

UN MODELO DE TRÁFICO VEHICULAR CONTEMPLANDO INTERACCIÓN CON AUTOBUSES. APLICACIÓN AL DISEÑO DE CONFIGURACIÓN DE SEMÁFOROS

Patricia N. Dominguez^{a,b}, Víctor H. Cortínez^{a,b,c}

^a*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada Facultad Regional Bahía Blanca
Universidad Tecnológica Nacional, 11 de abril 445, Bahía Blanca, Argentina,
vcortine@frbb.utn.edu.ar*

^b*Dto. de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av. Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina,
pdoming@uns.edu.ar*

^c *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)*

Palabras clave: tráfico vehicular, autobuses, configuración de semáforos, diseño óptimo.

Resumen. En este trabajo se presenta un modelo de tráfico mixto que contempla la interacción entre flujo vehicular y autobuses. El enfoque hace uso de dos puntos de vista simultáneos: euleriano y lagrangiano. El tratamiento del tráfico vehicular se basa en el método LQM de Jin (2013), cuyas variables vienen dadas por las densidades promediadas espacialmente en cada tramo y conduce a un sistema de tantas ecuaciones diferenciales ordinarias como tramos existan en la red. Por otra parte, se plantea un modelo de la dinámica de autobuses que contempla la necesidad de ajustarse de la mejor manera posible a un recorrido preestablecido, teniendo en cuenta la existencia de paradas y semáforos. Ambos grupos de ecuaciones son modificados para considerar la mutua interacción. Este enfoque de simulación se combina con un método de optimización para seleccionar los parámetros de la semaforización de manera tal de maximizar el flujo medio temporal (o minimizar densidad) en una zona determinada de la red de tráfico.

1 INTRODUCCIÓN

El control de tráfico por medio de la semaforización se ha convertido en un elemento fundamental para aliviar la congestión en las grandes ciudades considerando la falta de espacio para la construcción de nuevas arterias. Las variables más importantes para realizar tal diseño corresponden a los tiempos de duración del ciclo así como también de la señal verde. También juega un papel de importancia la sincronización del comienzo de ciclo en diferentes intersecciones sucesivas. Luego, el problema de diseño consiste en obtener estos parámetros para las diferentes señales de tráfico de manera tal de mejorar la eficiencia del transporte con algún objetivo previamente definido. Tal tarea requiere el uso de modelos para predecir la dinámica del tráfico.

Se han desarrollado diversos de tales modelos basados en analogías hidrodinámicas que fueron aplicados exitosamente en el diseño de estrategias de control de semáforos.

Estos modelos se basan en la teoría de [Lighthill y Whitham \(1955\)](#) y [Richards \(1956\)](#) o teoría LWR, que describe el comportamiento de ondas cinemáticas en un medio continuo. Este tipo de modelo viene gobernado mediante ecuaciones diferenciales a derivadas parciales hiperbólicas. Asimismo, se han estudiado diversas formas para modelar el comportamiento en intersecciones con caminos convergentes o divergentes ([Coclite et al., 2005](#)) utilizando tal tipo de teoría.

Recientemente, se ha desarrollado un modelo de optimización de semáforos en redes de tráfico combinando un modelo LWR con un enfoque numérico de optimización del tipo entero-mixto lineal ([Göttlich et al., 2015](#)). Esta metodología es muy precisa aunque puede ser muy costosa desde el punto de vista computacional para grandes redes.

A los efectos de aliviar la carga computacional se han diseñado simplificaciones del modelo LWR tales como el método CTM (Cell Transmission Model) desarrollado por [Daganzo \(1994, 1995\)](#), que es una aproximación de diferencias finitas al LWR que permite obtener resultados similares a aquel con menor tiempo de cálculo.

[Lo et al. \(2001\)](#) han desarrollado una formulación de control de semáforos (DISCO) basada en la combinación del modelo CTM con el método de optimización de Algoritmos Genéticos. La metodología DISCO ha mostrado ser eficiente en diversos escenarios brindando resultados comparables y aún mejores que el código comercial TRANSYT ([Courage y Wallace, 1991](#)).

Un enfoque interesante para optimizar la semaforización en una red urbana consiste en la utilización del modelo de [Gazis y Potter \(1963\)](#). Esta formulación es muy conveniente por su simplicidad y describe los efectos de las señales de tráfico sobre el promedio temporal de los flujos atravesando una intersección. Tal simplicidad lo hace apto para el estudio de control de semáforos en tiempo real ([Mayorano et al., 2007](#)). Sin embargo, pasa por alto diversos fenómenos de importancia en el comportamiento del tráfico urbano tal como la dinámica de parada y arranque o la formación o disipación de embotellamientos.

Un enfoque alternativo que modela la dinámica en los tramos y en las intersecciones considerando aspectos de importancia tales como paradas y arranques fue desarrollado recientemente por [Jin \(2013\)](#) y se denomina modelo LQM (Link Queue Model). Representa un avance frente a otros modelos basados en tramos tales como el de [Abu-Lebdeh y Banchoal \(1997\)](#), ya que se utiliza el diagrama fundamental, de manera modificada, a los efectos de calcular los flujos máximos de salida o recepción en cada tramo. A su vez éstos son modificados para definir los flujos entre un tramo y otro considerando condiciones de continuidad y de interacción entre diferentes tramos en intersecciones convergentes y/o divergentes. Las variables fundamentales de tal enfoque vienen dadas por las densidades promediadas espacialmente en cada tramo y conduce a un sistema de tantas ecuaciones

diferenciales ordinarias como tramos existan en la red.

Jin (2013) ha demostrado que tal enfoque constituye una aproximación continua al modelo de onda cinemática sobre una red de tráfico, siendo aún más económica que el CTM permitiendo capturar diversos fenómenos de importancia tales como iniciación, propagación y disipación de colas.

Sin embargo, varios de estos enfoques no consideran de manera apropiada la existencia del flujo de autobuses. Ello es así ya que a diferencia del flujo vehicular que puede modelarse convenientemente mediante un enfoque euleriano, atendiendo a la gran cantidad de vehículos existentes en las arterias urbanas, es más razonable modelar la dinámica de autobuses mediante un enfoque Lagrangiano considerando su escasa cantidad en relación a los vehículos.

Un esfuerzo en tal sentido ha sido recientemente propuesto por Gasser et al. (2013) donde, siguiendo el concepto de “embotellamiento móvil” (Lattanzio et al., 2011) se modela el tráfico vehicular de acuerdo a la teoría LWR y la trayectoria de los autobuses se modela con una teoría de segundo orden del tipo “seguir al líder”, considerando la interacción entre ambos tipos de vehículos. Se analiza el flujo mixto en un circuito completo del recorrido del autobús. Otro enfoque en tal sentido es desarrollado por Liu et al. (2015), donde se considera la integración de una clase de vehículos tipo autobús en el método CTM.

