3 Ecuaciones constitutivas “electromecánicas” de los actuadores

El comportamiento de los materiales piezoeléctricos sometidos a campos eléctricos bajos y a niveles bajos de tensión mecánica está gobernado por las ecuaciones (3). Una lámina de piezoeléctrico, como se muestra en la Figura 3, que ha sido polarizada a lo largo de su espesor puede ser utilizada como actuador. Las relaciones constitutivas (3) indican que la deformación total del actuador es la suma de: (i) la deformación “mecánica” inducida por la tensión; (ii) la deformación “térmica” inducida por un salto térmico; y, (iii) la deformación “controlada” inducida por la aplicación de una diferencia de potencial. Los electrodos se consideran colocados en el plano 1-2, de forma que el campo eléctrico se aplica a través del espesor de la lámina.

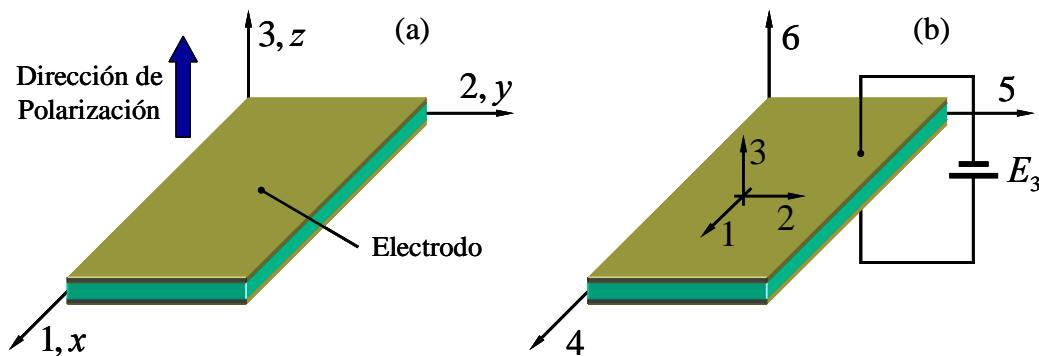


Figura 3: Lámina piezocerámica. (a) Ejes y dirección de polarización. (b) Campo eléctrico aplicado.

Cuando el material piezoeléctrico es utilizado como actuador, el campo eléctrico, E , es la variable de entrada y la deformación total, S , es la salida. La correspondiente relación constitutiva resulta:

$$S = s^E T + d^e E + \alpha \Delta T \tag{6}$$

donde α ($1/^\circ K$) es el vector de coeficientes de expansión térmica y ΔT es la diferencia de temperatura entre las caras superior e inferior del actuador. Debido a la isotropía transversal, $\alpha = [\alpha_1, \alpha_1, \alpha_1, 0, 0, 0]^T$. Para el caso de piezocerámicos isótropos en el plano perpendicular a la dirección de polarización, la matriz de flexibilidad se reduce a:

$$s^E = \left[\begin{array}{c|c} s_{11} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \hline \mathbf{0}_{3 \times 3} & s_{22} \end{array} \right], \quad s_{11} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{12}}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} \\ -\frac{\nu_{31}}{E_3} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & \frac{1}{E_3} \end{bmatrix}, \quad s_{22} = \begin{bmatrix} \frac{2(1+\nu_{31})}{E_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2(1+\nu_{31})}{E_3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{12})}{E_1} \end{bmatrix} \tag{7}$$

La matriz de flexibilidad s^E caracteriza la flexibilidad mecánica del material; el superíndice E indica que la cantidad es medida en condición de campo eléctrico constante. La componente s_{km}^E es definida como la deformación en la dirección k debida a una tensión unitaria aplicada en la dirección m con los electrodos cortocircuitados. Estos coeficientes son función del módulo de Young E_k y del coeficiente de Poisson ν_{km} , que pueden ser diferentes en las distintas direcciones.

La matriz de coeficientes piezoeléctricos, d^c , (Ecuación 8) caracteriza la deformación por unidad de campo eléctrico en condición de tensión constante. El superíndice c ha sido adicionado para indicar que las componentes de la misma están asociadas con el efecto piezoeléctrico inverso. Por ejemplo, la componente d_{31} caracteriza la deformación en la dirección del eje 1 debido a un campo eléctrico aplicado en la dirección del eje 3. Los coeficientes d_{24} y d_{15} representan las deformaciones por corte en los planos 2-3 y 1-3 inducidas por los campos eléctricos aplicados en las direcciones 2 y 3, respectivamente.

Para materiales piezocerámicos con isotropía transversal se tiene $d_{31}=d_{32}$ y $d_{24}=d_{15}$. En la configuración de actuador mostrada en la Figura 3, con electrodos en el plano 1-2, es posible aplicar (solamente) un campo eléctrico en la dirección 3 y no es posible inducir corte en el plano 1-2.

$$d^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Un actuador piezoeléctrico es normalmente caracterizado en términos de dos parámetros: (i) la fuerza bloqueada, F_{bl} ; y, (ii) la deformación libre, Λ . La fuerza bloqueada es la fuerza requerida para restringir completamente al actuador piezoeléctrico y para impedir su deformación cuando se le aplica un campo eléctrico. La deformación libre es la máxima deformación inducida correspondiente al efecto piezoeléctrico que ocurre cuando se lo somete a un campo eléctrico específico sin carga externa adicional. Haciendo $T=0$ en la relación constitutiva (6), e ignorando los efectos térmicos, se obtiene la expresión para la deformación libre.

$$\Lambda = [\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4, \Lambda_5, \Lambda_6]^T = [d_{31}E_3, d_{31}E_3, d_{33}E_3, d_{15}E_3, d_{15}E_3, 0]^T \quad (9)$$

La fuerza bloqueada está dada por el producto de la deformación libre, el área de la sección transversal y el módulo de Young E_1 del actuador.

3.4 Modelos de viga isotrópica con actuadores piezocerámicos

a) Modelo simple de fuerza bloqueada

El método de fuerza bloqueada es una aproximación simple y físicamente intuitiva para estimar la respuesta de una viga sometida a la acción de una deformación inducida. Es un modelo global y bastante exacto. El actuador es idealizado como una línea de fuerza, y como tal no incluye ninguna variación de la tensión o deformación a lo largo de la zona donde está ubicado (Crawley y Luis, 1987; Crawley y Anderson, 1889).

b) Características básicas de una viga con un actuador piezoeléctrico

Se considera una lámina construida de material piezoeléctrico, de longitud l_c , ancho b_c y espesor t_c , adherida a una viga isotrópica tal como se muestra en la Figura 4.

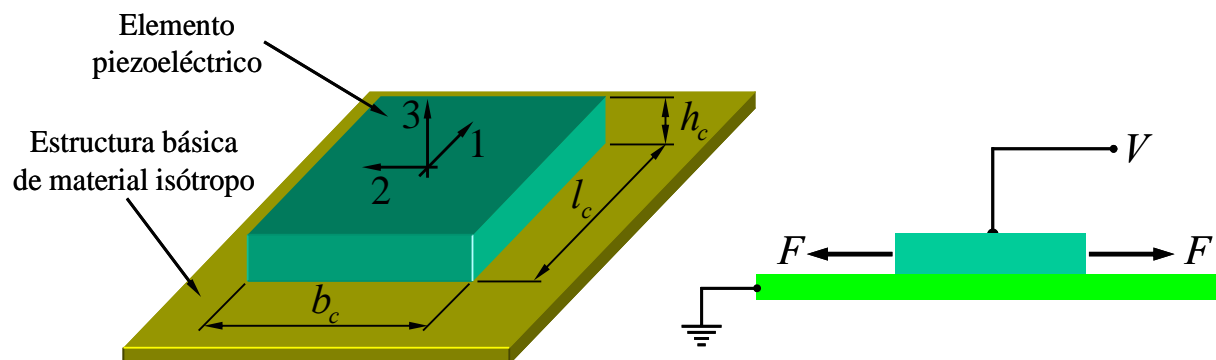


Figura 4: Actuador piezoeléctrico laminar adherido a una viga.

Si un voltaje eléctrico V es aplicado a través de una lámina de piezoelectrico aislada a lo largo de la dirección 3 (dirección de polarización), la deformación máxima de la lámina (o deformación libre) en la dirección 1 es S_{\max} , y está dada por:

$$S_{\max} = d_{31} \frac{V}{t_c} = \Lambda \quad F_{\max} = d_{31} E_c b_c V \quad (10)$$

La fuerza máxima o fuerza bloqueada en la dirección 1, F_{\max} , está dada por:

$$F_{\max} \doteq F_{bl} = d_{31} E_c b_c V = E_c b_c t_c \Lambda = E_c A_c \Lambda \quad (11)$$

donde E_c es el módulo de Young del piezoelectrico (en la condición de cortocircuito) y $A_c = t_c b_c$ es el área de la sección transversal de la lámina piezoelectrica.

