

## APLICACIÓN DE TUBOS DE HERSCHEL-QUINCKE PARA ATENUAR LA EMISIÓN ACÚSTICA EN SISTEMAS DE ESCAPE INDUSTRIALES

### APPLICATION OF HERSCHEL-QUINCKE PIPES TO REDUCE NOISE EMISSION IN INDUSTRIAL EXHAUST SYSTEMS

Martín E. Sequeira<sup>a</sup> y Víctor H. Cortínez<sup>a,b,c</sup>

<sup>a</sup>*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional, 11 de Abril 461, 8000 Bahía Blanca, Argentina  
e-mails: martins@frbb.utn.edu.ar; vcortine@frbb.utn.edu.ar*

<sup>b</sup>*Departamento de Ingeniería Universidad Nacional del Sur, Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina*

<sup>c</sup>*Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

**Palabras clave:** Tubo de Herschel-Quincke, Diseño óptimo, Matriz de transferencia.

**Resumen.** Se analiza la eficiencia de la aplicación de tubos Herschel-Quincke (HQ) para la atenuación de ruido de baja frecuencia en sistemas industriales de escape. En tal sentido, se evalúa la pérdida de transmisión en conductos, originada por la instalación de tubos HQ para diferentes características geométricas y frecuencias de propagación acústica. Adicionalmente se analiza la eficiencia de utilización conjunta de tubos HQ y resonadores de Helmholtz. Se propone una metodología de diseño óptimo de un dispositivo mixto de atenuación compuesto por un tubo HQ y dos resonadores de Helmholtz procurando maximizar la pérdida de transmisión en un ancho de banda preseleccionado. Para ello se utiliza una técnica que combina el Método de Transferencia Matricial (MTM) con la estrategia de optimización denominada “Recocido Simulado”.

**Keywords:** Herschel-Quincke tube, Optimal design, Transfer matrix method.

**Abstract.** The efficiency of the application of Herschel-Quincke tubes (HQ) for reducing low frequency noise in industrial exhaust systems is analyzed. Accordingly, the transmission loss in ducts with HQ tubes of different geometrical dimensions is evaluated for several acoustic propagation frequencies. Moreover, the efficiency of the joint application of a HQ tube and Helmholtz resonators is studied. An optimal design methodology of a mixed silencer composed by a HQ tube and two Helmholtz resonators, with the objective of maximizing the transmission loss in certain frequency range, is proposed. The methodology is based on the combined use of the Transfer Matrix method and the “Simulated Annealing” optimization technique.

## 1 INTRODUCCIÓN

Una situación que se presenta frecuentemente en complejos industriales es la existencia de sistemas de escape de gases por los cuales se emiten altos niveles sonoros que afectan al entorno de manera adversa. Cuando no es posible efectuar un tratamiento del equipamiento que produce tales niveles de potencia, se intenta disminuir la emisión mediante la instalación de dispositivos apropiados de atenuación sonora en el conducto de salida (Munjal, 1987; Cortínez et al., 2013).

Existen dos clases fundamentales de técnicas para la reducción acústica: a) disipativas y b) reactivas. Las primeras consisten en la aplicación de material absorbente en el medio de propagación de las ondas acústicas (en las paredes internas del conducto) que permite disipar la energía acústica transmitida transformándola en calor. En cambio, los enfoques reactivos se basan en la atenuación de la energía transmitida por medio de reflexión de la onda incidente debida a cambios bruscos de impedancia. Las técnicas disipativas resultan adecuadas para la atenuación de sonido en frecuencias medias y altas. Sin embargo, existen situaciones en las que el espectro del sonido presenta importantes componentes en baja frecuencia. En estos casos, los silenciadores reactivos suelen tener mayor eficiencia.

