

PREDICCIÓN DE LA CURVA LÍMITE DE FORMABILIDAD UTILIZANDO UN MODELO DE PLASTICIDAD POLICRISTALINO AUTOCONSISTENTE VISCOPLÁSTICO

J.W. Signorelli

*Instituto de Física Rosario, (IFIR-CONICET), Universidad Nacional de Rosario
Bv. 27 de Febrero 210b, 2000 Rosario, Argentina, signorel@ifir.edu.ar*

Palabras claves: Curva Límite de Formabilidad, Modelos policristalinos.

Resumen. Se predice la Curva Límite de Formabilidad (FLD) de chapas metálicas utilizando un modelo policristalino autoconsistente (SC) viscoplástico en conjunción con el análisis propuesto por Marciniak-Kuczynski (MK). La obtención de resultados satisfactorios empleando modelos micromecánicos depende básicamente de la definición de una relación de concentración (esquema de homogeneización) y de una descripción realista de las características microestructurales del material (ley de endurecimiento). Las FLDs han sido ampliamente estudiadas utilizando modelos basados en la teoría "Full-constraint" (FC), sin embargo el empleo de un modelo del tipo autoconsistente no ha sido abordado hasta el momento para la descripción del comportamiento constitutivo del material. Se discuten la influencia de varios factores que caracterizan la microestructura del material: topología y morfología, sistemas de deslizamiento activos, sensibilidad a la velocidad de deformación, texturas inicial e imperfección asumida. El análisis incluye una comparación de los resultados obtenidos utilizando tanto un método de homogeneización SC como de tipo FC. Las simulaciones numéricas muestran, como era de esperar, que las principales diferencias entre ambos esquemas se ubican en la región de deformaciones equi-biaxiales. La utilización de una hipótesis de transición de escalas más realista (SC) permite predecir adecuadamente algunos aspectos y tendencias experimentales las cuales no pueden ser explicadas en términos del modelo clásico de Taylor (FC). Se presenta una aplicación a aceros de bajo contenido de carbono.

1 INTRODUCCIÓN

Durante los procesos de conformado de chapas, en particular cuando éstas son sometidas a procesos combinados de estirado y embutido, se presentan fenómenos de localización, los cuales pueden generar una limitación importante a la formabilidad. Tal limitación en metales sometidos a diferentes modos de carga es comúnmente resumida en lo que se conoce como curva límite de formabilidad (FLD) (Keeler and Backofen, 1964). La curva límite de formabilidad asociada a una chapa metálica consiste en un diagrama donde se muestra la evolución de las deformaciones principales ε_1 y ε_2 en conexión con los diferentes estados de deformación a los que puede estar sometida la chapa. Estos diagramas aportan información necesaria para la predicción de posibles problemas durante los procesos de conformado, y constituyen una herramienta útil en las etapas de diseño, elección de material, definición de la geometría de la pieza/matriz, etc. La determinación experimental de las curvas FLD es un proceso tedioso y que requiere tiempo, aún en el caso simple de cargas proporcionales. Asimismo, el comportamiento depende de la historia previa del material requiriendo un tratamiento caso por caso, a los fines de analizar el comportamiento del material. Estas razones hacen que la formulación de un modelo teórico que permita una adecuada predicción de la formabilidad de chapas metálicas sea de fundamental importancia.

Una amplia variedad de aproximaciones teóricas se han desarrollado para predecir la FLD, la mayoría de las cuales se basan en el modelo MK introducido por Marciniak y Kuczynski, 1967. Dentro de este marco de trabajo, se ha demostrado que el modelo constitutivo empleado para describir el comportamiento del material tiene una fuerte influencia sobre la FLD predicha. En particular, se ha establecido la existencia de una fuerte relación entre la textura desarrollada durante el proceso de deformación y la anisotropía inducida por ésta sobre la localización de la deformación (Asaro and Needleman, 1985). Es un hecho bien conocido que la FLD muestra una fuerte dependencia con la superficie de fluencia, anisotropía y sensibilidad a la velocidad de deformación del material (Zhou and Neale, 1995; Zhao et al., 1996; Wu et al. 1997, 1998; Friedman and Pan, 2000; Kuroda and Tvergaard, 2000; Xu and Weinmann, 2000). Consecuentemente, los modelos de deformación policristalinos han mostrado ser una herramienta útil como medio para lograr una mejor comprensión de la relación entre la localización de la deformación y la microestructura desarrollada por el material.

Una alternativa para la predicción de la formabilidad consiste en considerar la inestabilidad en la deformación como un estado de bifurcación a partir de una chapa inicialmente homogénea (Hill, 1952). El análisis original utilizando bifurcación fue desarrollado para predecir la pérdida de formabilidad en el rango de embutido profundo ($\varepsilon_2 < 0$). Posteriormente, este análisis fue extendido por Stören y Rice, 1975 a todo el rango de estados de deformaciones de interés. Chow et al., 2001, 2004 han caracterizado el comienzo de la estricción en término de la evaluación de un parámetro ligado al crecimiento de una cavidad, a través de una función de daño que crece con la deformación efectiva. Una metodología alternativa para el cálculo de la FLD, la cual evita la imposición de un defecto inicial en el material, ha sido propuesta por Viatkina et al., 2005 en la cual se asume que las inestabilidades en la deformación son un resultado natural de las fluctuaciones del campo de deformación causadas sólo por la inhomogeneidad en la textura del material.

En el presente trabajo se propone un modelo de transición de escala más realista, en conjunción con el modelo MK, para la predicción de la FLD en reemplazo del modelo de clásico de Taylor para la descripción de las interacciones cristalinas. La finalidad del estudio es lograr un mejor entendimiento de la influencia de la textura cristalográfica y de la

microestructura desarrollada por el material sobre la formabilidad de chapas tanto en materiales de estructura FCC como BCC.

2 MODELO CONSTITUTIVO

2.1 Plasticidad cristalina

La cinemática del comportamiento del cristal simple sometido a deformación plástica se describe en función del corte realizado por el material sobre un plano (\mathbf{n}^s) y una dirección de deslizamiento (\mathbf{b}^s). En procesos donde no existen fenómenos de activación térmica, la dependencia de la tensión con la velocidad de corte simple originada puede ser razonablemente aproximada por una relación potencial de la forma:

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_c \left| \frac{\tau^s}{\tau_c^s} \right|^{1/m} \text{sign}(\tau^s) \quad (1)$$

donde $\dot{\gamma}_c$ es la velocidad de corte de referencia y m es la sensibilidad a la velocidad de deformación. τ_c^s es la tensión crítica resuelta (CRSS), τ^s es la tensión resuelta en el sistema s y \mathbf{s} es la tensión aplicada al grano.

$$\tau_c^s = \mathbf{P}^s : \mathbf{s} \quad (2)$$

donde el símbolo $:$ significa doble contracción. El tensor \mathbf{P} introducido en (2) está dado por:

$$\mathbf{P}^s = \mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s \quad (3)$$

El comportamiento a nivel del cristal simple se completa al describir la ley de endurecimiento. En la mayoría de los metales es ampliamente aceptada la idea que durante el proceso de deformación más de un sistema de deslizamiento es activado simultáneamente, y que la activación de un sistema implica una mayor dificultad en la activación del resto. Las principales variables que afectan el endurecimiento son: la energía de falla de apilamiento, la densidad de dislocaciones, el camino libre medio entre éstas, temperatura, etc. Tal comportamiento se describe, generalmente, a través de la definición de una matriz de endurecimiento H^{su} que relaciona la interacción entre los sistemas s y u :

$$\dot{\tau}_c^s = \sum_u H^{su} |\dot{\gamma}^u| \quad (4)$$

En su forma más simple la matriz H adopta un valor constante o se reduce a dos coeficientes, describiendo uno el comportamiento del auto-endurecimiento y el otro el endurecimiento latente. Estos últimos adquieren mayor relevancia cuando se emplean cargas no proporcionales, y sistemas no activados en una primera carga lo son en un proceso posterior.