Cuando la lámina de material piezoelectrico es adherida a una estructura de una viga, el voltaje V aplicado sobre la lámina produce una fuerza axial F sobre la viga. La fuerza de reacción sobre el elemento piezoelectrico es $-F$. En esta condición, la deformación de la lámina piezoelectrica, S_c , está dada por:

$$S_c \doteq \frac{\Delta l_c}{l_c} = d_{31} \frac{V}{t_c} - \frac{F}{b_c c_c E_c} = \Lambda \left(1 - \frac{F}{F_{bl}} \right) \quad (12)$$

La deformación libre, Λ , de la lámina piezoelectrica puede ser medida fijando un “strain-gauge” en una de las superficies libres de la lámina. Luego, la lámina piezoelectrica es pegada a la superficie de la viga y la deformación promedio de la viga es medida para un determinado voltaje aplicado. La fuerza axial actuante puede ser calculada como:

$$F = b_b t_b E_b S_c = E_b A_b S_c \quad (13)$$

donde E_b es el módulo de Young del material de la viga (homogénea) y A_b el área de la sección transversal de la viga. Este modelo puede ser aplicado para la configuración que se describe a continuación.

c) Actuadores dobles: acción simétrica

Dos actuadores idénticos son colocados en la superficie superior e inferior de la viga, tal como se muestra en la **Figura 5**. El mismo voltaje aplicado al actuador superior y al inferior producirá extensión pura de la viga, **Figura 5(a)**. Un voltaje de igual magnitud pero de signo contrario aplicado en los actuadores superior e inferior causará una flexión pura de la viga, **Figura 5(b)**.

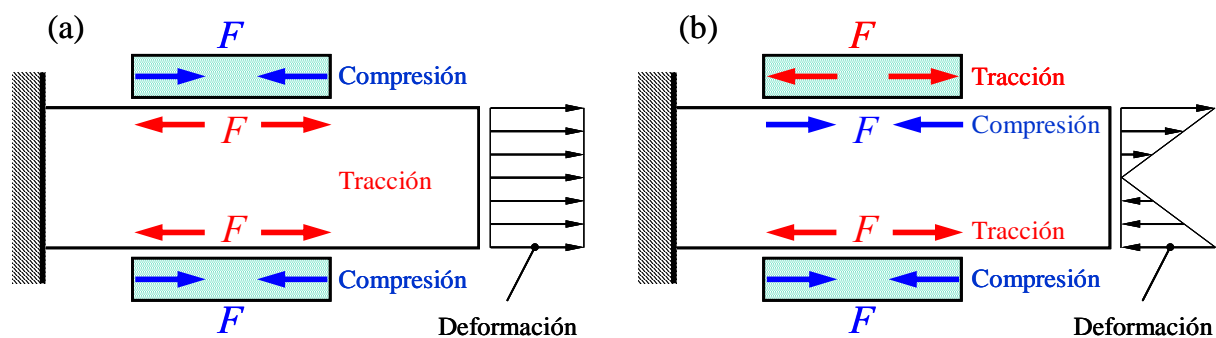


Figura 5: Viga con dos actuadores piezoelectricos. (a) Extensión pura. (b) Flexión pura.

Si se aplica un voltaje positivo en el actuador superior y un voltaje negativo en el inferior, se producirá una tensión de compresión en la fibra superior de la viga y una tensión de tracción

en la fibra inferior de la misma, respectivamente, [Figura 5\(b\)](#). Por otra parte, los actuadores piezoeléctricos experimentan tensiones equilibrantes (tracción en el actuador superior y compresión en el actuador inferior). Esto resulta en una condición de flexión pura para la viga, cuya deformación varía linealmente a lo largo de su espesor. El momento flector inducido M es el resultado del par de fuerzas de reacción, F , producida en cada actuador piezocerámico. Una hipótesis adicional comúnmente utilizada es que no existe variación de tensión por flexión a lo largo del actuador; es decir, el momento flector inducido M es constante a lo largo del actuador.

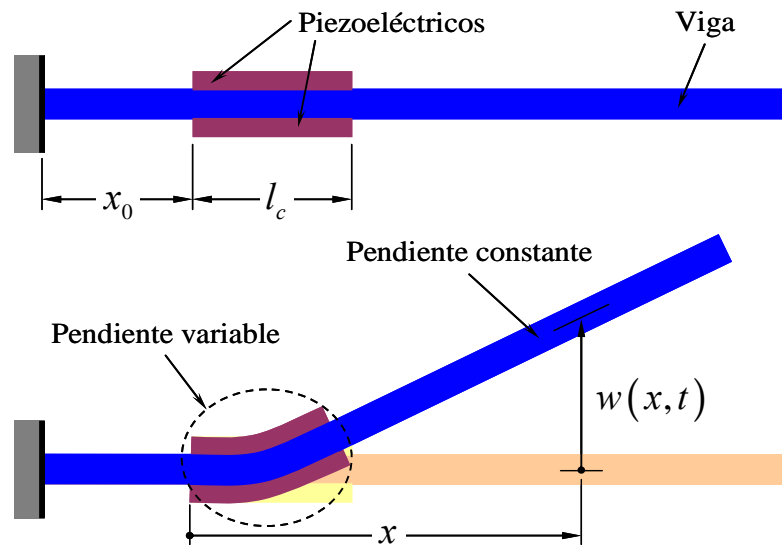


Figura 6: Viga empotrada, flexionada por acción de actuadores piezoeléctricos.

En la [Figura 6](#) se esquematiza la acción flexional que ejerce sobre una viga empotrada, un par de actuadores a los cuales se les aplican voltajes iguales y de signo opuesto. Existen tres zonas diferenciadas en cuanto a la pendiente y la deflexión:

	$x < 0$	$0 < x < l_c$	$x > l_c$
Pendiente dw/dx	0	Kx	Kl_c
Deflexión $w(x)$	0	$\frac{1}{2} Kx^2$	$Kl_c(x - l_c/2)$

$K=M/(EI)$ es la curvatura causada por el momento flector inducido M . La rigidez flexional (EI) es la suma de las contribuciones de la viga y de los actuadores ($E_b I_b + E_c I_c$),

donde $E_c I_c = 2 E_c b_c t_c \left(\frac{t_c^2}{4} + \frac{t_b^2}{4} + \frac{t_c t_b}{2} \right)$ y $E_b I_b = E_b b_b \frac{t_b^3}{12}$.

d) Actuadores dobles: acción simétrica (influencia del adhesivo)

Cuando dos piezo-actuadores idénticos son pegados en una viga isótropa (uno en la superficie superior y otro en la inferior) entre cada actuador y la superficie de la viga existe una capa elástica de espesor finito de adhesivo. Las deformaciones del actuador se ven restringidas por la presencia del adhesivo. Esto genera tensiones de corte en la capa adherente. En el análisis presentado en este trabajo, las tensiones normales en las superficies de la viga son ignoradas y sólo se consideran las tensiones de corte. El objetivo es predecir las deformaciones y las fuerzas inducidas por la acción de los actuadores piezocerámicos, incluyendo los efectos de pérdida

generados por la capa de adhesivo. La Figura 7 muestra el sistema de coordenadas y las dimensiones que se utilizan para este análisis, como así también la distribución de corte a lo largo de la capa adherente.

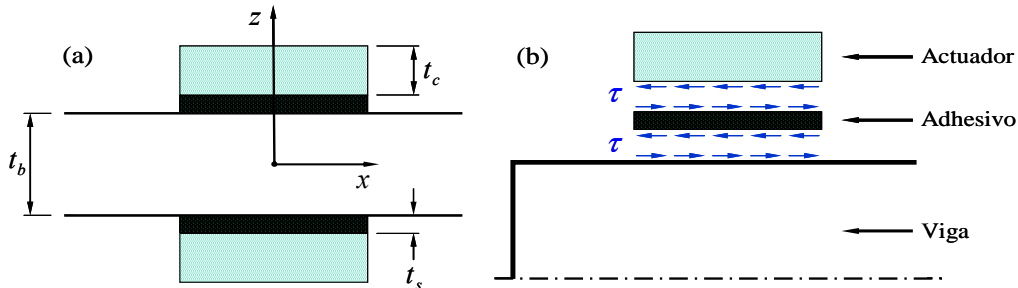


Figura 7: Viga con actuadores simétricos adheridos a cada superficie. (a) Definición de espesores y sistema de coordenadas. (b) Transmisión del corte a través de la capa de adhesivo.

Para generar flexión pura, al igual que en el modelo discutido anteriormente, se considera un voltaje de igual magnitud y de signo opuesto aplicado en cada uno de los actuadores. Se asume que la tensión normal varía linealmente a través del espesor de la viga. Se asume además que las tensiones normales en el actuador son constantes a lo largo del espesor. Las fuerzas y momentos actuantes en un elemento diferencial de viga, actuador y capa de adhesivo se muestran en la Figura 8.