Uno de los tipos de silenciadores reactivos más utilizados es el Resonador de Helmholtz (RH). Se trata de una cavidad vinculada al conducto de salida en la cual las ondas resuenan para ciertas frecuencias generando la reflexión hacia la fuente en el conducto principal. Otro concepto muy interesante que ha resultado exitoso en varias aplicaciones de atenuación en baja frecuencia es el tubo de Herschel-Quincke (HQ) (Selamet et al., 1994; Selamet and Easwaran, 1997). Consiste en un tubo lateral al conducto principal, al cual está vinculado en dos puntos separados longitudinalmente. La onda incidente que se bifurca en la entrada del tubo HQ se recombina en el punto de vinculación “aguas abajo”. Como la longitud de recorrido de las ondas acústicas en el conducto principal y en el tubo HQ son diferentes, las ondas se reencuentran fuera de fase por lo que existirán efectos de interferencia. Controlando adecuadamente tal desfase las ondas se anularán para ciertas frecuencias, disminuyendo consecuentemente la energía acústica transmitida.

El éxito de los silenciadores reactivos y, en particular, de los tubos HQ y de los RHs dependerá del adecuado diseño geométrico en relación a la banda de frecuencias que se pretende atenuar (Munjal, 1987; Erol and Meriç, 2009). Por otra parte, tales dispositivos suelen trabajar bien para frecuencias aisladas. Entonces, resulta de utilidad combinar tales estrategias con el propósito de ampliar el ancho de banda a atenuar.

En este trabajo, se estudia la aplicación de tubos HQ para la atenuación de baja frecuencia en sistemas industriales de escape con diferentes características geométricas. Asimismo se analiza la utilización de una estrategia mixta combinando tubos HQ y RHs. A los efectos de investigar la eficiencia de atenuación acústica se utiliza la pérdida de transmisión, la cual permite analizar los dispositivos silenciadores de manera independiente de la fuente, lo que resulta conveniente si el objetivo es comparar diferentes tipologías de atenuación (Chiu, 2013).

Para efectuar la modelación se asume que la propagación de sonido en los conductos tiene lugar en forma de onda plana. Este es un caso típico para bajas frecuencias si la sección transversal del conducto no es demasiado grande, aunque debe verificarse que la frecuencia de propagación no supere la frecuencia de corte del conducto. En base a esta hipótesis, se utiliza el Método de Transferencia Matricial (MTM) para los estudios numéricos. Con tal metodología, se evalúa la pérdida de transmisión considerando diferentes configuraciones geométricas. A efectos de verificar la precisión del MTM, los resultados se comparan con valores obtenidos mediante el método tridimensional de los elementos finitos (MEF)

implementado en el programa COMSOL. Finalmente, se propone un enfoque de diseño óptimo de un dispositivo de atenuación compuesto por un ducto HQ y dos RHs que procura maximizar la pérdida de transmisión en un ancho de banda preseleccionado. Para ello se utiliza una metodología que combina el MTM con la técnica de optimización denominada “Recocido Simulado” (Chiu, 2013; Sequeira and Cortínez, 2016).

## 2 PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN CONDUCTOS CON UN DISPOSITIVO MIXTO (HQ-RH). MÉTODO DE TRANSFERENCIA MATRICIAL

Se considera un conducto largo que transmite una onda acústica. Sobre el ducto principal se acopla un dispositivo mixto compuesto de un tubo lateral de Herschel-Quincke (HQ) y dos resonadores de Helmholtz (RHs). Éstos últimos se encuentran ubicados en las secciones de unión entre el tubo HQ y el ducto principal. El correspondiente esquema se muestra en la Figura 1. La notación utilizada en dicha figura es la siguiente:  $D_{tp}$  es el diámetro del ducto principal;  $D_{hq}$  y  $L_{hq}$  son el diámetro y longitud del ducto HQ, respectivamente;  $L_p$  es la distancia entre las bocas del ducto HQ;  $D_{c1,2}$  y  $L_{c1,2}$  son el diámetro y longitud del cuello de los resonadores de Helmholtz 1 y 2 (RH1 y RH2), respectivamente;  $D_{rh1,2}$  y  $L_{rh1,2}$  son el diámetro y longitud de la cavidad de RH1 y RH2, respectivamente;  $S_{tp}$  es la sección del ducto principal;  $S_{hq}$  es la sección ducto HQ;  $S_{c1,2}$  son las secciones del cuello de RH1 y RH2, respectivamente y  $S_{rh1,2}$  son las secciones de las cavidades de RH1 y RH2, respectivamente.

