

CONVECCION NATURAL TRANSITORIA EN CAVIDADES TRAPEZOIDALES TIPO ATICO

NATURAL TRANSITORY CONVECTION IN TRAPEZOID CAVITIES ATIC TYPE

Ester S. Esteban^a, Ana M. Aramayo^b y Gisela E. Jaime^b

^a*INENCO–Instituto de Energía No Convencional, Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas. Av. Bolivia 5150-4400, s.esteban593@gmail.com*

^b*Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta, Av. Bolivia 5150 – 4400, am.baranado@gmail.com*

Palabras clave: convección natural, cavidad trapezoidal, transferencia de calor.

Resumen. En este trabajo se realiza una simulación numérica del problema de convección natural transitoria en una cavidad bidimensional trapezoidal, utilizando OpenFoam (R). La cavidad consiste de dos paredes verticales, una inferior horizontal y otra superior inclinada. El ángulo de inclinación varía de 0 a 30 grados. La temperatura impuesta en la pared inferior es mayor que la superior, mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. La diferencia de temperatura impuesta varía entre 1 y 45 grados Celsius. Se analiza la influencia de la geometría de la cavidad y del salto de temperatura impuesto, en la transferencia de calor convectiva y en los patrones de flujo que se desarrollan. Los resultados obtenidos se pueden utilizar en el estudio del acondicionamiento térmico en áticos, performance de colectores solares, entre otras aplicaciones.

Keywords: natural convection, trapezoidal cavity, heat transfer.

Abstract. A numerical simulation of the problem of transient natural convection in a two-dimensional trapezoidal cavity, using OpenFoam (R), has been performed. The cavity consists of two vertical walls, a horizontal bottom wall and a top wall inclined. The angle of inclination varies from 0 to 30 degrees. The imposed temperature on the lower wall is greater than the upper one, while the side walls remain adiabatic. The difference temperature varies between 5 and 50 Celsius degrees. The influence of the geometry of the cavity and the difference temperature imposed on the convective heat transfer and on the flow patterns that develop are analyzed. The results obtained can be used in the study of thermal conditioning in attics, the performance of solar collectors, among other applications.

1 INTRODUCCIÓN

La convección natural en recintos trapezoidales tipo ático ha recibido mucha atención por parte de los investigadores tanto teóricos, experimentales y numéricos, debido a las diversas aplicaciones, tales como acondicionamiento térmico en áticos, mejora en la performance térmica de colectores y desalinizadores solares. Actualmente se ha creado una mayor conciencia respecto al uso de la energía, es necesario que las casas sean eficientes energéticamente, es decir, el consumo de energía para calefacción o aire acondicionado debe minimizarse. Esto ha llevado a una mayor actividad de investigación relacionada con la transferencia de calor y la eficiencia en los áticos.

A continuación se realiza una breve descripción de los trabajos presentados por distintos autores, incluidos en la bibliografía disponible, que tiene relación con el presente trabajo.

En el trabajo presentado por [Saha et al. \(2011\)](#) se realiza una revisión bibliográfica sobre la transferencia de calor por convección natural recintos triangulares, es decir, en el espacio en forma de ático. Los autores reportan que en las últimas tres décadas, se ha dedicado mucha actividad de investigación a este tema con el objetivo de mejorar el confort térmico en edificios y minimizar los costos de energía asociados con la calefacción y el aire acondicionado. Se considera que dos condiciones de borde básicas pueden representar a áticos en climas fríos y calientes o diurnos y nocturnos. En este trabajo también se informa sobre un número significativo de estudios que se han realizado recientemente sobre otros temas relacionados con el espacio tipo ático, por ejemplo, áticos sujetos a calefacción localizada y áticos llenos de medios porosos.

[Yesiloz, et al \(2013\)](#) investigan experimental y numéricamente la convección natural en una cavidad triangular rectangular calentada por debajo y enfriada en la pared lateral, mientras que su otra pared, la hipotenusa, se mantiene adiabática. El recinto está lleno de agua y las superficies de transferencia de calor se mantienen a temperatura constante. El estudio experimental cubre los estudios de visualización de flujo que involucran el uso del método de rastreo de partículas. Las soluciones numéricas se obtienen utilizando el método de volúmenes finitos. Muestran los efectos del número de Rayleigh (Ra) en el número de Nusselt (Nu), encuentran buena concordancia entre los resultados experimentales y numéricos.

En el trabajo de [Saha et al. \(2015\)](#) se estudia la convección natural transitoria en un recinto triangular isósceles sujeto a un enfriamiento no uniforme en las superficies inclinadas y un calentamiento uniforme en la base. Dado que las superficies inclinadas superiores se enfrían linealmente y la superficie inferior se calienta, el flujo es potencialmente inestable. El flujo dentro del recinto depende significativamente del número de Rayleigh y la relación de aspecto, se analiza dicho efecto a través de la transferencia de calor.

En el trabajo de [Cui et al. \(2017\)](#) se realiza una simulación numérica tridimensional (3D) de la convección natural en una cavidad triangular con enfriamiento superior y calentamiento inferior, para un amplio rango de números de Rayleigh de 1 a 1.25×10^6 . Este estudio describe la transición al flujo de convección natural inestable en la etapa completamente desarrollada, que depende del número de Rayleigh. Discuten la estructura de flujo encontrada, que se caracteriza por la formación de rollos transversales y longitudinales. Obtienen un número crítico de Rayleigh para la transición al flujo de convección natural inestable, además determinan la dependencia de la transferencia de calor con el número de Rayleigh.