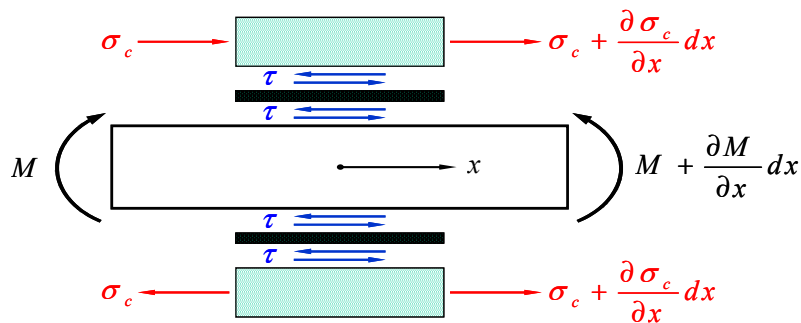


Figura 8: Elemento diferencial de viga, actuador y capa de adhesivo en estado de flexión pura.

El análisis para obtener las ecuaciones de equilibrio del sistema viga/actuadores/adhesivo es similar al realizado para el modelo simple de fuerza bloqueada. En este nuevo modelo deben tenerse en cuenta las tensiones de corte generadas en la capa adherente. La deformación de corte del adhesivo es igual a la diferencia entre las deformaciones axiales del actuador y de la superficie de la viga dividida por el espesor de la capa de adhesivo.

e) Modelo de Euler-Bernoulli

El modelo de deformación de Euler-Bernoulli (Chandra and Chopra, 1993) produce resultados más precisos que el modelo de deformación uniforme, especialmente en los casos en que la capa de adhesivo es muy delgada. Este modelo considera a la viga, al adhesivo y a los actuadores como una estructura continua que satisface las hipótesis de Euler-Bernoulli para flexión de vigas. Se considera que una sección plana normal al eje de la viga en el estado indeformado permanece plana y normal al eje de la viga después de la deformación por flexión. Esto implica una distribución lineal de deformación en la sección transversal de ambos actuadores y de la estructura principal de la viga isótropa.

Debe notarse que, mientras los dos modelos previamente descriptos utilizan suposiciones simplificadas para la distribución de la deformación en el actuador, considerándola esencialmente como un generador de fuerza aplicada sobre la estructura de la viga, el modelo de Euler-Bernoulli considera a los actuadores como parte integrante de una estructura (compuesta) única.

4. FORMULACIÓN DE ELEMENTOS FINITOS PARA VIGAS CON ACTUADORES DE DEFORMACIÓN INDUCIDA

En esta sección se presenta la formulación de Elementos Finitos de una viga con actuadores que inducen deformación. Esta formulación constituye la base del presente trabajo.

Dos actuadores laminares piezocerámicos idénticos son colocados en la superficie superior e inferior de la viga, tal como se muestra en la Figura 5. En este trabajo solo se muestra el análisis correspondiente a la flexión pura. La deformación axial puede ser fácilmente incorporada en la solución si se desea. La viga es dividida en un número finito de elementos conectados unos a otros por medio de nudos, tal como se muestra en la Figura 9.

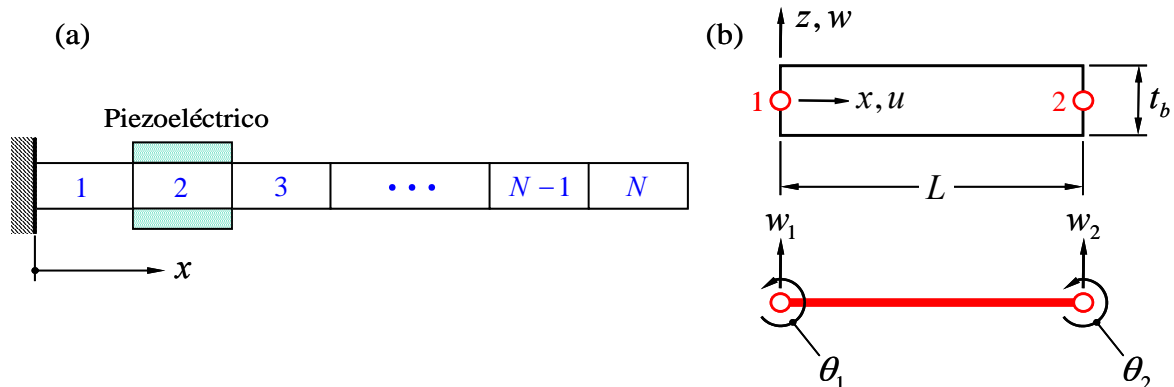


Figura 9: (a) Modelado mediante elementos finitos de una viga con actuadores laminares piezocerámicos. (b) Características de un elemento.

Las propiedades del conjunto viga/actuadores se asumen constantes en cada elemento. La estructura a discretizar es unidimensional. Cada nudo posee tres coordenadas generalizadas: (a) desplazamientos en las direcciones x y z , representados por u y w , respectivamente; y (b) rotación alrededor del eje y , representada por θ (Ver Figura 9). Si se asume que los desplazamientos y giros son pequeños, la influencia del desplazamiento axial u en las ecuaciones que gobiernan la flexión puede ser ignorada; resultando finalmente dos grados de libertad por nudo (w, θ). Las ecuaciones de movimiento se obtienen para cada uno de los elementos, y son luego ensambladas para modelar la estructura viga/actuadores en su conjunto.

4.1 Elemento de viga isótropa con actuadores piezoelectricos

Se considera un elemento de viga isótropa de longitud L , con dos actuadores laminares piezocerámicos idénticos adheridos en la superficie superior e inferior de la viga, tal como se muestra en la Figura 10. Los actuadores piezoelectricos tienen espesor t_c , masa por unidad de longitud m_c y ancho b_c ; el espesor, masa por unidad de longitud y ancho de la viga son t_b, m_b y b_b respectivamente.

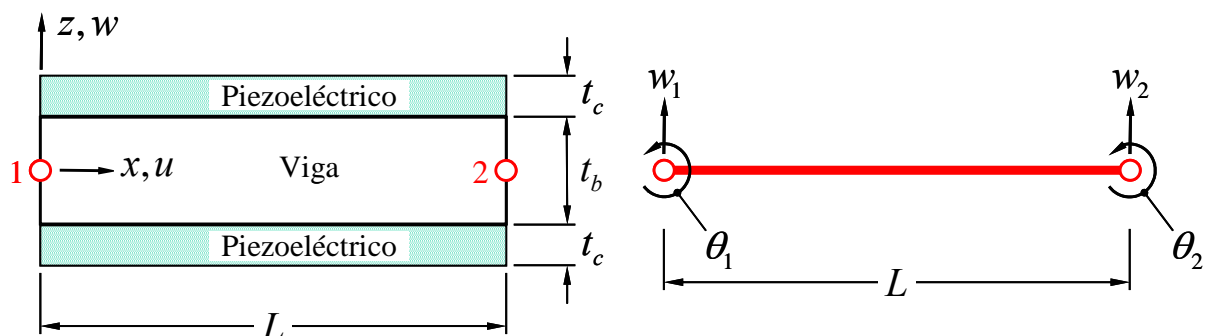


Figura 10: Elemento de viga isótropa con actuadores laminares piezocerámicos.

La energía cinética para un elemento de viga con actuadores piezocerámicos está dada por:

$$T(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_e^T(t) \left[\int_0^L [m_c(x) + m_b(x)] \mathbf{N}^T(x) \mathbf{N}(x) dx \right] \dot{\mathbf{q}}_e(t) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_e^T(t) \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}}_e(t) \quad (14)$$

donde $\mathbf{N}(x)$ es una matriz de funciones de forma. La energía potencial es igual a:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{t}) &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[\int_A E(z) [S(z)]^2 dA \right] dx = \int_0^L \left[\int_0^{t_b/2} b_b E_b \left(z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dz + \int_{t_b/2}^{t_b/2+t_c} b_c E_c \left(z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \Lambda \right)^2 dz \right] dx \\ &= \mathbf{q}_e^T \left[\int_0^L (E_b I_b + E_c I_c) \frac{d^2 \mathbf{N}^T}{dx^2} \frac{d^2 \mathbf{N}}{dx^2} dx \right] \mathbf{q}_e + E_c \Lambda^2 b_c L t_c - E_c \Lambda t_c (t_c + t_b) \left[\int_0^L b_c \frac{d^2 \mathbf{N}}{dx^2} dx \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Sustituyendo las expresiones para la energía cinética y energía potencial en las ecuaciones de Lagrange, se obtienen las ecuaciones de movimiento del elemento:

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{q}}_e(t) + \mathbf{K}_e \mathbf{q}_e(t) = \mathbf{Q}_e(t) \quad (16)$$

donde \mathbf{M}_e es la matriz de masa consistente del elemento de viga con actuadores:

$$\mathbf{M}_e = \int_0^L (m_c + m_b) \mathbf{N}^T(x) \mathbf{N}(x) dx = \frac{2\rho_c b_c t_c + \rho_b b_b t_b}{420} \begin{bmatrix} 156L & 22L^2 & 54L & -13L^2 \\ 22L^2 & 4L^3 & 13L^2 & -3L^3 \\ 54L & 13L^2 & 156L & -22L^2 \\ -13L^2 & -3L^3 & -22L^2 & 4L^3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

y \mathbf{K}_e es la matriz de rigidez del elemento de viga con actuadores:

$$\mathbf{K}_e = \int_0^L (E_b I_b + E_c I_c) \frac{d^2 \mathbf{N}^T}{dx^2} \frac{d^2 \mathbf{N}}{dx^2} dx = \frac{E_c I_c + E_b I_b}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Teniendo en cuenta que $t_c \ll t_b$, puede ignorarse el momento de inercia de los actuadores respecto a su eje baricéntrico. El vector de fuerzas y momentos causados por la deformación inducida, $\mathbf{Q}_e(t)$ resulta:

$$\mathbf{Q}_e(t) = E_c \Lambda(t) t_c (t_c + t_b) \left[\int_0^L b_c \frac{d^2 \mathbf{N}^T}{dx^2} dx \right] = E_c \Lambda(t) b_c t_c (t_c + t_b) \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{Bmatrix} \quad (19)$$

donde $\Lambda(t) = V(t) d_{31}/t_c$. Cada fila del vector $\mathbf{Q}_e(t)$ representa una fuerza o un momento, según corresponda, aplicado a cada grado de libertad del elemento. Notar que la incorporación de los actuadores en el elemento de viga isotrópica se traduce en la aparición de un sistema de fuerzas. La respuesta de la estructura compuesta, viga/actuadores, a la deformación inducida por los actuadores piezocerámicos puede ser calculada haciendo cero las fuerzas externas y utilizando la ecuación 19. Para una estructura dada, de dimensiones y propiedades especificadas, la variable de entrada es el voltaje $V(t)$ aplicado a los electrodos de los actuadores.

Las matrices de rigidez y masa, y el vector de cargas nodales del elemento de viga/actuadores deben ensamblarse para obtener las ecuaciones de movimiento del conjunto completo.

5. EJEMPLOS

En esta sección se presentan seis ejemplos que ilustran la aplicación de la formulación y del programa PIEZOBEM desarrollado en este esfuerzo. Estos ejemplos pretenden mostrar la incidencia de algunas de las variables involucradas en la formulación aquí propuesta, esto es, voltaje aplicado a los actuadores, posición de los actuadores, características dinámicas del conjunto viga/actuadores, características mecánicas del conjunto, etc.

Los parámetros que pueden ser modificados para modelar a la viga con actuadores son: (a) la cantidad de elementos utilizados en la discretización de elementos finitos; (b) las dimensiones, propiedades mecánicas y másicas de cada uno de los elementos de viga; (c) la cantidad y ubicación a lo largo de la viga de los actuadores; (d) el voltaje aplicado a los actuadores; y, (e) el espesor, propiedades electromecánicas y másicas de cada uno de los actuadores. El ancho y el largo de los actuadores coinciden con los del elemento de viga donde están adheridos.

5.1 Ejemplo 1

Se considera una viga de aluminio con dos piezoactuadores PZT-5H adheridos en la superficie superior e inferior de la viga y a lo largo de toda su longitud. Los actuadores son idénticos y se les aplica un voltaje (estático) igual en magnitud y de polaridad opuesta. El esquema de la viga, el número de elementos, nudos, conectividades, y condiciones de borde puede verse en la Figura 11.

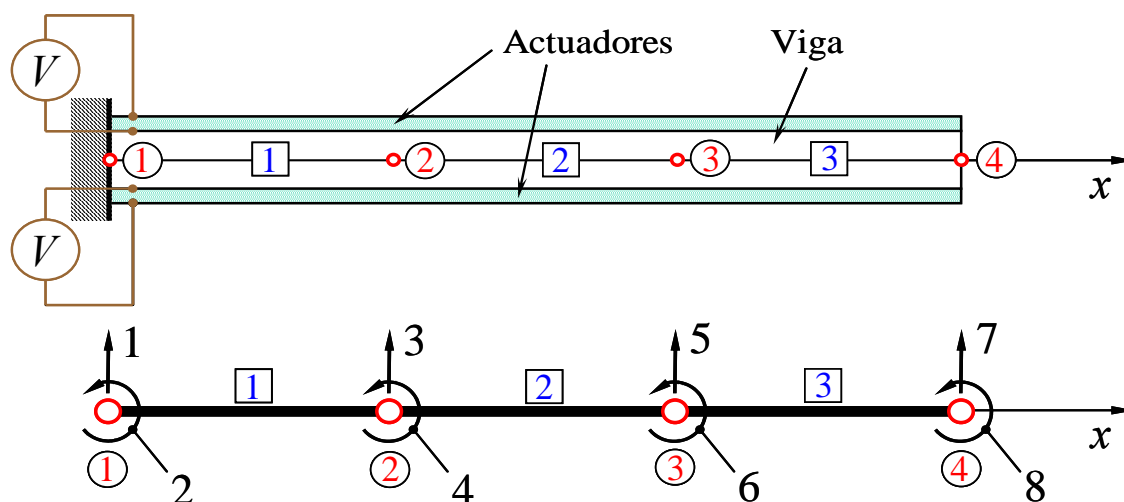


Figura 11: Viga de aluminio con actuadores piezocerámicos PZT-5H.

En la Tabla 3 se muestran las características de cada elemento de la malla de elementos finitos. Se emplea la siguiente notación:

El.=Número del elemento; L =Longitud del elemento; t_c =Espesor del piezoelectrico; b_c =Ancho del piezoelectrico; ρ_c =Densidad del piezoelectrico; d_{31} =C oeficiente eléctrico del piezoelectrico; V =V oltaje aplicado; E_c =M ódulo de Young del piezoelectrico; t_b =Espesor de la viga; b_b =Ancho de la viga; ρ_b =Densidad de la viga; y, E_b =M ódulo de Young de la viga.

El.	L	t_c	b_c	ρ_c	d_{31}	V	E_c	t_b	b_b	ρ_b	E_b
1	1,0	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	100	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
2	1,0	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	100	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
3	1,0	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	100	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$

Tabla 3: Características de los elementos utilizados en el Ejemplo 1.

En la [Figura 12](#) se ilustra la deformación del conjunto viga/actuadores causada por la acción del voltaje aplicado a los actuadores piezocerámicos adheridos a la cara superior e inferior de la viga, cuando el signo del voltaje aplicado en los actuadores superiores es negativo y el del aplicado en los actuadores inferiores es positivo.

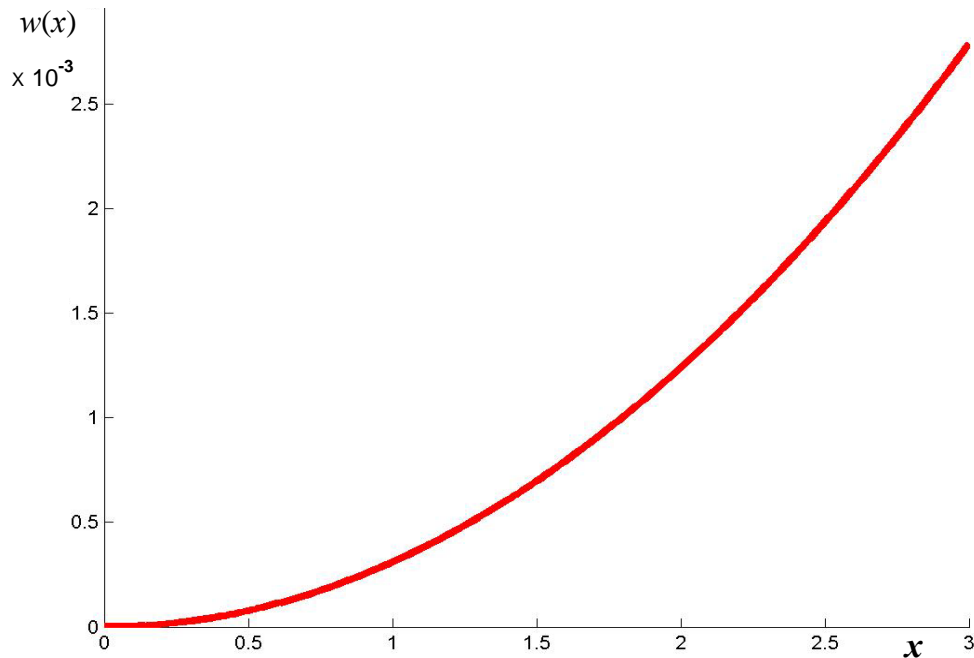


Figura 12: Deformada del conjunto viga/actuadores correspondientes al Ejemplo 1.

