

MODELACION INELASTICA DE HORMIGONES DE DISTINTAS RESISTENCIAS BASADA EN EL INDICE DE PRESTACION

Paula C. Folino^a, Guillermo Etse^{a, b}, Adrián Will^b

^a LMNI - Laboratorio de Métodos Numéricos en Ingeniería,
Laboratorio de Materiales y Estructuras, Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires
Las Heras 2214 (C1127AAR) Buenos Aires - Argentina

^b CEMCI - Centro de Métodos Numéricos y Computacionales en Ingeniería
Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología
Universidad de Nacional Tucumán, C.P. 4000, Tucumán, Argentina
info@pacefo.com.ar , getse@herrera.unt.edu.ar

Palabras Clave: Hormigones de alta resistencia, Índice de Prestación, Relación constitutiva, Plasticidad, Algoritmos Genéticos.

Resumen: Resultados de numerosas y detalladas investigaciones experimentales demuestran que el comportamiento mecánico de hormigones varía fuertemente conforme aumenta su capacidad o resistencia uniaxial a compresión. Es sabido que tanto la ductilidad en endurecimiento y ablandamiento como el punto de transición de falla frágil a dúctil y el nivel de dilatación volumétrica en régimen de bajo confinamiento cambian sustancialmente cuando pasamos de hormigones estándares a otros de alta resistencia. En consecuencia, definir un índice de prestación sería de fundamental importancia para interpretar el tipo de respuesta mecánica esperable de hormigones, tanto en régimen de prepico como de postpico.

Desde el punto de vista de la formulación de una teoría constitutiva unificada que tenga validez para hormigones de distintas resistencias, el índice de prestación definido en este trabajo constituye un parámetro objetivo para definir las dependencias de las funciones internas que controlan el endurecimiento/ablandamiento del material y, más aún, la variación de las superficies de fluencia y de potencial elastoplástico que permiten controlar el nivel de deformaciones y la resistencia en regímenes de respuesta inelástica.

En el presente trabajo se evalúa primeramente la formulación de un parámetro primario: el índice de prestación, que describe objetivamente el nivel de prestación del hormigón en términos de su resistencia a compresión uniaxial. Se definen también dos parámetros secundarios. Seguidamente se reformulan las funciones de fluencia y de potencial elastoplástico del modelo en dependencia del índice de prestación y de los 3 invariantes de tensiones. Finalmente, se plantean las funciones de endurecimiento y ablandamiento que ahora dependerán del índice de prestación y de la presión de confinamiento actuante. De esta manera se obtiene un modelo que incorpora la influencia del nivel de prestación del hormigón y del nivel de confinamiento actuante en la respuesta mecánica en régimen de pre y de postpico.

1 INTRODUCCION

Los hormigones de alta prestación son aquellos diseñados para obtener el mejor rendimiento posible del material, de acuerdo al uso que se le va a dar, buscando optimizar algunas de sus propiedades. Los hormigones de alta resistencia, objeto del presente trabajo, forman un grupo dentro de los hormigones de alta prestación, como así también los hormigones de alta resistencia inicial, los hormigones de muy temprana resistencia, etc.

La diferencia fundamental entre los hormigones convencionales y los de alta performance radica en el uso en estos últimos de adiciones minerales (*fly ash*, *silica fume*, etc) y/o aditivos químicos (plastificantes, superplastificantes, etc).

En cuanto a los hormigones de alta resistencia, entendiendo como tales a aquellos con resistencia a la compresión uniaxial $f'_c \geq 41$ MPa [6000 psi] a los 28 días de su elaboración, y aún cuando se los utiliza en la industria de la construcción desde hace varios años, si bien se ha avanzado mucho desde el punto de vista de la tecnología del hormigón, aún no existen formulaciones continuas abarcativas que representen su comportamiento fielmente. Una de las razones por la que no se ha avanzado más, probablemente sea el hecho que para estos hormigones, es más difícil realizar el tipo de ensayos experimentales que resultan necesarios para plantear y calibrar este tipo de formulaciones: La alta resistencia exige máquinas de ensayo de alta capacidad de las que no se dispone en todos los laboratorios. Además, estas máquinas deben ser de lazo cerrado y de gran rigidez para poder medir la rama de ablandamiento sumamente empinada que presentan.

El objeto del presente trabajo es definir un parámetro primario, que se ha denominado “Índice de Prestación β_P ” (*Performance Parameter*) que objetivamente represente la calidad del hormigón. Este índice, junto con dos parámetros secundarios, permitirán formular una relación constitutiva inelástica, basada en el Modelo Extendido de Leon (ELM), de manera de abarcar hormigones de distintas calidades. Es decir, se plantea una formulación constitutiva dependiente del nivel de prestación.