En este trabajo se realiza la simulación numérica del problema de convección natural transitoria en una cavidad bidimensional trapezoidal, utilizando OpenFoam®. La cavidad consiste de dos paredes verticales, una inferior horizontal y otra superior inclinada. El ángulo de inclinación (γ) varía de 0° a 30° . La temperatura impuesta en la pared inferior es mayor que la superior, mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. La diferencia de

temperatura impuesta (ΔT) varía entre 1°C y 45°C. En general, para cada salto de temperatura, se obtienen dos tipos de flujo: multicelular y unicelular, ambos flujos pueden ser estable o cuasi-estable, dependiendo del ángulo de inclinación. Para ángulos de inclinación menores a cierto γ_{crit} , el flujo es multicelular (convección de Rayleigh-Benard) y para $\gamma > \gamma_{crit}$ unicelular (calentamiento lateral). Los resultados obtenidos se pueden utilizar en el estudio del acondicionamiento térmico en áticos, performance de colectores solares, entre otras aplicaciones.

2 MODELO MATEMÁTICO

El estudio de la convección natural en recintos, bajo la aproximación de Boussinesq, está modelada por las siguientes ecuaciones:

De continuidad:
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

De energía:
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (2)$$

De momento:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \mathbf{g}[1 - \beta(T - T_0)] \quad (3)$$

Donde \mathbf{u} , es el campo de velocidad, T de temperatura, P de presión, g de gravedad. En tanto que ρ , ν , α , β , son la densidad, viscosidad, difusividad térmica y el coeficiente de expansión volumétrica, del fluido, respectivamente.

Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales:

- paredes verticales: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$,
- pared inferior: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $T = T_C$, pared superior: $\mathbf{u} = \mathbf{0}$, $T = T_F$
- inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

En la [figura 1](#), se describen los parámetros geométricos del problema bidimensional estudiado. El ángulo de inclinación de las paredes activas del recinto (γ) varía de 0° (geometría rectangular) hasta $\gamma = 30^\circ$, en tanto que el salto de temperatura entre las paredes activa entre 1 °C y 45 °C.

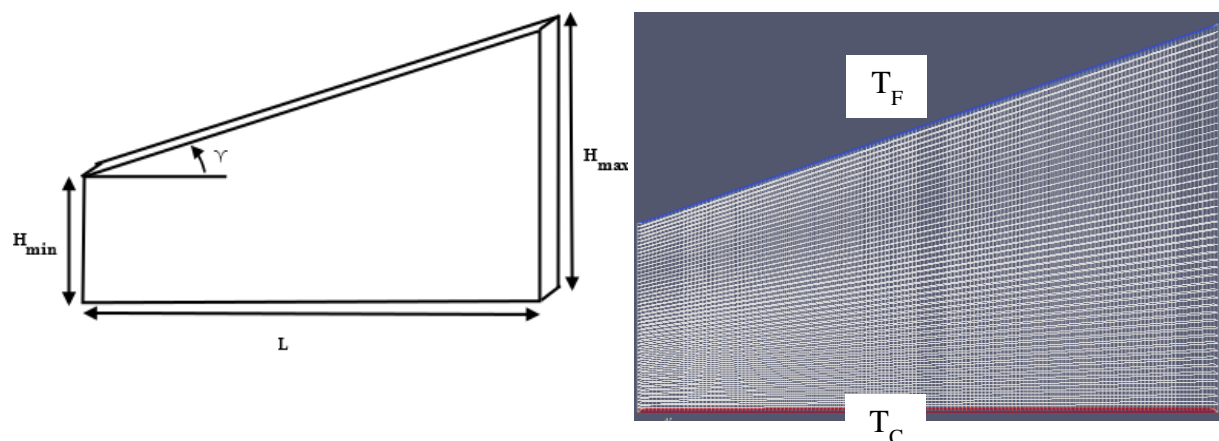


Figura 1. Tipo de geometría estudiada.

Se ha utilizado el programa OpenFoam® para la resolución numérica de las ecuaciones 1 a 3, obtención de los patrones de flujo y el cálculo los parámetros que intervienen en la

transferencia de calor. Se ha utilizado la metodología habitual en el cálculo numérico: independencia de la malla (convergencia espacial), se ha ensayado con cinco mallas y la variable que permite la elección de la misma, en este trabajo, es el flujo de calor q'' en la pared superior. La malla elegida es de $150 \times 25 \times 1$ elementos hexaédricos. En cuanto al avance temporal se ha iterado hasta 3600s con un paso de tiempo de 0.01 s.

En este software, el problema bidimensional se modela con un recinto tridimensional de espesor mucho menor que las otras dimensiones y paredes en la dirección z , inactivas. Las dimensiones del dominio de cálculo son: largo $L=0.3\text{m}$, altura $H_{min}=0.05\text{m}$ y profundidad $\Delta z=0.005\text{m}$.

3 VISUALIZACIÓN DE FLUJO

En esta sección se presentan los flujos obtenidos en las distintas simulaciones. En general, se obtienen dos tipos de régimen: multicelular y unicelular. Ambos presentan ciertas características que se repiten para algunos ángulos de inclinación o bien para determinados saltos de temperatura.

La [figura 2](#) muestra los patrones de flujo obtenidos para un recinto con $\Delta T=20\text{ }^\circ\text{C}$, para los siguientes ángulos de inclinación $\gamma=2^\circ$, 10° , 12° y 30° , a $t=3600\text{s}$. Como se observa a $\gamma=2^\circ$ se desarrollan seis celdas convectivas que se mantienen muy estables; a medida que se incrementa el ángulo de inclinación el número de celdas disminuye, como puede observarse a $\gamma=10^\circ$ existen tres celdas convectivas. A $\gamma=12^\circ$ existe una celda convectiva antihoraria, a partir de este ángulo se observa el mismo patrón de flujo muy estable (similar a la visualizada a $\gamma=12^\circ$) y con el incremento del ángulo de inclinación surge un movimiento en el interior de la celda convectiva. Este comportamiento también se observa para los otros saltos de temperatura simulados, que no se muestran en este trabajo.