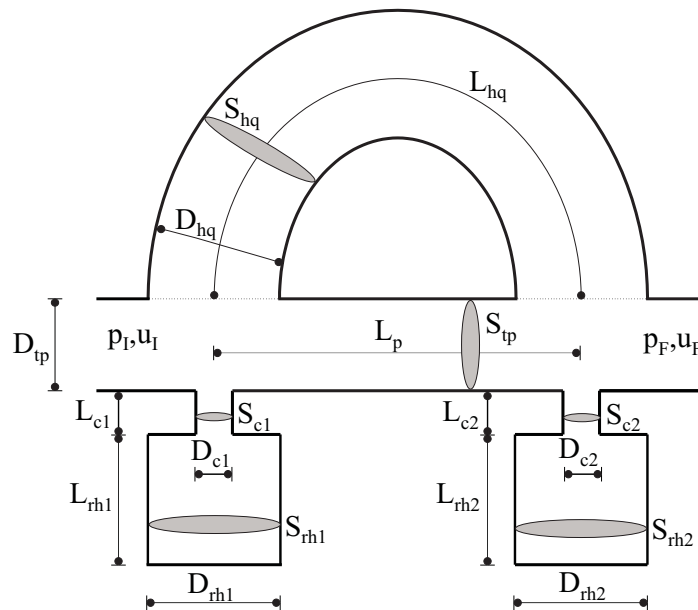


Figura 1: Dispositivo silenciador compuesto por un ducto HQ y dos RHs conectados al ducto principal.

Se considera que la fuente sonora (ubicada a la izquierda del ducto principal de la Figura 1) genera una onda acústica monocromática de frecuencia  $f$  menor que la frecuencia de corte de los ductos. En otras palabras, se asume que los diámetros son suficientemente pequeños en comparación al rango de frecuencias de interés. Bajo tales circunstancias es correcto asumir que la propagación tiene forma de onda plana. Luego, la ecuación de ondas acústicas se reduce a un problema unidimensional cuya solución puede determinarse en forma analítica. En tal sentido, la presión acústica y la velocidad en la entrada ( $p_I$ ,  $u_I$ ) y salida ( $p_F$ ,  $u_F$ ) del ducto principal pueden relacionarse mediante la siguiente expresión (Munjaj, 1987):

$$\begin{bmatrix} p_I \\ u_I \end{bmatrix} = \mathbf{MT} \begin{bmatrix} p_F \\ u_F \end{bmatrix}, \quad (1)$$

siendo:

$$\mathbf{MT} = \begin{bmatrix} \mathbf{MT}_{11} & \mathbf{MT}_{12} \\ \mathbf{MT}_{21} & \mathbf{MT}_{22} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

la matriz de transferencia total que se obtiene a partir del ensamble de las matrices de transferencia individuales de cada elemento (tubos HQ y RH). Para ello, es necesario relacionar las presiones y velocidades a la entrada y salida de cada elemento considerado.

En particular, la matriz de transferencia que relaciona los puntos "aguas arriba" y "aguas abajo" entre el ducto principal y el ducto HQ se expresa de la siguiente manera (Munjal et al., 2008):

$$\mathbf{T}_{\text{hq}} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

donde:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \frac{(A_{11}B_{12} + B_{11}A_{12})}{(A_{12} + B_{12})}, \quad T_{12} = \frac{A_{12}B_{12}}{(A_{12} + B_{12})}, \\ T_{21} &= \frac{A_{11}B_{22} + A_{22}B_{11} - A_{11}A_{22} + A_{21}A_{12} + A_{12}B_{21} + A_{21}B_{12} - B_{11}B_{22} + B_{12}B_{21}}{(A_{12} + B_{12})}, \\ T_{22} &= \frac{(A_{22}B_{12} + B_{22}A_{12})}{(A_{12} + B_{12})}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k L_p) & iZ_{\text{tp}} \text{sen}(kL_p) \\ i \frac{\text{sen}(kL_p)}{Z_{\text{tp}}} & \cos(kL_p) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(kL_{\text{hq}}) & iZ_{\text{hq}} \text{sen}(kL_{\text{hq}}) \\ i \frac{\text{sen}(kL_{\text{hq}})}{Z_{\text{hq}}} & \cos(kL_{\text{hq}}) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$Z_{\text{tp}} = \frac{\rho c}{S_{\text{tp}}}, \quad (7)$$

$$Z_{\text{hq}} = \frac{\rho c}{S_{\text{hq}}}, \quad (8)$$

siendo  $i = \sqrt{-1}$  la unidad imaginaria,  $k$  el número de onda,  $\rho$  la densidad del aire y  $c$  la velocidad del sonido.