2.2 Homogeneización

La respuesta constitutiva de los cristales individualmente se relaciona con la respuesta global del policristal a través de la formulación de una hipótesis de campo medio particular. El modelo viscoplástico autoconsistente propuesto originalmente por [Molinari et al., 1987](#) e implementado por [Lebensohn y Tomé, 1993](#) ha mostrado ser una herramienta satisfactoria en la modelización del desarrollo de textura. Cada grano que conforma el policristal se considera como una inclusión inhomogénea embebida en un medio efectivo equivalente (HEM), el cual posee las propiedades del policristal, las cuales son obtenidas como un promedio de las

propiedades locales. El policristal se describe a través de un conjunto discreto de orientaciones con pesos representativos de la textura cristalográfica del material. Los desvíos en tensión y deformación de los estados locales respecto del valor en el policristal se expresan a través de la ecuación de interacción:

$$(\mathbf{d} - \mathbf{D}) = \tilde{\mathbf{M}} : (\mathbf{s} - \mathbf{S}) \quad (5)$$

donde \mathbf{d} , \mathbf{s} y \mathbf{D} , \mathbf{S} son la velocidad de deformación y tensión deviatoria del grano y del policristal respectivamente. El tensor de interacción $\tilde{\mathbf{M}}$ y el tensor de localización \mathbf{B} son funciones del módulo viscoplástico macroscópico, del tensor de Eshelby \mathbf{S}^{esh} y, de la forma y orientación del grano:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}} &= \alpha (\mathbf{I} - \mathbf{S}^{esh})^{-1} : \mathbf{S}^{esh} : \mathbf{M}^{Ig} \\ \mathbf{B} &= (m^{sec} - \tilde{\mathbf{M}})^{-1} : (\mathbf{M}^{sec} - \tilde{\mathbf{M}}) \\ \mathbf{M}^{sec} &= \langle \mathbf{M}^{sec} : \mathbf{B} \rangle \\ \mathbf{D} &= \mathbf{M}^{sec} : \mathbf{S} \end{aligned} \quad (6)$$

m^{sec} y \mathbf{M}^{sec} son el módulo viscoplástico secante local y macroscópico respectivamente. El parámetro α en la ecuación (6) sintoniza el nivel de rigidez del modelo ($\alpha=0$: Taylor, $\alpha=\infty$: Sachs y $\alpha=1/m$: formulación tangente). Resolviendo las ecuaciones (1, 5 y 6) para todas las orientaciones (granos) y satisfaciendo las condiciones de borde se obtienen tanto la respuesta local como global del policristal.

2.3 Localización

El modelo MK asume la existencia de una delgada banda de material conteniendo una inhomogeneidad inicial, es decir un espesor ligeramente inferior al del resto de la chapa. La orientación de la banda es caracterizada por medio de un ángulo Ψ definido respecto de la dirección x_1 (Figura 1). Las cantidades que se mencionan a continuación están definidas en el sistema cartesiano x_i ; las cantidades dentro de la banda son indicadas por medio del superíndice b y la normal inicial de la banda está dada por $\mathbf{m} = (\cos\Psi, \sin\Psi)$. El espesor a lo

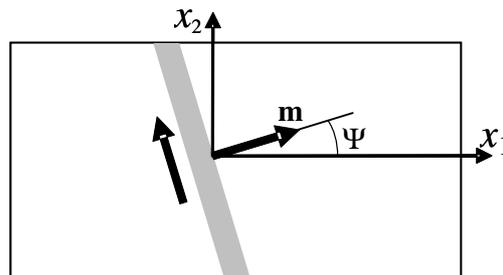


Figura 1: Chapa con una angosta imperfección inicial en espesor.

largo de la sección más pequeña en la banda se denomina $h^b(t)$. El factor de imperfección está dado por el cociente entre el espesor inicial dentro y fuera de la banda:

$$f_{\circ} = \frac{h^b(0)}{h(0)} \quad (7)$$

donde $h(0)$ es el espesor inicial fuera de la zona de la imperfección. En el presente trabajo se supone un valor de $f_0 = 0.99$ salvo que se indique lo contrario. Asimismo, se asume que los campos de deformación dentro y fuera de la banda son uniformes. Equilibrio y compatibilidad entre ambas regiones impone las siguientes condiciones sobre la interfaz:

$$\begin{aligned} F_{\alpha\beta}^b &= F_{\alpha\beta} + c_\alpha m_\beta \\ m_\alpha \Pi_{\alpha\beta}^b h^b &= m_\alpha \Pi_{\alpha\beta} h \end{aligned} \quad (8)$$

donde $F_{\alpha\beta}$ son componentes del tensor gradiente de deformación, $\Pi_{\alpha\beta}$ son componentes del tensor $\mathbf{\Pi}$ de tensión nominal y \mathbf{c} parámetros ha determinar. Los subíndices en letras griegas asumen valores de 1 ó 2, representando las cantidades en el plano, las componentes 23, 32, 31 y 13 son automáticamente impuestas en cero. Las ecuaciones anteriores determinan la evolución de la localización y estricción para una dada trayectoria de deformación impuesta en la zona fuera de la banda. En la presente formulación se emplea una versión Euleriana de las ecuaciones en (8). Consecuentemente, la condición de compatibilidad en la interfaz está dada en términos de la diferencia entre los gradientes de velocidad dentro y fuera de la banda:

$$L_{\alpha\beta}^b = L_{\alpha\beta} + \dot{c}_\alpha n_\beta \quad (9)$$

la cual se descompone en su parte simétrica \mathbf{D} y su parte antisimétrica \mathbf{W} :

$$\begin{aligned} D_{\alpha\beta}^b &= D_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} (\dot{c}_\alpha m_\beta + m_\alpha \dot{c}_\beta) \\ W_{\alpha\beta}^b &= W_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} (\dot{c}_\alpha m_\beta - m_\alpha \dot{c}_\beta) \end{aligned} \quad (10)$$

siendo \dot{c}_i parámetros ha determinar. La componente L_{33} es determinada de forma tal de satisfacer la condición de tensión plana, en el presente caso por restringirse a un modelo constitutivo incompresible $L_{33} = -(L_{11} + L_{22})$. Finalmente, la condición de equilibrio requerida en la interfaz puede escribirse en la siguiente forma:

$$m_\alpha \sigma_{\alpha\beta}^b h^b = m_\alpha \sigma_{\alpha\beta} h \quad (11)$$

donde σ es el tensor de tensiones Cauchy. La condición de borde $\sigma_{33} = 0$ se aplica en la forma siguiente

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - S_{33} \delta_{ij} \quad (12)$$

El símbolo δ indica la delta de Kronecker ($\delta_{ij}=1$ si $i=j$, caso contrario $\delta_{ij}=0$).

A partir de las ecuaciones (6,9,10,11,12) se obtiene un sistema de dos ecuaciones en \dot{c}_i al sustituir (6) en la forma incremental de (11) y utilizando (10) para eliminar el incremento de deformación en la banda. En cada incremento de deformación a lo largo de la trayectoria de deformación impuesta, un sistema de 2 ecuaciones no lineales deberá ser resuelto. El mínimo estado de deformación ϵ_{11}^* , ϵ_{22}^* para varios valores de inclinación inicial fuera de la banda se define como el estado de deformación límite en la chapa. En el presente trabajo se considera que la condición de falla del material se alcanza cuando se cumple que $D_{22}^b > 20 D_{22}$.

