

# UTILIZACIÓN DE TÉCNICAS DE CONTROL ACTIVO ORIENTADAS AL DISEÑO DE DISPOSITIVOS DE CONTROL PASIVO

**Juan Pablo Ascheri\* – Marcelo Rubinstein\* – Oscar Möller\***

\* Instituto de Mecánica Aplicada y Estructuras (IMAE)  
Universidad Nacional de Rosario  
Riobamba y Berutti, (2000) Ciudad de Rosario, Argentina  
e-mail: jascheri@fceia.unr.edu.ar

**Palabras Claves:** control de estructuras, dinámica estructural, control activo, control pasivo, control predictivo.

**Resumen.** *En la ingeniería sismorresistente una importante tendencia actual consiste en implementar dispositivos de control de la respuesta, que se pueden clasificar en dos grandes grupos: denominados control pasivo y control activo.*

*Los primeros de materialización más sencilla y económica y en consecuencia de mayor aplicación, son en general proyectados teniendo en cuenta el espectro de respuesta del sismo de diseño y son accionados por los desplazamientos o deformaciones del sistema estructural.*

*Los dispositivos de control activo se diseñan aplicando técnicas basadas en conceptos y métodos propios de control automático de sistemas. Estas técnicas reducen la respuesta de la estructura a través de la implementación de mecanismos actuadores, alimentados por una fuente de energía exterior, capaces de ejercer un conjunto de fuerzas de control.*

*Este tipo de mecanismos tienen como principal ventaja, frente a los de control pasivo, que las fuerzas de control aplicadas son continuamente calculadas en función de la respuesta estructural medida, a través de ciertas funciones de optimización.*

*A pesar de esto, la mayor complejidad y costo de la materialización de estos sistemas resulta un inconveniente importante, lo que se ve reflejado en la escasa cantidad de estructuras donde se hayan aplicado esta tecnología.*

*El objetivo de este trabajo es, aplicando la teoría de control activo, obtener a través de la simulación numérica de estos sistemas historias de fuerzas de control, orientando su utilización para el dimensionamiento y optimización de sistemas de control pasivo. Esta técnica trae como principal ventaja que teniendo las herramientas computacionales adecuadas, se obtiene una amplia flexibilidad de dimensionamiento de distintos sistemas de aislamiento antisísmico aplicado en diversas zonas sísmicas.*

## 1 INTRODUCCIÓN

En los últimos años se produjo un rápido crecimiento en el desarrollo y aplicación de dispositivos tendientes a disminuir y controlar las respuestas de las estructuras frente a la acciones de sismos y cargas ambientales.

Sistemas pasivos de control, que no requieren de una fuente de energía exterior, tales como amortiguadores viscosos, masa sintonizada y aislación en la base han sido instalados en edificios, obteniendo un mejoramiento de la respuesta estructural.

Su utilización presenta considerables ventajas desde el punto de vista constructivo y económico, teniendo en cuenta el mantenimiento y hasta el reemplazo previsto de algunos de estos dispositivos, aunque su principal desventaja consiste en que su capacidad de reducir la respuesta estructural es limitada y, en general, depende de la frecuencia de la excitación. Consecuentemente, aparece como necesaria una evaluación del rango de frecuencias de la excitación esperada.

La cantidad de estos elementos, el dimensionamiento de sus parámetros y la ubicación de cada uno de ellos son variables difíciles de determinar para optimizar el sistema de control mas adecuado en cada caso en particular.

En contraposición a estas desventajas, un procedimiento de reducción de vibraciones estructurales que remedia, en cierta medida, estos inconvenientes, consiste en incorporar a la estructura mecanismos alimentados por una fuente de energía exterior, lo que los hace capaces de ejercer un conjunto de fuerzas de control. Dichos mecanismos se incluyen dentro de un sistema que calcula, en tiempo real, las fuerzas de control, en función de los valores de la respuesta medida, utilizando un cierto algoritmo.

Para diseñar sistemas de control activo de estructuras pueden utilizarse distintas estrategias tomadas de la Teoría de Control, siendo las más relevantes la Realimentación Negativa, el Control Óptimo, la Asignación de Polos y más recientemente, el Control Predictivo<sup>1, 2</sup>.

A pesar de las ventajas mencionadas, su puesta en práctica en estructuras no ha tenido gran desarrollo, debido a su costo y las dificultades para su materialización y mantenimiento.

Un concepto interesante<sup>3,4</sup>, que se propone en este trabajo, resulta en aplicar la teoría de control activo de estructuras a modelos matemáticos, con el fin de obtener las fuerzas de control mas adecuadas para el control de dicha estructuras sometidas a una acción sísmica de diseño. Luego a través de estas fuerzas de control, optimizar y diseñar los elementos de control pasivo, los cuales, teniendo en cuenta sus ventajas, podrían ser materializados en la estructura real.

Un ejemplo aplicado a un modelo básico sometido a una excitación sísmica sirve para validar distintos aspectos de la idea desarrollada<sup>5</sup>.

## 2 CONTROL PREDICTIVO

### 2.1 Ecuación de movimiento

La respuesta dinámica de un sistema estructural de  $N$  grados de libertad, no lineal con control activo de lazo abierto – cerrado, puede ser modelizado a través de la siguiente ecuación matricial:

$$Mz(t) + Cz(t) + Kz(t) = f(t) + f_c(t) \quad (1)$$

en donde  $z(t)$  es el vector de desplazamientos  $n$ -dimensional, mientras que  $Cz(t)$  y  $Kz(t)$ , representa dos vectores  $n$ -dimensionales de fuerzas internas referidos respectivamente a la velocidades y desplazamientos. El vector  $f(t)$ , representa el vector  $r$ -dimensional de excitación externa, el cual en el caso de excitación sísmica se reduce a  $-MIz_g(t)$ , donde  $M$  representa la matriz de masa del sistema,  $I$  es la matriz de localización, y  $z_g(t)$  es la aceleración del suelo inducida por el sismo.  $f_c(t)$ , es el vector de las fuerzas de control.