El incremento del ángulo de inclinación provoca la disminución del número de celdas convectivas, que en algunos casos viene acompañando de movimiento lateral de las celdas que se encuentran en el centro del recinto. A pesar de la disminución del número de celdas convectivas, el número de Nusselt promedio aumenta (como se verá más adelante) esto se debe a que las velocidades involucradas en las celdas aumenta con el aumento del ángulo de inclinación. El ángulo al cual ocurre el cambio de multicelular a unicelular, depende del salto de temperatura considerado; en general, su valor oscila entre 12° y 16° , este último valor asociado a $\Delta T=1\text{ }^\circ\text{C}$ y $5\text{ }^\circ\text{C}$.

La [figura 3](#) muestra los patrones de flujo obtenidos para un recinto con $\gamma=5^\circ$, a distintos saltos de temperatura $\Delta T=10\text{ }^\circ\text{C}$, $20\text{ }^\circ\text{C}$, $30\text{ }^\circ\text{C}$ y $40\text{ }^\circ\text{C}$, a $t=3600\text{s}$. Se han incluido en estas gráficas las escalas de velocidades para notar que las mismas incrementan con el aumento del salto de temperatura. En el caso $\Delta T=10\text{ }^\circ\text{C}$, desde el comienzo de la simulación se establecen las cinco celdas convectivas; las cuales sufren cambios en su tamaño y forma, en la evolución temporal; en particular las tres celdas que se ubican en la parte central del recinto, lo que provoca que las plumas convectivas se desplacen lateralmente. Para $\Delta T=20\text{ }^\circ\text{C}$, $30\text{ }^\circ\text{C}$ y $40\text{ }^\circ\text{C}$, por otro lado, las cuatro celdas convectivas establecidas no sufren ningún tipo de cambio, se mantienen muy estables en su evolución temporal (esto también se puede apreciar en las gráficas de evolución temporal de Nu_{Hmax} que se describen en la próxima sección).

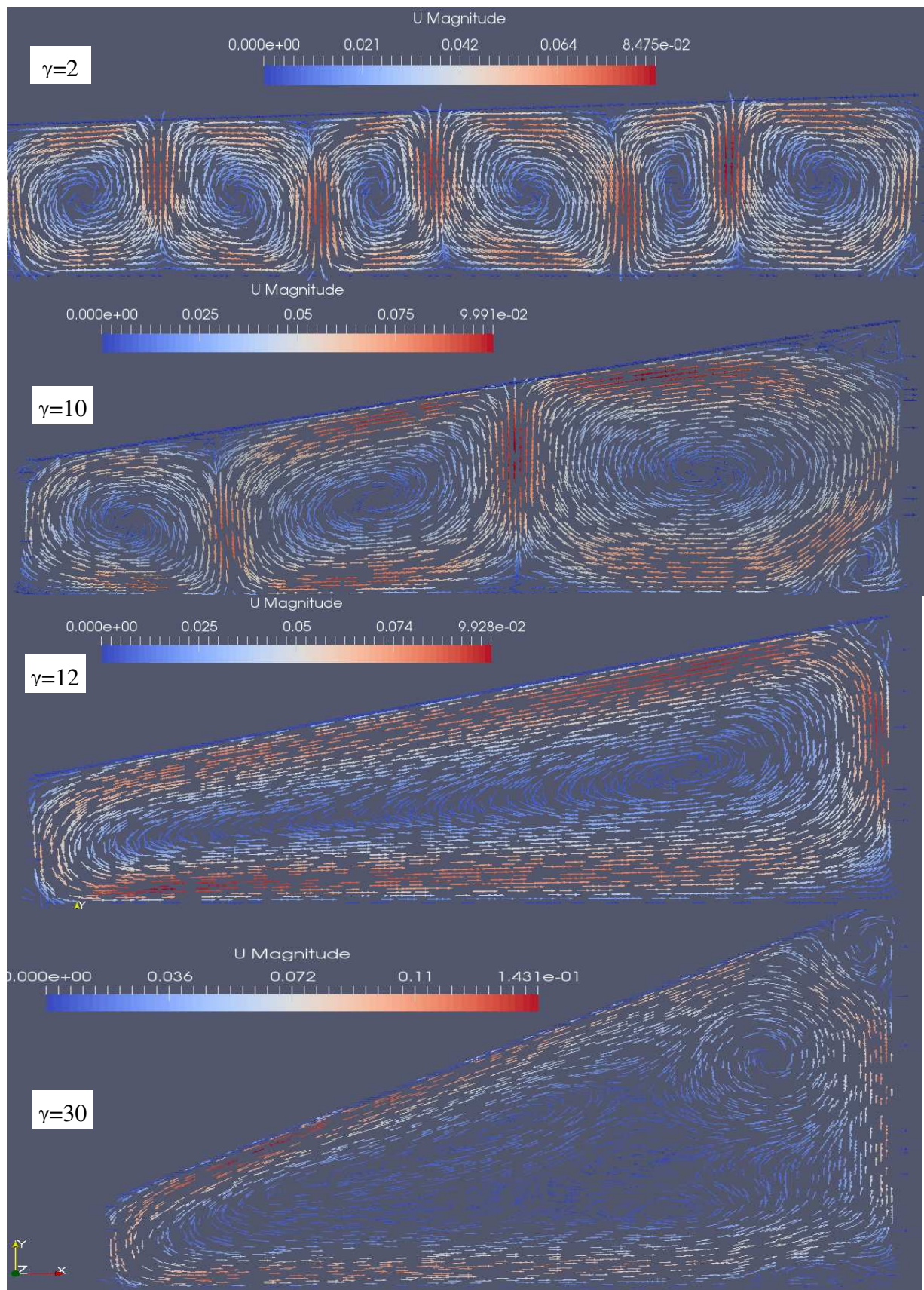


Figura 2. Patrones de flujo para $\Delta T=20$ °C, $\gamma=2^\circ$, 10° , 12° y 30° .