5.2 Ejemplo 2

Se considera la misma viga de aluminio del Ejemplo 1, pero subdividida en seis elementos. En este ejemplo sólo los tres primeros elementos (próximos al empotramiento) poseen piezoactuadores PZT-5H adheridos en su superficie superior e inferior. Se aplica voltaje (estático) negativo en los actuadores superiores y positivo en los inferiores. En la Tabla 4 se muestran las características de cada elemento de la malla de elementos finitos:

El.	L	t_c	b_c	ρ_c	d_{31}	V	E_c	t_b	b_b	ρ_b	E_b
1	0,5	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	-100	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
2	0,5	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	-100	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
3	0,5	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	-100	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
4	0,5	0	0,0	0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
5	0,5	0	0,0	0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
6	0,5	0	0,0	0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$

Tabla 4: Características de los elementos utilizados en el Ejemplo 2.

En la [Figura 13](#) se ilustra la deformación del conjunto viga/actuadores causada por la acción del voltaje aplicado a los actuadores piezocerámicos adheridos a las caras superior e inferior de la viga. Debido a que sólo se adhieren actuadores en una mitad de la viga, sólo esta mitad del conjunto tiene una carga inducida por el voltaje; la otra mitad del conjunto se mueve como un

cuerpo rígido. Esto puede verse en la [Figura 13](#), la deflexión varía linealmente y la rotación permanece constante en la segunda mitad del conjunto. Este comportamiento es similar al ilustrado en la [Figura 6](#).

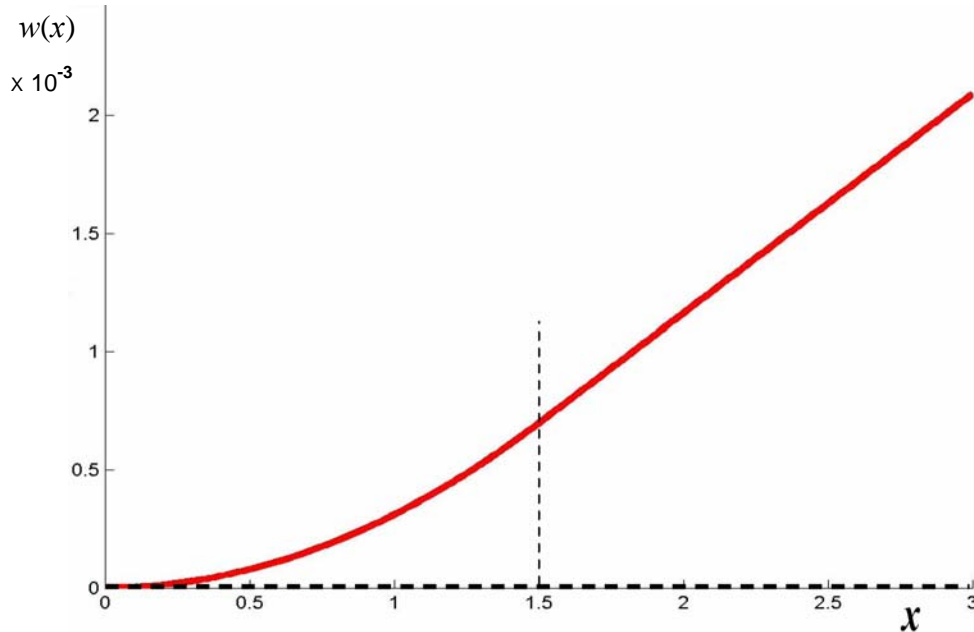


Figura 13: Deformada del conjunto viga/actuadores correspondientes al Ejemplo 2.

5.3 Ejemplo 3

Se considera nuevamente la viga del Ejemplo 2 en cuanto a la cantidad de nudos, cantidad de elementos y propiedades de los mismos. Sin embargo, se considera la distribución de actuadores correspondiente al Ejemplo 1. En este ejemplo, se desea obtener la respuesta dinámica del conjunto cuando se aplica en todos los actuadores un voltaje variable en el tiempo como el mostrado en la [Figura 14](#). Las condiciones iniciales del conjunto viga/actuadores son: desplazamientos y velocidades iguales a cero.

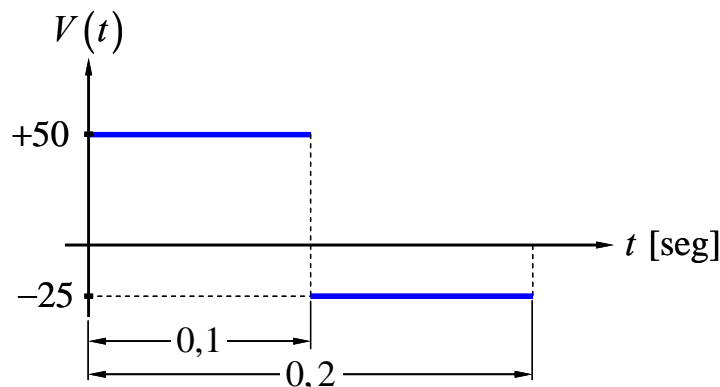


Figura 14: variación temporal del voltaje aplicado a los actuadores del Ejemplo 3.

La serie de gráficos mostrados en la [Figura 15](#) ilustran la evolución temporal, en el intervalo de aplicación del voltaje ($t \in [0 ; 0,2]$), de los grados de libertad 1, 5 y 11. Estos grados de libertad corresponden a los desplazamientos verticales de los nudos 2, 4 y 7, respectivamente.

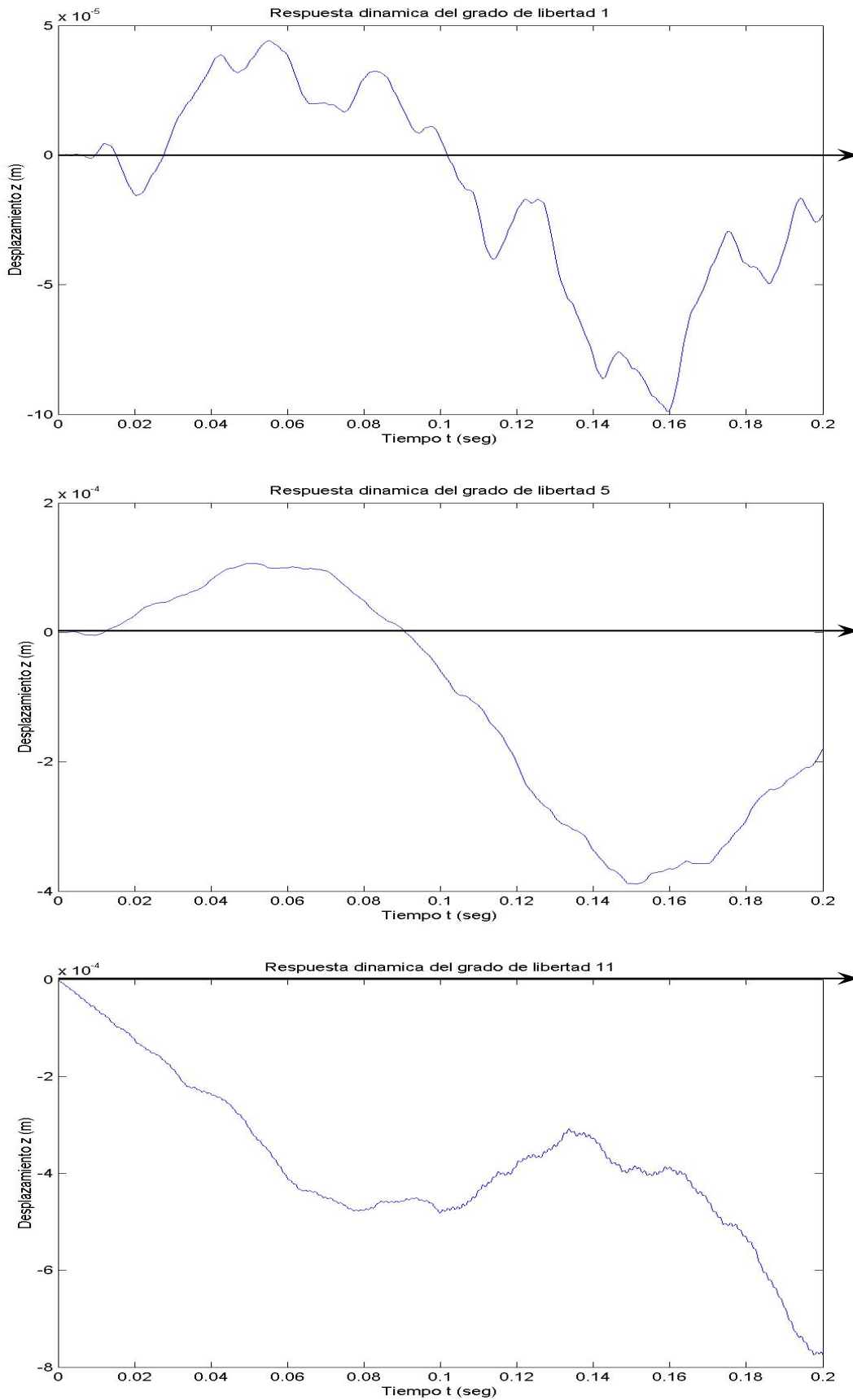


Figura 15: Desplazamiento vertical de los nudos 2, 4, y 7 (Grados de libertad 1, 5 y 11).

