

LUBRICACIÓN POR APLASTAMIENTO EN ARTICULACIÓN NATURAL DE RODILLA CON FLUIDO SINOVIAL NO NEWTONIANO

SQUEEZE LUBRICATION IN NATURAL KNEE JOINT WITH NON-NEWTONIAN SYNOVIAL FLUID

Brenda A. Weiss^{a,b}, Sebastián Ubal^{a,b} y José Di Paolo^a

^aGrupo Biomecánica Computacional, Universidad Nacional de Entre Ríos, Ruta Provincial 11 km 10, 3100, Oro Verde, Argentina, http://ingenieria.uner.edu.ar/grupos/biomecanica_computacional/

^bUniversidad Nacional de Entre Ríos, CONICET, Facultad de Ingeniería, Ruta Provincial 11 km 10, 3100, Oro Verde, Argentina, bweiss@ingenieria.uner.edu.ar

Palabras clave: rodilla, elasticidad, coeficiente de fricción, fluido de Phan-Thien y Tanner.

Resumen. El fluido sinovial es un fluido no Newtoniano con características viscoelásticas debido al ácido hialurónico presente en el mismo. Para el estudio de uno de los principales mecanismos de lubricación en articulaciones naturales de rodilla (aplastamiento de película lubricante) se desarrolló una ecuación modificada de Reynolds considerando la ley reológica de Phan-Thien y Tanner. El modelo desarrollado –de tipo elipsoide sobre plano– contempla la curvatura y la deformación elástica del cartílago hialino que recubre las superficies articulares. Las ecuaciones gobernantes se resolvieron numéricamente para obtener el espesor de la película lubricante y la componente del tensor total de tensiones en la dirección de aplastamiento. Se calcularon la capacidad de carga de la película lubricante y los coeficientes de fricción sobre las superficies articulares. Se realizaron simulaciones para distintos espesores de cartílago hialino y distintos números de Weissenberg (We), que cuantifica la importancia relativa entre fuerzas elásticas y viscosas. El coeficiente de fricción disminuye con We creciente, siendo esto cualitativamente consistente con las mejores propiedades tribológicas observadas en articulaciones sanas y jóvenes.

Keywords: knee, elasticity, friction coefficient, Phan-Thien and Tanner fluid.

Abstract. The synovial fluid is a non-Newtonian fluid with viscoelastic characteristics due to the presence of hyaluronic acid. In order to study one of the main lubrication mechanisms in natural knee joints (squeeze film lubrication), a modified Reynolds equation was developed considering the Phan-Thien and Tanner rheological law. The developed ellipsoid-on-plane model considers the curvature and the elastic deformation of the hyaline cartilage that covers the articular surfaces. The governing equations were solved numerically to obtain the film thickness and the total stresses tensor component in the squeezing direction. The load carrying capacity of the lubricating film and the friction coefficients on the joint surfaces were calculated. Simulations were performed for different hyaline cartilage thickness and different Weissenberg (We) numbers, which quantifies the relative importance between elastic and viscous forces. The friction coefficient diminishes with increasing We , in qualitative agreement with the better tribological properties observed in young and healthy joints

1 INTRODUCCIÓN

Las articulaciones naturales sinoviales sanas tienen una capacidad de carga elevada con extremadamente bajos coeficientes de fricción y mínimo desgaste (Jahn et al. 2016). Comprender cuáles son los factores que determinan sus excelentes características tribológicas puede orientar el estudio y la mejora del desempeño de las articulaciones protésicas en vistas a incrementar su vida útil.

En rodillas sanas, las superficies femoral y tibial están recubiertas de cartílago hialino, un tejido deformable y poroso. Entre las superficies articulares se encuentra fluido sinovial, el cual está constituido principalmente por macromoléculas (especialmente ácido hialurónico HA, del inglés *hyaluronic acid*) y solvente (esencialmente plasma). Suele considerarse al fluido sinovial como un fluido Newtoniano, a pesar de que su comportamiento viscoelástico y de *shear-thinning* (es decir, su viscosidad disminuye con tasas de deformación de corte crecientes) está bien documentado (Fung, 1993; Balazs, 1994; Rwei et al. 2008).

En este trabajo se analiza el fenómeno lubricación predominante en la fase de apoyo del ciclo de marcha, es decir, el aplastamiento de la película lubricante de fluido sinovial (*squeeze film lubrication*), en rodillas sanas y considerando al cartílago hialino como un sólido elástico lineal y al fluido sinovial como un fluido de Phan-Thien y Tanner (PTT).