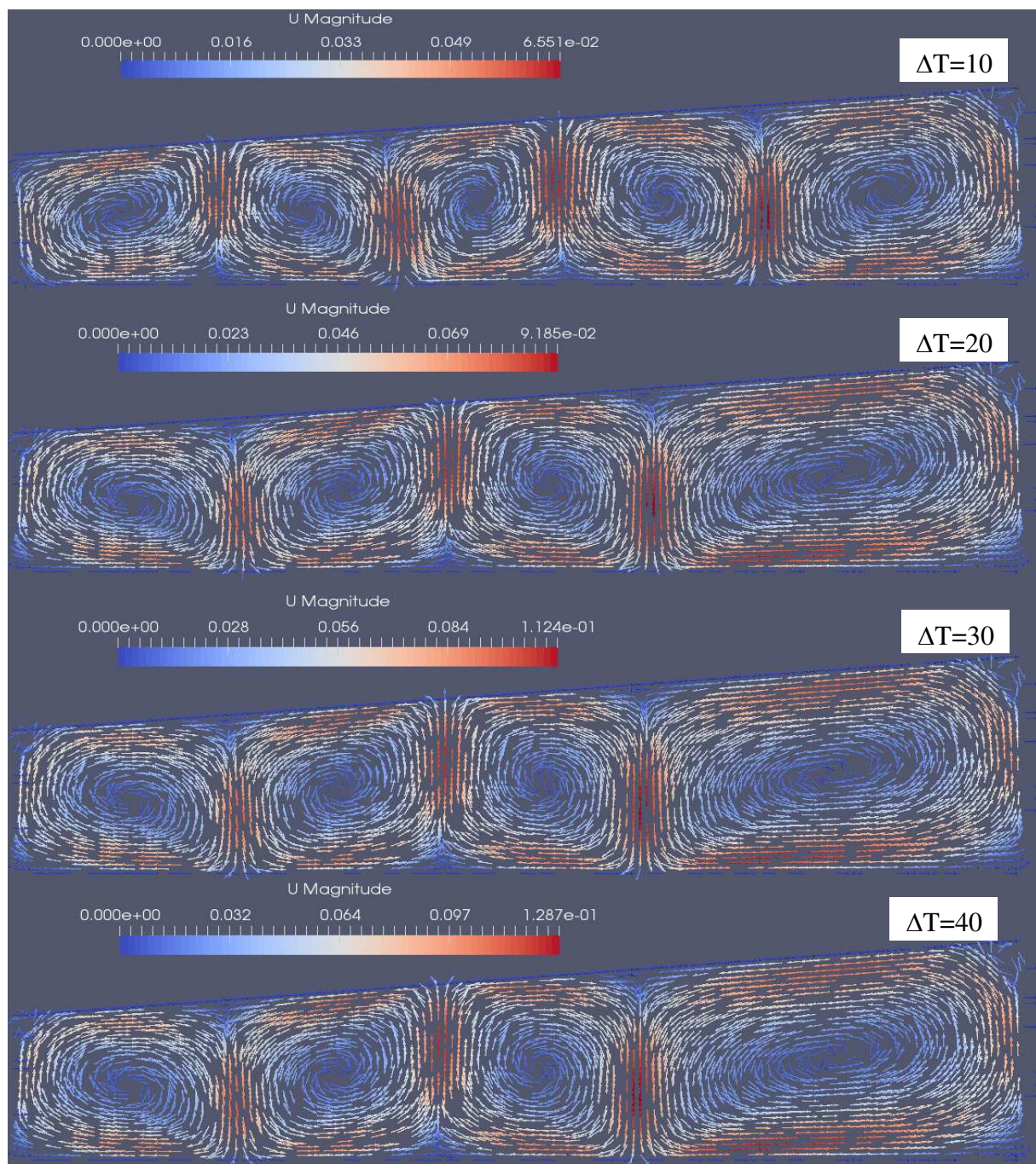


Figura 3. Patrones de flujo para $\gamma = 5^\circ$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, 20°C , 30°C y 40°C .

La figura 4 muestra la evolución temporal de los patrones de flujo obtenidos para un recinto con $\Delta T = 35^\circ\text{C}$ y $\gamma = 5^\circ$. Desde el principio de la simulación, se establecen cinco celdas convectivas. En el avance temporal se puede observar, el cambio en el tamaño y forma de las tres celdas centrales, lo que provoca el movimiento lateral de las plumas convectivas. A $t = 357\text{s}$ se observa que las plumas convectivas presentan una leve inclinación hacia la izquierda, en tanto que a $t = 358\text{s}$ esta inclinación es hacia la derecha. Al tiempo siguiente, $t = 359\text{s}$, toman una posición prácticamente vertical y finalmente a $t = 360\text{s}$ vuelven a inclinarse hacia la izquierda. Este movimiento lateral de las plumas convectivas, es producido por el aumento/disminución de tamaño de las celdas convectivas centrales. Este proceso se repite a lo largo de todo el tiempo simulado, lo que también se refleja en el comportamiento

oscilatorio permanente del número de Nusselt, como veremos en la próxima sección. Este comportamiento también se ha observado para otros saltos de temperatura y ángulo de inclinación, no se puede generalizar este comportamiento con estos parámetros (ΔT , γ) tal vez sí con el número de celdas convectivas establecidas.