En este trabajo los hormigones convencionales se referirán como NSC (*normal strength concrete*) y los hormigones de alta resistencia como HSC (*high strength concrete*). En cuanto a las diferencias fundamentales de comportamiento que presentan estos hormigones, ver [Folino-Etse \(2005\)](#)

2 DESCRIPCION DE LOS PARAMETROS PROPUESTOS

Hasta el momento, las distintas formulaciones constitutivas planteadas para hormigones, utilizan como parámetro fundamental la resistencia a compresión uniaxial f'_c . Sin duda, este valor constituye un índice muy importante de caracterización. Sin embargo, al ir incrementándose f'_c , el comportamiento mecánico va variando gradualmente, pero no linealmente. Es decir, dos hormigones, de distintos valores de f'_c pueden presentar un comportamiento distinto. Incluso, dos hormigones de iguales valores de f'_c también pueden presentar un comportamiento distinto.

En este trabajo se plantea identificar objetivamente el comportamiento de un determinado tipo de hormigón en base a tres parámetros:

- 1- Parámetro primario: “Índice de Prestación β_P ” (*Performance Parameter*) dependiente de la resistencia a compresión uniaxial f'_c , pero también de la composición física del hormigón.
- 2- Primer parámetro secundario: “Índice de ductilidad en prepico β_I ” (*Prepeak Ductility*) dependiente del índice de prestación β_P , del estado tensional y del nivel de confinamiento.

- 3- Segundo parámetro secundario: “Índice de ductilidad en pospico β_2 ” (*Postpeak Ductility*) dependiente del índice de prestación β_p , del estado tensional, del nivel de confinamiento, y de la geometría de los agregados gruesos.

3 METODOS PARA LA OBTENCION DE LOS PARAMETROS

Para la determinación de los tres parámetros establecidos en el punto anterior, los autores proponen dos alternativas:

- un método empírico que se desarrollará en el presente trabajo,
- un método numérico basado en algoritmos genéticos, en cuyo desarrollo los autores se encuentran trabajando y se presentará a futuro. Los fundamentos de este último, se describen a continuación.

3.1 El método de los algoritmos genéticos

Los “Algoritmos Evolutivos” son procedimientos de búsqueda y optimización que tienen sus orígenes e inspiración en el mundo biológico. Se caracterizan por imitar los procesos adaptativos de los sistemas naturales, y se basan en la evolución de una población y la supervivencia del individuo más apto para resolver problemas de optimización.

El método de los “Algoritmos Genéticos GA” (*Genetic Algorithms*) es una clase particular de algoritmo evolutivo. Fue introducido por John Holland en los años 60. Se basa en generar (al azar, por lo general), una población de “individuos” vectores, que representan, cada uno, una posible solución del problema. Esta población inicial se evalúa utilizando una “Función de Evaluación o Función de Adaptabilidad” (*Fitness Function*), que básicamente asigna valores más altos a los individuos mejor adaptados (o sea, a las soluciones que mejor resuelven el problema). Luego se eligen, basados en ese valor de evaluación, los candidatos a reproducirse, de modo que los más aptos (con “puntaje” o valor de adaptabilidad más altos) tienen más posibilidades de ser elegidos. Hay diversos modos de hacer ésto, pero el más común es el método de la ruleta (se tira un número al azar, pero los mejor adaptados tienen más números que los menos adaptados).

Una vez elegidas las parejas a reproducir, se debe elegir un método de reproducción (operador de “*crossover*”) que dados 2 padres, produce 2 hijos. Para ésto también existen varios métodos, los más comunes consisten en tomar las coordenadas pares de un padre y las impares del otro para un hijo, y viceversa para el restante, o elegir un punto de corte y tomar un hijo como la primera parte de un padre y la segunda del otro, y el segundo hijo al revés, etc. Finalmente se aplica un operador de mutación, que corresponde a las mutaciones al azar dadas en la evolución natural, y que tiene como objetivo ayudar a mantener la diversidad genética. Con ésto se obtiene una nueva población, que es utilizada para comenzar de nuevo. El proceso se repite una cantidad de veces definida de antemano (número de generaciones), o hasta que el proceso converja.

Normalmente la longitud del vector solución es constante, pero existen modelos de algoritmos que permiten redundancia (basados en el ADN), o vectores solución de longitud variable. Asimismo, el tamaño de la población es normalmente constante, pero existen arquitecturas que permiten poblaciones de tamaño variable.

Los Algoritmos Genéticos actúan sin necesidad de datos sobre la función de adaptabilidad: no son necesarias las derivadas, ni hipótesis sobre continuidad o convexidad, por lo que funcionan especialmente bien en problemas donde la función a optimizar no es derivable, continua, o convexa, y los métodos tradicionales de optimización no son aplicables. Producen un valor cercano al óptimo (*near optimal solution*) convergiendo relativamente rápido en las

computadoras disponibles hoy en día. Sin embargo, no hay forma de asegurar que el valor encontrado sea el óptimo, por lo que normalmente se encuentra a los Algoritmos Genéticos asociados a métodos de búsqueda local.