5.4 Ejemplo 4

Se considera la estructura del ejemplo anterior con la distribución de actuadores indicada en la Figura 16. Se desea obtener la variación temporal del desplazamiento vertical del extremo libre de la viga (desplazamiento vertical del nudo 7 = grado de libertad 11).

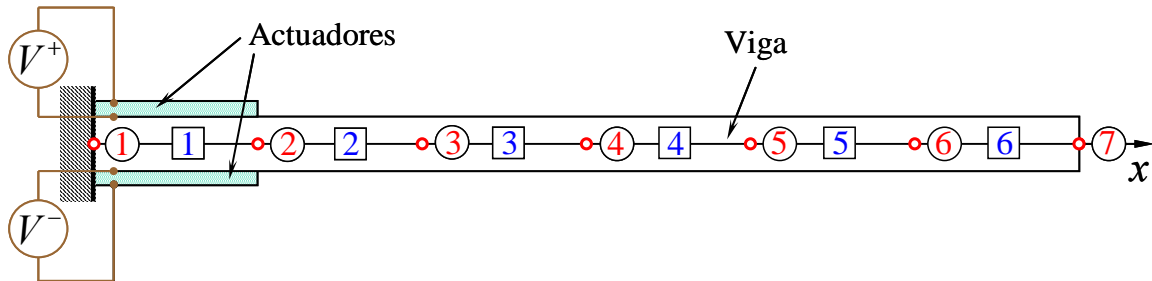


Figure 16: Viga con actuadores piezocerámicos adheridos al elemento 1.

El voltaje aplicado en el actuador superior es $V(t) = 75 \sin(\omega_1 t)$, donde ω_1 es la primera frecuencia natural de la estructura. El voltaje aplicado en el actuador inferior es de igual magnitud pero de polaridad contraria al aplicado en el actuador superior. El intervalo de integración es seis veces el primer período natural de vibración de la estructura y las condiciones iniciales son nulas. En primer lugar se calculan las características dinámicas del conjunto, resultando:

$$\omega_1 = 7,8699 \text{ rad/seg } (\therefore T_1 = 0,7984 \text{ seg}) \text{ y } \omega_2 = 47,2894 \text{ rad/seg } (\therefore T_2 = 0,1328 \text{ seg})$$

En la Figura 17 se muestran los resultados provenientes de la simulación numérica.

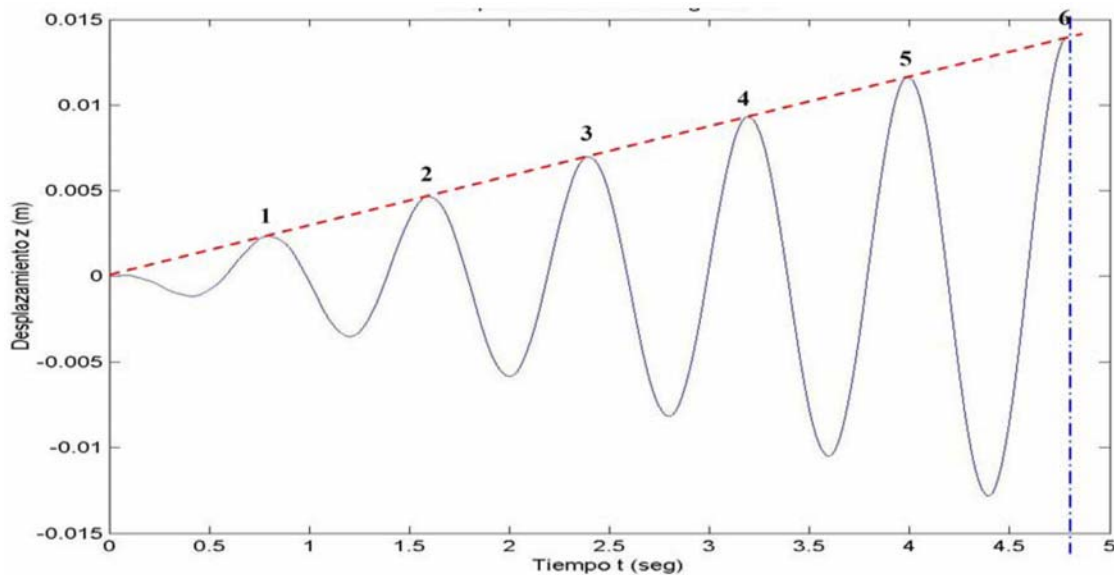


Figura 17: Evolución temporal del grado de libertad 11.

Puede observarse que los primeros 6 ciclos de oscilación se producen en aproximadamente 4,79 segundos: $\text{Período} = 4,79/6 = 0,7983 = T_1$. Puede concluirse que en la respuesta forzada predomina la frecuencia del primer modo natural y la estructura está en resonancia. Esto se ve reforzado por el hecho de que la amplitud crece linealmente en el tiempo; característica de una estructura en resonancia donde se ha ignorado el amortiguamiento. Las contribuciones de los otros modos a la respuesta forzada son despreciables frente a la contribución del primer modo.

5.5 Ejemplo 5

Se considera la estructura del Ejemplo 4. Se desea obtener la variación temporal del desplazamiento vertical del extremo libre de la viga (grado de libertad 11). El voltaje aplicado en el actuador superior es $V(t) = 75 \text{ sen}(\omega_2 t)$, donde $\omega_2 = 47,2894 \text{ rad/seg}$ es la segunda frecuencia natural de la estructura y fue calculada en el Ejemplo 4. El voltaje aplicado en el actuador inferior es de igual magnitud pero de polaridad contraria al aplicado en el actuador superior. El intervalo de integración es seis veces el primer período natural de vibración de la estructura y las condiciones iniciales son nulas. En la Figura 18 se muestran los resultados obtenidos en la simulación numérica.

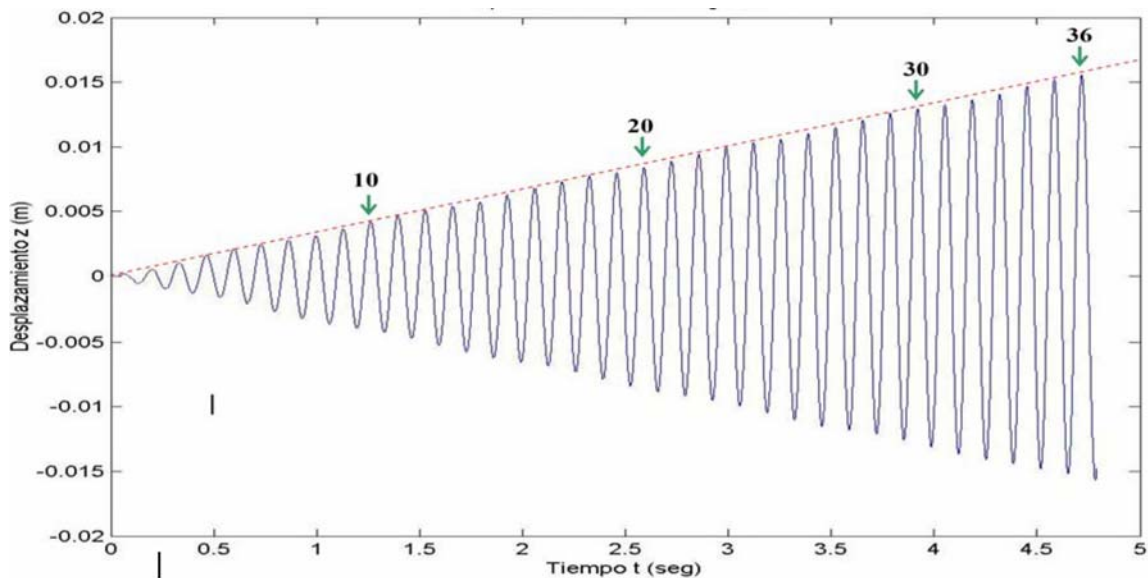


Figura 18: Evolución temporal del grado de libertad 11.

Puede observarse que la amplitud de la respuesta crece linealmente en el tiempo debido a que se ha ignorado el amortiguamiento. Los primeros 36 ciclos de oscilación se producen en aproximadamente 4,78 segundos: $\text{Período} = 4,78/36 = 0,1328 = T_2$. Se deduce que en la respuesta forzada predomina la frecuencia del segundo modo. Las contribuciones de los otros modos, incluido el primero, a la respuesta forzada es despreciable frente a la contribución del segundo modo.