2 MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Características geométricas y mecánicas del modelo

En la articulación tibiofemoral, el extremo inferior del fémur posee dos cóndilos convexos articulando, cada uno de ellos, con un cóndilo cóncavo presente en el platillo tibial (Figura 1a). En la Figura 1b se muestra el modelo geométrico correspondiente al contacto lubricado entre un único cóndilo femoral con su correspondiente platillo tibial, en donde un elipsoide rígido se aproxima a un plano deformable (Jin et al. 1995). Los radios principales del elipsoide en dirección x (R_x) y dirección y (R_y) se calculan según:

$$R_x = \frac{R_{fx} R_{tx}}{R_{tx} - R_{fx}} \quad (1)$$

$$R_y = 2.844 R_x \quad (2)$$

donde el subíndice f corresponde al fémur y el subíndice t a la tibia (Su et al. 2011).

Dado que ambas superficies articulares están recubiertas por cartílago hialino, el espesor del plano deformable e (Figura 1, Tabla 1) se toma como el doble del espesor de un único cartílago articular, el cual varía entre 1,7 y 2,6 mm (Shepherd and Seedhom, 1999). El plano deformable se asume como un sólido isotrópico elástico lineal (ver propiedades elásticas en la Tabla 1, Klets et al. 2016) e inmóvil. El elipsoide equivalente se aproxima al plano a velocidad constante W_2 . Además, se desprecia la rugosidad de las superficies.

2.2 Altura del canal y deformación del plano

Cuando el fluido sinovial se presuriza, las superficies cartilaginosas se deforman, modificando las dimensiones del canal de lubricación y consecuentemente afectando al campo de presiones. Esta compleja interacción fluido-estructura conduce a un conjunto de ecuaciones fuertemente acopladas cuya deducción se describirá brevemente a continuación.

La altura del canal de lubricación h (Figura 1c) está dada por la distancia entre la superficie plana desplazada y la superficie del elipsoide equivalente:

$$h = h_0 - W_2 t + \frac{x^2}{2R_x} + \frac{y^2}{2R_y} + \delta \tag{3}$$

donde h_0 es la menor distancia entre las superficies en el instante inicial y δ es el desplazamiento de cada punto de la superficie del plano cuando éste se deforma. El desplazamiento δ se obtiene al resolver las ecuaciones de elasticidad lineal. Para esto, la cara inferior del plano se considera fija, la cara superior está sometida a la carga del fluido y el resto de las superficies se suponen libres de tensiones.

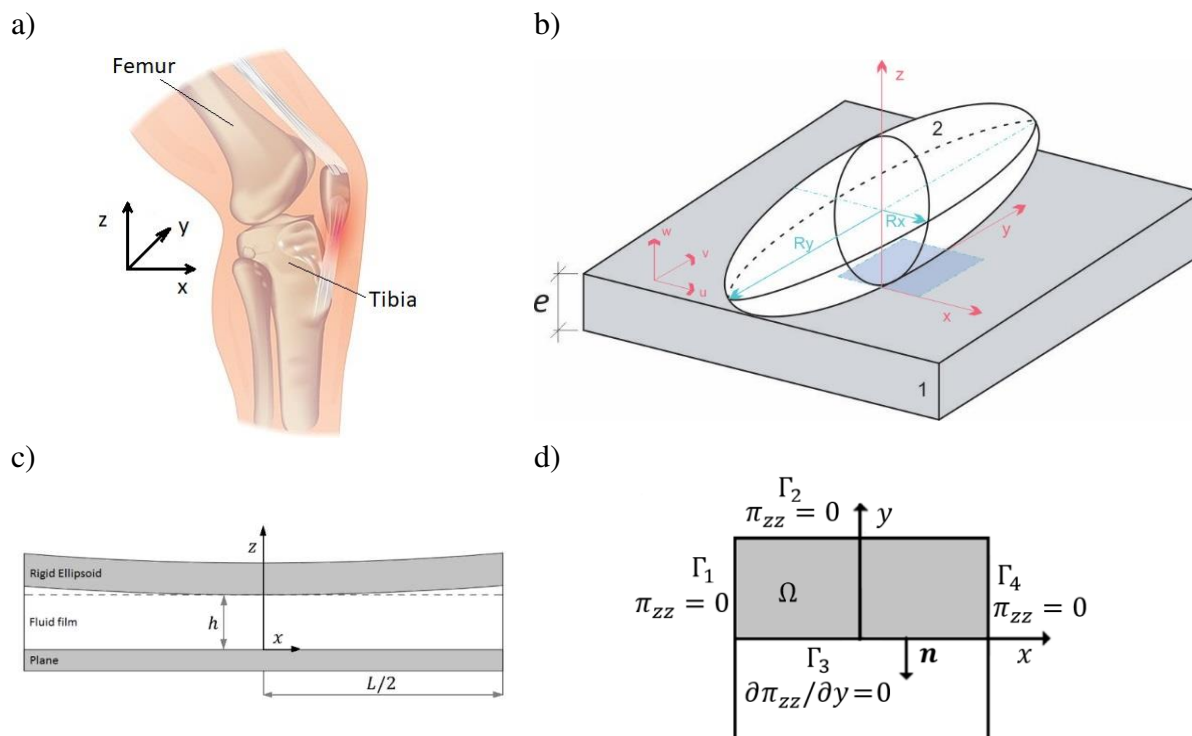


Figura 1: a) Articulación de rodilla natural y sistema de coordenadas (modificado de [Injurymap, 2018](#)). b) Modelo de elipsoide sobre plano, componentes del vector velocidad y dominio (celestes). c) Vista plano x-z. d) Dominio (en gris), simétrico respecto a eje x , y condiciones de frontera.