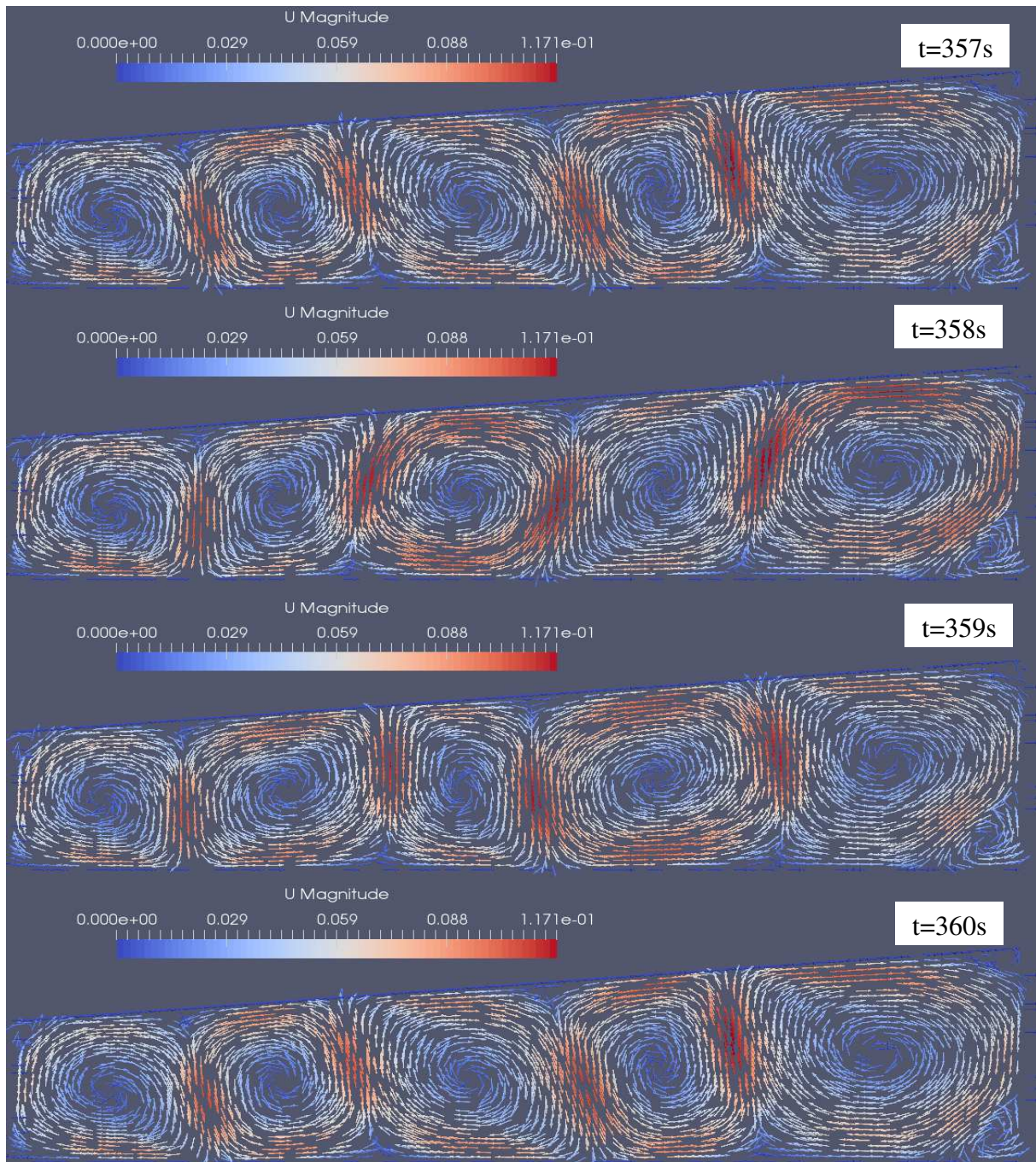


Figura 4. Evolución temporal de los patrones de flujo para un recinto $\gamma=5^\circ$, $\Delta T=35^\circ\text{C}$.

4 TRANSFERENCIA DE CALOR

La transferencia de calor convectiva se cuantifica a través del número de Nusselt global (promedio espacial sobre una pared activa). Para recintos rectangulares diferentes trabajos consideran como longitud característica, para el cálculo del número de Nusselt, la altura del

recinto o bien la distancia entre las paredes activas. Para una geometría particular, en cambio, resulta importante definir correctamente este número, eligiendo en forma apropiada una longitud característica de la geometría.

La transferencia de calor adimensional se ha determinado a través del número de Nusselt global, definido de la siguiente manera:

$$\overline{Nu}_H = \frac{H}{\Delta T \times S} \iint_S \frac{\partial T}{\partial n}(x_i, y_i) ds \quad (4)$$

donde ΔT es el salto de temperatura impuesto, S el área de la superficie en la cual se calcula el promedio y H una longitud característica.

En este trabajo, se propone utilizar como longitud característica H_{max} , definidas por:

$$H_{max} = H_{min} + Ltan\gamma \quad (5)$$

La figura 5 muestra la evolución temporal de $Nu_{H_{max}}$ para un salto de temperatura de 20°C , parametrizadas con el ángulo de inclinación de la pared activa. Se puede observar el aumento de $Nu_{H_{max}}$ con el aumento de γ ; hasta $\gamma = 7^\circ$. El comportamiento oscilatorio observado para $\gamma = 2^\circ, 3^\circ$ y 4° está asociado a que las seis (para $\gamma = 2^\circ$) y cinco celdas establecidas (para $\gamma = 3^\circ$ y 4°), sufren aumentos y disminución de tamaños que producen el movimiento lateral de las plumas convectivas.

