

## MODELACIÓN NUMÉRICA DE UNIONES PARA ESTRUCTURAS DE CLT MEDIANTE TEORÍA DE HOMOGENEIZACIÓN

### NUMERICAL MODELING OF CONNECTIONS FOR CLT STRUCTURES USING HOMOGENEIZATION THEORY

**Ezequiel D. Sánchez, Liz G. Nallim, Facundo J. Bellomo y Sergio Oller**

*ICMASa, INQUI (CONICET), Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta, Avda. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina, [lnallim@unsa.edu.ar](mailto:lnallim@unsa.edu.ar), <http://www.ing.unsa.edu.ar>.*

**Palabras clave:** Homogeneización, Madera Laminada Cruzada, Método de los Elementos Finitos.

**Resumen.** Los puntos críticos en el diseño de estructuras de madera laminada cruzada (CLT) se encuentran en las uniones entre elementos, que deben diseñarse para transmitir cargas de servicio y permitir la disipación de energía bajo cargas sísmicas. Para materializar dichas uniones existen diversas tipologías de conectores formados por elementos metálicos auxiliares que se unen a los elementos de madera mediante clavos o tornillos especiales. Analizar una estructura real mediante un modelo numérico que incluya dichas uniones con su geometría y las diferentes configuraciones de elementos de sujeción, generaría un elevado costo computacional, que torna inviable esta alternativa. Para mantener un nivel de precisión adecuado en los resultados y reducir el costo computacional, en este trabajo se propone la formulación e implementación de un modelo de homogeneización estructural ad-hoc, que permite considerar en forma analítica diferentes morfologías de conectores y distribución de clavos. La unión homogeneizada contiene intrínsecamente las diferentes propiedades de la unión, tanto geométricas como mecánicas, de esta manera es posible derivar el comportamiento global de la estructura en función de los materiales componentes. Para calibrar el modelo homogeneizado se realiza un micro-modelo de la unión y luego se compara con resultados experimentales.

**Keywords:** Homogenization, Cross Laminated Timber, Finite Element Method.

**Abstract.** Critical points in the design of cross laminated wood structures (CLT) are found in the connections between elements, which must be designed to transmit service loads and to allow energy dissipation under seismic loads. To materialize these unions there are classic typologies formed by steel auxiliary elements, which are joined to timber panels by nails or special screws. Analyze a real structure using a numerical model that includes the detail of these joints with their geometry and different configurations of fasteners, would represent a high computational cost and is not an appropriate alternative. In order to preserve the accuracy of the model and reduce the computational cost, this paper proposes the formulation and implementation of an ad-hoc structural homogenization model, which allows analytical consideration of different connector morphologies and distribution of fasteners. The homogenized joint intrinsically contains the different properties of the joint, both geometric and mechanical, which makes it possible to obtain the overall behavior of the structure as a function of the component materials. To calibrate the homogenized model, a micro-model of the connection is made and then the model is compared with experimental results.