En este trabajo se presenta un modelo que sigue parcialmente el de Gasser et al. (2013). Sin embargo, el tratamiento del tráfico vehicular se basa en el método LQM (Link Queue Model, Jin 2013) cuyas variables fundamentales vienen dadas por las densidades promediadas espacialmente en cada tramo y conduce a un sistema de tantas ecuaciones diferenciales ordinarias como tramos existan en la red. Este enfoque resulta más económico que el enfoque LWR aunque reproduce adecuadamente los aspectos más importantes relacionados al tráfico vehicular. Esto es un atractivo para el diseño de configuración de semáforos (Dominguez y Cortínez, 2016).

Por otra parte, se plantea un modelo de la dinámica de autobuses que contempla la necesidad de ajustarse de la mejor manera posible a un recorrido preestablecido. Esto se realiza definiendo la trayectoria deseada del autobús y considerando posible la medición de la discrepancia respecto a esta última por parte del conductor. Esto puede suponerse que responde a la propia experiencia del conductor, a tabulaciones de recorrido prefijadas o eventualmente a controles de recorrido computarizados. Se admite de manera simplificada que el conductor puede juzgar de acuerdo a la discrepancia con el recorrido deseado que se encuentra adelantado o atrasado, con lo cual optará entre una velocidad máxima deseada y una velocidad mínima. Este enfoque podría sustituirse por otros más complejos tales como permanecer más tiempo en alguna de las paradas o pasar de largo en otras para evitar efecto de apilamiento de autobuses.

Asimismo se considera de una manera simplificada, aunque explícitamente, las paradas, asignando un tiempo promedio de permanencia en las mismas.

De igual manera que en el trabajo de Gasser et al. (2013), el efecto del tráfico vehicular sobre la dinámica de autobuses consiste en una limitación de su velocidad máxima. Asimismo, el efecto de los autobuses sobre el tráfico vehicular se da en la modificación del diagrama fundamental correspondiente. La semaforización controla la circulación de ambos tipos de vehículos.

Como aplicación se propone además un enfoque para la optimización “off-line” del control de semáforos basado en una combinación del modelo mixto descripto con una técnica de optimización estocástica denominada Recocido Simulado. El problema consiste en seleccionar los parámetros de la semaforización de manera tal de maximizar el flujo medio temporal (o minimizar la densidad) en una zona determinada de la red de tráfico afectada por

el recorrido de autobuses.

Se cree que el modelo propuesto para el flujo mixto presenta un balance entre realismo y velocidad computacional, lo que facilita su aplicación en el presente problema de diseño óptimo. Asimismo, para minimizar la cantidad de evaluaciones de la función objetivo (FO) y automatizar la búsqueda hacia los valores óptimos se propone la utilización del método de Recocido Simulado ya que se trata de una técnica estocástica de búsqueda global que evita la convergencia hacia máximos locales. Este hecho es de gran importancia ya que la FO es no convexa. Esta técnica ha sido utilizada en diversas áreas de la ingeniería y en particular en problemas de tráfico urbano (Dominguez y Cortínez, 2012)

El presente trabajo constituye una investigación preliminar sobre el problema de control de tráfico considerando la interacción con autobuses. Por el momento se ha restringido el análisis a un tramo del recorrido de autobuses, dejando para trabajos posteriores el análisis de la dinámica del recorrido completo, dejando de lado efectos importantes tales como el apelsonamiento de ómnibus o la dinámica del arribo de pasajeros a la parada.

En la sección 2 se presentan los fundamentos del modelo de tráfico vehicular interactuando con autobuses, en la sección 3 se formula el problema de optimización de los parámetros del sistema de semáforos, en la sección 4 se presenta el método numérico de resolución, en la sección 5 se dan algunos ejemplos numéricos y finalmente, en la sección 6 se exponen las conclusiones y futuros trabajos.

2 MODELO DE TRÁFICO VEHICULAR INTERACTUANDO CON AUTOBUSES.

2.1 Dinámica del tráfico vehicular (LQM)

Se describen brevemente los fundamentos de la teoría de flujo de tráfico en redes de transporte propuesta por Jin (2013). Las variables fundamentales en este enfoque son las densidades vehiculares $k_a(t)$ correspondientes a cada tramo a de la red. Para un tiempo dado, a partir del conocimiento de las densidades es posible determinar los flujos de entrada f_a y de salida g_a de cada uno de los tramos.

La dinámica del sistema viene gobernada por la conservación de tráfico en cada uno de los tramos que componen la red, es decir:

$$\frac{dk_a(t)}{dt} = \frac{1}{L_a}(f_a - g_a) \quad (1)$$

donde L_a corresponde a la longitud de cada tramo.

Los flujos de entrada y salida de cada tramo dependen de las densidades en el sistema en un momento dado debiendo verificar las leyes de tráfico en el interior de los tramos, la continuidad de vehículos en las intersecciones y la compatibilidad con las posibilidades de almacenamiento. Dentro de cada uno de los tramos el flujo vehicular debe contemplar la ley de Greenshields (1934), es decir, las relaciones posibles empíricamente definidas entre flujo y densidad e indicadas en el diagrama fundamental de tráfico.

Al utilizar la teoría LWR la relación fundamental aplica a cada elemento de longitud de un camino. En el presente modelo se efectúa la simplificación consistente en la constancia de la densidad sobre la longitud de cada tramo, consecuentemente, la aplicación del diagrama fundamental debe ser modificada definiendo los flujos de entrada y salida en función de un solo valor de densidad. De esta manera, se define la demanda d_a y la oferta s_a como los flujos máximos posibles de egreso e ingreso a cada arco respectivamente de acuerdo a una

modificación del diagrama fundamental. Las correspondientes expresiones son las siguientes:

$$d_a(t) = Q_a \left(\min \{k_a(t), k_{a,c}(t)\} \right) = \begin{cases} Q_a(k_a(t)) & k_a(t) \in [0, k_{a,c}] \\ C_a & k_a(t) \in [k_{a,c}, k_{a,j}] \end{cases} \quad (2a)$$

$$s_a(t) = Q_a \left(\min \{k_a(t), k_{a,c}(t)\} \right) = \begin{cases} C_a & k_a(t) \in [0, k_{a,c}] \\ Q_a(k_a(t)) & k_a(t) \in [k_{a,c}, k_{a,j}] \end{cases} \quad (2b)$$

En estas expresiones C_a es la capacidad del tramo y k_a , $k_{a,c}$ y $k_{a,j}$ son la densidad, densidad crítica y de embotellamiento respectivamente, de cada tramo. Tales magnitudes pueden apreciarse en el diagrama de la [Figura 1](#).

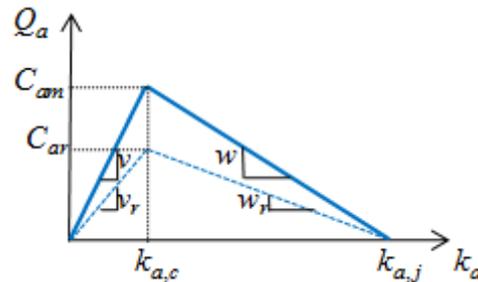


Figura 1 – Diagrama fundamental del tráfico vehicular

La posibilidad real de que se den tales flujos dependerá de la interacción entre los tramos en las intersecciones. A continuación se expresan las formulas que determinan los flujos entrantes y salientes en cada tramo de acuerdo a su estado como así también atendiendo a la conservación de vehículos en cada intersección. En este trabajo se consideran los tipos de intersecciones que se muestran en la [Figura 2](#).

