

PROPAGACIÓN DE ONDAS ULTRASÓNICAS EN HUESO CORTICAL Y TRABECULAR

Patricia M. Gauzellino^a, Juan E. Santos^{a,b} y Fabio I. Zyserman^{a,c}

^a*Fac. de Cs. Astronómicas y Geofísicas, UNLP, Paseo del Bosque s/n, 1900 - La Plata, Argentina, gauze@fcaglp.unlp.edu.ar*

^b*CONICET, Department of Mathematics, Purdue University, Indiana, USA, santos@fcaglp.unlp.edu.ar*

^c*CONICET, zyserman@fcaglp.unlp.edu.ar*

Palabras clave: Medios porosos, huesos, teoría de Biot, ultrasonido.

Resumen. Los huesos humanos son materiales porosos conteniendo fluidos y que presentan dos tipos de estructura: Cortical y Trabecular. La primera, conocida también como compacta (vascular y lacuno-canalicular) constituye la capa externa de los huesos, mientras que la última, correspondiente a la parte esponjosa del tejido óseo, presenta una trama interna más abierta, hecha de una red de láminas y varillas (trabéculas) sólidas interconectadas. La fracción de volumen de hueso en ambas partes es diferente, clasificando como hueso trabecular al que posee una parte de volumen de hueso por debajo del 70 % y como hueso cortical si la fracción de volumen de sólido es superior a este porcentaje.

M. Biot desarrolló una teoría para propagación de ondas en medios porosos saturados por una fase fluida simple, mostrando la existencia de dos ondas compresionales y una onda de corte. Estas ondas compresionales han sido observadas en experiencias de laboratorio con huesos.

En el presente trabajo, se modela la propagación de ondas ultrasónicas en huesos humanos, aproximando las ecuaciones de Biot por medio de elementos finitos. Se estudian los efectos de variación de distintos parámetros, tales como porosidad y viscosidad en la velocidad y atenuación de las ondas.

1. INTRODUCCIÓN

M. Biot (Biot, 1956b,c), motivado por aplicaciones geofísicas, desarrolló una teoría para propagación de ondas elásticas en sólidos porosos saturados por una fase fluida simple y viscosa, mostrando la existencia de dos ondas compresionales con velocidades diferentes y una onda de corte. Estas ondas compresionales han sido observadas en experiencias de laboratorio con huesos, ver por ejemplo, (Lakes et al., 1986; McKelvie y Palmer, 1991; Kacsmarek et al., 2002; Lee et al., 2002; Cardoso et al., 2003).

El presente trabajo se dedica al estudio de la propagación de ondas ultrasónicas en huesos humanos y como los huesos son material poroso conteniendo fluidos, se modela esta propagación de ondas para frecuencias ultrasónicas, mediante las ecuaciones de Biot. Es importante determinar el rango de frecuencias válido para la aplicación de la teoría mencionada, el mismo Biot (Biot, 1956c) establece la frecuencia límite superior como aquella correspondiente a una longitud de onda igual al orden del tamaño del poro y por supuesto, si éste fuera el caso, la simulación deberá ser tratada por una teoría diferente. Con este requerimiento, es preciso conocer la estructura interna de los huesos y la bibliografía médica los describe como un material poroso conteniendo fluidos que presentan una estructura externa compacta llamada capa cortical (vascular y lacuno-canalicular) mientras que su estructura en la parte interna presenta una trama más abierta, hecha de una red de láminas y varillas (trabéculas) sólidas interconectadas formando la parte esponjosa o trabecular del tejido óseo. La fracción de volumen de hueso en ambas partes es diferente, clasificando como hueso trabecular al que posee una parte de volumen de hueso por debajo del 70 % y como hueso cortical si la fracción de volumen de sólido es superior a este porcentaje, (Cowin, 1999; Smit et al., 2002; Barkmann et al., 2003; Bossy et al., 2004; Buchanan et al., 2004; Bossy et al., 2005). Siguiendo a Mellish (Mellish et al., 1989) y a Hughes (Hughes et al., 2003) que dan un radio poral típico de 0.285 ± 0.050 mm para huesos normales jóvenes y 0.455 ± 0.130 mm para huesos osteoporóticos, en acuerdo con Bossy (Bossy et al., 2005) que reportan un espaciado trabecular promedio entre 0.5 y 2.0 mm, se estima que es prudente realizar modelado numérico usando teoría de Biot hasta 750 kHz.