Usando la representación en el espacio de estado, la ecuación matricial (1), puede ser escrita como:

$$\dot{x} = Fx + v_c + v \quad (2)$$

Siendo  $x$ , el vector de estado,  $F$  la matriz del sistema,  $v_c$  el vector de control y  $v$  el vector de excitación.

$$\begin{aligned} x &= \begin{pmatrix} z \\ \dot{z} \end{pmatrix} \\ F &= \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{pmatrix} \\ v_c &= \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}f_c \end{pmatrix} \\ v &= \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}f \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

Si se considera control constante y excitación variando linealmente en el intervalo  $[k\Delta t; k\Delta t + \Delta t]$ , la expresión de la respuesta es<sup>2</sup>:

$$x(k+1) = Ax(k) + P_1 v(k+1) + P_2 [v(k+1) - v(k)] + P_1 v_c(k) \quad (4)$$

donde:

$$\begin{aligned}
A &= \exp(\Delta t F) \\
P_1 &= F^{-1}(A - I) \\
P_2 &= F^{-1}\left(\frac{1}{\Delta t} P_1 - A\right)
\end{aligned} \tag{5}$$

## 2.2 Principios

En un modelo en tiempo discreto, con intervalo  $\Delta t$ , se define para cada instante  $k \Delta t$ , por simplicidad en adelante  $k$ , un número finito de pasos  $\lambda$ , el cual determina un horizonte de predicción  $[k; k+\lambda]$ , sobre el que se predice la respuesta como función de una secuencia de control  $u(k+j)$  con  $j=0, \dots, \lambda$ , la cual se calcula en el instante  $k$  imponiendo el criterio que la salida predicha en el instante  $k+\lambda$  sea igual a una deseada.

El control  $u(k)$ , se aplica al sistema en el instante  $k$ , el resto de la secuencia de control correspondiente a los instantes  $[k+1; k+\lambda]$ , no se aplican al sistema, dado que el procedimiento se redefine en cada instante de muestreo  $k$ .

## 2.3 Algoritmo

Para representar el comportamiento lineal de una estructura, sometida a una excitación sísmica y en presencia de fuerzas de control activo se define el siguiente modelo de primer orden en tiempo discreto en el espacio de estado.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k - nr) + w(k) \tag{6}$$

Siendo  $k$ , el número de instantes de tiempo  $\Delta t$  del modelo discreto,  $A$  es la matriz del sistema en tiempo discreto,  $B$  la matriz de control en tiempo discreto,  $x(k)$  el vector de estado y  $w(k)$  el vector de excitación.  $u(k-nr)$ , es el vector de control generado en el instante  $k-nr$ , donde  $nr$  es el número de períodos de retardo del sistema.

Teniendo en cuenta (4) y (5),  $B$  y  $w$ , quedan definidas como:

$$\begin{aligned}
B &= P_1 \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1} J_c \end{pmatrix} \\
w(k) &= P_1(k+1) + P_2[v(k+1) - v(k)]
\end{aligned} \tag{7}$$

donde  $J_c$  es una matriz con valores iguales a 0 ó 1, dependiendo de la presencia de actuadores en distintos grados de libertad.

El retardo del sistema corresponde al número de instantes de muestreo que transcurren desde que se ordena a los actuadores que ejerzan una acción sobre la estructura hasta que esta acción es efectivamente aplicada, por lo tanto el tiempo de retardo, está definido por la relación

$$\tau_r = nr \Delta t \tag{8}$$

En cuyo caso, el intervalo de predicción se define a partir de ahora como  $[k ; k + \lambda + nr]$ . La respuesta de la estructura se organiza en el vector de salida  $y(k)$ , expresada como

$$y(k) = H x(k) \quad (9)$$

donde  $H$  es una matriz constante de salida y que generalmente se adopta igual a la matriz identidad.

El modelo predictivo, predice el comportamiento de la estructura sobre un horizonte de predicción  $[k ; k + \lambda + nr]$ . Dicho comportamiento se puede expresar a través de la ecuación (6), de la siguiente forma<sup>2</sup>:

$$\hat{x}(k + j | k) = \hat{A}\hat{x}(k + j - 1 | k) + \hat{B}\hat{u}(k + j - 1 - nr | k) \quad (10)$$

$$\hat{y}(k + j | k) = \hat{H}\hat{x}(k + j | k) \quad j = 1, \dots, \lambda + nr \quad (11)$$

$\hat{x}(k + j | k)$  y  $\hat{y}(k + j | k)$  son, respectivamente, los vectores de estado y salida predichos en el instante  $k$ , para el instante futuro  $k + j$  con  $j = 1, \dots, \lambda + nr$ , a partir del vector de estado  $x(k)$  del sistema, medido en el instante  $k$ .

La excitación exterior no se incluye en la predicción debido a que sus valores en los instantes futuros no pueden ser predichos.

La secuencia de control  $\hat{u}$  en el instante  $k$ , está compuesta por los vectores  $u$  predichos en los instantes previos a  $k$  que serán aplicados sobre la estructura a partir de dicho instante, y los vectores  $\hat{u}$  que intervienen en la predicción del vector de estado y son calculados imponiendo la condición que verifique un criterio de rendimiento adecuado.

$$\hat{u}(k + j - 1 - nr | k) = \begin{cases} u(k + j - 1 - nr) & j = 1, \dots, nr \\ \hat{u}(k + j - 1 - nr | k) & j = nr + 1, \dots, nr + \lambda \end{cases} \quad (12)$$

## 2.4 Criterio de rendimiento

Un posible criterio de rendimiento a utilizar en el cálculo de la secuencia de vectores de control  $\hat{u}(k | k), \dots, \hat{u}(k + \lambda - 1 | k)$ , puede consistir en la minimización de la función de coste lineal cuadrática:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\lambda+nr} [\hat{y}(k + j | k) - y_r(k + j | k)]^T Q_j [\hat{y}(k + j | k) - y_r(k + j | k)] + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{\lambda-1} \hat{u}(k + j | k)^T R_j \hat{u}(k + j | k) \quad (13)$$

$y_r(k)$  define una trayectoria de referencia generada en el instante  $k$  a partir de la salida real del sistema en dicho instante y que evoluciona en los instantes futuros hacia una consigna, la cual en estos casos es generalmente nula.  $Q_j$  ( $j=1, \dots, \lambda + nr$ ) y  $R_j$  ( $j=0, \dots, \lambda - 1$ ), son matrices de peso simétricas.