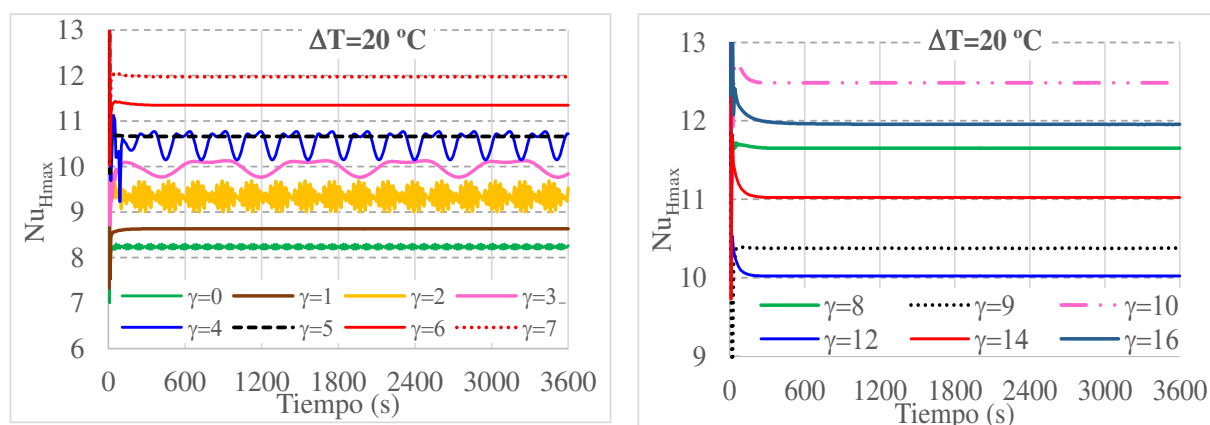


Figura 5. Evolución temporal de $Nu_{H_{max}}$ para $\Delta T=20^\circ\text{C}$, con inclinaciones $0^\circ \leq \gamma \leq 16^\circ$.

A $\gamma = 8^\circ$ y 9° el valor de $Nu_{H_{max}}$ disminuye, volviendo a aumentar a $\gamma = 10^\circ$; a pesar de estas disminuciones el tipo de flujo sigue siendo multicelular. A $\gamma = 12^\circ$ ocurre el cambio en el tipo de flujo a unicelular, esto provoca que el valor de $Nu_{H_{max}}$ disminuya considerablemente. Este comportamiento también se observa para los otros saltos de temperatura considerados.

La figura 6 muestra la evolución temporal de $Nu_{H_{max}}$ para $\Delta T=5^\circ\text{C}$, a distintos ángulo de inclinación. Para ángulos de inclinación $\gamma < 12^\circ$, se tiene un comportamiento multicelular. Para ángulos de inclinación $\gamma \geq 12^\circ$, se observa la existencia de una celda convectiva y un comportamiento bastante irregular que lo podemos asociar al movimiento en el interior de la única celda convectiva, que provoca el aumento/disminución en la velocidad de la celda.

La figura 7, muestra para un determinado ángulo de inclinación, $\gamma = 5^\circ$, la variación del $Nu_{H_{max}}$ para algunos los saltos de temperaturas considerados. El comportamiento oscilatorio encontrado para $\Delta T=10^\circ\text{C}$, 15°C y 35°C está asociado al movimiento lateral de las plumas convectivas provocado por la deformación de las celdas centrales. Para los casos restantes, las

celdas convectivas establecidas (cuatro o cinco) se mantienen muy estables durante toda la simulación.

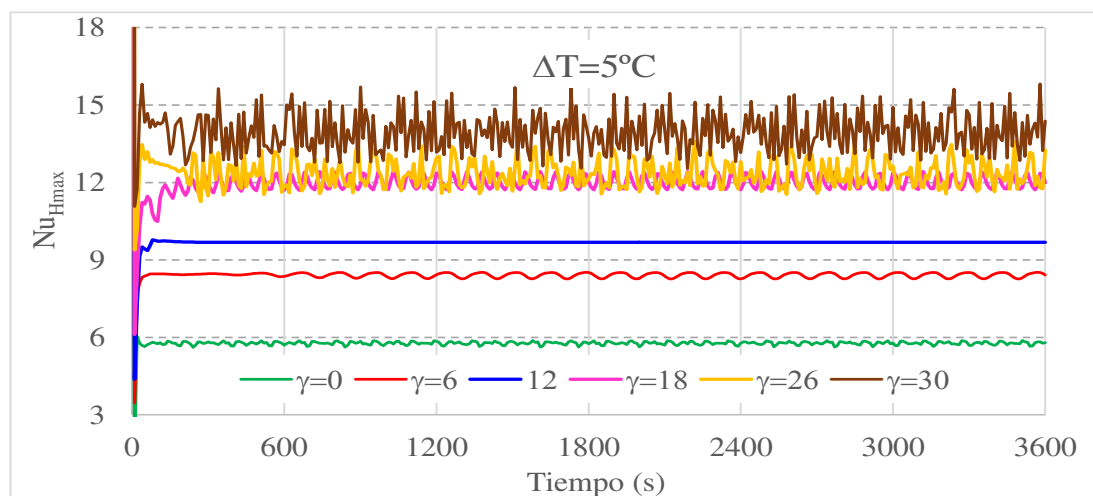


Figura 6. Evolución temporal de Nu_{Hmax} para $\Delta T=5$, con distintas inclinaciones.

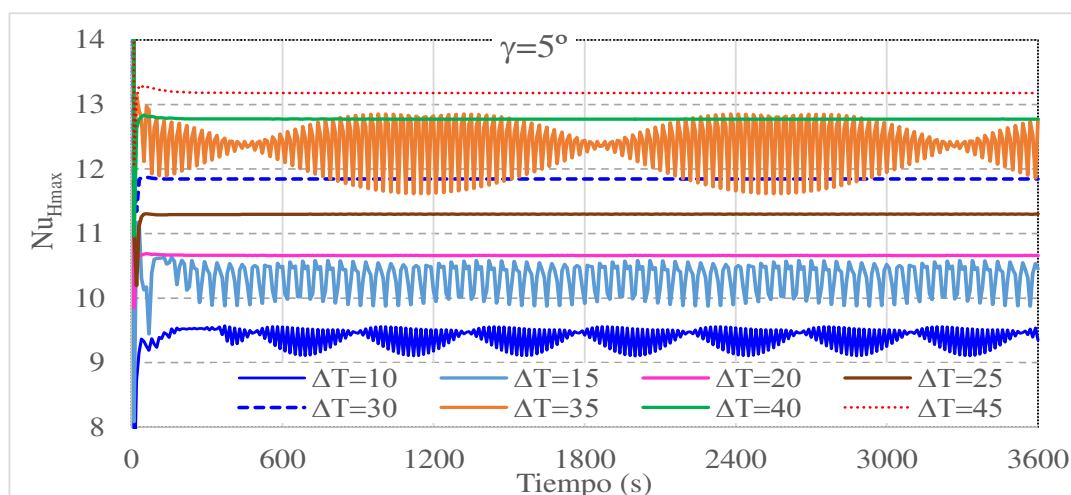


Figura 7. Evolución temporal de Nu_{Hmax} para $\gamma=5$, con distintos ΔT .