3 CARACTERIZACIÓN DEL MODELO

Las simulaciones desarrolladas en la presente sección se realizan utilizando 1000 orientaciones tanto para la zona homogénea como para la zona de la banda. La textura del material se asume inicialmente idéntica en ambas zonas de la chapa. Por simplicidad, y de

forma de no incrementar los parámetros microscópicos en la descripción del cristal simple, se asume una ley de endurecimiento isotrópica, en la cual la tensión necesaria para mover las dislocaciones en cada sistema está relacionada con el corte total Γ producido (corte simple acumulado en todos los sistemas del cristal) a través de una función potencial de la forma:

$$\tau_c = \tau_0 \left(\frac{h_0 \Gamma}{\tau_0 n} + 1 \right)^n \quad (13)$$

donde h_0 es el endurecimiento inicial y n es el exponente de endurecimiento. El incremento de deformación impuesto es de 3×10^{-3} . El rango de variación del ángulo del canal Ψ es de 5° ($0^\circ, 45^\circ$).

3.1 Imperfección inicial

La localización en el modelo MK se manifiesta a través de una gradual amplificación de imperfección inicial. Este parámetro no es medible directamente de experiencias, si bien tiene una connotación con la existencia de microcavidades dispersas en el material. El valor de f_0 debe ser muy próximo a la unidad y se lo ajusta para cada material. En general, como lo demuestran analíticamente Zhou and Neale, 1995 para orientaciones tipo “Goss” y tipo “Cube” en un material FCC, un incremento de la imperfección inicial tiene el efecto de disminuir los valores de deformaciones límites. Se investiga la sensibilidad del modelo a los diferentes valores de f_0 en el rango 0.95 – 0.99. En la Figura 2 se muestra la disminución del valor de la deformación límite al aumentar la imperfección inicial (disminución del parámetro f_0). Se observan ligeras diferencias en el efecto sobre la deformación límite según sea el valor de ρ ($\rho = \varepsilon_2 / \varepsilon_1 = cte.$). No obstante, el efecto es prácticamente insensible a la trayectoria de deformación ρ . Aunque los valores difieren fuertemente según el esquema de homogeneización elegido, el comportamiento antes mencionado se mantiene.

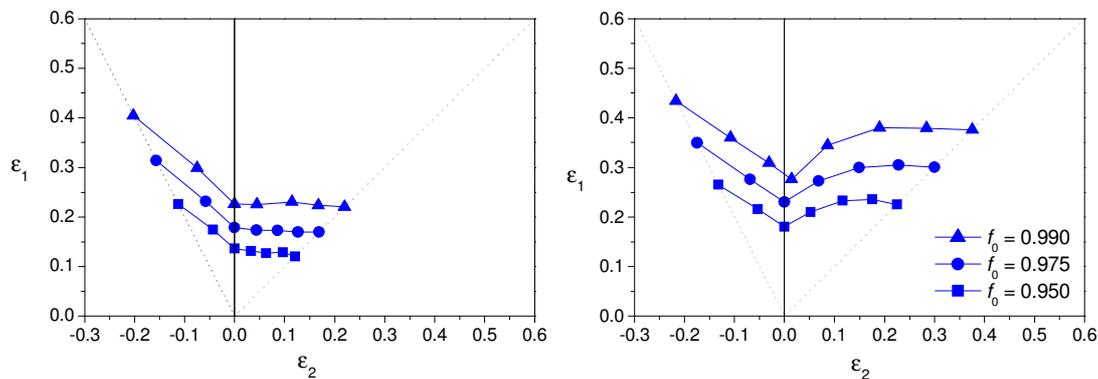


Figura 2: Influencia de la imperfección inicial en el espesor en un material de estructura FCC ($m = 0.01$, $n = 0.23$, $h_0 = 1410$ MPa, $\tau_0 = 47$ MPa). Izquierda) modelo de MK-Taylor, Derecha) modelo MK-VPSC.

Siguiendo el análisis anterior, se encuentra que el factor de imperfección inicial no influye en la inclinación crítica del canal a la cual se produce la deformación límite. Asimismo, se realizaron simulaciones similares en un material de estructura BCC encontrándose un comportamiento equivalente en cuanto a la influencia del parámetro f_0 . En lo sucesivo se asumen las mismas condiciones iniciales de textura y endurecimiento salvo que se indique lo contrario.

3.2 Sensibilidad a la velocidad de deformación

Se analiza la influencia de la sensibilidad a la velocidad de deformación m en la predicción de la FLD. Las simulaciones se realizan asumiendo un factor de imperfección inicial de 0.99. La Figura 3 muestra los valores de deformación límite predichos por el modelo para el caso de un material no texturado y para diferentes valores de sensibilidad a la velocidad de deformación. A diferencia del valor de imperfección inicial, la sensibilidad a la velocidad de deformación tiene una influencia mayor tanto en el valor preciso de la deformación límite como en el la forma de la FLD. Se nota un aumento de la deformación límite con el incremento del valor de m . Para bajos valores de m (< 0.01) los resultados de la simulación muestran que los cambios en la deformación límite son poco apreciables respecto de los calculados para $m = 0.01$, alcanzándose el límite de una relación constitutiva independiente del tiempo (Knockaert et al., 2002). La inclinación crítica de la imperfección inicial se mostró insensible a las variaciones de m en el caso del material FCC.

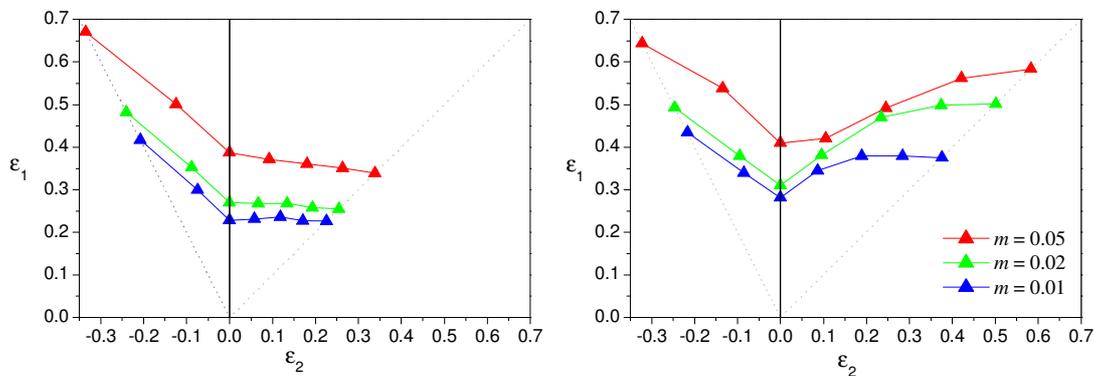


Figura 3: Influencia de la sensibilidad de deformación m en la FLD. Izquierda) modelo de MK-Taylor, Derecha) modelo MK-VPSC

3.3 Efectos de textura

Diferentes orientaciones cristalinas del grano contribuyen a la activación de un determinado conjunto de sistemas de deslizamiento. Los sistemas activos determinan los valores de deformación y tensión locales del grano y consecuentemente la deformación y tensión a nivel macroscópico (ver sección 2), lo cual a su vez modifica el valor de la deformación límite del material. En esta sección se muestra que la textura cristalográfica de la chapa constituye un parámetro que afecta significativamente la FLD. En particular se analiza la influencia de la textura inicial y de las orientaciones de tipo $\{100\}\langle 001\rangle$ en materiales FCC; el caso de un material con estructura BCC se analizará posteriormente cuando se aborde el estudio de aceros aptos para embutido (sección 5).