Minimizando  $J$ , se impone que los valores de salida predichos, estén próximos a los de la

trayectoria de referencia en el intervalo de predicción, limitando también los valores de los vectores  $\hat{u}$ .

Se puede tender a ajustar  $\hat{y}$  a  $y_r$  únicamente en el instante  $k + \lambda + nr$ , en cuyo caso las matrices  $Q_j$  correspondientes a los instantes anteriores al mismo, pueden elegirse nulas.

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q_{\lambda+nr-1} = 0$$

$$Q_{\lambda+nr} = Q \quad (14)$$

Además se suele considerar una secuencia de vectores de control  $\hat{u}(k)$  constante en el intervalo  $[k ; k + \lambda - 1]$

$$u(k) = \hat{u}(k | k) = \hat{u}(k+1 | k) = \dots = \hat{u}(k + \lambda - 1 | k) \quad (15)$$

En resumen el algoritmo calcula, minimizando  $J$ , un valor del vector de control que debe ser generado en el instante  $k$  para aproximar en el instante  $k + \lambda + nr$  la salida predicha a la salida de referencia, la cual habitualmente es nula.

En el instante siguiente  $k + 1$ , se realiza nuevamente la operación y se obtiene un valor de  $u(k+1)$  y así en cada instante del muestreo.

De esta forma y teniendo en cuenta (13), (14) y (15), se obtiene la siguiente expresión de  $J$ .

$$J = \frac{1}{2} [\hat{y}(k + \lambda + nr | k) - y_r(k + \lambda + nr | k)]^T Q [\hat{y}(k + \lambda + nr | k) - y_r(k + \lambda + nr | k)] + \frac{1}{2} u(k)^T R u(k) \quad (16)$$

$$\text{con } R = \sum_{j=0}^{\lambda-1} R_j$$

A través de la ponderación de las matrices de peso  $Q$  y  $R$ , se logra limitar tanto la fuerza de control aplicada como la respuesta de la estructura, de esta forma, una matriz  $Q$  de valores elevados relativos a los de la matriz de peso  $R$ , implica una disminución importante en la diferencia entre  $\hat{y}$  e  $y_r$ , en este caso la respuesta de la estructura, y valores de fuerzas de control elevados. Por el contrario, valores de  $R$  elevados limitan el valor de la señal de control.

En el caso del horizonte de predicción  $\lambda$ , un valor pequeño, supone pretender la aproximación de la respuesta al valor de referencia en poco tiempo, por lo tanto, implica una acción enérgica de la respuesta de la estructura, por el contrario, un valor elevado corresponde a un control mas suave.

## 2.5 Bases del Software utilizado

Aplicando reiteradamente la ecuación (10), para  $j = 1, \dots, \lambda + nr$ , se puede obtener el valor del vector de estado predicho en el instante  $k + \lambda + nr$  a partir del instante  $k$

$$\hat{x}(k + \lambda + nr | k) = \hat{T} x(k) + \psi(k) + \hat{Z}_0 u(k) \quad (17)$$

siendo

$$\begin{aligned} \hat{T} &= \hat{A}^{\lambda+nr} \\ \psi(k) &= \hat{Z}_1 u(k-1) + \dots + \hat{Z}_{nr} u(k-nr) \\ \hat{Z}_i &= \hat{A}^{\lambda+i-1} \hat{B} \quad (i = 1, \dots, nr) \\ \hat{Z}_0 &= (\hat{A}^{\lambda-1} + \hat{A}^{\lambda-2} + \dots + \hat{A}^2 + \hat{A} + I) \hat{B} \end{aligned} \quad (18)$$

Por lo tanto, teniendo en cuenta (11),  $\hat{y}(k + \lambda + nr | k)$  queda definido como:

$$\hat{y}(k + \lambda + nr | k) = \hat{H} \hat{T} x(k) + \hat{H} \psi(k) + \hat{H} \hat{Z}_0 u(k) \quad (19)$$

e imponiendo la condición:

$$\frac{\partial J}{\partial u(k)} = 0 \quad (20)$$

Se puede deducir el vector de control  $u(k)$  que corresponde a un extremo relativo de  $J$ .

$$u(k) = -\left[ (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q (\hat{H} \hat{Z}_0) + R \right]^{-1} \times \left\{ (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q [\hat{H} \hat{T} x(k) + \hat{H} \psi(k) - y_r(k + \lambda + nr | k)] \right\} \quad (21)$$

La trayectoria de referencia a la que pertenece el vector  $y_r(k + \lambda + nr | k)$  puede ser generada a partir de distintos modelos, aunque para este tipo de problemas de control es suficiente sugerir una trayectoria de referencia nula, para la cual la ecuación (21) queda como:

$$u(k) = -\left[ (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q (\hat{H} \hat{Z}_0) + R \right]^{-1} \times \left\{ (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q [\hat{H} \hat{T} x(k) + \hat{H} \psi(k)] \right\} \quad (22)$$

a partir de la cual y teniendo en cuenta (18), se puede escribir como:

$$u(k) = -\hat{G} x(k) - \sum_{i=1}^{nr} \hat{K}_i u(k-i) \quad (23)$$

donde  $\hat{G}$  es la matriz de ganancia

$$\hat{G} = \left[ (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q (\hat{H} \hat{Z}_0) + R \right]^{-1} (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q \hat{H} \hat{T} \quad (24)$$

y las matrices  $\hat{K}_i$  definidas por

$$\hat{K}_i = \left[ (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q (\hat{H} \hat{Z}_0) + R \right]^{-1} (\hat{H} \hat{Z}_0)^T Q \hat{H} \hat{Z}_i \quad \text{con } i = 1, \dots, nr. \quad (25)$$

Las Ecuaciones (23) a (25) definen el algoritmo de control predictivo de estructuras y fueron utilizadas para la realización de un módulo de control, el cual calcula fuerzas de control en cada instante de muestreo, y forma parte de un software de análisis estático y dinámico no lineal que aplica el método de los elementos finitos con formulación en desplazamientos. Los problemas dinámicos se resuelven con integración directa de las

ecuaciones de movimiento paso a paso con el algoritmo de Newmark. Los problemas no lineales dentro de cada paso de tiempo, o escalón de carga, se resuelven en forma iterativa con una variante del esquema de Newton-Raphson.