5 PROMEDIO TEMPORAL DEL NUMERO DE NUSSELT

El número de Nusselt promedio (temporal) se correlaciona con el número de Rayleigh (Ra) de la forma $Nu = a Ra^b$. Los valores del coeficiente a y el exponente b se determinan a través de mediciones experimentales o bien numéricamente. El número de Rayleigh en función de la longitud característica propuesta en este trabajo, está definido por:

$$Ra = \frac{g\beta}{\alpha\nu} \Delta T (H_{max})^3 \quad (7)$$

A fin de analizar la dependencia entre el número de Nusselt Nu_{Hmax} y Ra , se ha tomado el promedio temporal de Nu_{Hmax} en todos los casos considerados.

La figura 8, la dependencia de Nu_{Hmax} y Ra para $\Delta T=30^\circ\text{C}$, en escala doble logarítmica. Se distingue claramente dos pendientes asociadas al comportamiento multicelular para $\gamma \leq 12^\circ$ y unicelular para $\gamma \geq 14^\circ$. Idéntico comportamiento se observa para los demás saltos de temperatura.

El análisis de los patrones de flujo (figura 2, $\gamma=12^\circ$ y 30°) muestra que en algunos casos se encuentran estructuras unicelulares estables, para cada salto de temperatura; como también estructuras multicelulares (figura 2, $\gamma=2^\circ$ y 10°). Por esta razón, se ha obtenido dos correlaciones para Nu_{Hmax} vs Ra . La primera correlación corresponde al tipo de flujo multicelular y la segunda al unicelular.

La figura 9 muestra el comportamiento de Nu_{Hmax} en función Ra , obteniéndose la ecuación:

$$Nu_{Hmax} = 0.511Ra^{0.2339}, R^2 = 0.9944 \quad (8)$$

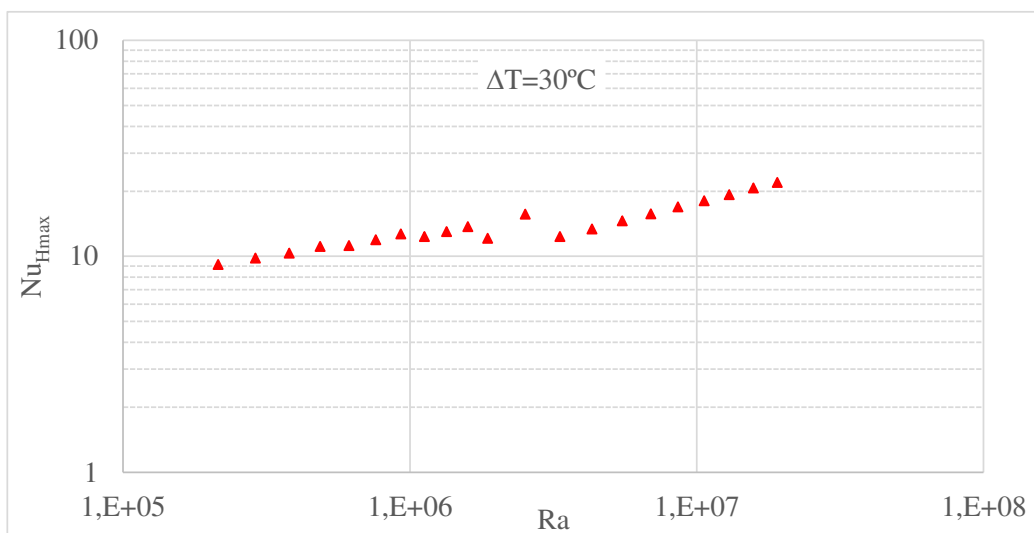


Figura 8. Dependencia de Nu_{Hmax} con Ra para $\Delta T=30^\circ C$ para todos los ángulos de inclinación.

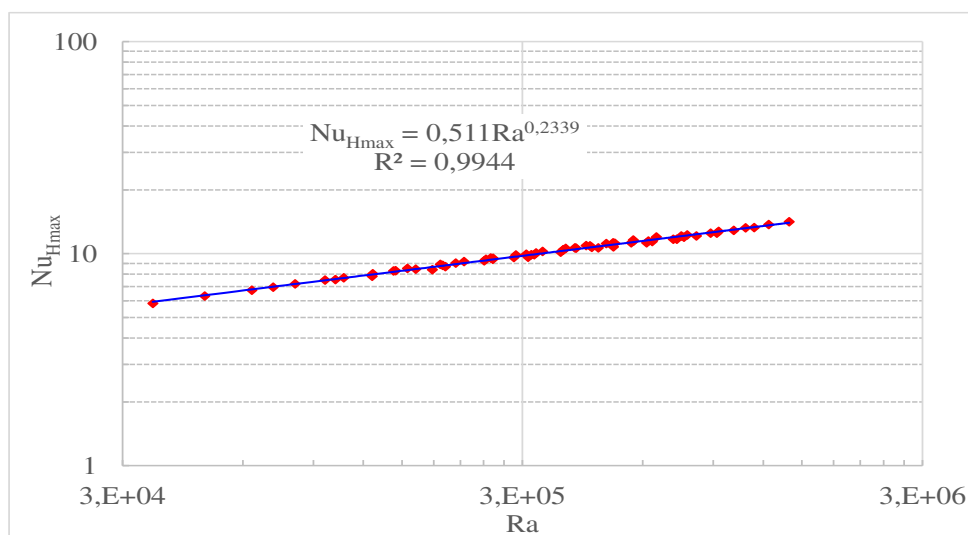


Figura 9. Dependencia de Nu_{Hmax} con Ra para flujos multicelulares.