## 1 INTRODUCCION

Los muros de corte de madera laminada cruzada (Cross Laminated Timber - CLT) como elementos estructurales exhiben una alta rigidez en el plano y un comportamiento elástico lineal con mecanismos de falla frágiles. Para sismos de intensidad media y alta, la disipación de energía se debe principalmente a la plastificación de las conexiones mecánicas entre elementos ubicadas en zonas específicas. Los conectores típicos utilizados para resistir las deformaciones de traslación y rotación de los paneles son los *angle-brackets* (AB) y *hold-downs* (HD), los cuales trabajan principalmente a corte y tracción respectivamente y se fijan a la madera mediante clavos especiales. En los últimos años se han estudiado y propuesto diferentes tipos de uniones, en especial se han realizado muchos ensayos experimentales variando la geometría de los conectores, el número de elementos de sujeción y los tipos de cargas. [Gavric et al. \(2015\)](#) analizaron resultados experimentales realizados en conectores típicos bajo cargas monótonas y cargas cíclicas de corte y tracción, evaluando propiedades mecánicas tales como resistencia, rigidez, disipación de energía y deterioro de la ductilidad. [Hassanieh et al. \(2016\)](#) estudiaron la respuesta carga-deslizamiento y los modos de falla mediante ensayos con tres tipos diferentes de tornillos y pernos de acero en uniones de vigas metálicas con paneles CLT y compararon los resultados con un modelo discreto unidimensional de viga sobre lecho elástico. Luego realizaron modelos de elementos finitos 3D de dichos elementos de sujeción para evaluar su comportamiento no lineal y la falla en la madera ([Hassanieh et al, 2017](#)). [Izzi et al. \(2016\)](#) investigaron el comportamiento mecánico e histerético individual de clavos de vástago anular dentro de paneles de CLT, los cuales se utilizan en los conectores metálicos típicos, y compararon los valores medios con las predicciones analíticas de los códigos de diseño estructural. Luego continuaron su desarrollo ([Izzi et al, 2018](#)) con un modelo numérico de elementos sólidos 3D para el conector de acero y la madera y resortes no lineales para las juntas. [Pozza et al. \(2017\)](#), por otra parte, proponen un modelo numérico para simular la respuesta de las conexiones típicas de CLT basado en la ley constitutiva elastoplástica de un resorte, calibrado mediante resultados experimentales, donde tienen en cuenta la aplicación simultánea de fuerzas axiales y de corte. Luego aplicaron estos resultados en un panel CLT sometido a cargas cíclicas. En trabajos posteriores, los autores profundizaron los ensayos para *angle-brackets* ([Pozza et al, 2018a](#); [Liu y Lam, 2018](#)) y *hold-downs* ([Pozza et al, 2018b](#); [Liu y Lam, 2019](#)) con diferentes niveles de carga lateral para generalizar el modelo y comparar con la normativa vigente. [Polastri et al. \(2018\)](#) también se enfocan en realizar ensayos de las conexiones típicas de CLT para calibrar las propiedades de un resorte que simule su comportamiento y utilizan dichos resultados en el modelo de una estructura de paneles de CLT a gran escala. Analizar una estructura real mediante un modelo numérico que incluya el detalle de dichas uniones con su geometría precisa, junto con las diferentes configuraciones de elementos de sujeción, generaría un elevado costo computacional de resolución y procesamiento, mientras que realizar ensayos experimentales para cada variante sería impracticable. Por lo expuesto, en este trabajo se presenta la formulación e implementación de un modelo de homogeneización estructural ad-hoc, que busca obtener el comportamiento global de la unión mediante los campos de tensiones y deformaciones que se producen a nivel de sus componentes ([Oller, 2003](#)), es decir que la unión homogeneizada contiene las diferentes propiedades de la unión, tanto geométricas como mecánicas, a partir de la definición básica de sus componentes y su comportamiento. [Suquet \(1987\)](#) define a la Teoría de Homogeneización como el procedimiento que consiste en sustituir un material fuertemente heterogéneo por un material homogéneo el cual se desea equivalente al precedente dentro del rango usual de cargas, y bajo estos conceptos generales, se encuentran diferentes formulaciones ([Zalamea, 2001](#); [Oller, 2002](#); [Quinteros, 2014](#)). Las uniones clásicas para paneles de CLT tienen una distribución

periódica en la zona donde se produce la interacción entre la placa de acero del conector, los clavos y el panel de CLT, de esta manera es posible plantear un volumen elemental representativo (VER) o celda unidad de forma que, repetida en toda la dimensión de la unión represente la estructura original. Esto permite considerar en forma analítica diferentes morfologías de conectores y distribución de elementos de sujeción.

## 2 MODELO DE HOMOGENEIZACIÓN ESTRUCTURAL

Para obtener una relación constitutiva del material compuesto homogeneizado en función de los parámetros mecánicos y geométricos de los componentes, los cuales son la placa de acero del conector, los clavos y el panel de CLT, se define un volumen elemental representativo como se muestra en la [Figura 1](#). El tipo de conector a analizar está solicitado principalmente a tracción axial debido a su geometría, por lo tanto, a fin de conocer los componentes homogeneizados del tensor constitutivo en dicho VER, se analiza el modo de deformación correspondiente a cargas axiales de tracción.