Inicialmente se realizaron simulaciones de FLD con tres texturas iniciales diferentes, una consistente en una distribución aleatoria de orientaciones (muestra 1), una segunda correspondiente a una textura débil de laminado (muestra 2) y una tercera correspondiente a una textura de laminado con una marcada intensidad de sus componentes principales (muestra 3). La Figura 4 muestra las figuras de polos $\{111\}$ correspondientes a cada una de la texturas empleadas. La muestra 3 presenta la siguiente descomposición de textura: $\{001\}\langle 100\rangle$ (10%), $\{011\}\langle 100\rangle$ (15%), $\{123\}\langle 634\rangle$ (30%), $\{112\}\langle 111\rangle$ (10%) y $\{011\}\langle 211\rangle$ (35%). Cada componente está formada por la fracción de volumen de aquellas orientaciones que presentan una misorientación menor a 15° respecto de la orientación ideal correspondiente.

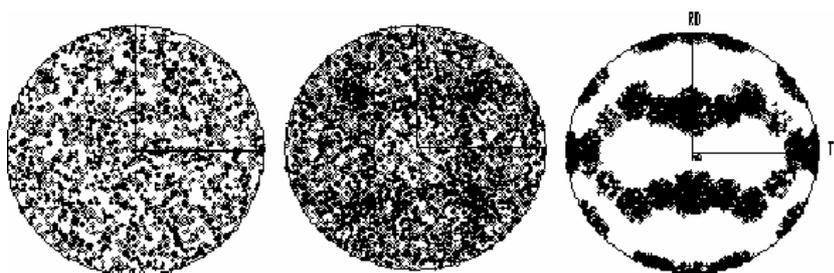


Figura 4: Figuras de polos {111} para: Izquierda) muestra 1, Centro) muestra 2, Derecha) muestra 3.

Las FLDs correspondientes se muestran en [Figura 5 \(izq.\)](#), se aprecia una fuerte influencia de la textura inicial en el valor de la deformación límite. En la zona izquierda del diagrama FLD ($\rho < 0$) el comportamiento es lineal en todos los casos y el efecto de la textura es menos relevante, mientras que en la proximidad de la zona correspondiente a deformación equibiaxial las diferencias se hacen más notorias. Si bien la muestra 2 corresponde a un laminado, el hecho de tener una textura con una gran fracción de volumen de orientaciones distribuidas aleatoriamente como fondo hace que la FLD no difiera mucho de la correspondiente a la muestra 1. La diferencia en los valores de deformación límite en la muestra 3 respecto a los otros dos casos está relacionada particularmente con la mayor participación relativa en la textura de las orientaciones de tipo “Goss”, “Brass” y “Cube” (ver [Figura 5 \(der.\)](#)).

Se incluye en la [Figura 5 \(izq.\)](#) en la esquina superior derecha la textura final correspondiente a la zona homogénea en la muestra 1 y debajo de la misma la correspondiente a la muestra 3, en ambos casos al momento de la ruptura y para una trayectoria de deformación equi-biaxial. Asimismo, se muestra claramente la diferencia entre ambas texturas y consecuentemente en la anisotropía final que presentan. En particular, en las simulaciones correspondientes a la muestra 3 se observa una mayor desviación en el campo de deformaciones locales respecto del valor promedio que al calculado en las muestra 1 y 2, especialmente en las direcciones transversal y normal. Esto puede relacionarse con la agudeza de la superficie de fluencia y por ende con la disminución de la deformación límite predicha.

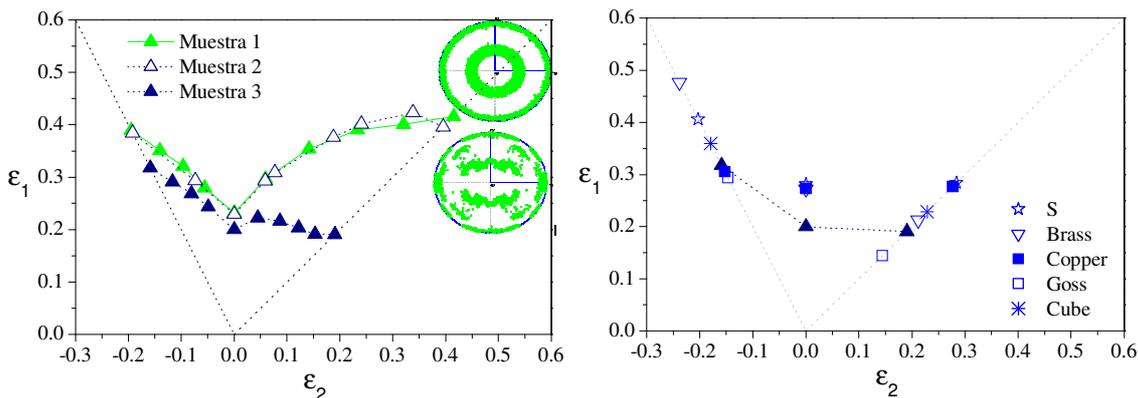


Figura 5: Izquierda) Influencia de la textura inicial en la FLD: (muestra 1) material no texturado; (muestra 2) textura de laminado de baja intensidad y (muestra 3) textura de laminado de fuerte intensidad. ($m = 0.02$, $n = 0.16$, $h_0 = 4000$ MPa, $\tau_0 = 22$ MPa). Derecha) FLD calculada para las orientaciones ideales presentes en la muestra 3.

Con el fin de lograr un mayor entendimiento del papel que cada una de las orientaciones cristalográficas juega en la determinación de la deformación límite se calculan las FLDs utilizando los 5 conjuntos de orientaciones ideales presentes en la textura de la muestra 3. De la [Figura 5 \(der.\)](#) puede verse que la deformación límite de la muestra 3 no puede calcularse como el promedio ponderado de las deformaciones límites de cada una de las componentes que forma la textura ([Wen et al., 2005](#)). En el presente caso parece ser la componente “Goss” la que dicta el nivel de deformación límite. Similar conclusión se llega utilizando el modelo de Taylor, ya que como se mostró anteriormente para materiales altamente texturados la diferencia entre ambos disminuye.

3.3.1 Textura tipo $\{001\}\langle 100 \rangle$ en materiales FCC

En este apartado se analiza la influencia de la textura cúbica en la pérdida de formabilidad en materiales de estructura FCC ([Wu et al., 2004](#)). El análisis particular de esta componente de textura tiene especial interés dada su relación con las texturas formadas por los procesos de recristalización. Se construyen diferentes texturas cristalográficas a partir de un conjunto de granos dispersos alrededor de la orientación cúbica ideal ($\{100\}\langle 001 \rangle$). Como ejemplo, la textura que denominamos “cube15” está formada por un conjunto de 500 orientaciones uniformemente distribuidas, las cuales presentan una desorientación respecto de la orientación $\{100\}\langle 001 \rangle$ en no más de 15° . La parte izquierda de la [Figura 6](#) muestra las figuras de polos $\{111\}$ para las texturas “cube3”, “cube7”, “cube11”, “cube15” y el caso de un material no texturado.