### 3 CONTROL PASIVO

Bajo esta denominación se encuentran una serie de disposiciones de diseño, algunas de tipo estructural, que tienen como objeto el de concentrar el daño en ciertas zonas preestablecidas de las estructura, protegiendo de esta forma las zonas críticas de la misma y otras de tipo no estructural que consisten en incorporar en la estructura ciertos dispositivos que disipan parte de la energía inducida por la excitación.

En este trabajo se trata de diseñar estos últimos, utilizando los resultados del análisis realizados con los fundamentos de Control Predictivo.

Siguiendo los lineamientos del Control Optimo Lineal Clásico de Sistemas, se puede demostrar<sup>1</sup> que la matriz de ganancia descrita en la ecuación (24) se mantiene aproximadamente constante sobre el intervalo de predicción, para matrices de peso Q y R establecidas.

Teniendo en cuenta (23) y tomando para el algoritmo de control predictivo un tiempo de retardo  $n_r=0$ , lo cual es coherente de estimar si se trata de simular un efecto de control pasivo, se deduce que:

$$u(k) = -\hat{G} x(k) \quad (26)$$

y la ecuación de estado basada en (6), se puede representar como:

$$x(k+1) = Ax(k) + B \hat{G} x(k) + w(k) = (A - B \hat{G})x(k) + w(k) \quad (27)$$

Un comportamiento similar se puede lograr incorporando al sistema estructural, elementos accionados por desplazamientos (resortes) y velocidades (amortiguadores), a los cuales se les puede optimizar sus parámetros a través de los resultados obtenidos con el algoritmo descrito.

Planteando como objetivo dimensionar los actuadores de control pasivo, de modo tal de conseguir un comportamiento similar al obtenido con el modelo de control activo, se puede considerar que en cada paso de tiempo, la historia de desplazamientos y velocidades obtenidas en el modelo de control activo, generan fuerzas de control proporcionales a ambas como:

$$u_{pas}(k) = Cx(k) \quad (28)$$

donde C, es un vector que esta compuesto por un vector de coeficientes sobre los desplazamientos (coeficientes de rigidez de los resortes) y un vector de coeficientes sobre las velocidades (coeficientes de amortiguación de los amortiguadores), los cuales comprenden los parámetros de los actuadores del control pasivo.

$$C = \{K_r; C_a\} \quad (29)$$

$x(k)$  es el vector de estado descrito en la ecuación (3).



$$x(k) = \begin{cases} z(k) \\ \dot{z}(k) \end{cases} \quad (30)$$

La diferencia en cada paso de las fuerzas de control obtenidas con control pasivo y las obtenidas con control activos, se define como

$$\Delta u(k) = u_{\text{pas}}(k) - u(k) \quad (31)$$

La solución consiste en encontrar la matriz de coeficientes C, constante en el tiempo, que minimice la relación L

$$L = \sum_{k=ki}^{k=kf} \Delta u(k)^2 \quad (32)$$

donde  $k_i$  y  $k_f$  indican los extremos del intervalo de tiempo en que se ejerce el control.

## 4 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS

### 4.1 Introducción

Para investigar el comportamiento de las variables que entran en juego en el algoritmo de control predictivo, así como su utilización para ajustar variables de control pasivo, se tomó un modelo lineal de un grado de libertad propuesto por Soong<sup>1</sup> y que se muestra en la figura 1. Este modelo fue elegido porque ha sido estudiado en profundidad en trabajos previos<sup>1, 5</sup>. Sus propiedades estructurales se resumen en la tabla 1.

También se utilizó un modelo bilineal elastoplástico, con la misma rigidez elástica y con una rigidez de reendurecimiento post elástica igual a un tercio de la elástica. La deformación de fluencia se asume que ocurre para un desplazamiento relativo de 0,15 cm.

Con el fin de investigar la respuesta del comportamiento estructural sometido a una fuerte excitación sísmica, se utilizaron los registros generados por el terremoto de Northridge originado en 1994, el cual fue causante de grandes daños en estructuras existentes.