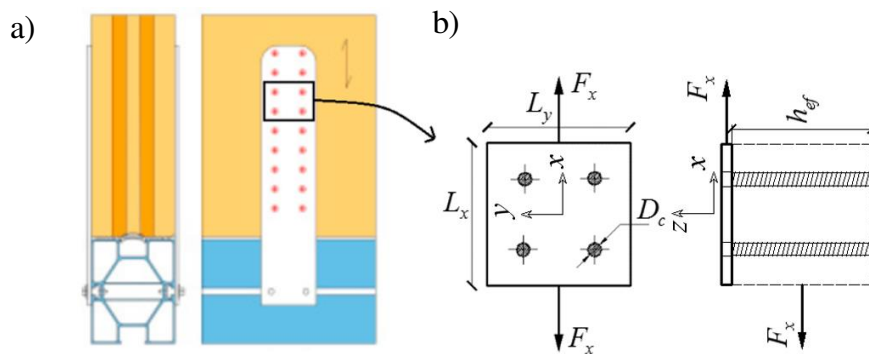


Figura 1. a) Unión clásica para CLT, b) Vista en planta (plano  $x-y$ ) y vista lateral (plano  $x-z$ ) del VER

donde  $L_x$  y  $L_y$  son las dimensiones en planta del VER, delimitadas por el ancho del conector y la cantidad de clavos y  $h_{ef}$  es la longitud efectiva de los clavos.

Luego de analizar en detalle el comportamiento de la unión en función de los resultados experimentales obtenidos por diversos autores, se observa que el modo de falla principal en la unión se produce debido a los clavos y su interacción con de la madera. La deformación predominante en los clavos dentro de la madera se muestra en la [Figura 2](#), por lo tanto, se establece una analogía entre dicha deformación de los clavos, con la teoría de vigas sobre lecho elástico semi-infinito, sometido a una carga puntual en su extremo, producto de la transferencia con la placa de acero del conector.



Figura 2. Tipo de fallas en los elementos de unión para CLT (Izzi et al. 2016)

En función de lo expresado, para cada clavo se debe resolver la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^4 x(z)}{dz^4} + \frac{K_m D_c}{E_a I_c} x(z) = 0. \quad (1)$$

donde  $x(z)$  representa la deformación lateral del clavo correspondiente a cada punto de su longitud ( $0 \leq z \leq h_{ef}$ ),  $E_a$  es el módulo de elasticidad del acero,  $I_c$  es el momento de inercia de cada clavo,  $K_m$  es la rigidez de la madera por unidad de volumen y  $D_c$  es el diámetro del clavo.

Las condiciones de borde están dadas por:

$$V(z=0) = F_x / n \quad \text{y} \quad M(z=0) = 0. \quad (2)$$

donde  $F_x / n$  es la fuerza aplicada en el extremo de cada clavo,  $n$  es la cantidad de clavos del VER,  $M(z)$  el momento flector y  $V(z)$  es el esfuerzo de corte.

La solución de la ecuación diferencial está dada por:

$$x(z) = \left( \frac{F_x / n}{2\alpha^3 E_a I_c} \right) e^{-\alpha z} \cos(\alpha z). \quad (3)$$

donde  $\alpha$  es un parámetro por unidad de longitud, dado por:

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{K_m D_c}{4E_a I_c}}. \quad (4)$$

La deformación total en el extremo de coordenada  $z = 0$  resulta:

$$x(z=0) = \Delta = \frac{F_x / n}{2\alpha^3 E_a I_c}. \quad (5)$$

Se considera la hipótesis que la celda unidad analizada queda sometida a una distorsión lateral producto del análisis anterior, ya que todos los clavos se van a desplazar lo mismo en el extremo de la placa, lo cual genera tensiones tangenciales como se observa a modo ilustrativo en la [Figura 3](#).