4 DEFINICION DEL INDICE DE PRESTACION “ β_p ”

El hormigón es un material multiescala. A nivel mesomecánico, consiste en agregados inmersos en una matriz cementicia. Básicamente está constituido por dos materiales: los agregados gruesos y la pasta (Figura 1). De acuerdo a esto, Van Mier [1984] propuso para el caso de los hormigones de resistencia normal, un modelo de la mesoestructura en el que los agregados gruesos constituyen los nudos de un sistema reticulado, unidos por bielas que representan la pasta (Figura 2).

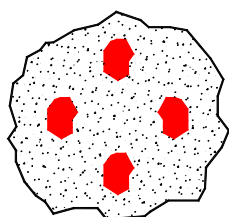


Figura 1 – Mesoestructura del hormigón

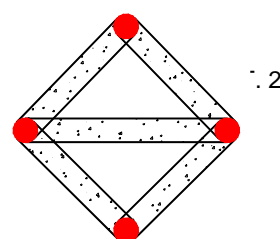


Figura 2 – Modelo Van Mier

Cuando la heterogeneidad es alta, lo cual sucede en el caso de los hormigones normales, la diferencia entre las rigideces de la pasta y de los agregados es alta (Figura 3). Sin embargo, a medida que aumenta resistencia del hormigón, la heterogeneidad va disminuyendo, y en el caso de los hormigones de alta resistencia, la rigidez de los agregados es similar a la de la pasta (Figura 4). Por esta razón, mientras que en los NSC las fisuras se desarrollan en la interfase pasta-agregado, en los HSC, las fisuras pueden atravesar los agregados gruesos.

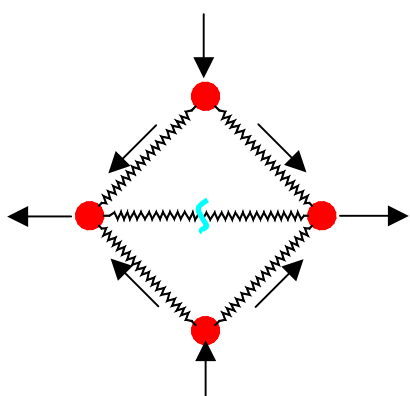


Figura 3 – Comportamiento hormigones normales:
gran heterogeneidad $E_1 \gg E_2$

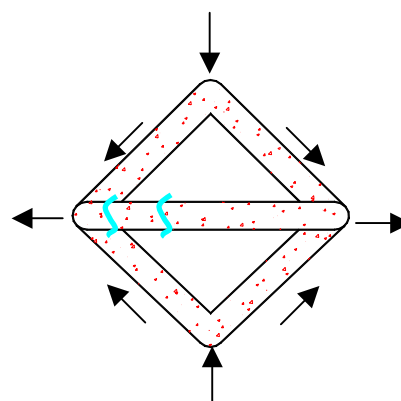
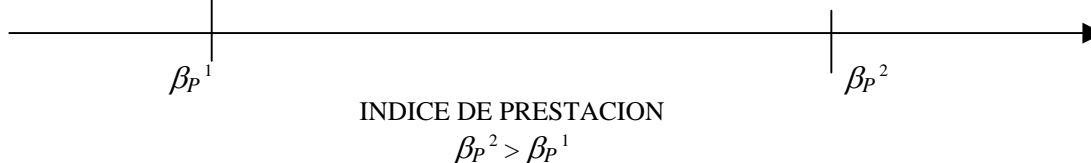


Figura 4 – Comportamiento hormigones de alta
resistencia: homogeneidad $E_1 \sim E_2$



El parámetro que se ha definido como índice de prestación “ β_p ”, será mayor a medida que aumenta la resistencia a compresión uniaxial f'_c .

Como ya se mencionara anteriormente, la evidencia experimental muestra que aún hormigones de igual f'_c pueden presentar un comportamiento diferente, si la dosificación de sus mezclas son diferentes. Es decir, el índice de prestación deberá tener en cuenta de alguna forma la composición física del hormigón.

En hormigones de alta resistencia, las propiedades y proporciones de cada uno de sus componentes juega un rol decisivo en el producto final. Sin embargo, se puede comprobar que la proporción de agua que se incorpora a la mezcla es una de las propiedades que más influye en el comportamiento del hormigón.

Otras características de la mezcla, como por ejemplo la cantidad de cemento, el tipo de cemento, la resistencia y tipo del agregado grueso, las adiciones minerales, etc, inciden fuertemente en el valor de f'_c . Es decir que su incidencia se tiene en cuenta indirectamente, al considerar el valor de f'_c .

En cambio, la geometría de los agregados gruesos resulta un dato imprescindible para evaluar los parámetros de fractura del material. Se tendrá en cuenta su incidencia al plantear el segundo parámetro secundario o índice de ductilidad en pospico, β_2 .