Descripción		Valor
Módulo de elasticidad	E	20 MPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.4
Espesor del plano deformable	e	3,4 mm; 5,2 mm
Parámetro de deslizamiento	ξ	0.4
Viscosidad dinámica del solvente	η_0	0.086 Pa.s
Longitud del dominio rectangular	L	$4 \times 10^{-2} m$
Espesor inicial de película lubricante en el centro del contacto	h_0	$10^{-4} m$
Velocidad del elipsoide	W_2	0,1 m/s
Radio del cóndilo femoral en dirección x	R_{fx}	33 mm
Radio del platillo tibial en dirección x	R_{tx}	45 mm
Radio principal del elipsoide en dirección x	R_x	0.12375 m
Radio principal del elipsoide en dirección y	R_y	0.35194 m

Tabla 1: Parámetros del modelo.

2.3 Ecuación modificada de Reynolds

En flujos viscoelásticos incompresibles, la presión no tiene significado físico obvio, sino que es el tensor de tensiones totales $\boldsymbol{\pi}$ quien ejerce una fuerza física sobre la superficie del plano (Yousfi et al. 2013). Este tensor se define como:

$$\boldsymbol{\pi} = p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (4)$$

donde $\boldsymbol{\tau}$ es el tensor de tensiones viscosas. La ecuación constitutiva de Phan-Thien y Tanner (PTT) describe $\boldsymbol{\tau}$ en función del campo de velocidad del fluido \mathbf{v} :

$$Z(\text{tr}(\boldsymbol{\tau}_i))\boldsymbol{\tau} + \lambda\boldsymbol{\tau}_{(\hat{1})} = -\eta_0\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (5)$$

siendo el tensor tasa de deformación $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla\mathbf{v} + \nabla\mathbf{v}^\dagger$ y la derivada convectiva $\boldsymbol{\tau}_{(\hat{1})} = D\boldsymbol{\tau}/Dt - \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{L} - \mathbf{L}^\dagger\cdot\boldsymbol{\tau}$, donde $D()/Dt$ es el operador derivada material y el tensor \mathbf{L} es el gradiente de velocidad “efectivo”. Las teorías de redes, de donde surge el modelo PTT, habitualmente consideran que las uniones de segmentos siguen exactamente el campo de velocidad macroscópico (\mathbf{v}). Phan-Thien y Tanner introducen el tensor $\mathbf{L} = \nabla\mathbf{v} - \xi\dot{\boldsymbol{\gamma}}/2$ que corrige esta asunción (Bird et al. 1987). El parámetro ξ es una “constante de deslizamiento”, que microscópicamente puede considerarse como una representación del efecto de deslizamiento entre las moléculas de HA y el plasma (Meziane et al. 2008). Resultados experimentales indican que $\xi \leq 0.4$ y que $\xi = 0.4$ conduce a espesores de film lubricante mayores (Ehret, 1993; Meziane et al. 2008).

La función Z en la Ec. (5) contempla la creación y destrucción de segmentos de red que se produce en fluidos poliméricos al fluir. Phan-Thien y Tanner demostraron que en flujos de corte dominante, como en este caso, $Z \approx 1$.

La hipótesis de lubricación conduce a despreciar los términos multiplicados por h_0/L en la Ec. (5) adimensionalizada utilizando los parámetros característicos que se muestran en la Tabla 2. Por lo tanto, la dependencia temporal de las componentes del tensor $\boldsymbol{\tau}$ se desprecia, el fluido pierde su “memoria” y se relacionará sólo con los gradientes de velocidad actuales.

La no-linealidad de las componentes de $\boldsymbol{\tau}$ provoca que el tratamiento de estas ecuaciones sea complejo. Asumir que el flujo de fluido sinovial equivale a un flujo base Newtoniano que sufre una perturbación no-Newtoniana permite realizar las aproximaciones:

$$\overline{\dot{\gamma}_x^2}(x, y, t) \equiv \frac{1}{h} \int_0^{h(x,y,t)} \left(\frac{\partial u^N}{\partial z} \right)^2 dz \approx \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \quad (6)$$

$$\overline{\dot{\gamma}_y^2}(x, y, t) \equiv \frac{1}{h} \int_0^{h(x,y,t)} \left(\frac{\partial v^N}{\partial z} \right)^2 dz \approx \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \quad (7)$$

$$\overline{\dot{\gamma}_x \dot{\gamma}_y}(x, y, t) \equiv \frac{1}{h} \int_0^{h(x,y,t)} \frac{\partial v^N}{\partial z} \frac{\partial u^N}{\partial z} dz \approx \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} \quad (8)$$

siendo u^N y v^N componentes del campo de velocidades Newtoniano. En consecuencia, puede demostrarse que la componente τ_{zz} del tensor de tensiones viscosas es

$$\tau_{zz} \approx \xi\lambda\eta(\overline{\dot{\gamma}_x^2} + \overline{\dot{\gamma}_y^2}) \quad (9)$$

donde

$$\eta = \eta_0 \frac{1}{1 + \lambda^2 \xi (2 - \xi) (\overline{\dot{\gamma}_x^2} + \overline{\dot{\gamma}_y^2})} \quad (10)$$