Asimismo, relacionando la presión y velocidad en los puntos "aguas arriba" y "aguas abajo" de un dispositivo RH conectado al ducto principal, es posible obtener la correspondiente matriz de transferencia como (Munjal, 1987; Chiu, 2013):

$$\mathbf{T}_{rh} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{rh}} & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

donde:

$$Z_{rh} = i\omega M_A + \frac{1}{i\omega C_A}, \quad (10)$$

siendo  $M_A = \rho(L_c + 1.698D_c/2)/S_c$  la masa acústica (inductancia) del resonador y  $C_A = L_{rh} S_{rh} / (\rho c^2)$  la compliancia acústica.

Finalmente, la matriz de transferencia total  $\mathbf{MT}$  para el sistema acoplado mostrado en la Figura 1 se obtiene ensamblando mediante multiplicación cada una de las matrices de los elementos individuales ( $\mathbf{T}_{hq}$  y  $\mathbf{T}_{rh}$ ). Luego, es posible obtener la Pérdida de Transmisión ( $PT$ ) del dispositivo mixto a partir de la siguiente expresión (Munjal, 1987):

$$PT = 20 \log_{10} \left| \frac{1}{2} \left( \mathbf{MT}_{11} + \frac{\mathbf{MT}_{12}}{Z_{tp}} + Z_{tp} \mathbf{MT}_{21} + \mathbf{MT}_{22} \right) \right|. \quad (11)$$

### 3 DISEÑO ÓPTIMO DEL SILENCIADOR MIXTO

Conocida la geometría del ducto principal, el problema de diseño consiste en obtener las dimensiones de los elementos reactivos de tal manera de maximizar la pérdida de transmisión  $PT$  para el rango de frecuencias que se desea atenuar. Matemáticamente, puede formularse de la siguiente manera:

$$(D_{hq}, L_{hq}, D_{c1}, D_{c2}, L_{c1}, L_{c2}, D_{rh1}, D_{rh2}, L_{rh1}, L_{rh2})_{opt} = \arg \max FO, \quad (12)$$

$$FO(D_{hq}, L_{hq}, D_{c1}, D_{c2}, L_{c1}, L_{c2}, D_{rh1}, D_{rh2}, L_{rh1}, L_{rh2}) = \frac{1}{200} \sum_{f=300}^{500} PT_f, \quad (13)$$

donde  $FO$  es la función objetivo a maximizar y  $f = 300, 301, 302, \dots, 500$  Hz. Aquí se ha considerado a manera de ejemplo que el rango seleccionado es aquel que va de 300 a 500 Hz.

Luego, el problema de diseño se resuelve utilizando la expresión de la  $PT$  con el método de Recocido Simulado. Este último es una técnica heurística de optimización combinatoria basada en la generación aleatoria de soluciones factibles cuya principal característica es la de evitar que la búsqueda de la solución finalice en óptimos locales (Sequeira and Cortéz, 2016).

#### 4 ESTUDIO DE LA PÉRDIDA DE TRANSMISIÓN EN FUNCIÓN DE LA FRECUENCIA DE LA ONDA ACÚSTICA

En esta sección, se calcula como varía la pérdida de transmisión  $PT$  en términos de la frecuencia, considerando diferentes geometrías del ducto HQ y los RHs. La idea es validar el MTM a partir de comparaciones con resultados obtenidos mediante un modelo tridimensional de elementos finitos MEF implementado en el programa comercial COMSOL. En todos los cálculos, se asumen fijos el diámetro del ducto principal ( $D_{tp} = 0.06$  m) y la longitud entre bocas del ducto HQ ( $L_p = 0.2$  m). Se adoptan los valores de  $c = 340$  m/s y  $\rho = 1.21$  kg/m<sup>3</sup>.