Se propone entonces determinar el parámetro primario, denominado índice de prestación " β_p ", en función de la resistencia a compresión uniaxial f'_c y de la relación agua/materiales cementicios " W/B " (Water/Binder Ratio), siendo W el peso de agua por m^3 de la mezcla, y B , el peso total de materiales cementicios por m^3 , o sea, el peso de cemento por m^3 más el peso de adiciones minerales por m^3 . (Nota: ver las unidades respectivas en [Nomenclatura](#))

Índice de prestación " β_p ":
$$\beta_p = \frac{1}{56} \frac{f'_c}{(W/B)} \quad (1)$$

En base a esta definición, en la [Figura 5](#) se han representado los valores de β_p calculados para 73 dosificaciones de hormigón extraídas de la bibliografía. Se observa que la ley de variación de β_p en función de f'_c no es lineal, y que hormigones de igual valor de resistencia uniaxial a compresión pueden tener un índice de prestación distinto.

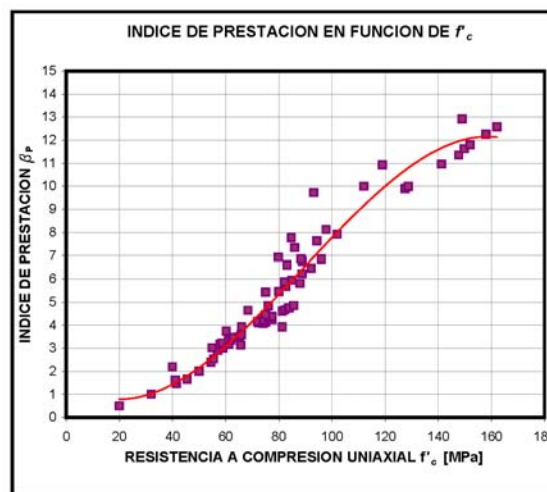


Figura 5 - β_p en función de f'_c

En este análisis no se han incluido aún hormigones con incorporación de fibras de ningún tipo. Sí hormigones con *silica fume* y con *fly ash*.

En las [Figuras 6 y 7](#) se muestra la distribución de resultados de ensayos existentes en trabajos mencionados en la bibliografía, del módulo de elasticidad E y de la resistencia

uniaxial a tracción f_t en función del índice de prestación.

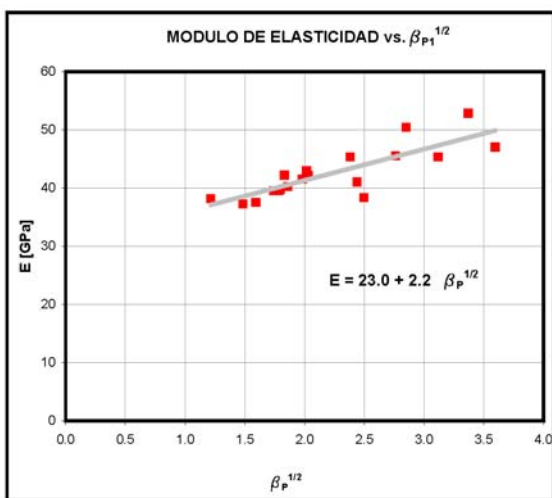


Figura 6 - E en función de $\beta_p^{1/2}$

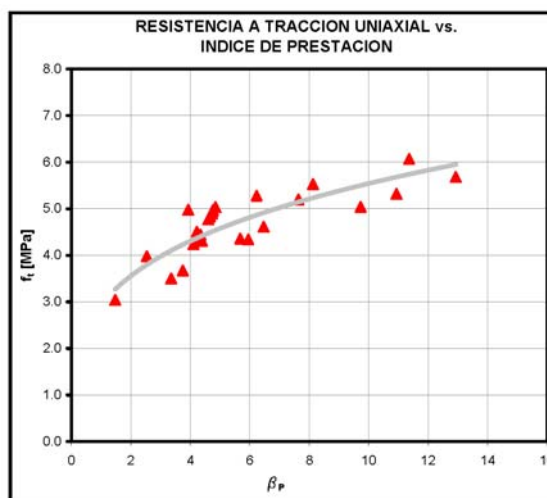


Figura 7 - f_t en función de β_p

5 PARAMETROS SECUNDARIOS “ β_1 ” Y “ β_2 ”

Como se mencionara en el punto 2, el primer parámetro secundario es el “Índice de ductilidad en prepico β_1 ” que depende del índice de prestación β_p , del estado tensional y del nivel de confinamiento; y el segundo parámetro secundario es el “Índice de ductilidad en pospico β_2 ” que depende del índice de prestación β_p , del estado tensional, del nivel de confinamiento, y además, de la geometría de los agregados gruesos.

Por lo tanto, estos parámetros serán distintos según se trate de compresión uniaxial, compresión triaxial, o tracción uniaxial.