Sobre la derecha de la [Figura 6](#) se muestran los resultados correspondientes a las FLDs predichas para cada una de las texturas citadas. Como es de esperar a medida que la dispersión respecto de la orientación ideal aumenta, aumenta a su vez la formabilidad y las deformaciones límite. La FLD correspondiente a un material no texturado se sitúa por sobre las demás, mientras que la FLD correspondiente a un determinado valor de dispersión se sitúa entre las curvas límites para el caso de una desorientación de 3° y la correspondiente al material no texturado. Esto último es un resultado importante y será discutido con más detalle en la sección 4. En el rango de deformaciones uniaxiales, $\rho < 0$, las formas de las curvas son prácticamente una línea recta, y a medida que la dispersión decrece, lo mismo ocurre con el valor de la deformación límite, aunque no de una manera uniforme. Sobre la parte derecha de la FLD, $0 < \rho < 1$, las diferencias se hacen más importantes y las curvas presentan forma y valores diferentes. Estas variaciones están relacionadas con el número de sistemas de deslizamientos activados para acomodar la deformación impuesta y con la rigidez relativa entre el grano y la matriz para admitir estados locales de deformación y tensión diferentes al impuesto al agregado (ver ecuación 5). Finalmente, se observa que para deformaciones planas el valor de la deformación límite prácticamente se muestra insensible a la dispersión de la textura.

4 TAYLOR VS. AUTOCONSISTENTE

El objetivo central del presente trabajo es mostrar las ventajas de asumir un esquema de transición de escala entre el nivel del cristal simple y el nivel del agregado más realista en el cálculo de FLD. Para ello se reemplaza el clásico método de límite superior (modelo de Taylor) por un modelo de homogeneización del tipo autoconsistente. A continuación se realiza un primer análisis del modelo propuesto tomando como referencia el comportamiento del modelo MK-Taylor. A tal fin, se comparan las FLDs predichas por ambos modelos tanto para un material FCC como BCC (ver [Figura 7](#) y [Figura 8](#) respectivamente). Los resultados

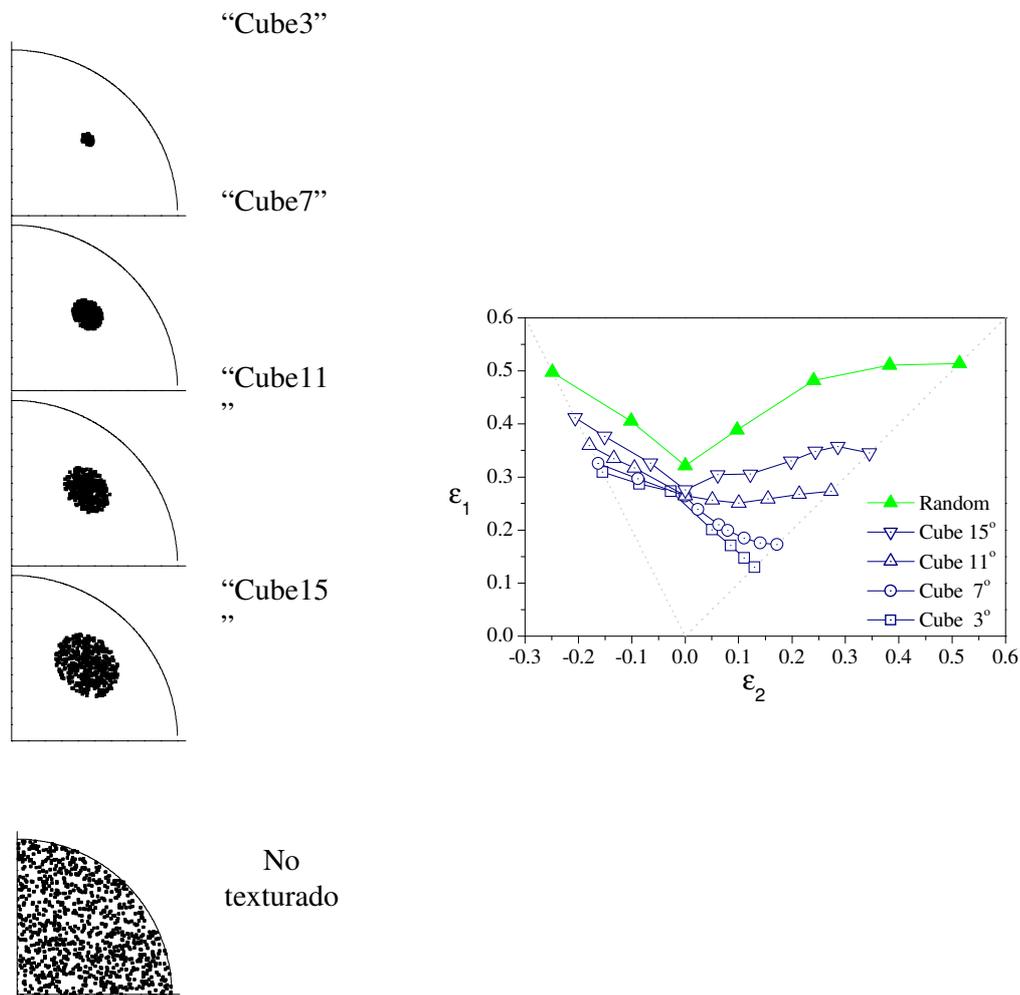


Figura 6: Izquierda) Figuras de polos {111} cuyas orientaciones difieren respecto de la orientación cúbica ideal en menos de un grado, Derecha) FLD para cada una de las texturas mencionadas.

muestran claramente las diferencias entre las dos técnicas de homogeneización analizadas, en la zona cercana a deformación equi-biaxial, mientras que en la zona de tracción uniaxial los valores de deformación límite y la forma de la curva tienen un comportamiento similar.

Las FLDs calculadas para un material FCC sin textura inicial y con una textura típica de laminado se muestran en la parte izquierda y derecha de la Figura 7 respectivamente. Se observa una clara diferencia en cuanto al efecto de la textura inicial en el valor de la deformación límite, dependiendo del modelo de homogeneización empleado. Esto último es notorio en el caso del cálculo con el modelo MK-VPSC para un material no texturado (ver Figura 7 izquierda). Asimismo, en estos dos casos se observa que los valores de deformación límite predichos por el modelo MK-VPSC son superiores a los correspondientes al modelo MK-Taylor. La elección del modelo de transición de escala se hace más crítico en el caso de un material de estructura BCC como se muestra en la Figura 8. La predicción del modelo MK-Taylor subestima las deformaciones límite en el rango de tracción uniaxial y de deformación plana, mientras que en la zona próxima a los estados equi-biaxiales sobreestima fuertemente las deformaciones límite, mostrando un comportamiento no observado experimentalmente.

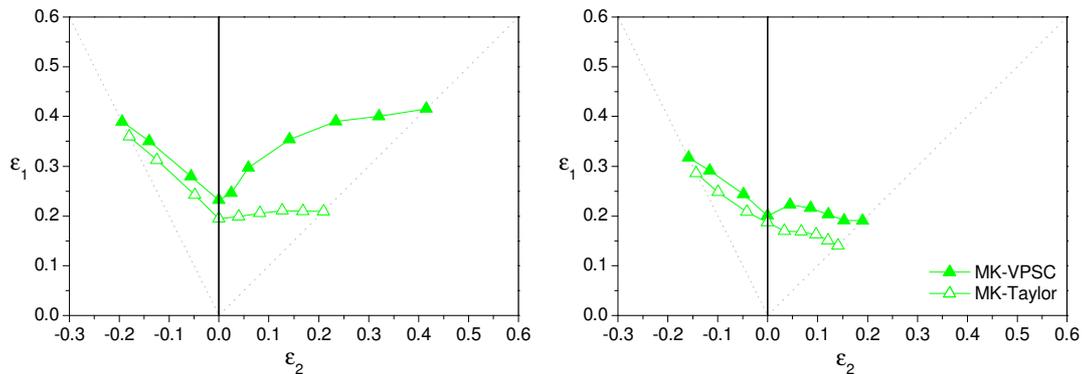


Figura 7: FLD predichas ($m = 0.02$, $n = 0.16$, $f_0 = 0.99$, $h_0 = 4000$ MPa, $\tau_0 = 22$ MPa). Izquierda) para un material FCC sin textura inicial, Derecha) material FCC laminado.