En primer lugar, se analiza la  $PT$  en función de la frecuencia, considerando diferentes geometrías del tubo HQ insertado en la ducto principal (sin considerar los RHs). Los resultados del MTM y del MEF se muestran en la Figura 2 en línea llena y línea a trazos, respectivamente. Se observa un buen ajuste entre ambos modelos.

En particular, se muestra en la Figura 2 que a medida que aumenta la sección del tubo HQ, también lo hace la  $PT$  (a las frecuencias de resonancia correspondientes). Por otra parte, si se aumenta la longitud del tubo HQ ( $L_{hq}$ ), la frecuencia de resonancia disminuye.

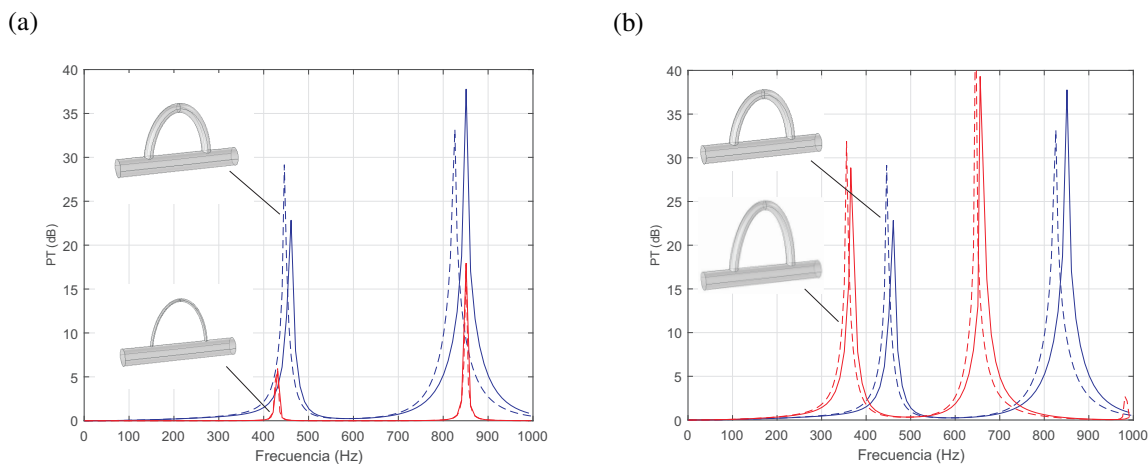


Figura 2: Pérdida de Transmisión  $PT$  del dispositivo contemplando un ducto HQ conectado al ducto principal. (a)  $L_{hq} = 0.4$  m;  $D_{hq} = 0.01$  m (línea azul) y  $0.03$  m (línea roja). (b)  $L_{hq} = 0.4$  m (línea azul) y  $0.5$  m (línea roja);  $D_{hq} = 0.03$  m. — MTM; --- MEF.

También se ha estudiado el efecto de instalar únicamente resonadores de Helmholtz (sin tubo HQ). Los resultados para la  $PT$  en función de la frecuencia para diferentes dimensiones de los RHs se muestran en la Figura 3. Se observa que los resultados obtenidos con el MEF (en línea a trazos) comparan razonablemente bien con aquéllos determinados mediante el MTM (en línea llena).

La Figura 3 muestra además que si se aumenta el volumen de las cavidades de los RHs, disminuye la frecuencia de resonancia. Asimismo, si se aumenta la longitud del cuello de los RHs ( $L_{c1,2}$ ), la frecuencia de resonancia disminuye y la curva de la  $PT$  se contrae.

Finalmente en la Figura 4 se muestra la variación de la  $PT$  en función de la frecuencia de propagación, para el sistema completo mostrado en la Figura 1. Como en los casos previos, los resultados obtenidos con el MTM muestran buena concordancia con aquéllos obtenidos con el FEM.