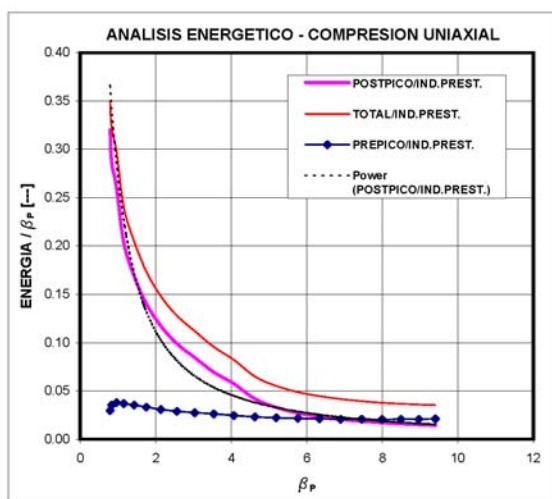


Figura 8 – Energía/ β_p en función de β_p

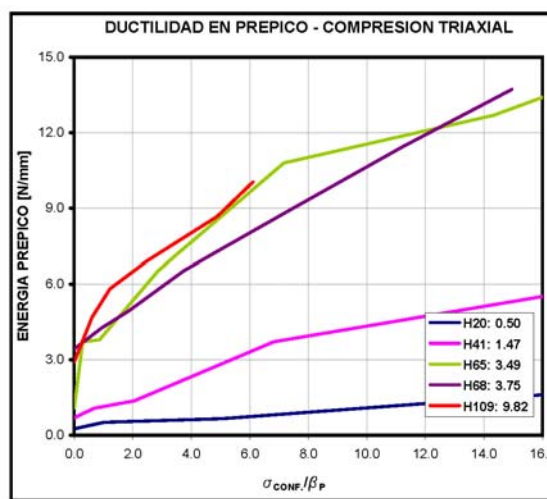


Figura 9 –Energía Prepico vs. Confinam/ β_p

En las Figuras 8 y 9 se muestra un análisis energético para el caso de compresión uniaxial y compresión triaxial.

En lo que respecta a tracción uniaxial, la energía de prepico por unidad de parámetro de prestación, también varía en forma prácticamente lineal con el nivel de prestación.

Sin embargo, la energía de fractura en modo I, tiene una fuerte dependencia con el tamaño máximo de agregado grueso $\Phi_{m\acute{a}x}$, como se menciona en la bibliografía, y una baja dependencia del nivel de prestación. En la Figura 10 se muestra la energía de fractura medida de diversos ensayos de la bibliografía y su ley de variación, en función del tamaño máximo de agregados gruesos, multiplicado por el nivel de prestación elevado a la 0.20.

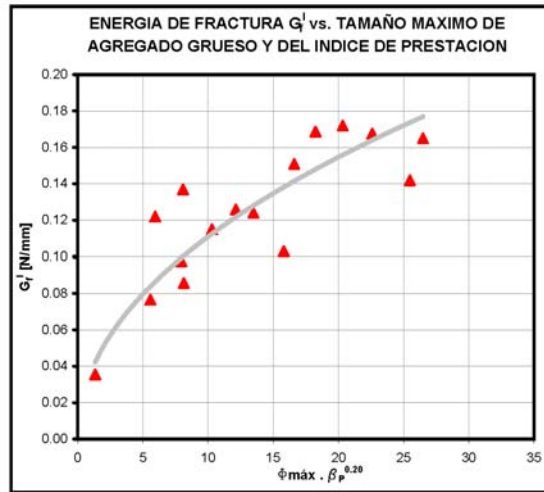


Figura 10 – G_f^I en función de $(\Phi_{m\acute{a}x} \cdot \beta_P^{0.20})$

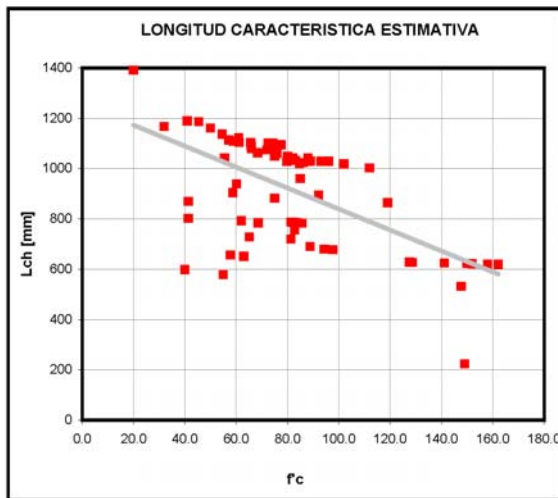


Figura 11 - L_{ch} en función de f'_c

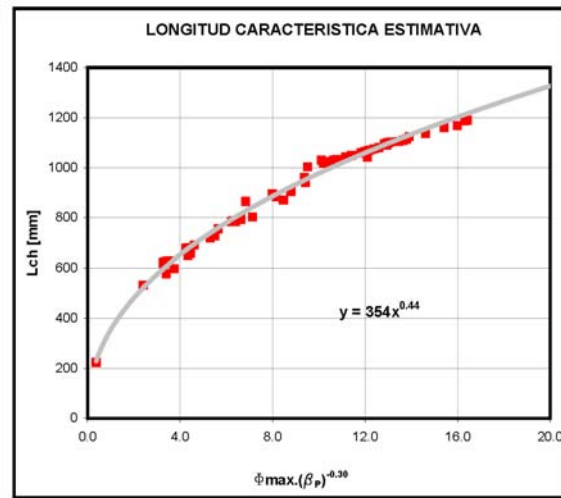


Figura 12 - L_{ch} en función de $(\Phi_{m\acute{a}x} \cdot \beta_P^{-0.30})$

Resulta interesante calcular la longitud característica L_{ch} :