Considerando la hipótesis de lubricación, flujo cuasi estacionario, fuerzas de inercia y de volumen despreciables, fluido isotérmico e incompresible, y reemplazando $p = \pi_{zz} - \tau_{zz}$ (con

τ_{zz} dada por la Ec. 9) en las ecuaciones de cantidad de movimiento, se obtiene la ecuación de Reynolds modificada:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{h^3}{12\eta} \left(\frac{\partial \pi_{zz}}{\partial x} - b_1 \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{h^3}{12\eta} \left(\frac{\partial \pi_{zz}}{\partial y} - b_2 \right) \right\} = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (11)$$

donde

$$b_1 = \lambda \frac{\partial(\xi\eta\bar{\gamma}_y^2 + 2\eta\bar{\gamma}_x^2)}{\partial x} + (2 - \xi)\lambda \frac{\partial\eta\bar{\gamma}_x\bar{\gamma}_y}{\partial y} \quad (12)$$

$$b_2 = (2 - \xi)\lambda \frac{\partial\eta\bar{\gamma}_x\bar{\gamma}_y}{\partial x} + \lambda \frac{\partial(\eta\xi\bar{\gamma}_x^2 + 2\eta\bar{\gamma}_y^2)}{\partial y} \quad (13)$$

Bajo las mismas consideraciones se obtiene la ecuación de Reynolds Newtoniana que nos permitirá obtener el campo de presión p^N (y la altura del canal h^N) a partir del cual se calculan los valores de u^N y v^N :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{h^{N3}}{12\eta_0} \frac{\partial p^N}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{h^{N3}}{12\eta_0} \frac{\partial p^N}{\partial y} \right\} = \frac{\partial h^N}{\partial t} \quad (14)$$

En las fronteras Γ_1, Γ_2 y Γ_4 se tiene un contacto abierto. Algunos autores asumen que la presión del fluido se anula, otros que se anula π_{zz} . Otros autores igualan el promedio de π_{zz} a través de la película lubricante a una presión de referencia. La falta de consenso sobre las condiciones de contorno apropiadas para la Ec. (11) (Li 2013) y la simplicidad de condiciones de frontera de Sommerfeld conduce a considerar $\pi_{zz} = 0$ en Γ_1, Γ_2 y Γ_4 (Figura 1d). Para disminuir la influencia de estas condiciones de frontera sobre los resultados, el dominio en que se resuelve el problema tiene un tamaño de al menos un 40% mayor que el correspondiente a la zona de carga (en donde p y π_{zz} no son nulas). Dada la simetría de π_{zz} en el plano $x - z$, en Γ_3 se ha impuesto la condición $\partial\pi_{zz}/\partial y = 0$. El problema Newtoniano se resuelve con similares condiciones de frontera: $p^N = 0$ en Γ_1, Γ_2 y Γ_4 y $\partial p^N/\partial y = 0$ en Γ_3 .

Descripción	
Longitud en dirección x o y	L
Longitud en dirección z	h_0
Tiempo	h_0/W_2
Velocidad en dirección x o y	W_2L/h_0
Velocidad en dirección z	W_2
Tensión	$\eta_0 W_2 L / h_0^2$
Tasa de deformación	W_2 / h_0
Carga	$\eta_0 W_2 L^3 / h_0^2$

Tabla 2: Magnitudes características para variables adimensionales.

2.4 Técnica de solución

El fenómeno de aplastamiento de la película lubricante puede ser considerado cuasi-estacionario en cada instante de tiempo. En primera instancia se resuelve simultáneamente la ecuación de Reynolds (Ec. 14), la Ec. (3) y las ecuaciones de elasticidad lineal, para obtener u^N , v^N y sus gradientes. Con estos resultados se resuelven simultáneamente la ecuación modificada de Reynolds (Ec. 11), la Ec. (3) y las ecuaciones de elasticidad lineal para obtener π_{zz} y h .

La forma débil de las ecuaciones gobernantes se introdujo en el software COMSOL Multiphysics 4.4, basado en el método de elementos finitos, y se resolvieron utilizando el resolvidor directo PARDISO. Se utilizaron elementos Lagrange cuadráticos. La discretización (Figura 2) posee más elementos en la superficie superior del plano, ya que la complejidad de resolución está dada por la solución de las ecuaciones de Reynolds.