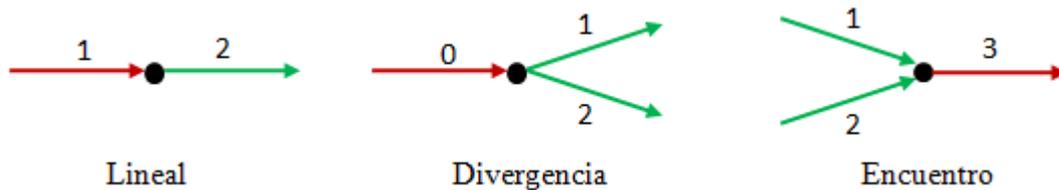


Figura 2 – Tipos de intersecciones

Unión lineal

$$g_1(t) = f_2(t) = \pi(t) \min \{d_1(t), s_2(t)\} \quad (3)$$

Divergencia

$$g_0(t) = \pi(t) \min \left\{ d_0(t), \frac{s_1(t)}{\xi_{0 \rightarrow 1}(t)}, \frac{s_2(t)}{\xi_{0 \rightarrow 2}(t)} \right\} \quad (4a)$$

$$f_1(t) = \xi_{0 \rightarrow 1}(t) g_0(t) \quad (4b)$$

$$f_2(t) = \xi_{0 \rightarrow 2}(t) g_0(t) \quad (4c)$$

donde $\xi_{0 \rightarrow 1}(t)$ y $\xi_{0 \rightarrow 2}(t)$ son las proporciones de vehículos del tramo 0 dirigiéndose hacia los tramos 1 y 2 respectivamente. Observar que debe cumplirse que tales cantidades son positivas y que suma debe ser igual a 1. En este trabajo se supone que tales proporciones son fijas dependiendo de elecciones de rutas predefinidas.

Encuentro

$$f_3(t) = \min \{ d_1(t) + d_2(t), s_3(t) \} \quad (5a)$$

$$g_1(t) = \min \left\{ d_1(t), \max \left\{ s_3(t) - d_2(t), \frac{C_1}{C_1 + C_2} s_3(t) \right\} \right\} \quad (5b)$$

$$g_2(t) = f_3(t) - g_1(t) \quad (5c)$$

donde C_1 y C_2 corresponden a las capacidades de los tramos 1 y 2 respectivamente. Se ha introducido en la formulas de intersección la variable $\pi(t)$ que describe la permeabilidad de la salida del tramo debida a la existencia de un semáforo:

$$\pi(t) = \begin{cases} 1 & \text{sem. verde} \\ 0 & \text{sem. rojo} \end{cases} \quad (6)$$

El anterior, constituye un sistema de N ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, siendo N el número total de tramos de la red. Tal sistema debe ser modificado para las condiciones de ingreso y egreso a la red considerada.

En el trabajo de [Jin \(2013\)](#) pueden encontrarse mayores detalles teóricos así como estudios numéricos que muestran su adecuado poder predictivo.

Debe mencionarse que la capacidad del tramo C_a puede adoptar 2 valores posibles de acuerdo a la existencia o no de un autobús en el mismo. Se está asumiendo aquí que por la ruta considerada circula una línea de manera tal que resulta improbable que sobre un tramo puedan coexistir dos o más autobuses. No obstante si ello ocurriera se supone que el efecto sería el mismo que si existiera uno solo. En consecuencia, la capacidad de cada tramo se define de la siguiente manera:

$$C_a = \begin{cases} C_{am} & \text{si existe autobus en } a \\ C_{ar} & \text{si no existe autobus en } a \end{cases} \quad (7)$$

2.2 Dinámica de autobuses

Se supone en este modelo que los autobuses intentan ajustarse de la mejor manera posible a una trayectoria preestablecida $y_d(t)$ y que se puede asumir que el conductor tiene conocimiento instantáneo sobre su posición respecto a la deseada. Es decir, puede percibir en cada momento si se encuentra atrasado o adelantado. Se propone aquí que como reacción ante estos estados el conductor pueda optar entre dos velocidades deseadas de recorrido $V_{máx}$ cuando se encuentra retrasado y $V_{mín}$ cuando se encuentra adelantado. Esta velocidad deseada del autobús (j -ésimo) V_{jd} se modifica cuando el mismo se encuentra en una parada que se supone aquí estar representada por una longitud de influencia L_p del tramo considerado. En tal caso, el autobús detiene su marcha para el ascenso y descenso de pasajeros, asumiendo aquí que esto demora un intervalo de tiempo promedio fijo $\Delta\tau$. No obstante, para simplificar la programación, se establece que el autobús adopta una velocidad mínima V_{jp} de manera tal de recorrer la longitud de parada en el tiempo previsto.

La velocidad del autobús que se describió se encuentra limitada por la velocidad media del tráfico vehicular existente V_t^a . Para la determinación de esta última se han considerado dos casos: la que corresponde a una posición en el tramo alejada a la intersección de salida y la correspondiente a una ubicada en una zona cercana a la intersección mencionada, de una longitud representativa de la cola de espera ΔL_a . En consecuencia, la dinámica del autobús j -ésimo sobre el recorrido establecido puede ser formulada de la siguiente manera:

$$\frac{dy_j}{dt} = \min(V_{jd}, V_t^a, V_{jp}) \quad (8)$$

$$V_{jd} = \begin{cases} V_{máx} & \text{si } y_j < y_{jd} \\ V_{mín} & \text{si } y_j \geq y_{jd} \end{cases}$$

$$V_{jp} = \begin{cases} L_p / \Delta\tau & \text{si } y_p^i \leq y_j \leq y_p^f \\ V_{jd} & \text{de otra forma} \end{cases} \quad (9)$$

$$V_t^a = \begin{cases} Q_a / k_a & \text{si } y_a^i \leq y_j < y_a^f - \Delta L_a \\ g_a / k_a & \text{si } y_a^f - \Delta L_a \leq y_j \leq y_a^f \end{cases}$$

donde $y_j(t)$ representa la trayectoria del autobus, y_p^i y y_p^f representan las coordenadas inicial y final de cada parada p -ésima y y_a^i y_a^f denotan las coordenadas inicial y final de cada tramo a -ésimo. Debe observarse que estas coordenadas deben ser medidas desde un mismo origen y, si se considera el recorrido completo de ómnibus, deben ser definidas como coordenadas periódicas, es decir $y_j \equiv \text{mod}(y_j, L_c)$, donde L_c es la longitud del recorrido completo del autobús.

3 OPTIMIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL SISTEMA DE SEMÁFOROS.

Las variables de diseño del problema considerado vienen dadas por los ciclos C_s de semáforos, tiempos de verde V_s y sincronización medida a través de los tiempos de iniciación

de los ciclos de los semáforos relativos a uno de ellos u “offset” δ_s , donde s identifica cada uno de los semáforos analizados ($s=1,2,\dots,N_s$). Todas las variables de diseño se engloban en el arreglo **TV**.