$$L_{ch} = \frac{EG_f^I}{f_t'^2} \tag{2}$$

en base a las curvas de aproximación que se ven en las Figura 6, 7 y 10, de manera de obtener un valor estimativo de la misma. En las Figuras 11 y 12 se presentan los valores resultantes. En la la Figura 11, se grafica L_{ch} en función de f'_c ; y en la Figura 12, en función del índice de prestación $(\Phi_{m\acute{a}x} \cdot \beta_P^{-0.30})$, donde se observa que el hormigón es más frágil cuanto mayor es $(\Phi_{m\acute{a}x} \cdot \beta_P^{-0.30})$, pero el incremento de la fragilidad, no es una función directa de f'_c .

Se destaca que tanto con respecto a los ensayos de compresión triaxial, como a los ensayos de tracción uniaxial, no hay un criterio unificado acerca de cómo realizarlos. Estos en sí

mismos son un tema de investigación. Esto implica una gran diversidad de métodos, con la consecuente dispersión de resultados, lo cual dificulta la calibración de los parámetros secundarios, β_1 y β_2 .

6 MODELACION CONSTITUTIVA

Este trabajo se enmarca en la teoría de la elastoplasticidad del flujo no asociado, basado en el concepto de fisura difusa, y previendo lograr a futuro una fórmula unificada que abarque el amplio espectro del comportamiento de falla tanto de los hormigones normales como de los de alta resistencia.

Incluye leyes de endurecimiento, ablandamiento y no asociatividad sensibles al estado tensional del 1° invariante (confinamiento), y también del 3° invariante deviatorico. Para el régimen de postpico, se incluyen conceptos de energía de fractura.

Tanto la superficie de máxima resistencia como el potencial plástico, se constituirán utilizando las coordenadas unificadas en el espacio de las tensiones de Haigh Westergaard (ξ, ρ, θ), las cuales se basan en los invariantes de tensiones (I_1 : 1° invariante de tensiones, J_2 : 2° invariante deviatorico, J_3 : 3° invariante deviatorico).

$$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{3}} \quad ; \quad \rho = \sqrt{2J_2} \quad ; \quad \cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (3)$$

donde:
$$I_1 = \delta_{ij} \sigma_{ij}; J_2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}; s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ik} \sigma_{kj}; J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki} \quad (4)$$

6.1 Criterio de máxima resistencia

Para describir la resistencia triaxial del hormigón se adopta el criterio extendido de Leon desarrollado en Etse (1992) el cual parte del criterio de falla de Leon (1935). La superficie de fluencia, expresada en función de las coordenadas de Haigh Westergaard, y reformulada en función del índice de prestación β_P resulta:

$$F_\beta(\xi, \rho, \theta, \beta_P) = \frac{\rho^2}{f'_c} \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \cos \theta + \frac{\sin \theta}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{m_\beta}{f'_c} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \xi + \sqrt{\frac{2}{3}} \rho \cos \theta \right) - 1 = 0 \quad (5)$$

siendo m_β el parámetro de fricción reformulado en función del índice de prestación:

$$m_\beta = m_\beta(\beta_P) \quad (6)$$

En la Figura 13, se observan las curvas de máxima resistencia ρ - ξ obtenidas a partir de resultados para hormigones de distintas resistencias f'_c de ensayos de compresión triaxiales relevados de los siguientes trabajos: B. Hurlbut (1985), Erik Van Geel (1998), Xiaobin Lu (2005), y Xie-Elwi-Mac Gregor (1995). Se observa claramente cómo se incrementa el ángulo de fricción interna a medida que aumenta la calidad del hormigón. En la Figura 14, se observan estas mismas curvas pero normalizadas en función de f'_c que es el tipo de parametrización utilizada por diversos autores hasta el momento. Se observa que hay una dispersión importante en el comportamiento de los distintos hormigones.