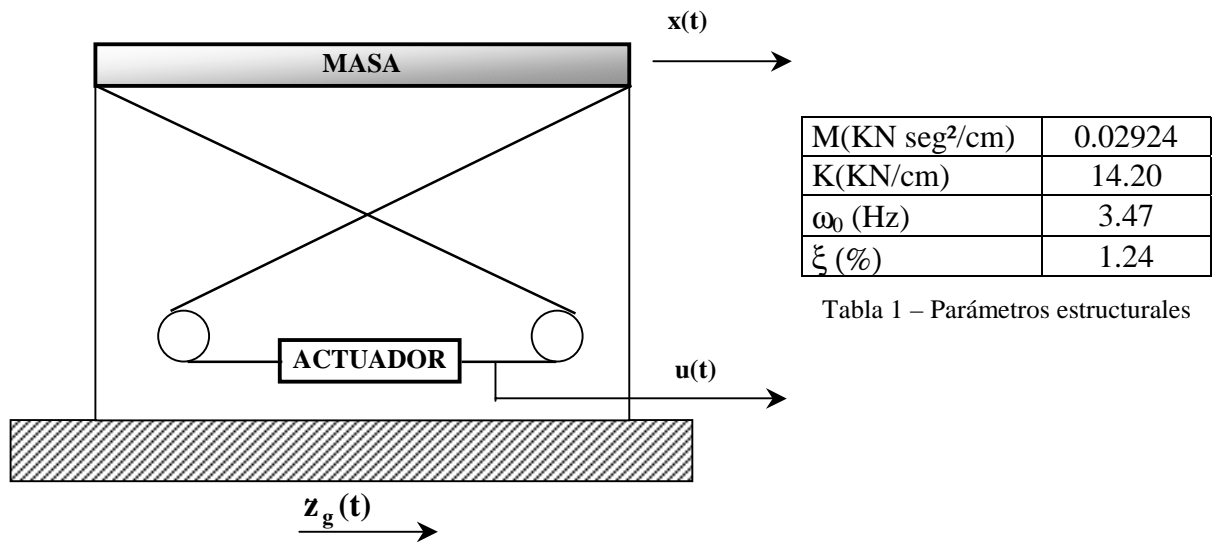


Figura 1: Modelo de 1 grado de libertad

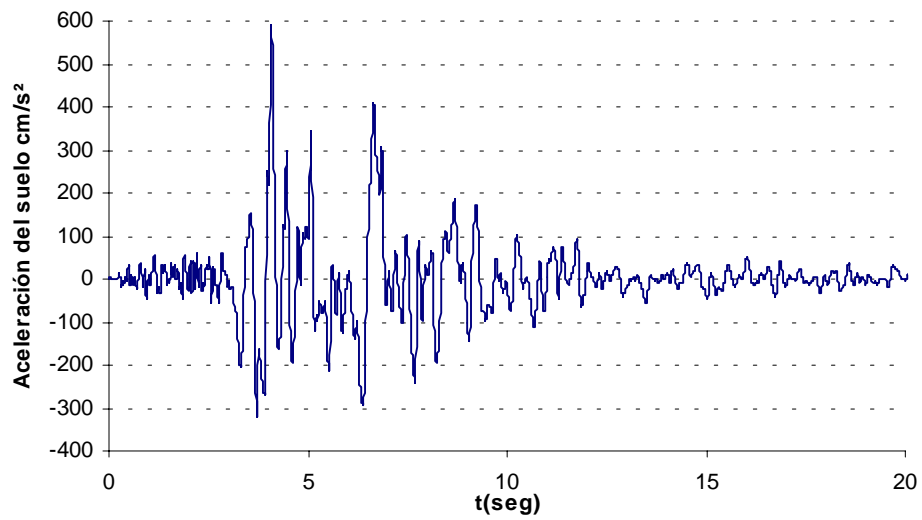


Figura 2: Acelerograma de Northridge 1994

## 4.2 Matrices de peso

Para evaluar la sensibilidad del sistema a la variación de las matrices de peso Q y R, se utilizó el modelo con un horizonte de predicción  $\lambda = 1$ , lo cual significa que en el paso k, se calcula la fuerza de control para que en el instante siguiente k+1, la función de coste J sea mínima y, en dicho instante, se parte de la respuesta medida para obtener una nueva fuerza de control que minimice J en el instante k+2.

El retardo se adoptó igual a 0, lo que significa que el tiempo transcurrido desde la medición hasta la aplicación de la fuerza de control es nulo, cuestión que se justifica sólo en el caso de control pasivo.

Los resultados de las respuesta en desplazamiento, velocidades y aceleraciones, relativas a la estructura sin control y las fuerzas de control relativa a la masa de la estructura puede verse graficada en la figura 3, donde la relación q/r, se encuentra representada en escala logarítmica siendo q y r constantes que multiplican respectivamente a las matrices identidad y forman las matrices de peso Q y R.

$$Q = q I_{2 \times 2} = q \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = r I_{1 \times 1} = r [1]$$

En la tabla 2, se observan los valores más significativos, y en la figura 4 la historia en desplazamientos para las relaciones q/r de la tabla 2.

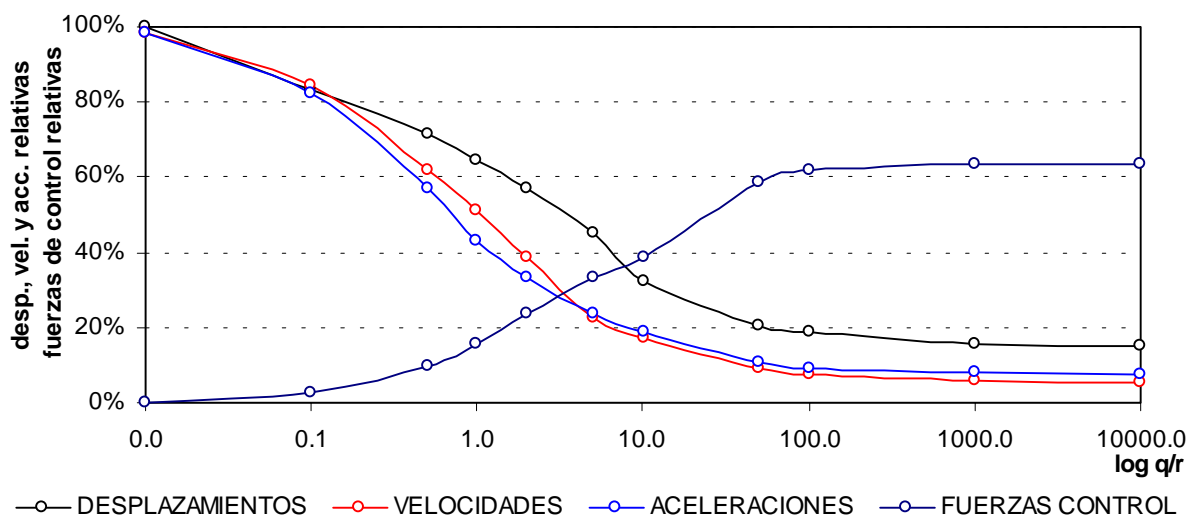


Figura 3: Variación de desplazamientos, velocidad , aceleración y fuerza de control relativa en función de la variación de q/r