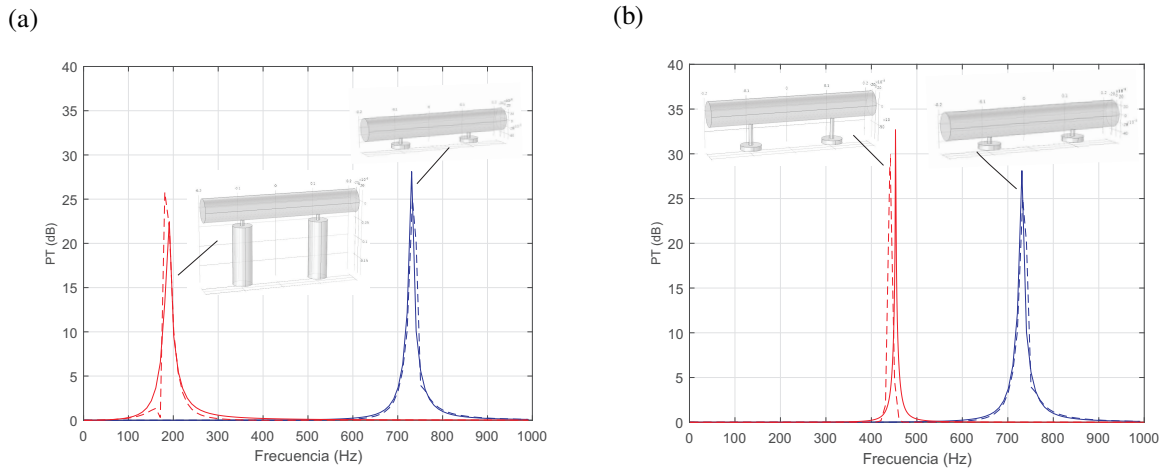


Figura 3: Pérdida de Transmisión del dispositivo  $PT$  contemplando dos RHs ( $D_{c1,2} = 0.01$  m;  $D_{rh1,2} = 0.05$  m) conectados al ducto principal. (a)  $L_{c1,2} = 0.015$  m;  $L_{rh1,2} = 0.01$  m (línea azul) y  $0.15$  m (línea roja). (b)  $L_{c1,2} = 0.015$  m (línea azul) y  $0.15$  m (línea roja);  $L_{rh1,2} = 0.01$  m. — MTM; --- MEF.