Se realizaron simulaciones para distintos números adimensionales de Weissenberg W_e , el cual, como ya se ha mencionado, representa la relación entre las fuerzas elásticas y viscosas y se define como el producto entre el tiempo de relajación del fluido λ y una tasa de deformación característica del flujo $\bar{\gamma}_c = W_2/h_0$, siendo W_2 (velocidad inicial del elipsoide) y h_0 (espesor inicial en el centro del contacto) constantes.

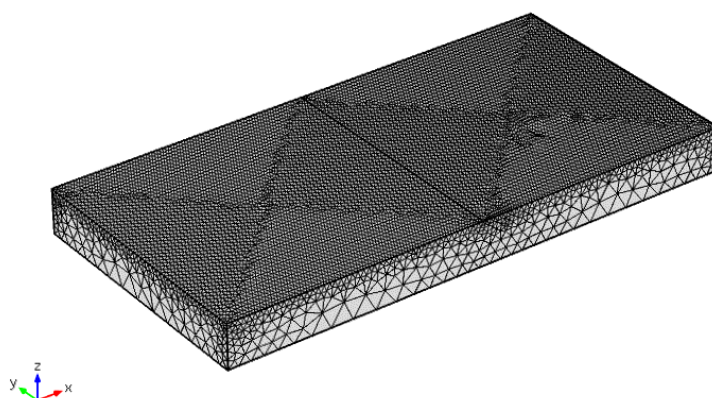


Figura 2: Malla utilizada.

Posterior a la resolución de las ecuaciones es posible calcular la carga que soporta el fluido

$$W(t) = \int_{\Omega} \pi_{zz} d\Omega \quad (15)$$

$$W^N(t) = \int_{\Omega} p d\Omega \quad (16)$$

la carga adimensional

$$\tilde{W} \equiv \int_{\Omega} \tilde{\pi}_{zz} d\tilde{\Omega} = \frac{Wh_0^2}{\eta_0 L^3 W_2} \quad (17)$$

y los coeficientes de fricción

$$f_x = \frac{\int_{\Omega} -\eta \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=h} d\Omega}{W(t)} ; f_y = \frac{\int_{\Omega} -\eta \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=h} d\Omega}{W(t)} \quad (18)$$

$$f_x^N = \frac{\int_{\Omega} -\eta_0 \frac{\partial u^N}{\partial z} \Big|_{z=h} d\Omega}{W^N(t)} ; f_y^N = \frac{\int_{\Omega} -\eta_0 \frac{\partial v^N}{\partial z} \Big|_{z=h} d\Omega}{W^N(t)} \quad (19)$$

donde el superíndice “N” refiere a cantidades obtenidas a partir de la ecuación de Reynolds Newtoniana.

3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Si las superficies articulares fueran rígidas, a partir de $\tilde{t} = 1$ se produciría la indentación de las mismas ($\delta = 0$ y $t = h_0/W_2$ en la Ec. 3, $h|_{(x,y)=(0,0)} = 0$). Dado que el espesor de la

película lubricante varía con la deformación del plano elástico, es posible realizar simulaciones para $\tilde{t} > 1$. Para el caso de $e = 5,2 \text{ mm}$ y $W_e = 10^{-1}$, se muestran los resultados obtenidos hasta alcanzar $\tilde{t} = 6,45$ ya que las simulaciones realizadas para tiempos posteriores conducen a la indentación de las superficies articulares.

En fluidos Newtonianos ($W_e = 0$), las fuerzas viscosas son predominantes, la viscosidad se mantiene constante y la capacidad de carga adimensional \tilde{W} de la película lubricante crece hiperbólicamente con el tiempo adimensional \tilde{t} (ver Figura 3a). Este comportamiento se observa para todos los casos de estudio. Sin embargo, para un instante dado, a medida que el W_e aumenta, las fuerzas elásticas cobran importancia y las capacidades de carga absoluta y relativa (W/W^N , Figura 3) disminuyen como consecuencia de la disminución en la viscosidad aparente del fluido η , lo cual se aprecia desde la versión adimensional de la Ec. (10):

$$\tilde{\eta} = \frac{1}{1 + W_e^2 \xi (2 - \xi) (\tilde{v}_x^2 + \tilde{v}_y^2)} \quad (20)$$

Cuando $W_e = 10^{-3}$, la capacidad de carga es la misma que para el caso Newtoniano, por lo que la carga relativa es constante e igual a uno (Figura 3b). Para el resto de los casos se observa que la carga relativa disminuye hasta alcanzar un mínimo y luego se incrementa con el tiempo. La aproximación de las superficies con el paso del tiempo provoca el aumento de las tasas de deformación y por ende, la disminución de la viscosidad aparente y la carga (y por ende carga relativa). Cuando se alcanza el tiempo en el cual la carga relativa es mínima, las tasas de deformación son suficientemente elevadas para provocar una disminución significativa de la viscosidad. Pasado este tiempo, la viscosidad se mantiene prácticamente constante permitiendo que se incremente la carga relativa.