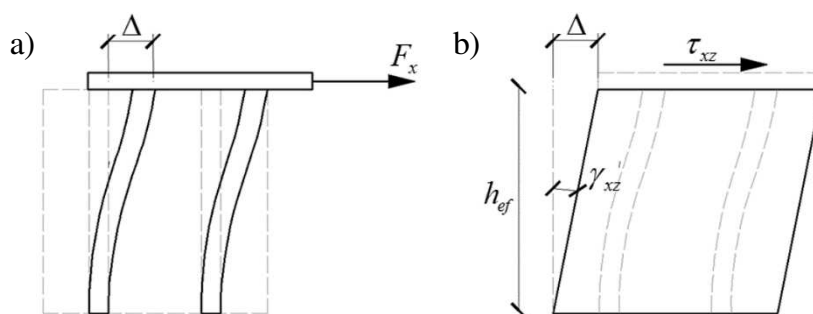


Figura 3. a) Deformación por teoría de viga sobre lecho elástico, b) Distorsión del VER por corte

Por lo tanto, se puede obtener el valor homogeneizado del módulo de elasticidad transversal, así como el su módulo de elasticidad longitudinal (estado plano de tensión) del elemento bajo análisis:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = 2 n \alpha^3 E_a I_c \frac{h_{ef}}{L_x L_y} \begin{bmatrix} 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}. \quad (6)$$

### 3 VALIDACIÓN DEL MODELO

A efectos de validar la homogeneización propuesta, se realizó un micro-modelo de la unión empleando elementos finitos sólidos tridimensionales con una malla de 13092 elementos hexaédricos, teniendo en cuenta que la transferencia de tensiones entre la placa de acero del conector y el panel de CLT se realiza únicamente a través de los clavos y no por contacto entre ellos.

Para los elementos de acero se adoptó un modelo constitutivo elástico lineal con un módulo  $E_a = 210GPa$  y coeficiente de poisson  $\nu = 0.30$ , con una placa de espesor  $3.0mm$ ,  $n = 4$  clavos de longitud efectiva  $h_{ef} = 40mm$  y  $D_c = 4mm$  de diámetro. Para la madera se empleó un panel CLT de 3 capas, donde la capa del medio esta rotada  $90^\circ$  respecto de las capas exteriores. Se consideró un comportamiento de la madera transversalmente isótropo en el plano de la sección transversal (Sánchez et al. 2018), con las propiedades mecánicas resumidas en la [Tabla 1](#).

| Láminas            | $E_{xx}$<br>[MPa] | $E_{yy}$<br>[MPa] | $E_{zz}$<br>[MPa] | $G_{xy}$<br>[MPa] | $G_{xz}$<br>[MPa] | $G_{yz}$<br>[MPa] | $\nu_{xy}$ | $\nu_{yx}$ | $\nu_{xz}$ | $\nu_{zx}$ | $\nu_{yz}$ | $\nu_{zy}$ |
|--------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Rotadas $0^\circ$  | 8160.0            | 326.4             | 326.4             | 530.4             | 530.4             | 136.0             | 0.40       | 0.016      | 0.40       | 0.016      | 0.20       | 0.20       |
| Rotadas $90^\circ$ | 326.4             | 8160.0            | 326.4             | 530.4             | 136.0             | 530.4             | 0.016      | 0.40       | 0.20       | 0.20       | 0.40       | 0.016      |

Tabla 1. Propiedades de cada lámina del panel CLT

Para el modelo de homogeneización se emplearon elementos finitos sólidos tridimensionales y una malla de 600 elementos hexaédricos, y se reemplazó la zona de interacción entre placa, clavos y madera, por el material homogeneizado con las siguientes propiedades:

$$E_{xx} = 9685.43MPa, G_{xz} = 3459.08MPa$$

Para establecer las condiciones de contorno en el micro-modelo se fijaron los extremos libres de las placas de acero en la dirección de la carga y se aplicaron desplazamientos unitarios en todos los nodos del extremo libre de la madera, para que la unión este sometida a tracción axial, mientras que para el modelo homogeneizado se restringieron solo los nodos extremos de la cara izquierda, como se muestra en la [Figura 4](#).