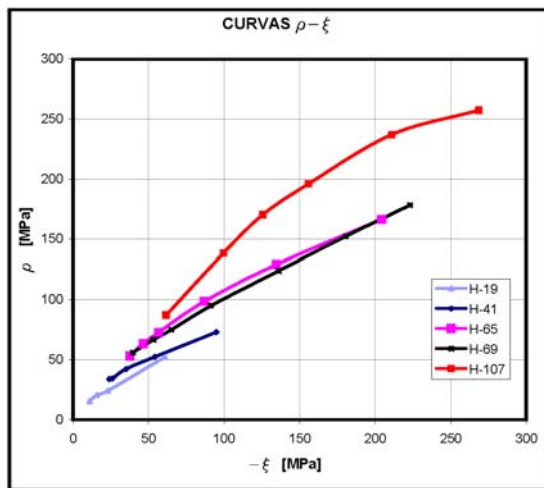


Figura 13 – Curvas $\rho-\xi$

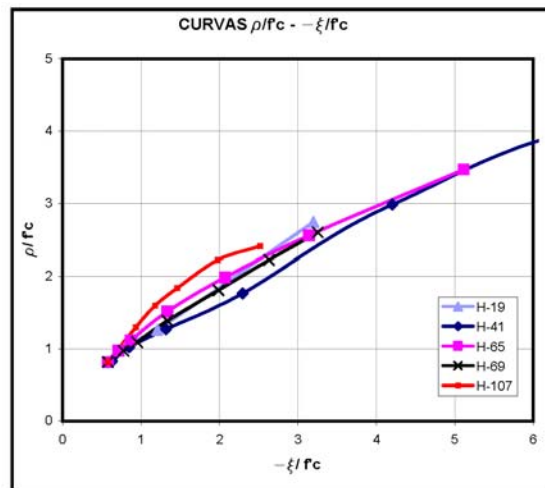


Figura 14 – Curvas $\rho/f'_c - \xi/f'_c$

Sin embargo, si las curvas de máxima resistencia $\rho-\xi$ se normalizan en función del índice de prestación β_p , como están graficadas en la Figura 15, se observa una coincidencia mucho mayor. Esto confirma que la formulación dependiente del grado de prestación, representaría efectivamente el comportamiento de distintos hormigones.

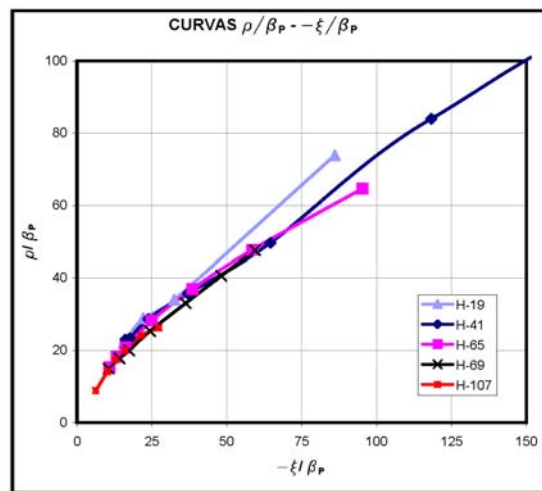


Figura 15 – Curvas $\rho/\beta_p - \xi/\beta_p$

6.2 Superficies de carga isotrópicas en endurecimiento y en ablandamiento

Para la tasa del tensor de deformaciones $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$, se adopta la ley aditiva de las tasas de los tensores de deformaciones elásticas $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_e$ y plásticas $\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_p$:

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_e + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_p \quad (7)$$

Se adopta la siguiente forma para las superficies de resistencia, válida para los regímenes de endurecimiento, dependiente del parámetro primario o índice de prestación β_p , y del primer parámetro secundario o índice de ductilidad en prepico β_l :

$$H_{\beta} = H_{\beta}(\xi, \rho, \theta, \beta_p, \beta_1) \quad (8)$$

Para los regímenes de ablandamiento, se adopta la siguiente forma para las superficies de resistencia, dependiente del parámetro primario o índice de prestación β_p , y del segundo parámetro secundario o índice de ductilidad en pospico β_2 :

$$C_{\beta} = C_{\beta}(\xi, \rho, \theta, \beta_p, \beta_2) \quad (9)$$

6.3 Ley de flujo no asociado

Para controlar la dilatación inelástica, se adopta una ley no asociativa, que además de resultar en deformaciones laterales más reales, también influye sobre la resistencia que con una ley asociativa daría sobredimensionada. El potencial plástico se adopta:

$$Q_{\beta} = Q_{\beta}(\xi, \rho, \theta, \beta_p, k, c, m_{\beta Q}) \quad (10)$$

donde $m_{Q\beta}$ se define en función de parámetros del material.

7 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se define un parámetro denominado índice de prestación β_p , en términos de la resistencia a la compresión uniaxial f'_c y de la relación agua/materiales cementicios totales W/B . Se definen además dos parámetros secundarios: el índice de ductilidad en prepico β_1 y el índice de ductilidad en pospico β_2 . Ambos dependen del primer parámetro, del estado tensional y del nivel de confinamiento. Además el segundo, depende del tamaño máximo del agregado grueso.

En base a resultados experimentales relevados de la bibliografía, se comprueba la conveniencia y coherencia de los parámetros aquí definidos. Se plantean los criterios fundamentales de una formulación constitutiva inelástica “prestación dependiente”, que actualmente se está desarrollando para su evaluación numérica.

A futuro, se continuará trabajando en la definición del índice de prestación, introduciendo un procedimiento matemático más riguroso basado en el método de los algoritmos genéticos.