En este trabajo, se evalúa la eficiencia de la semaforización en una zona determinada de la red de tráfico a partir de los siguientes criterios alternativos:

- a) maximización del flujo total de vehículos en un período determinado, es decir, se pretende que en tal período fluya la mayor cantidad de vehículos posible. Para ello se considera la suma de los flujos de salida de cada uno de los tramos, promediados en un intervalo de tiempo que abarque varios ciclos de semáforo una vez establecido un estado estacionario (o cuasi estacionario).
- b) Minimización de la densidad media en la zona de la red de transporte bajo estudio.

Consecuentemente, el problema de diseño óptimo de semaforización puede formularse de la siguiente manera:

$$\mathbf{TV}^{opt} = \begin{cases} \arg \max \left(\int_{t_1}^{t_2} \sum_a g_a dt / (t_2 - t_1) \right) & \text{caso a)} \\ \arg \min \left(\int_{t_1}^{t_2} \sum_a k_a dt / (t_2 - t_1) \right) & \text{caso b)} \end{cases} \quad (10)$$

s.a

$$\mathbf{TV}^{mín} \leq \mathbf{TV} \leq \mathbf{TV}^{máx} \quad (11)$$

$\mathbf{TV}^{mín}$ y $\mathbf{TV}^{máx}$ corresponden a los valores mínimos y máximos que pueden adoptar las variables de diseño.

4 MODELO NUMÉRICO

El modelo descrito en la sección 2 puede ser resuelto con cualquier método numérico de valor inicial (Euler, Runge-Kutta, etc.), luego, es posible realizar diversos cálculos del sistema aludido para diferentes valores de las variables de diseño comparando numéricamente las correspondientes funciones objetivo. Sin embargo, tal procedimiento de prueba y error puede requerir grandes tiempos computacionales, en particular para el análisis de grandes redes con apreciable cantidad de semáforos. Por tal motivo es necesario adoptar una metodología de optimización que realice de manera automática la búsqueda de los parámetros que optimice la función objetivo.

Cuando el problema de optimización consiste en resolver una función objetivo no convexa tal como la (8), un modo de evitar que la búsqueda de soluciones finalice en óptimos locales es permitir que algunos movimientos sean hacia soluciones peores. Pero si la búsqueda está avanzando realmente hacia una buena solución, estos movimientos de escape de óptimos locales deben realizarse de un modo controlado. En el método de Recocido Simulado esto se logra controlando la frecuencia de los movimientos de escape mediante una función que hace disminuir la probabilidad de estos movimientos hacia soluciones peores conforme avanza la búsqueda. Se aplica así la filosofía habitual de búsqueda de diversificar al principio e intensificar al final.

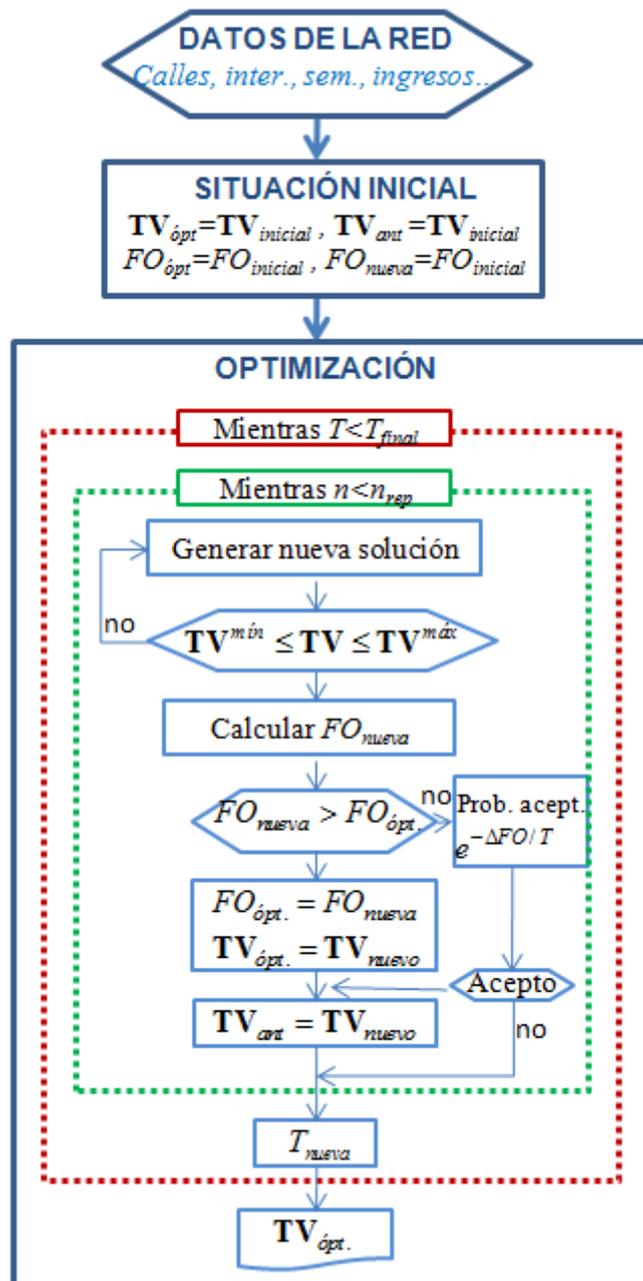


Figura 3 – Método de optimización

El método de Recocido Simulado o “Simulated Annealing” deriva su nombre de un proceso termodinámico de “recocido” aplicado a los metales. Tal proceso comprende el calentamiento del metal hasta una alta temperatura definida, el mantenimiento a esa temperatura por suficiente tiempo y luego el enfriamiento a velocidades mínimas, con el fin de mejorar sus propiedades físicas y mecánicas. Un esquema controlado de disminución de la temperatura evita defectos en el metal.

Análogamente, en la técnica de optimización, el algoritmo comienza con una solución inicial factible y genera a partir de ella una nueva solución en el entorno de la misma. Si la solución vecina es mejor que la actual, es decir aumenta el valor de la FO se acepta automáticamente. Si no, aún existe la posibilidad de que dicha solución sustituya a la solución

actual de acuerdo a un cierto criterio probabilístico que depende de la diferencia entre la solución actual y la nueva ($\Delta FO = FO \text{ nueva} - FO \text{ anterior}$) y del parámetro T conocido como temperatura. A medida que el algoritmo avanza se va disminuyendo T de manera tal de disminuir la probabilidad de aceptar soluciones factibles que no produzcan una mejora en la función objetivo. El algoritmo acepta soluciones mucho peores que la actual al principio de la ejecución (exploración) pero no al final (explotación). Si la temperatura decrece muy lentamente, el proceso converge a una solución cercana a la óptima. En la **Figura 3** se detalla el algoritmo de aplicación del método de Recocido Simulado al diseño óptimo del funcionamiento de semáforos. Si bien el algoritmo de la **Figura 3** corresponde al caso a), la minimización (caso b)) se realiza de la misma manera multiplicando la FO por -1 . En este trabajo se utilizó el entorno Matlab.