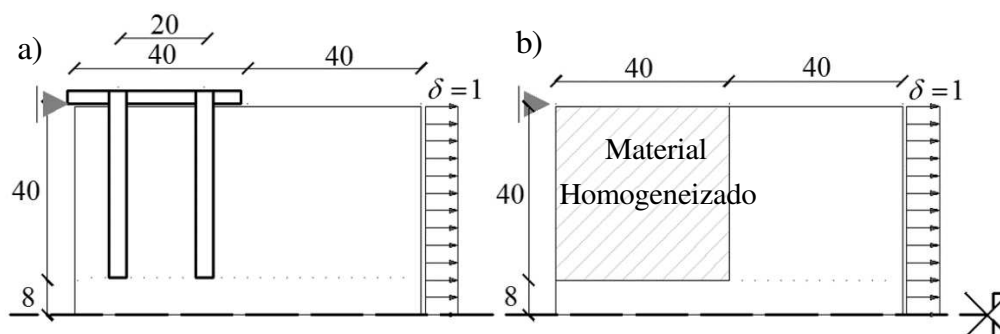


Figura 4. Condiciones de vínculo y cargas: a) Micro-modelo b) Modelo homogeneizado

Para simular el comportamiento de la unión en pequeñas deformaciones, se emplea el programa de elementos finitos PLCD (PLCD Manual, 1991-presente) desarrollado en lenguaje FORTRAN por el Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras de la Universidad Politécnica de Cataluña. Los archivos de entrada de datos y los de salida, correspondientes al pre y el post-proceso, respectivamente, fueron ejecutados con el software GID desarrollado por CIMNE.

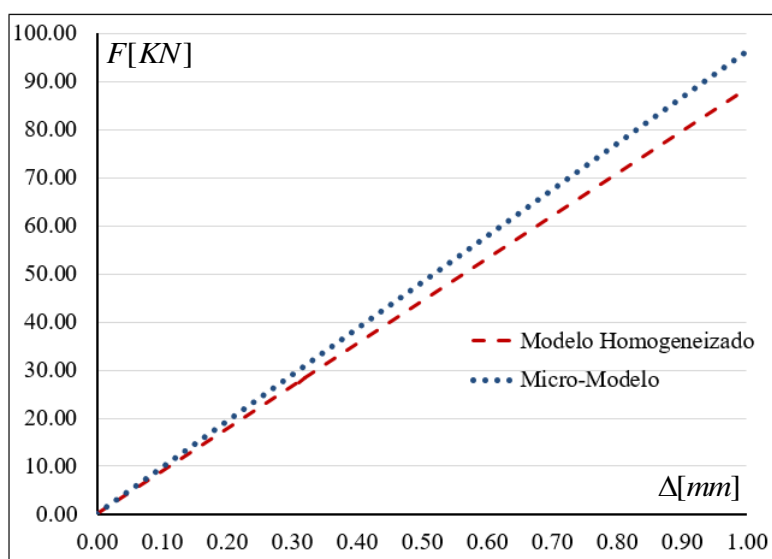


Figura 5. Diagramas Carga-Desplazamiento para el micro-modelo y el modelo homogeneizado

Los resultados obtenidos se muestran en las curvas Carga-Desplazamiento de la Figura 5, (donde la línea punteada representa el comportamiento del micro-modelo y la línea de trazos representa el modelo propuesto) en la cual se puede observar que la homogeneización es aceptable. Además, en la Figura 6 se muestran las configuraciones deformadas de ambos modelos para el mismo incremento de carga.