La fuerza máxima promedio que soporta una articulación de miembro inferior cuando una persona camina o sube escaleras es aproximadamente 3 veces su peso corporal (PC, Kutzner et al. 2010). Por otro lado la carga adimensional calculada de acuerdo a la Ec. (17) corresponde a la mitad de un único cóndilo femoral (dada la simetría respecto al plano $x - z$). Luego

$$\tilde{W} = \frac{MC(kg) * 3 * 9.8(m/s^2) h_0^2}{4 \eta_0 L^3 W_2} \quad (21)$$

siendo MC la masa corporal de la persona.

En consecuencia, valores razonables de carga adimensional corresponden a aquellos comprendidos entre 7.34 ($MC \approx 55 \text{ kg}$) y 20 ($MC \approx 150 \text{ kg}$). Los resultados obtenidos (ver Figura 3a) son coherentes con los que habría de esperar en articulaciones de rodilla.

Para cargas adimensionales similares ($\tilde{W} \sim 13,35$, $MC \sim 100 \text{ kg}$), el mínimo espesor de película lubricante h_{min} disminuye a medida que aumenta el número de Weissenberg (Tabla 3), encontrándose diferencias de hasta dos órdenes de magnitud. Un comportamiento cualitativo similar se observa al comparar el espesor mínimo adimensional ($\tilde{h}_{min} = h_{min}/h_0$) para igual instante de tiempo (ver Figura 4a). Asumir al fluido sinovial como fluido Newtoniano podría conducir a predicciones menos conservadoras dada la estimación de espesores de película lubricante mayores a los que en realidad se producirían.

Las articulaciones sanas y jóvenes se asocian con bajos coeficientes de fricción. Los factores de fricción obtenidos (ver Tabla 3) son acordes a los presentados en la bibliografía para articulaciones naturales: del orden de 0,001 en articulaciones jóvenes y sanas y superiores (pudiendo alcanzar el orden de 0,01) en articulaciones patológicas y/o envejecidas (las cuales se asocian a menores constantes de tiempo de relajación, y por ende con bajo número de Weissenberg; Ribitsch, 1990; Jahn et al. 2016). Además, en la Figura 4b se observa que, para $\tilde{t} > 3$ ($\tilde{W} > 7.34$), el coeficiente de fricción relativo (definido como la relación entre el coeficiente de fricción del fluido PTT f_y , y el coeficiente de fricción del fluido Newtoniano f_y^N)

para un instante de tiempo dado, es menor cuanto mayor es el número de Weissenberg, siendo estas observaciones consistentes con el excelente desempeño tribológico que presentan las articulaciones sanas y jóvenes.

Comparando los resultados para igual tiempo adimensional, la disminución del espesor de los cartílagos articulares conduce a la disminución del espesor del canal de lubricación, tanto si se considera al fluido como Newtoniano o no (Figura 4a), derivando en una mayor carga adimensional para el caso con $e = 3,4 \text{ mm}$ (Figura 3a).

En la Tabla 3, se muestran resultados obtenidos cuando la carga adimensional es similar ($\tilde{W} \sim 13,35$, $MC \sim 100 \text{ kg}$). Se observa que, a igual W_e , cuanto menor sea el espesor e se tienen coeficientes de fricción menores. Esto se debe a que el menor \tilde{h}_{min} obtenido cuando $e = 3,4 \text{ mm}$ conduce a tasas de deformación mayores (en forma simplificada, $O(\dot{\gamma}) = rW_2/h^2$ cuando se considera el flujo de un fluido Newtoniano entre dos discos rígidos aproximándose, siendo r la distancia radial desde el centro del contacto, Bird et al, 1987) y, por lo tanto, a viscosidades aparentes menores. De las ecuaciones (10) y (18) se deduce entonces que el numerador de la Ec. (18) será menor cuanto menor sea e , mientras que el denominador es el mismo en ambos casos. En la Tabla 3 se observa también que a medida que aumenta el W_e , aumenta la diferencia porcentual entre los coeficientes de fricción, siendo iguales para el caso con $W_e = 10^{-3}$ (aproximadamente Newtoniano, la viscosidad se mantiene prácticamente constante a pesar del aumento de las tasas de deformación). Estas observaciones conducen a un menor coeficiente de fricción relativo para el caso $e = 3,4 \text{ mm}$ en comparación con $e = 5,2 \text{ mm}$, a igual carga (Figura 4b).

En la Tabla 3, se muestran los resultados al evaluar la diferencia porcentual del coeficiente de fricción respecto del coeficiente de fricción con $W_e = 10^{-3}$ (aproximadamente Newtoniano), manteniendo constante la carga ($\tilde{W} \sim 13,35$, $MC \sim 100 \text{ kg}$). Siendo estas diferencias porcentuales superiores al 180%, se evidencia que la pérdida de elasticidad del fluido tiene un gran mayor en el detrimento del desempeño tribológico.