Si bien el ajuste es bastante bueno, $R^2 = 0.9944$, el valor del exponente de Ra igual a 0.2339 no describe el mecanismo de transferencia de calor multicelular encontrado en los casos considerados, figura 3 y 4. En el análisis presentado por Bejan, 1993 para el problema de calentamiento inferior el exponente teórico de Ra en la correlación Nu vs. Ra , es 0.3, esto nos indica que la elección de la longitud característica no es adecuado. Encontrar la longitud

característica para determinada geometría es un tema que está siendo investigado por nuestro grupo de trabajo.

La figura 10 muestra el comportamiento de $Nu_{H_{max}}$ en función Ra , obteniéndose la ecuación:

$$Nu_{H_{max}} = 0.2077Ra^{0.2763}, R^2 = 0.9547 \quad (9)$$

El valor del exponente de Ra cercano a 0.25 describe el comportamiento unicelular encontrado en los casos considerados, a pesar de la dispersión de los datos. Esta dispersión se puede atribuir a la existencia de movimiento en el interior de la única celda convectiva, que es bastante irregular y que se intensifica con el aumento del ángulo de inclinación.

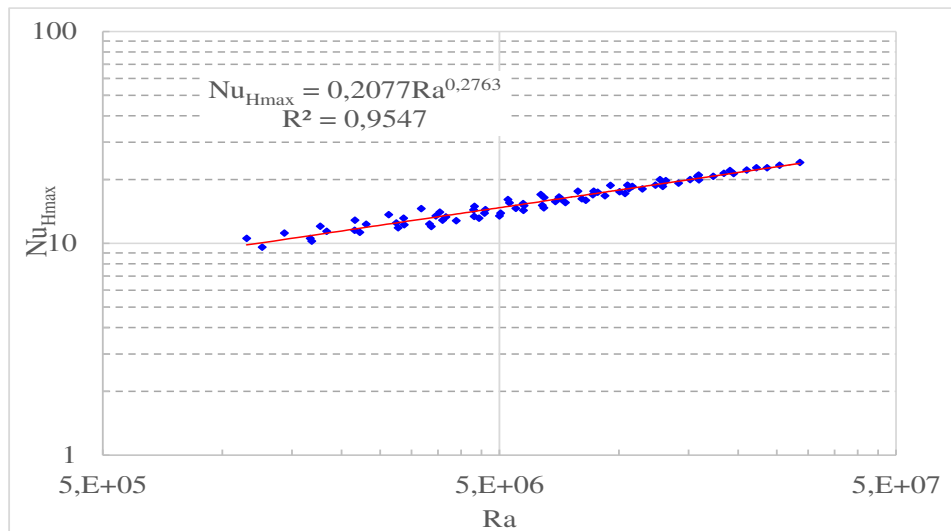


Figura 10. Dependencia de $Nu_{H_{max}}$ con Ra para flujo unicelular.

6 CONCLUSIONES

Se ha simulado la convección natural transitoria en el interior de un recinto trapezoidal tipo ático. Se ha considerado que la base se mantiene a una temperatura mayor que la superficie superior inclinada, variado el salto de temperatura entre 1°C y 45°C, y el ángulo de inclinación de la superficie superior entre 0° a 30°. Con los patrones de flujo obtenidos, se ha determinado que a medida que aumenta el ángulo de inclinación, disminuye la cantidad de celdas convectivas y que a partir de un ángulo crítico, el flujo cambia a unicelular (característico del calentamiento lateral).

Se han obtenido dos correlaciones entre el número de Nusselt y el número de Rayleigh, calculados ambos en base a la altura máxima del recinto. Los resultados numéricos incluidos en la correlación unicelular presentan cierta dispersión, esto lo podemos atribuir que si bien existe una única celda convectiva antihoraria, en el interior de la misma se desarrollan vórtices de mediana intensidad, como se describe en la figura 2, $\gamma=30^\circ$.

Por otro lado, la correlación encontrada para el caso multicelular nos señala que la misma no describe el mecanismo de transferencia de calor, ya que el exponente de Ra no se acerca a 0.3, lo que pudiera significar para este tipo de flujo que la longitud característica no es H_{max} , o bien que depende de otros parámetros físicos o geométricos. Este será un punto a estudiar, para poder luego avanzar con otros aspectos, tales como condiciones de borde variables en el tiempo, ubicación de fuentes térmicas que simulen a calefactores, entre otros aspectos.

REFERENCIAS

- Bejan A. *Heat Transfer*, John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- Cui H., Xu F. and Saha S. C. Transition to unsteady natural convection flow in a prismatic enclosure of triangular section. *International Journal of Thermal Sciences* Vol. 111 pp. 330 – 339. 2017.
- Saha S. C. and Gu Y.T. Natural convection in a triangular enclosure heated from below and non-uniformly cooled from top. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 80 Págs. 529–538, 2015.
- Saha, S.C. and Khan M.M.K. A review of natural convection and heat transfer in attic-shaped space. *Energy and Buildings* Vol. 43, pp. 2564–2571. 2011.
- Yesiloz G. and Aydin O. Laminar natural convection in right-angled triangular enclosures heated and cooled on adjacent walls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 60 pp. 365–374. 2013.