5 EJEMPLOS NUMÉRICOS

Se analizan 4 cuadras de una avenida donde las direcciones de circulación y las posibilidades de giro se muestran en la **Figura 4**. La longitud de todas las cuadras es $L_a = 100$ m y la capacidad de cada una de ellas es $C_{am} = 1200$ veh/h. Se consideran los siguientes valores para los flujos entrantes: $d_9=800, d_{10}=600, d_{12}=600, d_{14}=800, d_{17}=800, d_{23}=800$, y para los salientes: $s_{11}=800, s_{13}=1200, s_{15}=800, s_{16}=800, s_{18}=800, s_{19}=1000$ veh/h respectivamente, mientras que se adoptan las siguientes tasas de giro a la derecha: $\xi_{14 \rightarrow 5} = 0,5, \xi_{5 \rightarrow 15} = \xi_{12 \rightarrow 3} = \xi_{23 \rightarrow 4} = 0,2$ y $\xi_{1 \rightarrow 11} = \xi_{6 \rightarrow 16} = \xi_{8 \rightarrow 18} = \xi_{10 \rightarrow 1} = \xi_{17 \rightarrow 8} = 0,3$, y de giro a la izquierda: $\xi_{12 \rightarrow 7} = \xi_{23 \rightarrow 6} = 0,5$ y $\xi_{17 \rightarrow 2} = 0,3$. Se adoptan asimismo los siguientes valores de velocidad para el diagrama fundamental (**Figura 1**): $v=40$ y $w=16$ km/h, quedando determinadas la densidad de congestión $k_{a,c} = 30$ veh/km y la densidad de embotellamiento $k_{a,j} = 105$ veh/km. En todos los casos se considera una densidad inicial $k_0 = 30$ veh/km. Todas las intersecciones (1 a 10) del segmento de avenida analizado tienen semáforos de ciclo $C_s=60$ segundos.

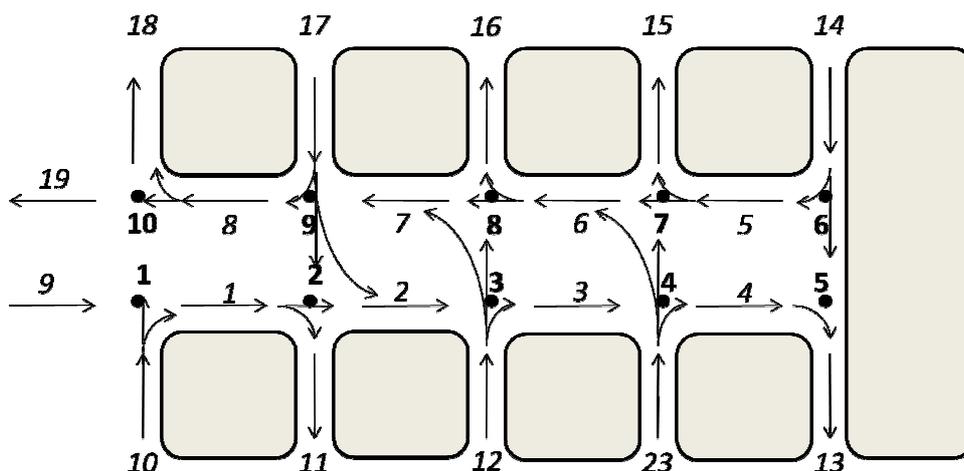


Figura 4 – Esquema de la red de calles.

Sobre esta porción de red de transporte, se estudia en primer lugar el diseño de la semaforización sin contemplar la presencia de autobuses. Posteriormente se considera el pasaje de los mismos y se analizan los cambios en la dinámica del tráfico.

5.1 Optimización de semáforos para una red sin autobuses.

Se analizaron dos diseños de acuerdo a los criterios a) y b) de la expresión (10). Para el problema a) se buscó maximizar los flujos salientes ($FO1$) de las calles 1 a 8, 10, 12, 23, 14 y 17, es decir considerar la circulación más eficiente tanto para las calles de la avenida como para las transversales. Se mantuvieron los tiempos de verde constantes e iguales a la mitad del ciclo y se varió el inicio de ciclo “offset” a partir del correspondiente al semáforo 1 con intervalos de 6 segundos. Se integró la suma de los flujos en la segunda media hora de simulación. La configuración obtenida se muestra en la primera fila de la [Tabla 1](#) junto al valor de la correspondiente función objetivo. También se aprecia en la misma el valor de la función objetivo $FO2$. En la [Figura 5](#) se puede apreciar la evolución temporal de las densidades de las calles 1 a 8 en el intervalo de tiempo considerado, luego de haber alcanzado un estado estacionario para dicho caso.

Caso	Configuración óptima de “offset” de los semáforos 1 a 10 (segundos)	$FO1$	$FO2$
a) Ej. 5.1	0-18-6-18-12-12-18-6-18-0	5369,5	227,2
b) Ej. 5.1	0-24-18-18-18-18-18-18-24-0	5216,0	199,7
	Una configuración cualquiera		
c) Ej. 5.1	0-6-18-24-6-6-24-18-6-0	4947,9	285,3
	Configuración óptima del Tiempo de Verde de los semáforos 1 a 10 (segundos)		
d) Ej. 5.3	30-24-25-27-33-33-27-25-24-30	5263,9	274,6
e) Ej. 5.3	30-24-26-28-32-32-28-26-24-30	5266,8	272,4

Tabla 1: Configuraciones óptimas de “offset” de los semáforos.

En el caso del criterio b), se buscó minimizar la densidad vehicular en la avenida (calles 1 a 8), variando los corrimientos de inicio de ciclo de igual manera que en el caso anterior. Los resultados obtenidos para la mejor configuración se muestran en la segunda fila de la [Tabla 1](#). También se aprecia para este diseño la función objetivo $FO1$ correspondiente al caso a). En la [Figura 6](#) se pueden ver las densidades de las calles en el mismo intervalo de tiempo del caso anterior. Como se puede apreciar, ambas configuraciones de diseño óptimo son mejores que la correspondiente a una configuración arbitraria tal como la que se indica como caso c), cuyos valores de densidad se pueden ver en la [Figura 7](#). Los casos descritos se han resuelto a través de un barrido exhaustivo del espacio de las variables de diseño.

5.2 Efecto de la presencia de autobuses en la red de transporte.

Se analiza a continuación la misma red del ejemplo anterior con la configuración de semáforos correspondiente al caso b) afectada, en este caso por la presencia de autobuses. Específicamente se analiza en el mismo período que el ejemplo anterior, durante el cual ingresan a la red tres autobuses a los 20, 30 y 40 minutos de la simulación respectivamente.