5.6 Ejemplo 6

Finalmente se considera la estructura mostrada en la Figura 19. La estructura ha sido discretizada mediante seis elementos finitos y tiene actuadores adheridos en el primero y en el cuarto elemento. Se desea obtener la variación temporal del desplazamiento vertical del extremo libre de la viga (grado de libertad 11).

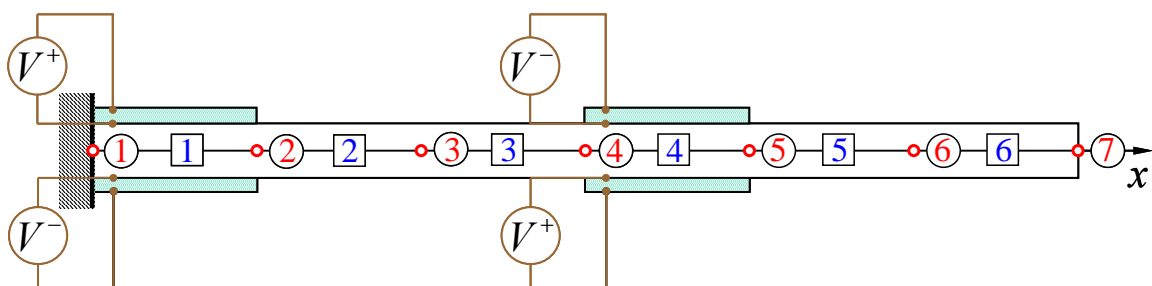


Figura 19: Viga con actuadores piezoeléctricos adheridos a los elementos 1 y 4

El voltaje aplicado en el actuador superior del primer elemento es $V(t) = +75 \text{ sen}(\omega_2 t)$, donde ω_2 es la segunda frecuencia natural de la estructura. El voltaje aplicado en el actuador inferior es de igual amplitud pero de polaridad contraria al aplicado en el actuador superior. El voltaje aplicado en el actuador superior del cuarto elemento es $V(t) = -75 \text{ sen}(\omega_2 t)$. El voltaje aplicado en el actuador inferior es de igual amplitud pero de polaridad contraria al aplicado en el actuador superior.

El intervalo de integración es nuevamente seis veces el primer período natural de vibración de la estructura y las condiciones iniciales son nulas. Las características de la estructura están indicadas en la Tabla 5:

El.	L	t_c	b_c	ρ_c	d_{3l}	E_c	t_b	b_b	ρ_b	E_b
1	0,5	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
2	0,5	0	0,0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
3	0,5	0	0,0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
4	0,5	0,005	1,0	7500	$-2,74 \cdot 10^{-10}$	$6,06 \cdot 10^{10}$	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
5	0,5	0	0,0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$
6	0,5	0	0,0	0	0	0	0,01	1,0	2700	$7,36 \cdot 10^{10}$

Tabla 5: Características de los elementos utilizados en el Ejemplo 6.

En primer lugar se calcularon las características dinámicas del conjunto, resultando.

$$\omega_1 = 7,0706 \text{ rad/seg} \quad (\therefore T_1 = 0,8886 \text{ seg}) \quad \text{y} \quad \omega_2 = 45,4776 \text{ rad/seg} \quad (\therefore T_2 = 0,1382 \text{ seg})$$

En la Figura 20 se muestran los resultados provenientes de la simulación numérica.

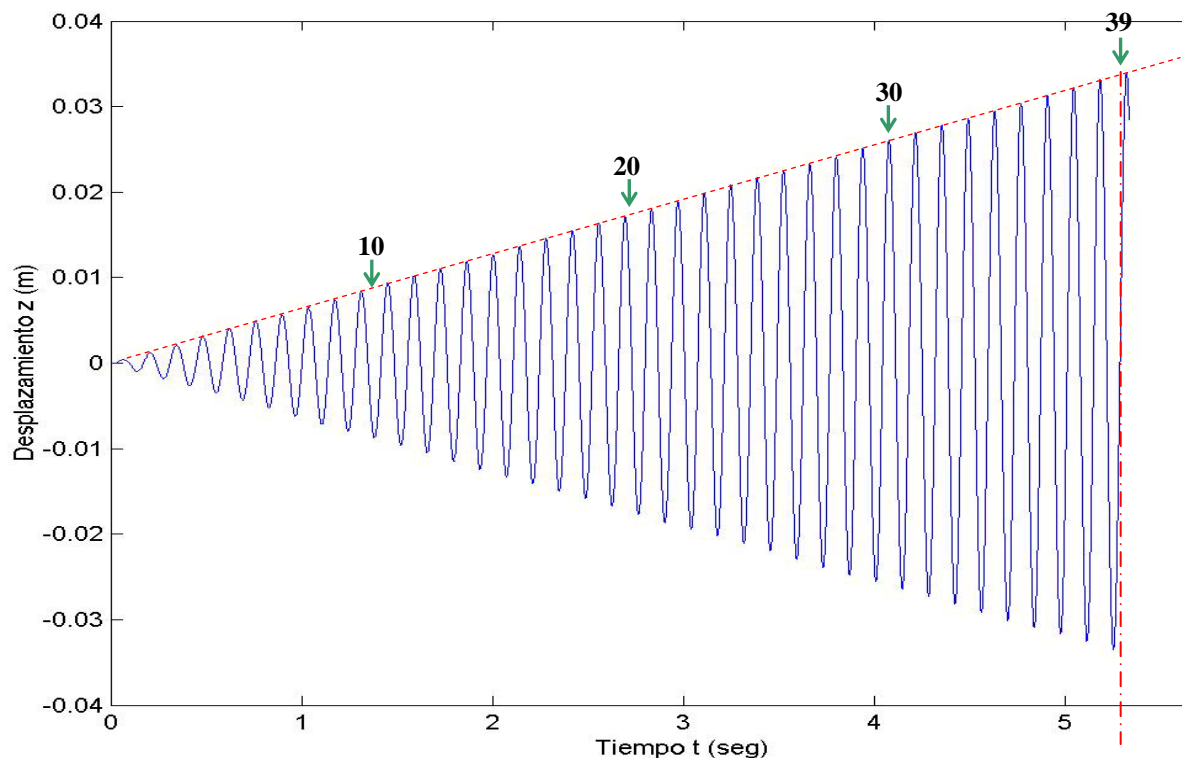


Figura 20: Evolución temporal del grado de libertad 11.

Aquí se observa nuevamente que se trata preponderantemente de una respuesta en resonancia (sin amortiguamiento) en la segunda frecuencia natural. Los primeros 39 ciclos de oscilación se producen en aproximadamente 5,39 segundos: Período $5,39/39 = 0,1382 = T_2$.

Debido a que las características dinámicas de la estructura considerada en este ejemplo son muy similares a las de la estructura analizada en el Ejemplo 5, en la Figura 21, se superponen los resultados obtenidos en los Ejemplos 5 (línea azul) y 6 (línea roja) para el desplazamiento vertical del grado de libertad 11. En ambos ejemplos se desea excitar a la viga en su segundo modo. Sin embargo la disposición de los actuadores y la polaridad aplicada a los mismos determina que en un caso la respuesta crezca más rápidamente que en el otro. Para el mismo instante de tiempo, en el Ejemplo 6, el extremo libre de la estructura oscila con una amplitud de un valor aproximadamente igual al doble del correspondiente al Ejemplo 5.