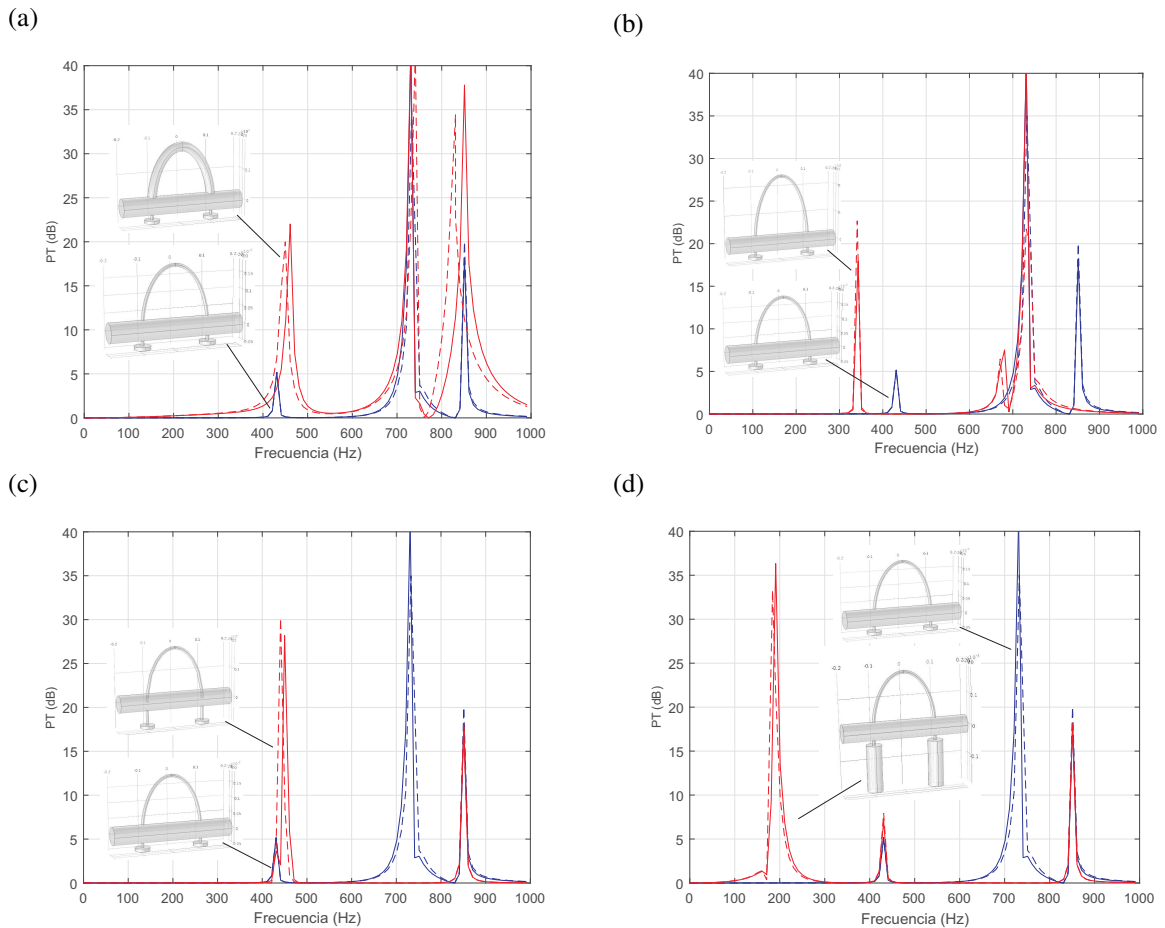


Figura 4: Pérdida de Transmisión  $PT$  del dispositivo contemplando un ducto HQ y dos RHs ( $D_{c1,2} = 0.01$  m;  $D_{rh1,2} = 0.05$  m) conectados al ducto principal. (a)  $L_{hq} = 0.4$  m;  $D_{hq} = 0.01$  m (línea azul) y  $0.03$  m (línea roja);  $L_{c1,2} = 0.015$  m;  $L_{rh1,2} = 0.01$  m. (b)  $L_{hq} = 0.4$  m (línea azul) y  $0.5$  m (línea roja);  $D_{hq} = 0.01$  m;  $L_{c1,2} = 0.015$  m;  $L_{rh1,2} = 0.01$  m. (c)  $L_{hq} = 0.4$  m;  $D_{hq} = 0.01$  m;  $L_{c1,2} = 0.015$  m (línea azul) y  $0.05$  m (línea roja);  $L_{rh1,2} = 0.01$  m. (d)  $L_{hq} = 0.4$  m;  $D_{hq} = 0.01$  m;  $L_{c1,2} = 0.015$  m (línea azul) y  $0.15$  m (línea roja). — MTM; --- MEF.



A partir de la Figura 4 se pueden mencionar que si se disminuye la sección del ducto HQ, la curva de la PT se contrae y disminuye su valor máximo. Asimismo, si se aumenta la longitud del tubo HQ, se corre la frecuencia de resonancia hacia las bajas frecuencias. Por otra parte, si se aumenta el volumen de las cavidades de los RHs, disminuye la frecuencia de resonancia del sistema.

## 5 EJEMPLO NUMÉRICO DE DISEÑO ÓPTIMO

Se considera el sistema de la Figura 1 con los siguientes valores geométricos preestablecidos:  $D_{tp}=0.06$  m y  $L_p=0.2$  m. Se pretende atenuar el rango de frecuencias entre 300 y 500 Hz. Para ello se considera en primer lugar el rango posible de variación de las variables geométricas de diseño que definen el espacio de búsqueda. Tales valores se muestran en la segunda fila de la Tabla 1.

En la misma Tabla se muestran los resultados del proceso de optimización luego de haber aplicado la metodología propuesta. El valor óptimo de la función objetivo fue de  $FO = 30.47$  dB, considerando un total de 10000 iteraciones.

Con los valores optimizados se obtiene la distribución de la  $PT$  en función de la frecuencia mostrada en la Figura 5. Para corroborar los resultados del MTM se muestran además los valores determinados con el MEF. Como se aprecia ambos métodos producen resultados cualitativa y cuantitativamente similares.

Es posible observar en la Figura 5 que el método de diseño propuesto ha permitido lograr valores muy altos de la  $PT$  en el rango buscado, siendo el mínimo valor del orden de 17 dB.