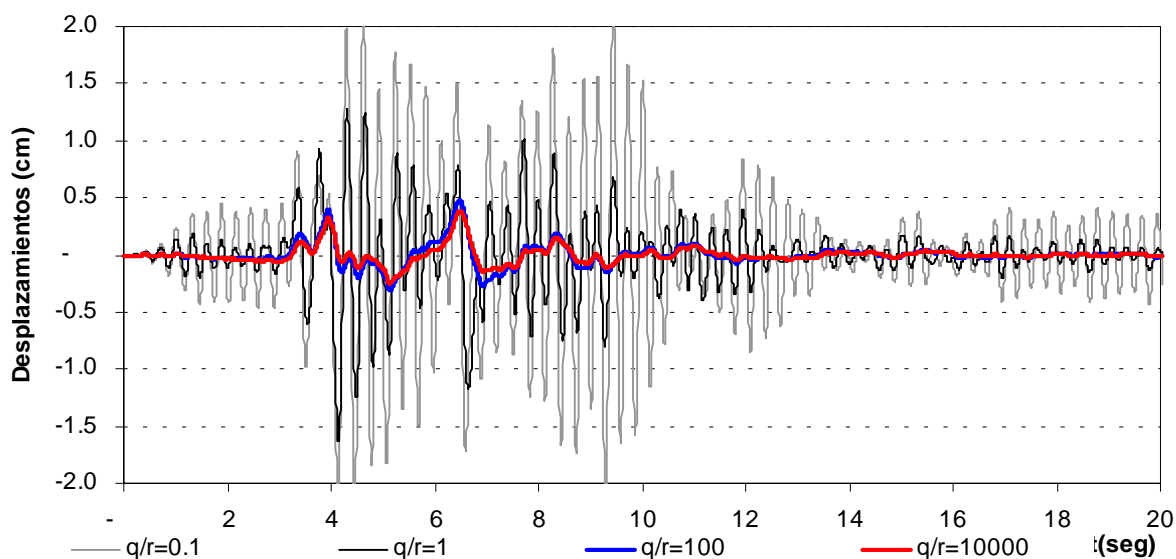


Figura 4: Respuesta de la estructura con control activo y con distintos valores de las matrices de peso

q/r	FUERZAS CONTROL		DESPLAZAMIENTOS		VELOCIDADES		ACELERACIONES	
	MAX ABS (KN)	REL.	MAX ABS (cm)	REL.	MAX ABS (cm/seg)	REL.	MAX ABS (cm/seg <sup>2</sup> )	REL.
Sin Control			2.536	100.00%	52.920	100.00%	1124.000	100.00%
0.100	0.754	2.60%	2.116	83.44%	44.570	84.22%	925.500	82.34%
1.000	4.545	15.67%	1.630	64.27%	27.000	51.02%	480.700	42.77%
100.000	17.940	61.86%	0.476	18.78%	3.980	7.52%	99.920	8.89%
10000.000	18.450	63.62%	0.386	15.21%	2.950	5.57%	86.920	7.73%

Tabla 2: Resumen de resultados del comportamiento de la estructura con control activo

### 4.3 Horizonte de predicción

Determinando las matrices de peso con una relación  $q/r = 100$ , y variando en este caso el horizonte de predicción  $\lambda$ , se obtiene la figura 5, que muestra la variación de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones máximas relativas a la estructura sin control y la fuerza de control máxima relativa a la masa de la estructura, vs. el horizonte de predicción expresado en períodos de  $\Delta t = 0.05$  seg. El retardo, como se hizo en 4.2, se consideró igual a 0.

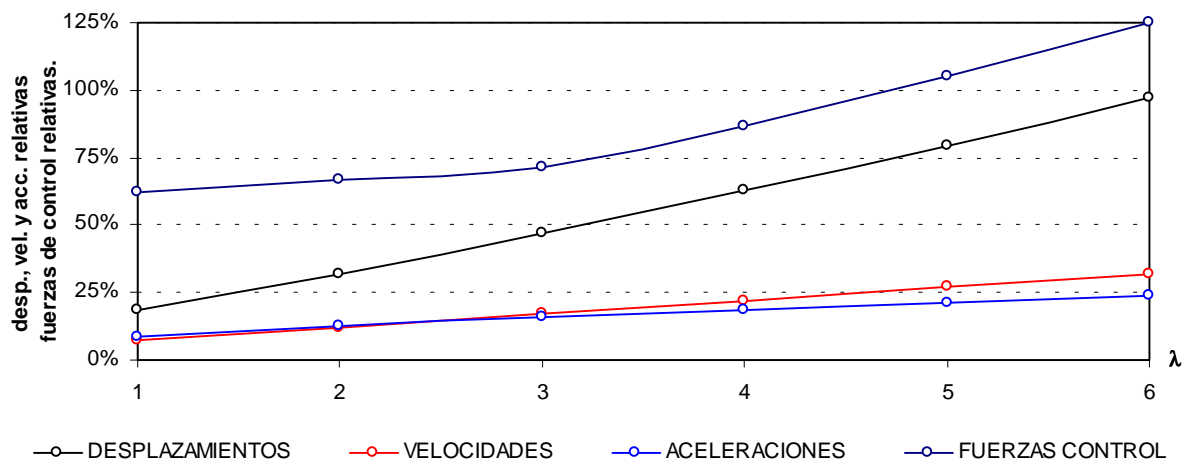


Figura 5: Variación de desplazamientos, velocidad, aceleración y fuerza de control relativa en función del horizonte de predicción  $\lambda$

#### 4.4 Retardo

Fijando los valores de las matrices de peso con una relación  $q/r = 100$  y del horizonte de predicción  $\lambda = 1$ , se obtiene la variación de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones máximas relativas a la estructura sin control y las fuerzas de control máximas relativas a la masa de la estructura, vs. la variación del retardo expresado en períodos de  $\Delta t = 0.05$  seg.