Se adoptan los siguientes parámetros para modelar la presencia de los autobuses de acuerdo a las expresiones (7) a (9): tiempo de parada $\Delta\tau=1$ minuto, ubicación de las paradas: cuadra 2 (a 150 m del ingreso) y cuadra 4 (a 350 m del ingreso), longitud de parada $L_p=20$ m, capacidad reducida de las cuerdas por pasaje de autobuses=80% de la capacidad máxima C_{am} .

En este ejemplo se supone que la velocidad máxima y mínima del autobús es la misma e igual a 40 km/h. Por otra parte, la longitud equivalente de la zona de cola se adopta $\Delta L_a = 30$ m.

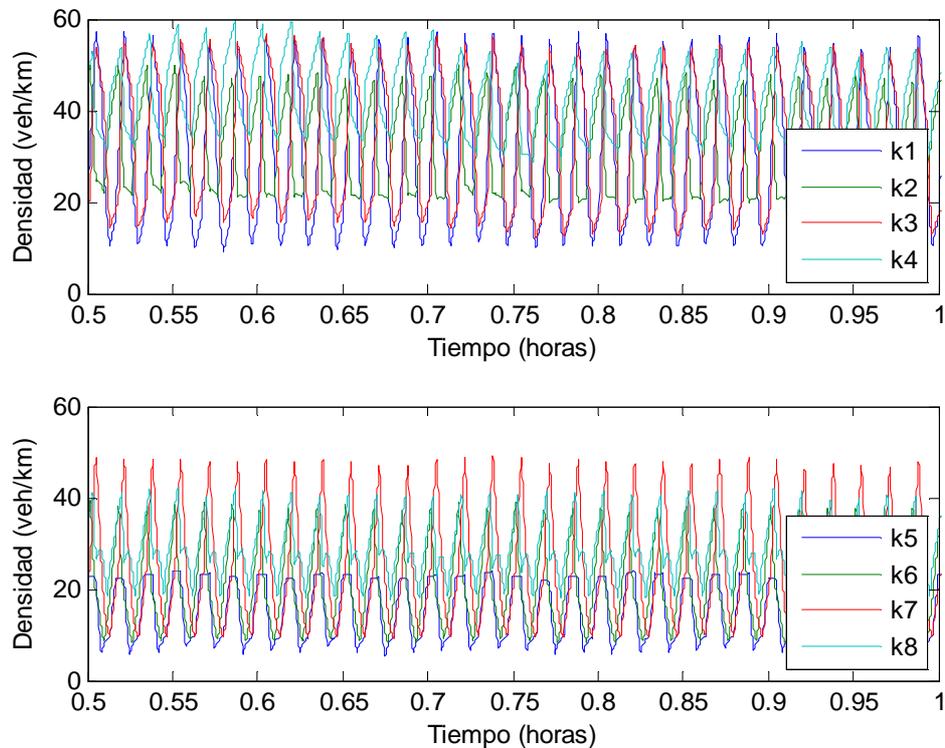


Figura 5 – Densidad de vehículos. Caso a): maximización de flujos salientes.

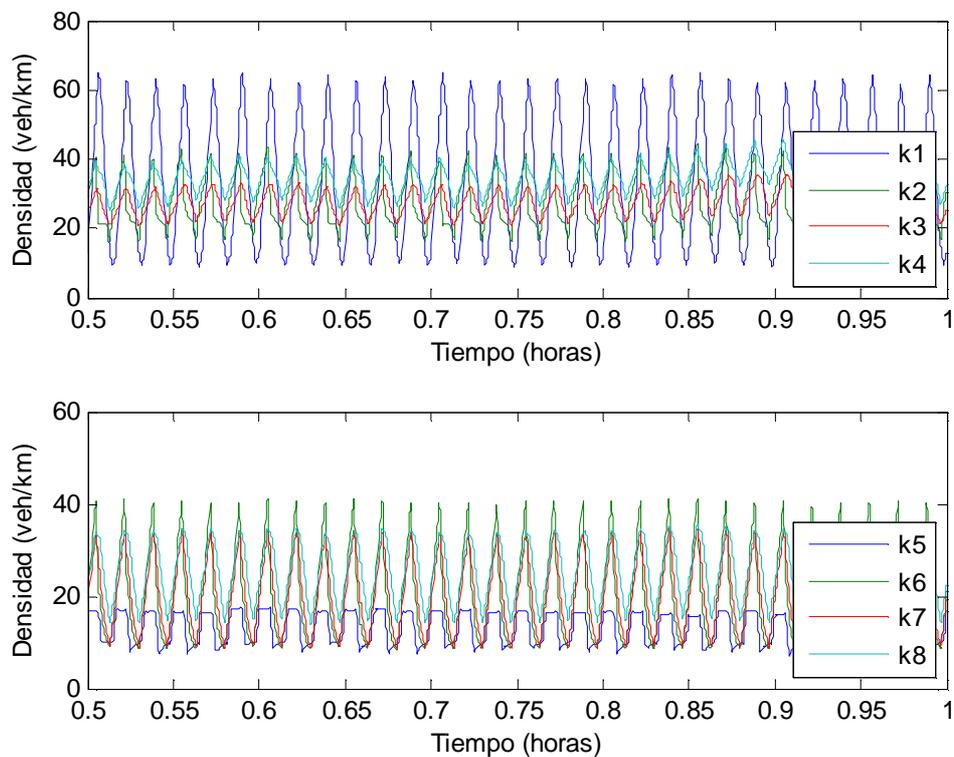


Figura 6 – Densidad de vehículos. Caso b): minimización de densidad.

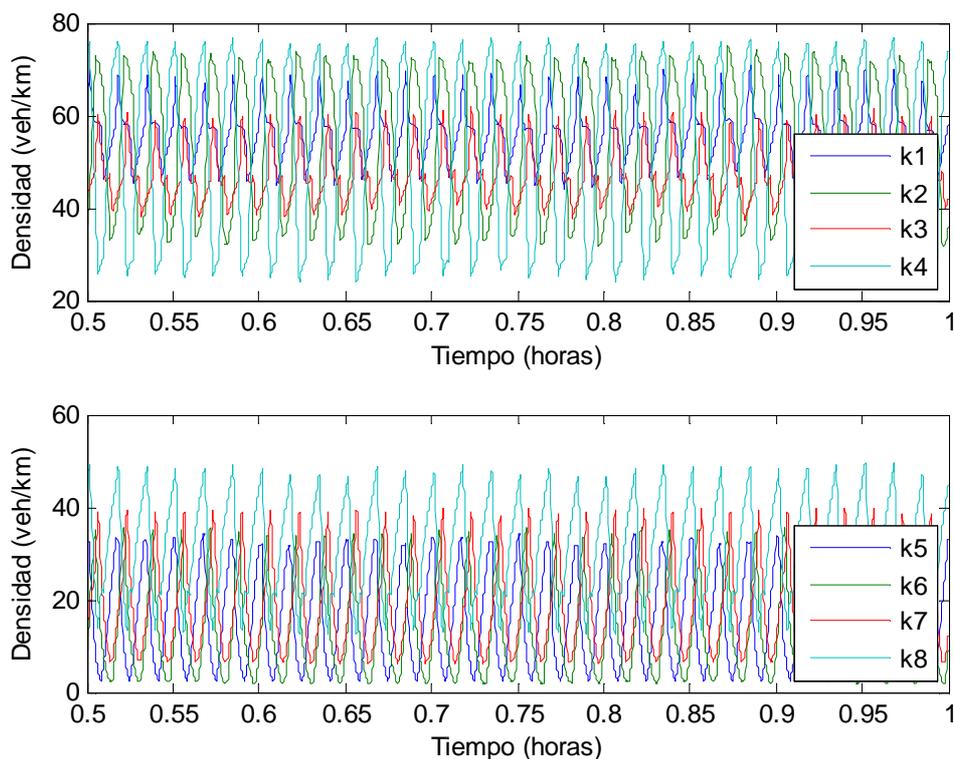


Figura 7 – Densidad de vehículos. Caso 3: una configuración al azar.