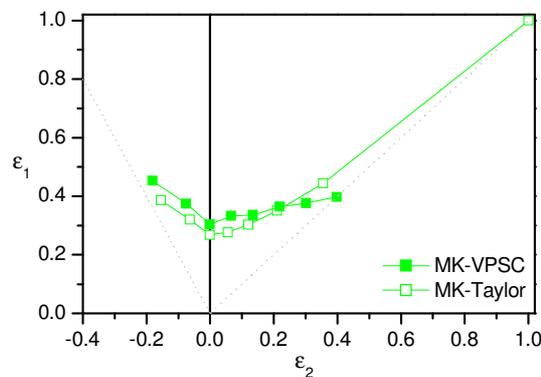


Figura 8: FLD predicha para un acero de bajo carbono laminado ($m = 0.02$, $n = 0.23$, $f_0 = 0.99$, $h_0 = 808$ MPa, $\tau_0 = 30.5$ MPa).

Este comportamiento puede explicarse en términos de la curvatura de la superficie de fluencia, en acuerdo a lo reportado por otros autores (Neale and Chater, 1980, Inal et al., 2005). En dichos trabajos se muestra que una disminución en la curvatura de la superficie de fluencia en la zona equi-biaxial promueve un mayor valor de deformación límite.

Es interesante comparar los resultados obtenidos por Wu et al., 2004, quienes simulan el efecto de las orientaciones del tipo $\{001\}\langle 100 \rangle$ en el comportamiento de la FLD, con los resultados presentados en la sección previa utilizando el modelo MK-VPSC. En la Figura 9 se muestran ambos resultados para la zona de expansión biaxial. Nuevamente, como se mencionó anteriormente, para una dispersión de 3° (“cube3”) no se observan diferencias significativas ya que ambos modelos predicen prácticamente la misma superficie de fluencia. El hecho significativo del modelo MK-VPSC es que predice que los valores de deformaciones límite aumentan según aumenta la dispersión de la textura alrededor de la componente ideal (ver Figura 6), en oposición al resultado presentado por Wu et al. quienes encuentran un comportamiento no explicable para los casos “cube11” y “cube15”. No obstante, esta discusión requiere de datos experimentales específicos para validar finalmente tal afirmación.

5 APLICACIÓN A ACEROS DE BAJO CARBONO

En este apartado se muestra la influencia de los diferentes conjuntos de orientaciones cristalográficas presentes en una chapa de acero de calidad para embutido profundo en el valor

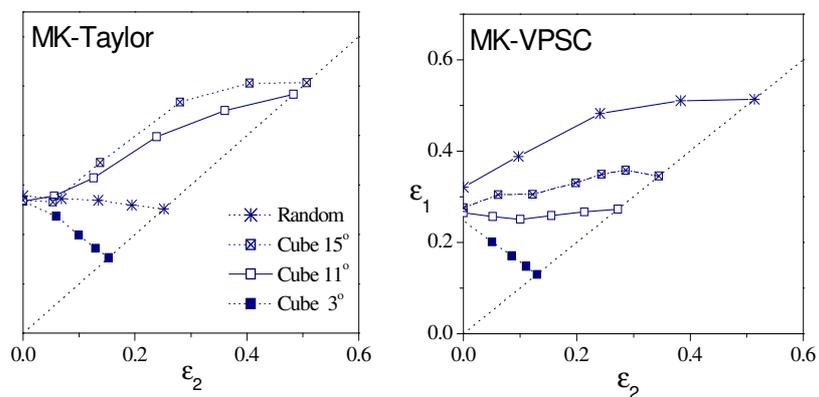


Figura 9: Deformación límite de las orientaciones $\{001\}\langle 100 \rangle$. Izquierda) modelo MK-Taylor, Derecha) modelo MK-VPSC. ($m = 0.02$, $n = 0.24$, $h_0 = 1218$ MPa, $\tau_0 = 42$ MPa).

de la deformación límite. La Figura 10 muestra las figuras polos $\{110\}$, $\{200\}$ y la sección de ODF $\varphi_2 = 45^\circ$ recalculadas a partir de las figuras de polos incompletas utilizando la metodología descrita en Van Houtte, 1995. Se observa una marcada componente $\{111\}\langle 011 \rangle$ y una menos intensa componente $\{111\}\langle 112 \rangle$, dando lugar a una fibra γ completa. Se observa también la presencia de la orientación $\{554\}\langle 225 \rangle$ y la ausencia de algunas componentes de la fibra α , mostrando una escasa proporción de componente $\{112\}\langle 011 \rangle$, excepto por la $\{111\}\langle 011 \rangle$ la cual pertenece también a la fibra γ . La baja intensidad de fibra α es característica de aceros de bajo carbono sometidos a un proceso de recocido posterior al laminado en frío. En este tipo de procesos la fibra α y la fibra γ se transforman en una muy intensa fibra γ y componente $\{554\}\langle 225 \rangle$ (Eltoot et al., 1998; Choi et al., 2002).

La deformación plástica es acomodada por deslizamiento según tres modos potencialmente activos: $\{110\}\langle 111 \rangle$ (12 sistemas), $\{112\}\langle 111 \rangle$ (12 sistemas) y $\{123\}\langle 111 \rangle$ (24 sistemas), dando un total de 48 sistemas. La activación de los diferentes sistemas de deslizamiento está fuertemente asociada a las tensiones críticas de activación τ_c^s . En consecuencia, la anisotropía plástica dependerá de la relación entre estos valores. Los parámetros de la ley de endurecimiento empleada, h_0 y n (ver ecuación 13), se estimaron a partir de ensayos de tracción al 10, 15 y 20%. Los valores de CRSS se ajustaron de forma tal de reproducir la curva de carga y la anisotropía en la dirección de laminación R_0 . Un análisis detallado de la presente

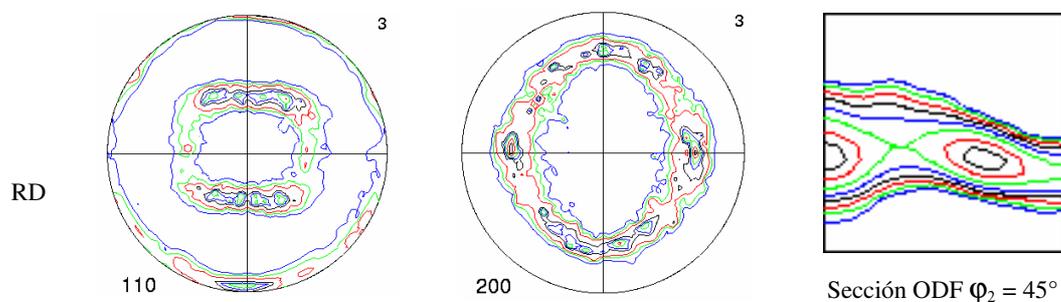


Figura 10: PFs $\{110\}$, $\{200\}$ y sección de ODF experimentales.

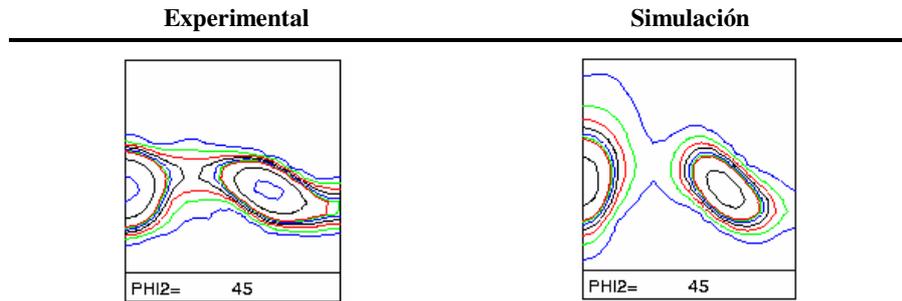


Figura 11: Comparación entre las ODF predicha y medida para 15% de elongación en la dirección de laminado.

aplicación puede verse en Bertinetti et al., 2006. Los parámetros de la simulación y los valores calculados de R_0 , R_{45} y R_{90} se resumen en la Tabla I.