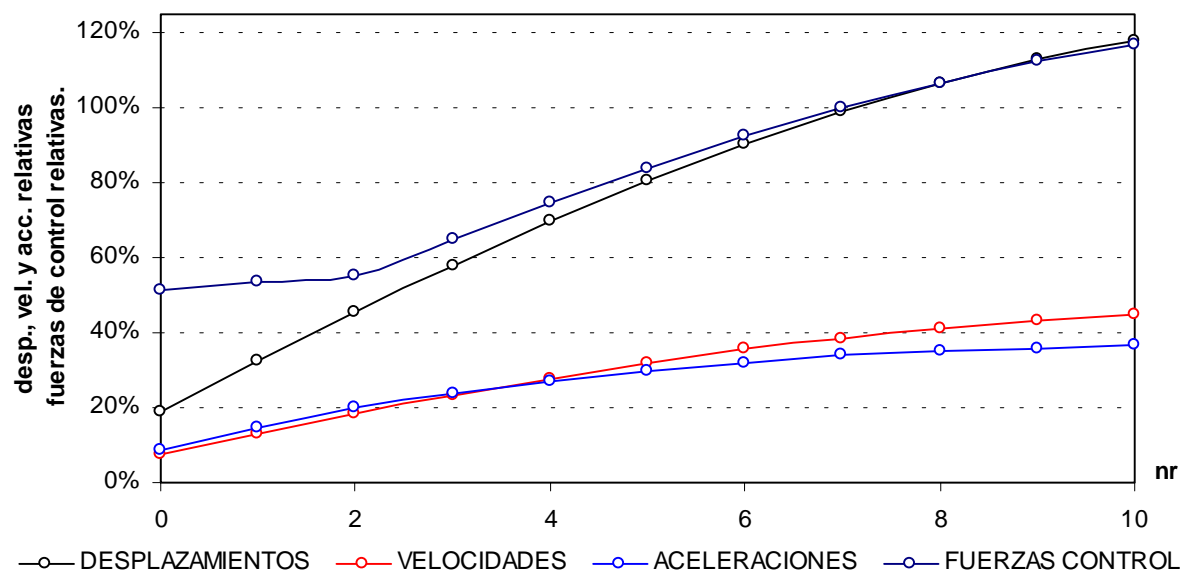


Figura 6: Variación de desplazamientos, velocidad, aceleración y fuerza de control relativa en función del tiempo de retardo nr

#### 4.5 Relación con control pasivo

Habiendo realizado los análisis de sensibilidad del sistema frente a distintas variables, se elige para el dimensionamiento de los actuadores de control pasivo un modelo utilizando las variables de control activo descripta en la tabla 3.

Variable	Valor
$q/r$	100
$nr$	0
$\lambda$	1

Tabla 3: Valores adoptado de las variables de control activo.

Con estos parámetros se puede determinar una historia de fuerzas de control, desplazamientos y aceleraciones en cada instante de muestreo. Utilizando las ecuaciones (29) a (32), se obtuvo el siguiente valor de la matriz C.

$$C = \left\{ 6.65 \frac{\text{KN}}{\text{cm}}; 4.55 \frac{\text{KN seg}}{\text{cm}} \right\}$$

Utilizando un modelo lineal, sin control activo, pero con la incorporación de un amortiguador viscoso y un resorte con sus respectivos coeficientes de amortiguamiento y rigidez, se obtuvo la respuesta de la estructura, la cual se representa en la figura 7, graficando también la respuesta de la estructura con control activo, sin control y la respuesta del modelo bilineal, sin control, con plastificaciones en los extremos.

En la figura 8 se observa sólo el comportamiento de los modelos con control pasivo y con control activo utilizado.

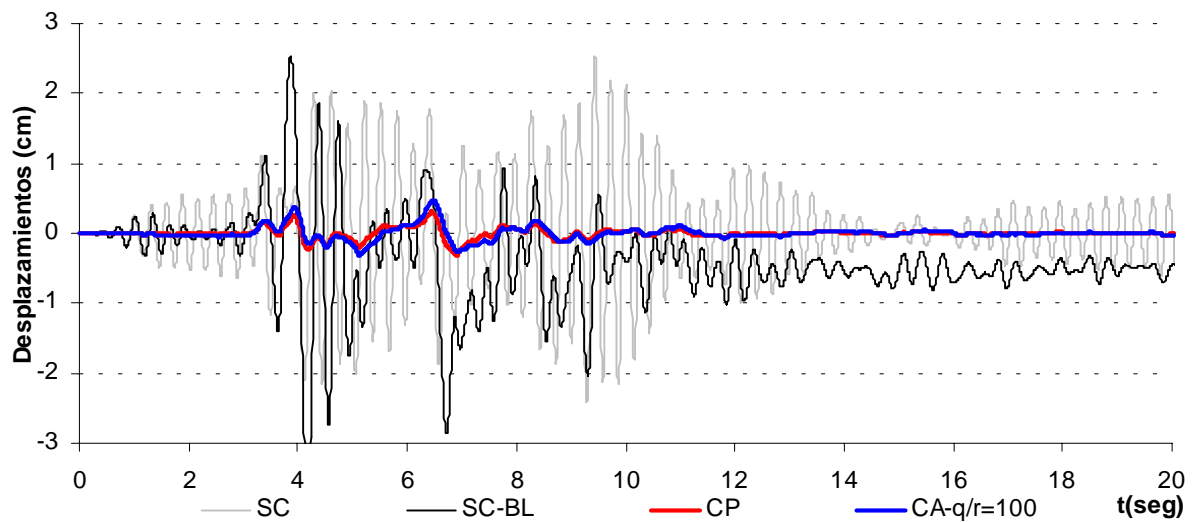


Figura 7: Respuesta de la estructura sin control, con control activo y una relación  $q/r=100$ , con control pasivo y sin control con un modelo bilineal que admite plastificación en extremos.