NOMENCLATURA

β_1	Índice de ductilidad en prepico (<i>Prepeak ductility</i>)	
β_2	Índice de ductilidad en pospico (<i>Postpeak ductility</i>)	
β_p	Índice de prestación (<i>Performance parameter</i>)	
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tensor de deformaciones totales (<i>Total strain tensor</i>)	
$\underline{\underline{\varepsilon}}_e ; \underline{\underline{\varepsilon}}_p$	Tensores de deformaciones elásticas y plásticas (<i>Elastic and plastic strain tensor</i>)	
$\Phi_{m\acute{a}x}$	Tamaño máximo de agregado grueso (<i>Maximun coarse aggregate</i>)	[mm]
$\rho ; \theta ; \xi$	Coordenadas de Haigh Westwergaard (<i>Haigh Westwergaard Co-ordinates</i>)	[MPa]
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor de tensiones de Cauchy (<i>Cauchy stress tensor</i>)	[MPa]
E	Módulo de elasticidad (<i>Young's modulus</i>)	[MPa]
ELM	Modelo Extendido de Leon (<i>Extended Leon Model</i>)	
f'_c	Resistencia a la compresión uniaxial (<i>Uniaxial compressive strength</i>)	[MPa]
f_t	Resistencia uniaxial a tracción (<i>Uniaxial tensile strength</i>)	[MPa]
C	Ley de Ablandamiento (<i>Softening Law</i>)	
L_{ch}	Longitud característica (<i>Characteristic length</i>)	[mm]

GA	Algoritmos genéticos (<i>Genetic Algorithms</i>)	
G_f^I	Energía de fractura pospico en modo I (<i>Fracture energy mode I</i>)	[N/mm]
HSC	Hormigón de alta resistencia (<i>High Strength Concrete</i>)	
F	Función de fluencia (<i>Yield Surface</i>)	
H	Ley de Endurecimiento (<i>Hardening Law</i>)	
I_1	Primer invariante de tensiones (<i>First invariant of the stress tensor</i>)	[MPa]
J_2	Segundo invariante de tensiones deviatoricas (<i>Second invariant of the deviatoric stress tensor</i>)	[Mpa ²]
J_3	Tercer invariante de tensiones deviatoricas (<i>Third invariant of the deviatoric stress tensor</i>)	[MPa ³]
NSC	Hormigón de resistencia normal (<i>Normal Strength Concrete</i>)	
m	Parámetro de fricción (<i>Friction Parameter</i>)	
Q	Función de Potencial Plástico (<i>Plastic Potential</i>)	
\underline{s}	Tensor de tensiones deviatoricas (<i>Deviatoric stress tensor</i>)	[MPa]
W/B	Relación agua/materiales cementicios [W=peso de agua por m ³ , B= peso de cemento por m ³ más peso de adiciones minerales por m ³] (<i>Water/Binder ratio</i>)	

REFERENCIAS

- G. Etse. Theoretische und numerische untersuchung zum diffusen und lokalisierten Versagen in Beton. *Phd thesis. University of Karlsruhe, Karlsruhe, Germany, 1992.*
- G. Etse, K. Willam. Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete. *ASCE journal of Engineering Mechanics 120(9): 1983-2011, 1994.*
- P. Folino, G. Etse. Introducción al comportamiento de falla de hormigones de alta resistencia. *Proc. MECOM 2005, XXIV: 529-540, 2005.*
- B. J. Hurlbut. Experimental and computational investigation of strain-softening in Concrete. *MS Thesis. Univerity of Colorado, Boulder, 1985.*
- Q. Li, F. Ansari, Mechanics of damage and constitutive relationships for high-strength concrete in triaxial compression. *ASCE journal of Engineering Mechanics 125(1): 1-10, 1999.*
- C. Lim, Y. Yoon, J. Kim, Genetic algorithm in mix proportioning of high-performance concrete. *Cement and Concrete Research 34: 409-420, 2004.*
- X. Lu. Uniaxial and triaxial behavior of high strength concrete with and without steel fibers. *Phd Thesis, New Jersey Institute of Technology, 2005.*
- R. K. Navalurkar. Fracture mechanics of high strength concrete members. *Phd Thesis, New Jersey Institute of Technology, 1996.*
- E. Van Geel. Concrete Behaviour in multiaxial compression. *Doctoral Thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 1998.*
- J. G. Van Mier. Fracture Processes of Concrete. *CRC Press, 1996.*
- K. J. Willam, E. P. Warnke. Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete. *Proc. Intl. Assoc. Bridge Struct. Engrg., Report 19, Section III, Zurich: 1-30, 1975.*
- K. J. Willam, B. Hurlbut, S. Sture. Experimental and constitutive aspects of concrete failure. *Proc. US-Japan Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, ASCE-Spec. Publ. ASCE, New York, N.Y.: 226-254, 1986.*
- J. Xie, A. E. Elwi, J. G. MacGregor. Mechanical Properties of Three High-Strength Concretes Containing Silica Fume *ACI Materials Journal, 92-2: 135-145, 1995.*