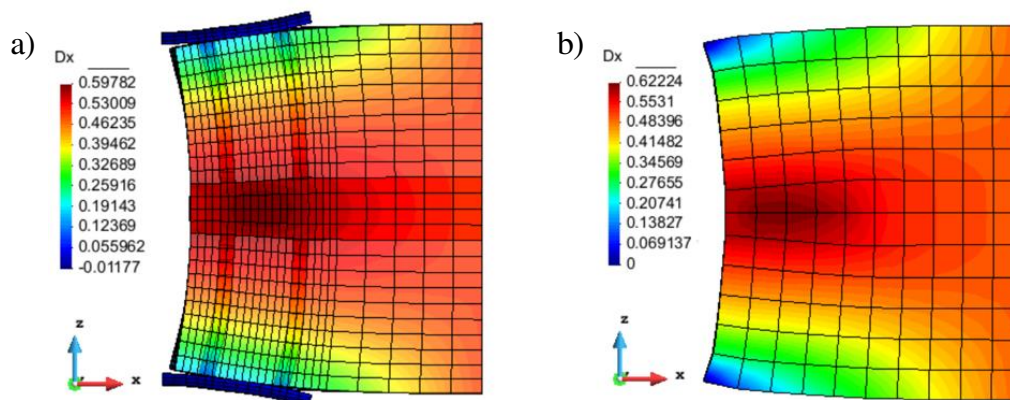


Figura 6. Configuraciones deformadas a) Micro-modelo b) Modelo homogeneizado

#### 4 COMPARACION CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para verificar el comportamiento del modelo de homogeneización con una unión real, se compararon los resultados experimentales obtenidos por Pozza et al (2017) para un panel de CLT de 0.75m de largo, 0.55m de ancho y 0.14m de espesor, formado por 5 capas (40-20-20-20-40mm), con un conector del tipo *hold-down* WHT540 y 12 clavos de cada lado, sometido a una carga axial de tracción (Figura 7.a). En la Figura 7.b se muestran dichos resultados experimentales para dos casos, en el primero se aplicó un desplazamiento axial monótono (curva de color negro, con la cual queremos comparar los resultados), y en el segundo se aplicó un desplazamiento lateral monótona constante actuando en forma conjunta con el desplazamiento axial (curva de color verde).

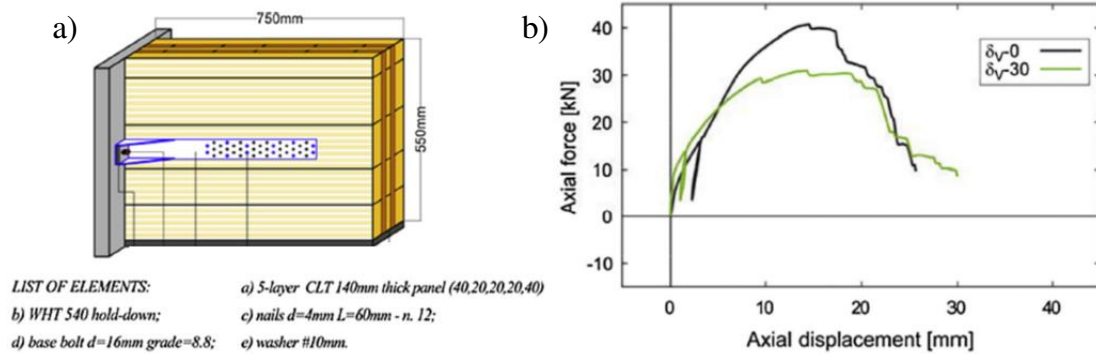


Figura 7. a) Esquema de la unión ensayada, b) Resultados experimentales obtenidos por Pozza et al, 2017

Se realizó el modelo para esta unión empleando elementos finitos sólidos 3D con una malla de 2310 elementos hexaédricos (Figura 8), con las correspondientes propiedades mecánicas y rotación de las láminas del panel CLT, teniendo en cuenta una altura efectiva de los clavos de 40mm. Se reemplazó la zona de interacción entre placa, clavos y madera (elementos de color azul) por el material homogeneizado con las propiedades obtenidas del desarrollo analítico del modelo, es decir  $E_x = 1104.63\text{MPa}$  y  $G_{xz} = 409.12\text{MPa}$ .