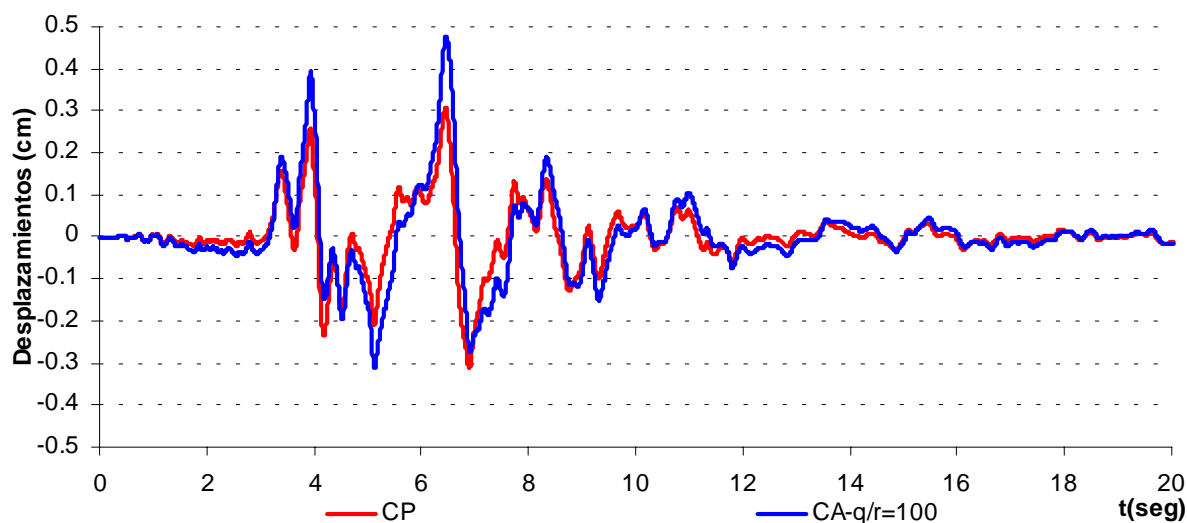


Figura 8: Comparación entre las respuestas del modelo con control pasivo y con control activo

En la tabla 4, se resumen los valores extremos de desplazamientos obtenidos de los distintos modelos utilizados.

Desplazamientos	SC	CA-q/r=1	CA-q/r=100	CP	SC-BL
<b>Máximo</b>	2.536	1.270	0.476	0.307	2.540
<b>Mínimo</b>	-2.408	-1.630	-0.313	-0.313	-3.949
<b>Máx Absoluto</b>	2.536	1.630	0.476	0.313	3.949
<b>Relativo</b>	<b>100.00%</b>	<b>64.27%</b>	<b>18.78%</b>	<b>12.32%</b>	<b>155.72%</b>

Tabla 4: Comparación de valores extremos de desplazamientos para los modelos sin control, con control activo y con control pasivo

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha propuesto la idea, y se ha desarrollado un procedimiento consistente en aplicar la teoría de control activo para obtener a través de su simulación numérica, historias de fuerzas de control útiles para el diseño y optimización de sistemas de control pasivo. Para ello se ha elaborado un módulo de un software de control activo, el cual se ha adosado a un software, con varios años de desarrollo, de análisis estático y dinámico no lineal que resuelve aplicando el método de los elementos finitos con formulación en desplazamientos.

Los resultados obtenidos en un ejemplo básico de aplicación han sido satisfactorios, pudiéndose observar que a través de la manipulación de las matrices de peso R y Q, se puede variar el efecto de control, teniendo en cuenta que a mayor control de las respuestas del sistema (desplazamientos, velocidades y aceleraciones), es necesario dotar de mayor capacidad a los elementos responsables de aplicar las fuerzas de control. Estas matrices son

las que permiten lograr un equilibrio entre la disminución de la respuesta de la estructura, lo cual equivale a decir el daño, y la capacidad de los elementos dimensionados para tal fin, equivalente a decir la factibilidad económica y constructiva de implementación de este sistema de control. También se ha observado, la sensibilidad sobre la variación de las variables de tiempo de retardo y horizonte de predicción, resaltando un déficit importante en el comportamiento a medida que aumentan los valores de estas variables.

Como resultado mas importante, se ha obtenido muy buen acuerdo en la comparación de las respuestas obtenidas con control activo y con el sistema modelizado con control pasivo, el cual ha sido dimensionado a partir de los resultados obtenidos con el sistema de control activo. Ambas respuestas siguen un comportamiento muy similar lográndose aún una pequeña disminución en los valores extremos de desplazamiento en el modelo de control pasivo.

Ampliando este trabajo a sistema de varios grados de libertad, se puede obtener una herramienta importante para el dimensionamiento de sistemas estructurales con control pasivo, los cuales pueden ser de implementación en estructuras sismorresistentes nuevas o en el campo de las intervenciones sobre estructuras existentes con el fin de su rehabilitación en su capacidad de resistencia antes fenómenos sísmicos.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Los autores desean agradecer a la Universidad Nacional de Rosario, y al Instituto Mecánica Aplicada y Estructuras, por el apoyo recibido para la realización de este trabajo.

## 7 REFERENCIAS

- [1] T. T. Soong, *Active Structural Control: Theory and Practice*, Longman Scientific & Technical, (1990).
- [2] A. H. Barbat and J. M. Canet, *Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2ª Edición, (1994).
- [3] Chin-Hsiung Loh, Pei-Yang-LinK and Nan-Hau Chung, “*Design of Dampers for Structures Based on Optimal Control Theory*”, *Earthquake Engng. Strct. Dyn.*, **29**,1307-1323, (2000).
- [4] Y. Ribakov and J Gluck, “*Active Control Of MDOF Structures with Supplemental Electrorheological Fluid Dampers*”, *Earthquake Engng. Strct. Dyn.*, **28**,143-156, (1999).
- [5] K. Huang and R. Betti, “*Predictive Optimal Control For Seismic Analysis of Non-Linear and Hysteretic Structures*”, *Earthquake Engng. Strct. Dyn.*, **28**,585-607, (1999).