Tabla I Parámetros de la simulación

$\tau_{\{110\}\langle 111 \rangle}$	$\tau_{\{112\}\langle 111 \rangle}$	$\tau_{\{123\}\langle 111 \rangle}$	m	h_0	n	forma de grano	R_0	R_{45}	R_{90}
58 MPa	56 MPa	60 MPa	0.02	1515 MPa	0.213	1.4-1.0-0.7	1.93	1.71	2.25

La textura cristalográfica predicha por el modelo para una tracción del 15%, según la dirección de laminado y utilizando los parámetros definidos previamente, se compara con la obtenida experimentalmente. En la Figura 11 se muestran las secciones de ODF $\phi_2 = 45^\circ$ para ambos casos, observándose un acuerdo satisfactorio. En particular, se nota una localización de la intensidad alrededor de las orientaciones $\{112\}\langle 110 \rangle$ y $\{111\}\langle 110 \rangle$, una disminución de la componente $\{111\}\langle 112 \rangle$ y la casi ausencia de la componente $\{554\}\langle 225 \rangle$. Estos resultados son compatibles con el conocimiento de que el trabajado mecánico aumenta simultáneamente las componentes $\{112\}\langle 110 \rangle$ y $\{111\}\langle 110 \rangle$.

La Figura 12 muestra la aptitud del modelo MK-VPSC para reproducir el comportamiento del material frente a los resultados obtenidos utilizando una transición de escala basada en la hipótesis de Taylor. La predicción de MK-Taylor subestima las deformaciones límite en el rango de tracción uniaxial y de deformación plana, mientras que en la zona próxima a los

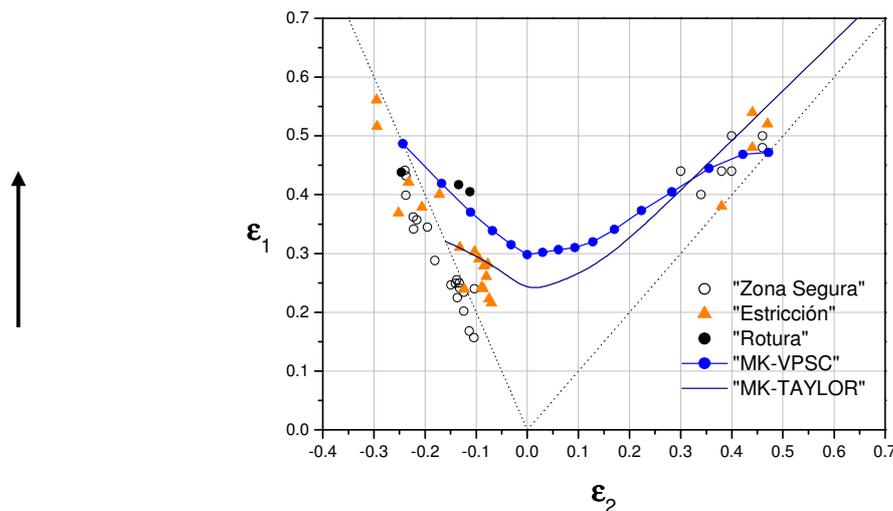


Figura 12: Datos experimentales y predicción de la FLD con los modelos MK-Taylor y MK-VPSC.

estados equi-biaxiales sobreestima fuertemente las deformaciones límite, siendo el modelo inadecuado para reproducir los resultados de formabilidad observados experimentalmente. Contrariamente, el modelo MK-VPSC se ajusta a los valores medidos en todo el rango de deformaciones excepto en la zona equi-biaxial, donde se puede observar una ligera subestimación de la deformación límite. Esta disminución está asociada a una mayor curvatura de la superficie de fluencia predicha por el modelo VPSC, en contraposición con el resultado obtenido por el modelo de Taylor. Un estudio detallado de la influencia de la transición de escalas y de la ley de endurecimiento (selección de sistemas activos) es objeto de un trabajo en preparación.

Con la finalidad de analizar la influencia sobre la formabilidad de las distintas componentes cristalográficas presentes en la chapa laminada, se calcularon las FLDs correspondientes. En la Figura 13 se muestran los diferentes comportamientos y valores de deformación límite asociadas a cada una de estas. En el caso de las componentes $\{001\}\langle 110\rangle$ y $\{112\}\langle 110\rangle$ se observa una muy baja formabilidad, acorde con los valores asociados de anisotropía planar y normal (Bertinetti et al., 2004). Para la componente $\{001\}\langle 110\rangle$ la curva cae abruptamente desde la zona de deformación plana a la zona equi-biaxial, mientras que para la componente $\{112\}\langle 110\rangle$ muestra una tendencia uniforme independiente de las características del ensayo en la zona biaxial. Generalmente, esta tendencia no es observada en las FLDs de aceros laminados en frío y recocidos. En cuanto a las componentes asociadas a la fibra γ , $\{111\}\langle 110\rangle$ y $\{111\}\langle 112\rangle$, el comportamiento de las FLDs es similar y cualitativamente se corresponde al observado en la FLD del material estudiado. Por otra parte, el comportamiento de la componente $\{554\}\langle 225\rangle$ es diferente, aunque presenta valores altos de deformación límite en todo el rango del diagrama.

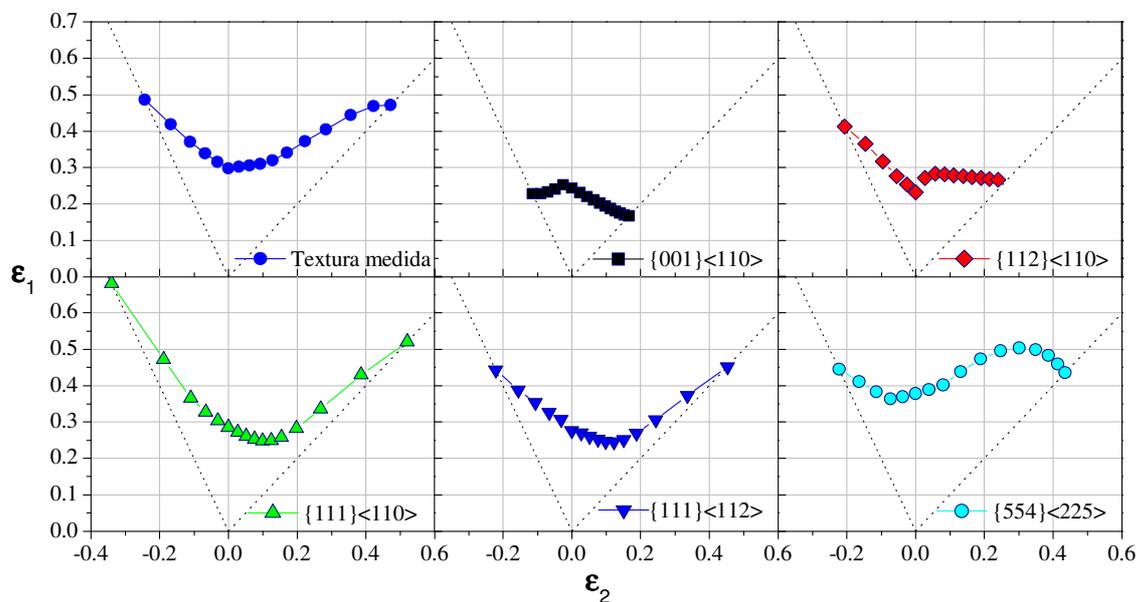


Figura 13: Influencia de las componentes ideales presentes en un acero de bajo carbono sobre la FLD.