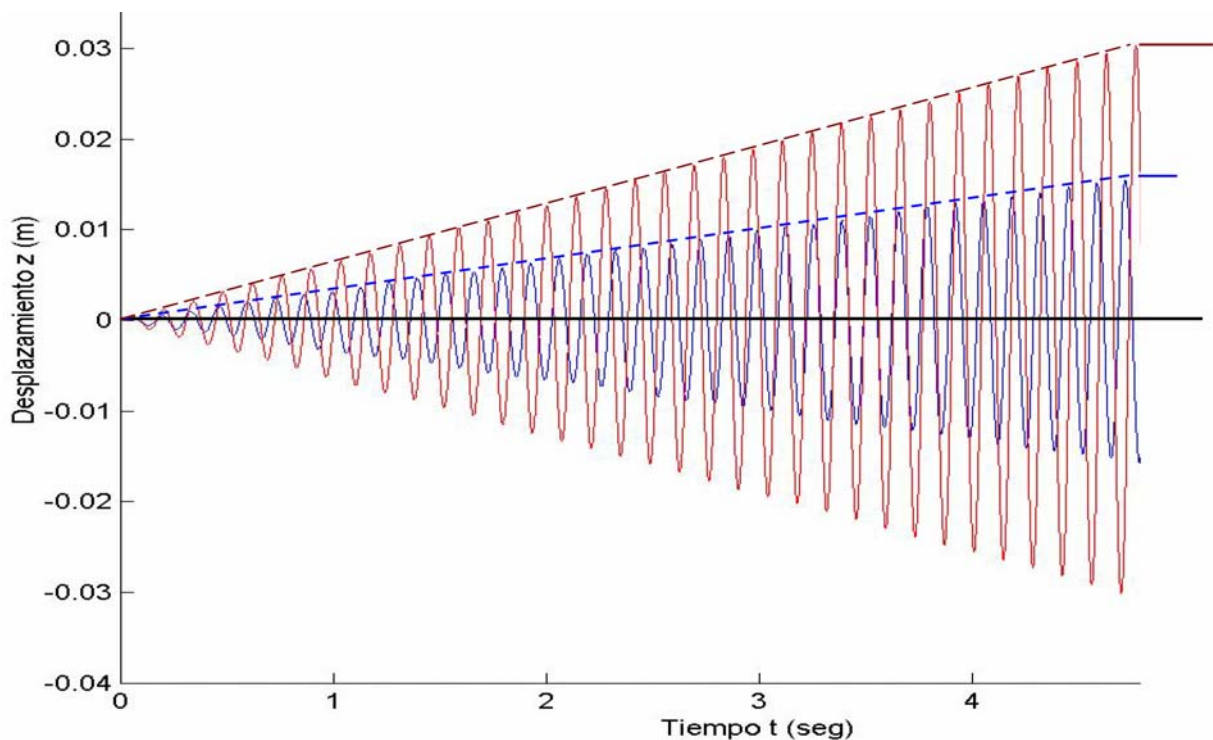


Figura 21: Evolución temporal del grado de libertad 11. Línea azul (Ejemplo 5), Línea roja (Ejemplo 6).

6. CONCLUSIONES

En este trabajo, se desarrolló un modelo que permite analizar estática y dinámicamente el comportamiento flexional de una superficie alar flexible. Esto se logra analizando el comportamiento de una viga asociada a la superficie alar. Esta viga es isótropa y posee un número arbitrario de pares de actuadores laminares piezocerámicos idénticos adheridos en su superficie superior e inferior.

El sistema de ecuaciones de movimiento de la estructura compuesta viga/actuadores es discretizado espacialmente mediante el uso de Elementos Finitos. Los desplazamientos verticales de los puntos nodales de la superficie alar, se obtienen a partir de los desplazamientos y rotaciones de los nudos de la malla de elementos finitos del conjunto viga/actuadores. Para ello se utiliza una matriz de interpolación o matriz "spline". Es importante destacar que la discretización de la superficie alar depende de consideraciones aerodinámicas y es totalmente independiente de la discretización del conjunto viga/actuadores piezocerámicos, que obedece a consideraciones asociadas al cálculo estructural.

Un objetivo de este esfuerzo es determinar la deformación del ala en el plano ($x-z$), plano que contiene al conjunto viga/actuadores, cuando se aplica en los actuadores un voltaje prefijado. De esta manera, es posible obtener diferentes configuraciones para el ala flexible, las diferentes configuraciones son también resultado de varios factores. (i) Inclusión de cargas externas, ya sean fuerzas y/o momentos, definidos sobre el conjunto viga/actuadores asociado. Estas cargas podrían ser cargas “estructuralmente” equivalentes a las fuerzas aerodinámicas actuando sobre la superficie alar. (ii) Aplicación de voltajes variables en el tiempo o estáticos aplicados sobre los actuadores PZT adheridos a las caras superior e inferior de la viga. Este voltaje puede ser completamente diferente en cada uno de los pares de actuadores. Sin embargo, en cada par de actuadores el voltaje aplicado en el actuador inferior difiere del aplicado al actuador superior solamente en signo. Esto es, la magnitud de los voltajes aplicados es la misma. (iii) Imposición de condiciones iniciales arbitrarias.

La estructura del programa computacional desarrollado en este trabajo admite cualquier tipo de forma alar. Las coordenadas de los nudos y sus conectividades deben estar previamente definidas en un archivo *.dxf*.

Los parámetros que pueden ser modificados para modelar apropiadamente el conjunto viga/actuadores son: (i) la cantidad de elementos utilizados en la discretización de elementos finitos; (ii) las dimensiones, propiedades mecánicas y másicas de cada uno de los elementos de viga; (iii) la cantidad y ubicación a lo largo de la viga de los actuadores; (iv) el voltaje aplicado a los actuadores; y, (v) el espesor, propiedades electromecánicas y másicas de cada uno de los actuadores. El ancho y el largo de los mismos coinciden con los del elemento de viga donde están adheridos.

Un aspecto interesante del programa PIEZOBEAM desarrollado en este esfuerzo son sus capacidades para la visualización de los resultados. Estas capacidades permiten modificar “on-line” el tipo de excitación aplicada a los actuadores, como así también su distribución a lo largo de la viga, hasta obtener la deformación del ala que se desee. PIEZOBEAM también permite calcular: (i) los modos y frecuencias de vibración del conjunto viga/actuadores; y, (ii) las cargas nodales necesarias para obtener una configuración prefijada del conjunto.

7. TRABAJOS FUTUROS

El modelo de viga/actuadores piezocerámicos desarrollado en este trabajo sólo admite deformaciones flexionales en el plano ($x-z$). Una mejora significativa se lograría ampliando sus capacidades de manera que el modelo incluya la flexión en el plano ($x-y$), lo cual permitiría incorporar variaciones en la flecha; y la torsión alrededor del eje x , que posibilitaría introducir variaciones del ángulo de ataque. La estructura de PIEZOBEAM fue diseñada de manera que se puedan incorporar fácilmente los restantes grados de libertad necesarios para incorporar las capacidades mencionadas anteriormente.

Otro aspecto importante es el relacionado con la disposición de los actuadores adheridos a la viga. En este trabajo sólo se consideró una estructura compuesta del tipo tri-laminar: actuador PZT+ Viga isotrópica+ actuador PZT, donde los dos actuadores son iguales y están ubicados simétricamente. Otra posibilidad futura sería utilizar un modelo unimorfo (sólo un actuador adherido a una cara de la viga), o bien multimorfo (una serie de láminas de material piezo-eléctrico/material isotrópico). Es importante destacar que para inducir torsión de la viga, la ubicación de los actuadores debe ser diferente a la que se utilizó en este trabajo.

El modelo desarrollado en este trabajo podría, también, combinarse con un sistema de control que permita ir modificando la tensión en los actuadores con el objeto de deformar el ala en forma dinámica. Finalmente, sería interesante combinarlo con un modelo aerodinámico que permita predecir la respuesta aeroelástica de la estructura del ala.

REFERENCIAS

- Azuma A., Okamoto M. and Yasuda K. Aerodynamic characteristics of wing at low Reynolds number. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:341-398, 2001.
- Combes S.A. and Daniel T.L. Flexural stiffness in insect wings. II. Spatial distribution and dynamic wing bending. *The Journal of Experimental Biology*, 206:2989-2997, 2003a.
- Combes S.A. and Daniel T.L. Flexural stiffness in insect wings. I. Scaling and the influence of wing venation. *The Journal of Experimental Biology*, 206:2979-2987, 2003b.
- Crawley E. and Anderson E. Detailed models of piezoceramic actuation of beams. *Proceedings of the 30th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, AIAA, 1989.
- Crawley E. and Luis J. Use of piezoceramic actuators as elements of intelligent structures. *AIAA Journal*, 25:1373-1385, 1987.
- Chandra R. and Chopra I. Structural modeling of composite beams with induced strain actuation. *AIAA Journal*, 31:1692-1701, 1993.
- DeVoe D. and Pisano A. Modeling and optimal design of piezoelectric cantilever microactuators. *Journal Microelectromech. System*, 6:266-270, 1997.
- Dickinson M. Solving the mystery of insect flight. *Scientific American*, Jun:34-41, 2001.
- Elka E. and Elata D. The electromechanical response of multilayered piezoelectric structures. *Journal of Micromechanical Systems*, 13:332-341, 2004.
- Kwak S. and Yedavalli R. New modeling and control design techniques for smart deformable aircraft structures. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 24:805-815, 2001.
- Lim K.B., Lake R.C. and Heeg J. Effective selection of piezoceramic actuators for an experimental flexible wing. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 21:704-709, 1998.
- Marden J. Variability in the size, composition and function of insects flight muscles. *Annual Reviews*, 62:157-178, 2000.
- Mueller T.J. and Delaurier J.D. An overview of micro air vehicle aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:1-10, 2001.
- Sane S.P. The aerodynamics of insect flight. *The Journal of Experimental Biology*, 206:4191-4208, 2003.
- Shyy W., Berg M. and Ljungvist D. Flapping and flexible wings for biological and micro air vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*, 35:455-505, 1999.
- Sitti M., Campolo D., Yan J. and Fearing R. *Development of PZT and PZN-PT based unimorph actuators for micromechanical flapping mechanisms*. Department of EECS, Berkeley, 2004.
- Smits J. and Choi W.S. The constituent equations of piezoelectric heterogeneous bimorphs. *IEES Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, 38:256-270, 1991.
- Weinberg M. Working equation for piezoelectric actuators and sensors. *Journal of Micromechanical Systems*, 8:529-533, 1999.