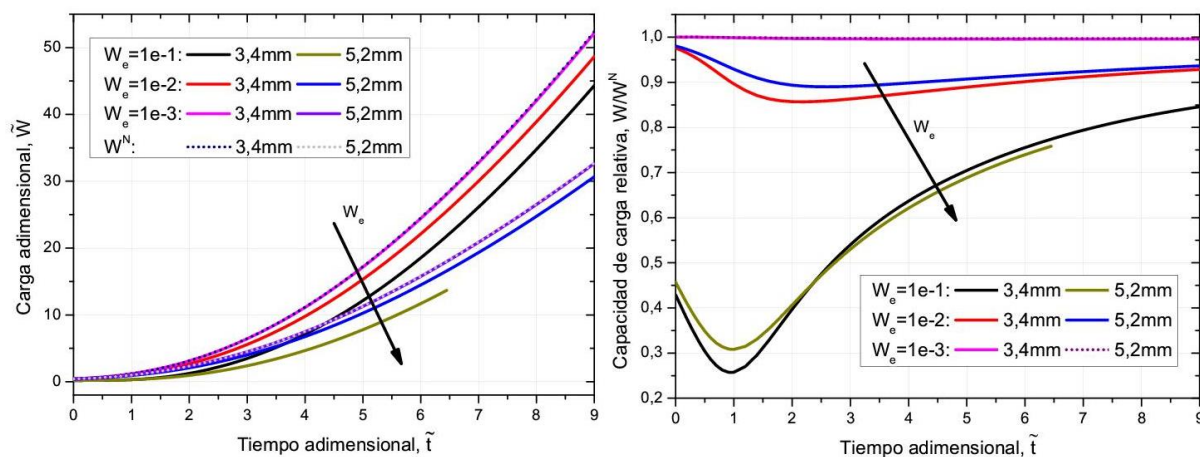


Figura 3: a) Carga adimensional y b) capacidad de carga relativa en función del tiempo adimensional. Resultados para plano elástico de espesor 3,4 mm y 5,2 mm.

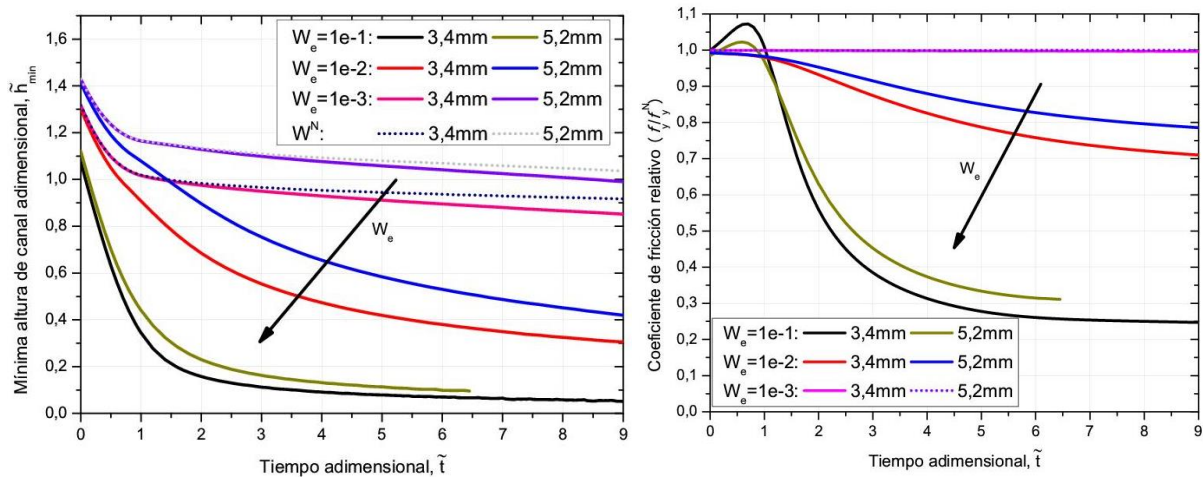


Figura 4: a) Mínima altura de canal adimensional (\tilde{h}_{min}) y b) coeficiente de fricción relativo en función del tiempo adimensional. Resultados para plano elástico de espesor 3,4 mm y 5,2 mm.