6 CONCLUSIÓN

La finalidad de este trabajo es investigar la capacidad del modelo MK-VPSC para la predicción de curvas límite de conformado frente a las limitaciones del modelo MK-Taylor.

Un estudio detallado de los efectos de la textura inicial, sensibilidad a la velocidad de deformación y parámetros del modelo han sido analizados numéricamente. El modelo de cálculo propuesto permite asimismo analizar los resultados en términos de la textura cristalográfica presente en la chapa. En tal sentido, se mostró cuáles son las componentes cristalográficas que favorecen o deterioran la formabilidad de una material FCC o BCC laminado. Los resultados de este último análisis están en un total acuerdo con los estudios ya realizados que relacionan la textura cristalográfica con la anisotropía plástica planar y normal del material y con la aptitud al conformado. Asimismo, los resultados que se han presentados confirman la capacidad del modelo para reproducir el comportamiento observado experimentalmente en un acero de bajo carbono.

Dos aspectos han de ser mejorados, los cuales han sido parcialmente iniciados, por un lado el empleo de una ley de endurecimiento que describa más en detalle la microestructura que desarrolla el material (Signorelli et al, 2006); y por el otro lado se hace necesario una mayor información experimental en general y particularmente en la zona de deformación plana en el caso del ejemplo analizado.

REFERENCES

- S.P. Keeler and W.A. Backhofen. Plastic instability and fracture in sheet stretched over rigid punches, *ASM trans. Quart*, 56, 25-48, 1964.
- Z Marciniak. and K. Kuczynski. Limits Strains in The Processes of Stretch-Forming Sheet Metal, *Int. J. Mech. Sci.*, 9, 609-620, 1967.
- R.J. Asaro, A. Needleman, Texture Development and Strain-Hardening in Rate Dependent Polycrystals, *Acta Metal.* 33, 923-953, 1985.
- R. Hill, On discontinuous plastic status with special reference to localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, 1, 19-30, 1952.
- S. Stören and J.R. Rice, Localized necking in thin sheets, *J. Mech. Phys. Solids*, 23, 421-441, 1975.
- Y. Zhou and K.W. Neale, Predictions of forming limit diagrams using a rate-sensitive crystal plasticity model. *Int. J. Mech. Sci.*, 7, 1-20, 1995.
- L. Zhao, R. Sowerby and M. Sklad, A theoretical and experimental investigation of limit strains in sheet metal forming. *Int. J. Mech. Sci.* 38, 1307-1317, 1996.
- P.D. Wu, K.W. Neale and E. Van der Giessen, On crystal plasticity FLD analysis. *Proc. R. Soc. Lond.* A 453, pp. 1831-1848, 1997.
- P.D. Wu, K.W. Neale, E. Van der Giessen M. Jain, A. Makinde and S. MacEwen, Crystal Plasticity forming limit diagram analysis of rolled aluminum sheets. *Metallurgical and Materials Transactions*. 29A, 527- 35, 1998.
- P.A. Friedman and J. Pan, Effect of plastic anisotropy and yield criteria on prediction of forming limit curves, *Int. J. Mech. Sci.* 42, 29-48, 2000.
- M. Kuroda and V. Tvergaard, Forming limit diagrams for anisotropic metal sheets with different yield criteria. *Int. J. Solids Structures*. 37, 5037-5059, 2000.
- S. Xu and K. Weinmann, Effect of deformation-dependent material parameters on forming limits of thin sheets. *Int. J. Mech. Sci.* 42, 677-92, 2000.
- P. Lipinski, P. Krier and M. Berveiller, Elastoplasticité des métaux en grandes deformations: comportement global et evolution da la structure interne. *Rev. Phys. Appl.* 25, 361-388, 1990.
- R.A. Lebensohn and C.N. Tomé, A self-consistent approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: application to Zr alloys. *Acta Metall.*

- Mater. 41, 2611–2624, 1993.
- A. Molinari, G.R. Canova and S. Ahzi, A Self Consistent Approach of the Large Deformation Polycrystal Viscoplasticity, *Acta metall.*, 35, 2983, 1987.
- C.L. Chow, L.G. Yu, W.H. Tai and M.Y. Demeri, Predictions of forming limits diagrams for Al6111'T4 under non-proportional loading. *Int. J. Mech. Sci.* 43, 471-486, 2001.
- C.L. Chow and M. Jie, Forming limits of Al 6022 sheets with materials damages consideration: theory and experimental validation. *Int. J. Mech. Sci.* 46, 99-122, 2004.
- E.M. Viatkina, W.A. Brekelmans and M. Geers, A crystal plasticity based estimate for forming limit diagrams from textural inhomogeneities. *J. of Mat. Proc.Tech.* 168, 211-218, 2005.
- R. Knockaert, Y. Chastel and E. Massoni, Forming limits predictions using rate-independent polycrystalline plasticity. *International Journal of Plasticity*, 18, 231-47, 2002.
- P.D. Wu, S.R. MacEwen, D.J. Lloyd and K.W. Neale, Effect of cube texture on sheet metal formability. *Materials Science and Engineering A* 364, 182-187, 2004.
- M.A. Bertinetti, J.W. Signorelli, P.A. Turner, R.E. Bolmaro, J. Insausti, A. Lucaioli, C. García y L. Iurman, Formabilidad en aceros para embutido: medición y modelización de la curva límite de conformado, a ser presentado en 3ra Conferencia sobre Usos del Acero (IAS), San Nicolás, 7 a 9 de Noviembre, Argentina, 2006.
- P. Van Houtte, Manual of the MTM-FHM software, K.U.Leuven: Department MTM, 1995.
- K. Eloit, K. Okura, K. Sakata and T. Obara, Texture evolution during cold rolling and recrystallization of IF steel with a strong {111} hot band texture. *ISIJ international*, vol.38,6, 602-609, 1998.
- S-H, Choi and J-H, Chung, Effect of C on the R-value of Ti-Added If steels, *Materials Science Forum*, vol 408-412, 1073-1078, 2002.
- K.W. Neale, and E. Chater Limit strain predictions for strain-rate sensitivite anisotropic sheets. *Int. J. Mech. Sci.* 22, 563-574, 1980.
- K. Inal, K.W. Neale, A. Aboutajeddine, Forming limit comparison for FCC and BCC sheets, *International Journal of Plasticity*, 21, 6, 1255-1266, 2005.
- X.Y. Wen, T. Zhai, C.H. Xiao, S. Ningileri, Z. Li, W.B. Lee and S. Das. A dislocation-model of forming limit diagrams of FCC metal sheet with combination of cube and copper orientations. *Materials Science and Engineering A* 402 , 149-157, 2005.
- P.D. Wu, S.R. MacEwen, D.J. Lloyd and K.W. Neale, Effect of cube texture on sheet metal formability. *Materials Science and Engineering A* 364 , 182-187, 2004.
- J.W. Signorelli, A. Fourty y M. Bertinetti. Influence of work-hardening laws on the predictions of forming limit diagrams of polycrystalline steels using a rate-dependent plasticity model enviado a 17° Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais – CBECIMAT, Foz do Iguacu, 2006.
- M. Bertinetti, J.W. Signorelli, R.E. Bolmaro, Study on the Ferritic Steels Formability, 2nd IAS Conference on Uses of Steel, San Nicolas, Argentina, 337-346, 2004