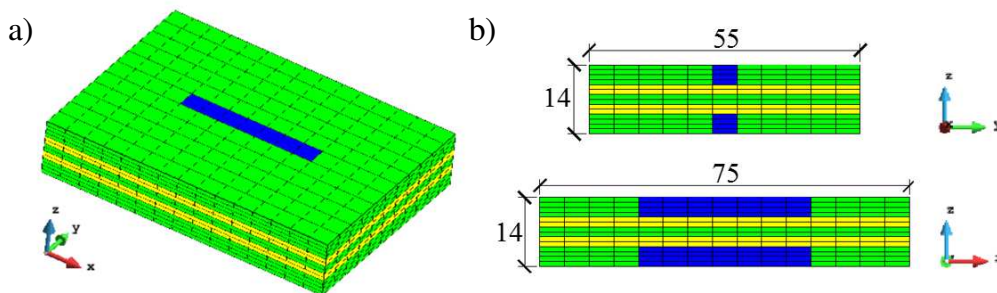


Figura 8. Malla de elementos del modelo homogeneizado de la unión a) Vista 3D, b) Vistas laterales.

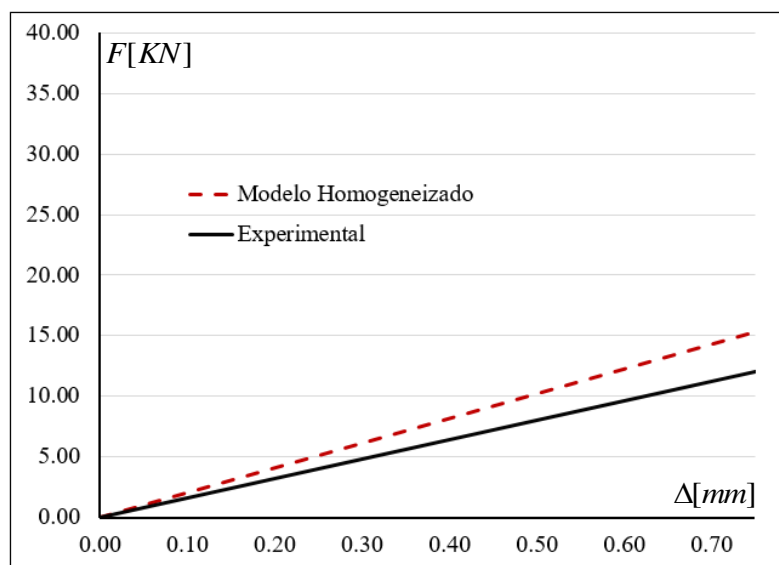


Figura 9. Curvas Carga-Desplazamiento experimental (Pozza et al, 2017) y Carga-Desplazamiento del extremo de chapa obtenida con el modelo homogeneizado.

Los resultados obtenidos se muestran en la curva Carga-Desplazamiento de la **Figura 9** (donde la línea continua representa el comportamiento del micro-modelo y la línea de trazos representa el modelo homogeneizado).

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta la formulación e implementación numérica mediante elementos finitos sólidos tridimensionales de un modelo de homogeneización estructural ad-hoc para los sistemas de uniones tradicionales que se utilizan en paneles de madera laminada cruzada. La unión homogeneizada considera la geometría de la placa de acero de los conectores (HD o AB), los clavos de sujeción y la madera de los paneles de CLT, sus propiedades mecánicas en campo elástico lineal y además su comportamiento basado en el estudio de los modos de falla experimentales. Para calibrar dicho modelo de homogeneización se realizó un micro-modelo detallado de la unión empleando una malla de 13.092 elementos, bajo las mismas condiciones de contorno, el mismo tipo de solicitación axial y se analizó su comportamiento global mediante un diagrama carga-desplazamiento. Los resultados obtenidos muestran un buen acuerdo entre el micro-modelo y el modelo homogeneizado, para un volumen elemental representativo, ya que se logró una buena correlación con un mallado de solo 600 elementos hexaédricos en el modelo homogéneo, lo cual reduce considerablemente el costo computacional y el tiempo de realización en el pre y el post-proceso. Luego se seleccionaron resultados experimentales para verificar el comportamiento global de una unión típica a escala real con el modelo de homogeneización propuesto. En esta instancia, esta comparación solo es válida en el rango elástico lineal donde está desarrollado el modelo, lo cual representa una pequeña fracción de los resultados obtenidos en dichos ensayos. Se puede apreciar que existe una variación significativa entre ambos resultados. Esto se debe a ciertas simplificaciones consideradas en los modelos, donde no se considera el despegue en el perímetro traccionado de los clavos y las complejas condiciones de contorno del ensayo experimental. Los próximos trabajos se enfocarán en considerar estos aspectos a fin de mejorar el modelo desarrollado.