En la [Figura 8](#) se puede apreciar que el efecto del pasaje de los colectivos en la densidad de los tramos por donde circulan se extiende más allá del tiempo específico de viaje en los mismos. Se puede observar también que, a pesar de no existir una parada en la misma, la cuadra más afectada es la tercera.

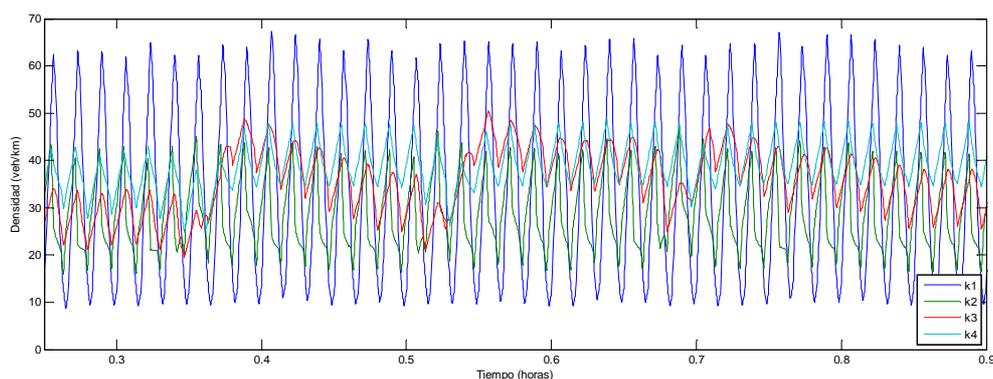


Figura 8 – Densidad de vehículos. 3 autobuses, 2 paradas.

5.3 Optimización de semáforos para una red con autobuses.

En este ejemplo se maximizan los flujos salientes de acuerdo al criterio a) de la expresión (10) tal como se realizó en el ejemplo 5.1 pero contemplando la existencia de 3 autobuses tal como se describió en el ejemplo 5.2. No se consideran en este caso los tiempos de diferencia de inicio de ciclo, es decir se adopta “offset” cero para todos los semáforos.

La configuración más eficiente se busca, en este caso, utilizando como variables de diseño

los tiempos de verde de los ciclos de los semáforos 1 a 5 (los semáforos 6 a 10, de la mano saliente, actúan simultáneamente con los correspondientes 1 a 5 de la mano entrante) a partir de la siguiente configuración inicial $TV=[20\ 30\ 40\ 20\ 20]$ seg. Los tiempos de verde se varían en dos de los semáforos, elegidos aleatoriamente, entre un mínimo de 15 y un máximo de 45 segundos del ciclo fijo de 60 segundos. En cada paso, la nueva solución a evaluar se genera modificando en 1 o 2 segundos (en forma aleatoria) la última solución aceptada. En la [Tabla 1](#) se muestra (caso d) la configuración de tiempo de verde obtenida y en la [Figura 9](#) la densidad vehicular de las cuadras 1 a 4.

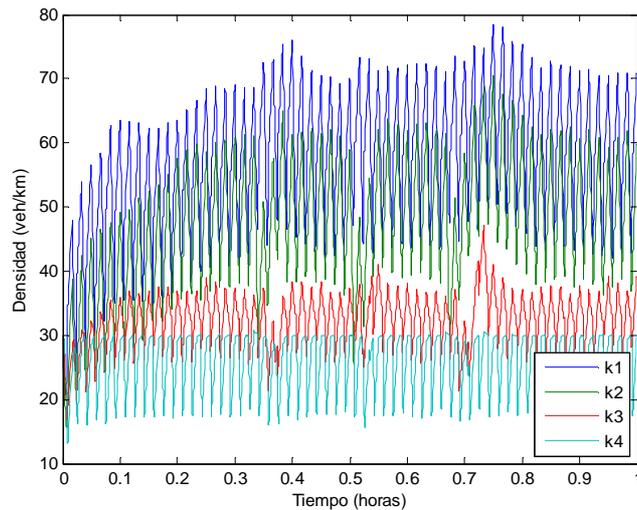


Figura 9 – Densidad de vehículos optimizando tiempo de verde. Ejemplo 5.3.

Para este caso, la optimización se ha realizado empleando el método de Recocido Simulado en el cual se han adoptado los siguientes parámetros: $T_i = 10^3$, cantidad de iteraciones en cada temperatura $n_{rep} = 10$, cambio de temperatura de acuerdo a $T = T / (1 + \beta)$ con $\beta = 10^{-4}$, condición de parada $T = 10^{-3} T_i$ y sin soluciones mejores durante 5 cambios de temperatura a partir del décimo cambio. La solución óptima se muestra en la [Tabla 1](#) (caso d) y fue obtenida en la posición 276 de las 330 soluciones que se evaluaron. El algoritmo, cuya evolución se puede apreciar en la [Figura 10a](#), fue implementado en Matlab y el tiempo de cálculo total fue de 1,5 minutos.

Se ha efectuado una segunda optimización con el mismo método aunque adoptando $\beta = 10^{-3}$. El valor óptimo obtenido se muestra en la [Tabla 1](#) como caso e). Como puede apreciarse los valores óptimos para d) y e) son prácticamente coincidentes. La evolución del algoritmo se muestra en la [Figura 10b](#). La comparación entre [10a](#) y [10b](#) ilustra la robustez del método, ya que aún cuando la evolución difiera en cuanto a la fluctuación de la búsqueda del valor óptimo.