Variable	$D_{hq}$	$L_{hq}$	$D_{c1}$	$D_{c2}$	$L_{c1}$	$L_{c2}$	$D_{rh1}$	$D_{rh2}$	$L_{rh1}$	$L_{rh2}$
Rango (m)	[0.003,0.06]	[0.3,0.6]	[0.001,0.02]		[0.01,0.05]		[0.0012,0.06]		[0.01,0.15]	
Valor óptimo (m)	0.06	0.6	0.019	0.017	0.01	0.01	0.06	0.06	0.052	0.093

Tabla 1: Rango de diseño y valores óptimos de las variables.

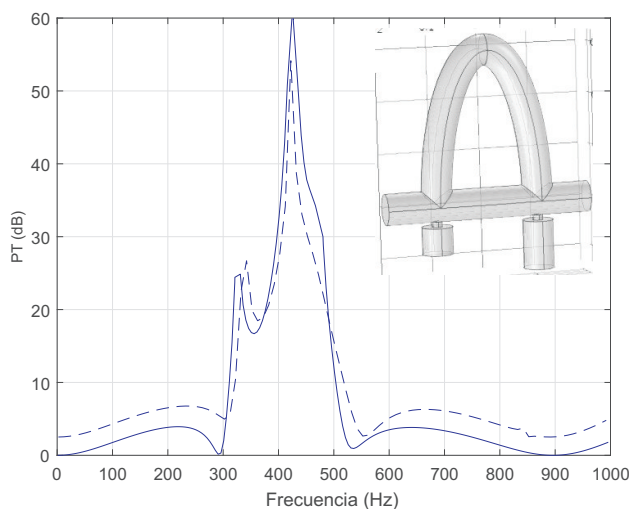


Figura 5. Pérdida de Transmisión  $PT$  del dispositivo optimizado. — MTM; --- MEF.



## 6 CONCLUSIONES

Se ha efectuado un estudio sobre la eficiencia del uso de dispositivos reactivos mixtos para atenuar la emisión acústica en baja frecuencia en tuberías de salida industriales. Se ha mostrado numéricamente que la combinación de tubos HQ y resonadores de Helmholtz (RHs) pueden mejorar la pérdida de transmisión con relación a la aplicación aislada de cada uno de ellos ya que pueden permitir aumentar el rango de frecuencias de atenuación.

Como se ha expuesto el diseño de tal dispositivo puede realizarse ventajosamente en el contexto de optimización mediante la combinación del Método de Transferencia Matricial y la técnica de optimización Recocido Simulado. Este trabajo es un primer paso al desarrollo de dispositivos mixtos para atenuar grandes conductos de salida industriales. El paso que sigue corresponde a analizar la propagación multimodal y la existencia de flujos no despreciable de gases de salida. Estos aspectos serán presentados en una futura comunicación.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional, del departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur y de CONICET.

## REFERENCIAS

- Chiu, M.C., Numerical assessment for a broadband and tuned noise using hybrid mufflers and a simulated annealing method. *Journal of Sound and Vibration*, 332(12), 2923-2940, 2013.
- Cortínez, V.H., Sequeira, M.E. y Dotti, F.E., Medidas de Mitigación del Impacto Acústico producido por una Planta Industrial en la Zona Urbana Aledaña: Estudio de Caso. *Mecánica Computacional*, 32, 2869-2888, 2013.
- Erol, H., and Meriç, C., Application of resonators and a side branch duct with an expansion chamber for broad band noise control. *Noise Control Engineering Journal*, 57(5), 476-492, 2009.
- Munjal, M.L., *Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design*. John Wiley & Sons, 1987.
- Munjal, M.L., Vorländer, M., Költzsch, P., Ochmann, M., Cummings, A., Maysenhölder, W., and Arnold, W., *Formulas of acoustics*. Springer Science & Business Media, 2008.
- Selamet, A., Dickey, N.S., and Novak, J.M., The Herschel–Quincke tube: a theoretical, computational, and experimental investigation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(5), 3177-3185, 1994.
- Selamet, A. and Easwaran, V., Modified Herschel–Quincke tube: Attenuation and resonance for n-duct configuration. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(1), 164-169, 1997.
- Sequeira, M.E. and Cortínez, V.H., Optimal acoustic design of multi-source industrial buildings by means of a simplified acoustic diffusion model. *Applied Acoustics*, 103, 71-81, 2016.