W_e	$e = 3,4 \text{ mm}$			$e = 5,2 \text{ mm}$			$\frac{f_{y,3,4}}{f_{y,5,2}} - 1$	$\frac{f_{y,W_e}}{f_{y,W_e=10^{-1}}} - 1$	
	\tilde{t}	$h_{min} (\mu\text{m})$	f_y	\tilde{t}	$h_{min} (\mu\text{m})$	f_y		$e = 3,4 \text{ mm}$	$e = 5,2 \text{ mm}$
10^{-3}	4,4	92,2	0,00520	5,6	104,81	0,00520	0%	309%	249%
10^{-2}	4,6	43,85	0,00406	5,8	53,93	0,00424	-4,24%	219%	184%
10^{-1}	5,2	7,67	0,00127	6,4	9,72	0,00149	-14,76%	0%	0%

Tabla 3: Altura mínima del canal de lubricación y factor de fricción (f_y) para $\tilde{W} \sim 13,35$ ($MC \sim 100 \text{ kg}$).

4 CONCLUSIONES

El modelo empleado para estudiar el fenómeno de aplastamiento de la película lubricante en articulaciones naturales de rodilla, contempla las características geométricas y mecánicas de esta articulación, y al mismo tiempo asume al fluido sinovial como un fluido de Phan-Thien y Tanner.

Los valores obtenidos de capacidad de carga, espesor de película lubricante y coeficientes de fricción son consistentes con lo que cabría esperar en articulaciones de este tipo.

A partir de los resultados obtenidos se deduce que asumir al fluido sinovial como fluido Newtoniano podría conducir a estimaciones de espesores de película lubricante mayores a los que en realidad se producirían. Asimismo, ante la misma carga, la disminución del espesor de los cartílagos articulares conduce a la disminución del espesor del canal de lubricación.

Si bien el envejecimiento y las patologías más frecuentes asociadas a la rodilla provocan tanto una disminución del espesor del cartílago articular como una disminución del W_e , se infiere, a partir de las discusiones en relación a la [Tabla 3](#), que la pérdida de elasticidad del fluido tendría un efecto mayor en el detrimento del desempeño tribológico. En vistas de incrementar la vida útil de las articulaciones protésicas, pareciera ineludible contemplar el comportamiento no-Newtoniano del fluido sinovial, no sólo para realizar predicciones más fiables sino también para encontrar los parámetros óptimos para asegurar el buen desempeño de las prótesis.

AGRADECIMIENTOS

A la UNER por el financiamiento a través del PID 6162 y a CONICET por la beca doctoral.

REFERENCIAS

- Balazs, EA, 1974. The physical properties of synovial fluid and the special role of hyaluronic acid, in: *Disorders of the Knee 2*, 63–75.
- Bird, R. Byron, Curtiss, C.F., Armstrong, R.C., Hassager, O., 1987. *Dynamics of Polymeric Liquids, Volume 2: Kinetic Theory*, 2nd ed. Wiley-Interscience, New York.
- Ehret, P., 1993. Contribution à l'étude du comportement de mécanismes lubrifiés sous chargements transitoires. Lyon, INSA.
- Fung, Y.C., 1993. *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues*. Springer Science & Business Media.
- Injurymap, 2018. English: Jumpers knee. Disponible en: <https://www.injurymap.com/free-human-anatomy-illustrations>.
- Jahn, S., Seror, J., Klein, J., 2016. Lubrication of Articular Cartilage. *Annual Review of Biomedical Engineering* 18, 235–258.
- Jin, Z.M., Dowson, D., Fisher, J., 1995. Contact Pressure Prediction in Total Knee Joint Replacements Part 1: General Elasticity Solution for Elliptical Layered Contacts. Proceedings of the IMechE 209, 1–8.
- Klets, O., Mononen, M.E., Tanska, P., Nieminen, M.T., Korhonen, R.K., Saarakkala, S., 2016. Comparison of different material models of articular cartilage in 3D computational modeling of the knee: Data from the Osteoarthritis Initiative (OAI). *Journal of Biomechanics* 49, 3891–3900.
- Kutzner, I., Heinlein, B., Graichen, F., Bender, A., Rohlmann, A., Halder, A., Beier, A., Bergmann, G., 2010. Loading of the knee joint during activities of daily living measured in vivo in five subjects. *J Biomech* 43, 2164–2173.
- Li, X.K., 2013. Non-Newtonian lubrication with the Phan-Thien–Tanner model. *J Eng Math* 87, 1–17.
- Meziane, A., Bou-Saïd, B., Tichy, J., 2008. Modelling human hip joint lubrication subject to walking cycle. *Lubrication Science* 20, 205–222.
- Ribitsch, V.O., 1990. Viscoelastic behaviour of synovial fluids and artificial replacements, in: *Biomechanics of Diarthrodial Joints*.
- Rwei, S.-P., Chen, S.-W., Mao, C.-F., Fang, H.-W., 2008. Viscoelasticity and wearability of hyaluronate solutions. *Biochemical Engineering Journal* 40, 211–217.
- Shepherd, D.E.T., Seedhom, B.B., 1999. Thickness of human articular cartilage in joints of the lower limb. *Ann Rheum Dis* 58, 27–34.
- Yousfi, M., Bou-Saïd, B., Tichy, J., 2013. An analytical study of the squeezing flow of synovial fluid. *Mechanics & Industry* 14, 59–69.