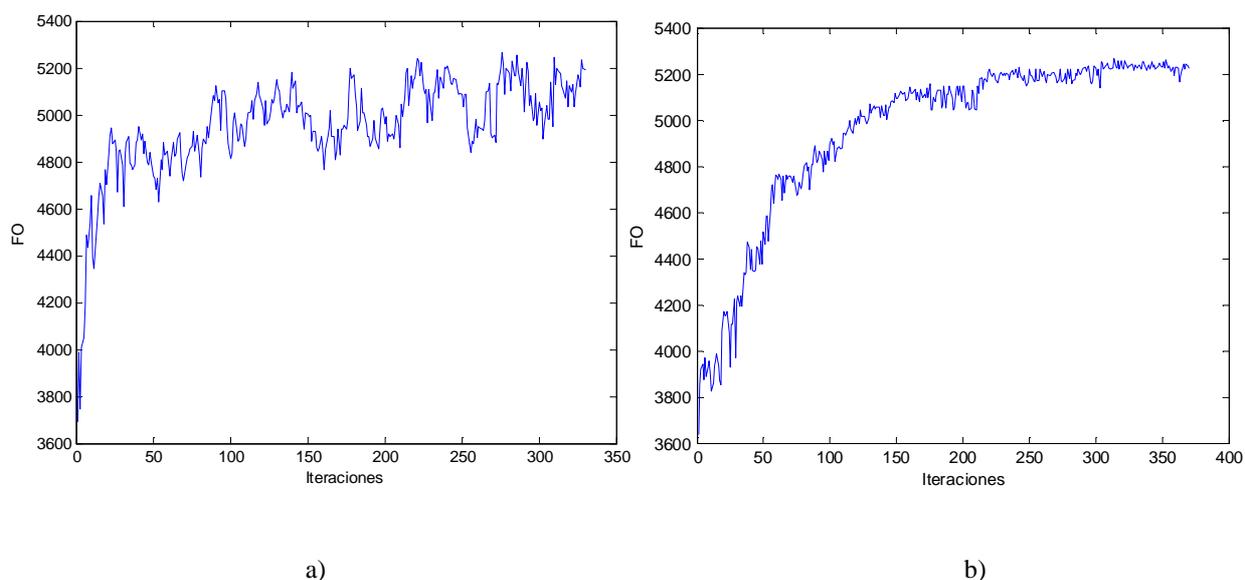


Figura 10 – Evolución del algoritmo de optimización. Ejemplo 5.4.

6 CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un modelo para la dinámica de tráfico urbano contemplando la interacción entre automóviles y autobuses. El enfoque hace uso de dos puntos de vista simultáneos: euleriano para el flujo vehicular y lagrangiano para el tránsito de autobuses. Para el primero de ellos se utiliza un modelo simplificado denominado LQM que se formula mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias cuyas incógnitas corresponden a las densidades medias en cada tramo. Por otra parte, la dinámica de autobuses se formula mediante una ecuación diferencial ordinaria para cada una de las unidades existentes en el tramo de red considerado, siendo las incógnitas la posición de cada uno de ellos sobre su recorrido. La interacción entre ambos se realiza mediante una modificación del concepto de embotellamiento móvil. La estructura de la formulación completa es muy simple lo cual la hace especialmente apta para su aplicación al diseño óptimo de la configuración de semáforos. En este sentido, se propone aquí un enfoque de diseño basado en la combinación del modelo de simulación aludido con el método de optimización denominado Recocido Simulado. Los criterios de diseño analizados pretenden minimizar la congestión en una zona de la red de tráfico en la cual circulan líneas de transporte público. El enfoque fue implementado en ambiente Matlab.

Se han presentado algunos ejemplos numéricos simples para mostrar las posibilidades de la metodología.

Actualmente se está desarrollando un estudio más exhaustivo contemplando redes de mayor complejidad y evaluando la eficiencia computacional respecto a otros métodos pertinentes. Por otra parte, se pretende aplicar la metodología desarrollada para contemplar la dinámica de los autobuses interactuando con los vehículos en el recorrido completo de los primeros.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte del proyecto “Modelos Matemáticos en Ingeniería Ambiental: Diseño óptimo y control” (Secyt, Universidad Tecnológica Nacional) y del proyecto “Problemas de optimización en Ingeniería Civil” (Departamento de Ingeniería, Universidad

Nacional del Sur).

REFERENCIAS

- Abu-Lebdeh, G. y Banchoal, R. Development of a traffic control and queue management procedure for oversaturated arterials. *Transportation Research Board Annual Meeting*. Paper#970707, 1997.
- Coclite, G., Garavello, M., Piccoli, B. Traffic flow on a road network. *SIAM Journal on Mathematical Analysis* 36 (6), 1862-1886, 2005.
- Courage, K y Wallace, C. *TRANSYT-7F User's Guide*. Federal Highway Administration, 1991.
- Daganzo, C. F. The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B* 28 (4). pp. 269-287, 1994.
- Daganzo, C. F. (1995). The cell transmission model, Part II: Network traffic. *Transportation Research Part B* 29 (2), 79-93, 1994.
- Dominguez, P. N y Cortínez, V. H. Un método continuo-discreto para el diseño óptimo de sistemas de transporte urbano. *Mecánica Computacional XXXI*, 3335-3355, 2012. <http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc>
- Dominguez, P. N y Cortínez, V. H. Un enfoque de optimización para el control de semáforos. *XII Congreso de Ingeniería del Transporte*, València, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.4995/CIT2016.2016.2262>
- Gasser, I.; Lattanzio, C.; Maurizi, A. Vehicular traffic flow dynamics on a bus route. *SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation*, 11 (3), 925-942, 2013.
- Gazis, D. y Potts, R. The oversaturated intersection. In *2nd International Symposium on Traffic Theory*, 221-237. London, UK, 1963
- Gipps, P. G. Nonlinear follow-the-lider models of traffic flow. *Operations Research* 9 (4), 545-567, 1986.
- Göttlich, S., Herty, M. y Ziegler, U. Modeling and optimizing traffic light settings on road networks. *Computers & Operations Research* 55, 36-51, 2015.
- Greenshields, B. D. A study of traffic capacity. *Proceedings of the Highway Research Board* 14, 448-477, 1934.
- Herman, R. C, Montroll, E. W., Potts, R. B, Rothery, R. W. Traffic dynamics: Analysis of stability in car-following. *Operations Research* 7, 86-106, 1959.
- Jin, W. L. A link queue model of network traffic flow. arXiv preprint arXiv:1209.2361, 2013.
- Lattanzio, C.; Maurizi, A. y Piccoli, B. Moving bottlenecks in car traffic flow: A PDE-ODE coupled model. *SIAM Journal mathematical analysis* 43 (1), 50-67, 2011
- Lighthill, M. J. y Whitham, G. B. On kinematic waves: II. A theory of traffic flow on long crowded roads. *Proceedings of the Royal Society of London A* 229 (1178), 317-345, 1955.
- Liu, H. y Dixit, V. Integrating the bus vehicle class into the Cell Transmission Model. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*. 2015.
- Lo, H. K., Chang, E., Chan, Y. C. Dynamic network traffic control. *Transportation Research Part A* 35, 721-744, 2001.
- Mayorano, F. J., Rubiales, A. J., Boroni, G. A., Bhourri, N. y Lotito, P. A. Control óptimo del tráfico mediante semáforos con observadores locales. *Mecánica Computacional XXIV*, 3343-3358, 2007. <http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc>
- Nagel, K. y Schreckenberg, M. A cellular automat on model for freeway traffic. *Journal de Physique I France* 2 (2), 2221-2229, 1992.
- Richards, P. I. Shock wave on the highway. *Operations Research* 4 (1), 42-51, 1956.