## REFERENCIAS

- Gavric, I., Fragiaco, M., Ceccotti, A., Cyclic behaviour of typical metal connectors for cross-laminated (CLT) structures. *Materials and Structures* 48:1841–1857, 2015.
- Hassanieh, A., Valipour, H.R., Bradford, M.A. Load-slip behaviour of steel-cross laminated timber (CLT) composite connections. *Journal of Constructional Steel Research* 122:110–121, 2016.
- Hassanieh, A., Valipour, H.R., Bradford, M.A., Sandhaas, C. Modelling of steel-timber composite connections: Validation of finite element model and parametric study. *Engineering Structures* 138:35–49, 2017.
- Izzi, M., Flatscher, G., Fragiaco, M., Schickhofer, G. Experimental investigations and design provisions of steel-to-timber joints with annular-ringed shank nails for Cross-Laminated Timber structures. *Construction and Building Materials* 122:446–457, 2016.
- Izzi, M., Polastri, A., Fragiaco, M. Modelling the mechanical behaviour of typical wall-to-floor connection systems for cross-laminated timber structures. *Engineering Structures* 162:270–282, 2018.
- Liu, J. and Lam, F. Experimental test of coupling effect on CLT angle bracket connections. *Engineering Structures* 171:862–873, 2018.
- Liu, J. and Lam, F. Experimental test of coupling effect on CLT hold-down connections. *Engineering Structures* 178:586–602, 2019.
- Oller, S., Análisis y cálculo de estructuras de materiales compuestos. Centro Internacional de



- Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, 2002.
- Oller, S., Simulación numérica del comportamiento mecánico de los materiales compuestos. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), Barcelona, 2003.
- PLCD Manual. Non-linear thermomechanic finite element code oriented to PhD student education. Code developer at CIMNE, 1991 – to present.
- Polastri, A., Izzi, M., Pozza, L., Loss, C., Smith, I. Seismic analysis of multi-storey timber buildings braced with a CLT core and perimeter shear-walls. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 2018.
- Pozza, L., Saetta, A., Savoia, M., Talledo, D. Coupled axial-shear numerical model for CLT connections. *Construction and Building Materials* 150:568–582, 2017.
- Pozza, L., Saetta, A., Savoia, M., Talledo, D. Angle bracket connections for CLT structures: Experimental characterization and numerical modelling. *Construction and Building Materials* 191:95–113, 2018.
- Pozza, L., Ferracuti, B., Massari, M., Savoia, M. Axial – Shear interaction on CLT hold-down connections – Experimental investigation. *Engineering Structures* 160:95–110, 2018.
- Quinteros, R., Modelización del comportamiento de estructuras de mampostería mediante la teoría de homogeneización. Ph.D. Tesis. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta. Argentina, 2014.
- Sánchez, E., Nallim, L., Bellomo, F., and Oller, S., Simulación numérica del comportamiento no lineal de elementos de madera laminada cruzada a flexión. XXXVIII Jornadas de Ingeniería Estructural. Perú, 2018
- Suquet, P., Homogenization Techniques for Composite Media, chapter: Elements of homogenization for inelastic solid mechanics. Springer-Verlag, Berlín 193–279, 1987.
- Zalamea, F., Tratamiento Numérico de Materiales Compuestos mediante la Teoría de Homogeneización. Ph.D. Tesis. Departamento de Resistencia de Materiales y Estructuras en la Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña. España, 2001.