Dentro de las aplicaciones de la teoría para longitudes de onda mucho mayores que el tamaño poral (0 a 750 kHz), cabe determinar también la frecuencia crítica que marca la rotura del flujo de Poiseuille. Por debajo de esta frecuencia, el movimiento en fase del sólido y del fluido se debe a la viscosidad de éste último y da por resultado la generación de una onda compresional rápida, también llamada de Tipo I. Mientras que si la frecuencia supera la frecuencia crítica, el movimiento relativo entre el sólido y el fluido no es impedido por el arrastre viscoso y la onda compresional lenta o de Tipo II puede propagarse, predominando acoplamientos inerciales sobre acoplamientos viscosos. Johnson y Plona (Johnson, 1982) encontraron que podría no observarse la onda lenta si la profundidad del contacto viscoso, dependiente de la frecuencia y de las propiedades del fluido (viscosidad y densidad), como se verá en la siguiente sección, fuera mucho menor que el tamaño poral. Retornando al valor de la frecuencia crítica, f_c , Hughes et al. (Hughes et al., 2003) calcularon $f_c=4.5$ Hz y $f_c=705$ Hz como valores medios a 20 °C para hueso sano con agua y médula en los poros, respectivamente. Mientras que estos mismos valores para hueso enfermo osteoporótico resultaron ser $f_c=1.4$ Hz y $f_c=231$ Hz. Estos resultados indican la necesidad de hacer corrección viscodinámica para las altas frecuencias que se consideran y esta corrección se lleva a cabo según la teoría de permeabilidad y tortuosidad dinámicas propuesta por Johnson et al. (Johnson et al., 1987).

El desarrollo de este artículo continua con la presentación de la teoría de Biot, obteniendo las ecuaciones de movimiento que luego serán aproximadas por medio de elementos finitos. En

particular, se aplican las expresiones de Hashin y Shtrikman (Mavko et al., 1998) para obtener los módulos de volumen y de corte de la matriz de hueso seca y porosa, habida cuenta de la considerable incertidumbre que hay con respecto a estos parámetros (Wear et al., 2005). A partir de estos módulos se calculan las dos velocidades compresionales y se analiza cómo son afectadas por variaciones en la porosidad. Finalmente, se simula la propagación de ondas elásticas y viscoelásticas ultrasónicas en hueso cortical y en hueso trabecular.

2. TEORÍA DE BIOT

Considérese un sólido poroso saturado por una única fase compresible y viscosa, y supóngase además que el sistema es isótropo. Sean u^s y \tilde{u}^f los desplazamientos promedio de las fases sólida y fluida respectivamente; luego

$$u^f = \phi(\tilde{u}^f - u^s)$$

es el desplazamiento de fluido promedio relativo por unidad de volumen de material sólido, donde ϕ denota la porosidad efectiva del sólido. De acuerdo a (Biot, 1962), y denotando $u = (u^s, u^f)$, las relaciones de esfuerzo-deformación unidimensionales pueden escribirse en la forma:

$$\begin{aligned}\tau(u) &= 2\mu \frac{\partial u^s}{\partial x} + (\lambda_c \frac{\partial u^s}{\partial x} + D \frac{\partial u^f}{\partial x}), \\ p_f(u) &= -D \frac{\partial u^s}{\partial x} - K_{av} \frac{\partial u^f}{\partial x}.\end{aligned}\quad (1)$$

El coeficiente μ es el módulo de corte del sólido, considerado igual al módulo de corte de la matriz seca. También $\lambda_c = K_c - 2\mu$, con K_c igual al módulo de volumen del material saturado. Siguiendo a (Santos et al., 1992; Gassmann, 1951), los coeficientes en (1) pueden obtenerse de las relaciones

$$\begin{aligned}\alpha &= 1 - \frac{K_m}{K_s}, & K_{av} &= \left[\frac{\alpha - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \right]^{-1} \\ K_c &= K_m + \alpha^2 K_{av}, & D &= \alpha K_{av},\end{aligned}\quad (2)$$

donde K_s , K_m y K_f denotan los módulos de volumen de los granos sólidos que componen la matriz seca, de la matriz seca y del fluido saturante respectivamente. El coeficiente α es conocido como el coeficiente de tensión efectivo del sólido.

2.1. Modificación de los coeficientes para introducir viscoelasticidad

Esta modificación se introduce utilizando el principio de correspondencia establecido por Biot (Biot, 1956a, 1962), es decir, reemplazando los coeficientes poroelásticos en las relaciones constitutivas por módulos complejos dependientes de la frecuencia, satisfaciendo éstos últimos las mismas relaciones que los coeficientes elásticos. En este trabajo es utilizado el modelo viscoelástico lineal (Liu et al., 1976). EL conjunto de módulos viscoelásticos se computa de acuerdo a la siguiente expresión:

$$M(\omega) = \frac{M_{re}}{R_M(\omega) - iT_M(\omega)},$$

donde el símbolo ' M ' representa cualquiera de los módulos en cuestión, y los coeficientes M_{re} es el correspondiente módulo elástico relajado asociado a M (Bourbie et al., 1987). Las funciones dependientes de la frecuencia R_M y T_M , asociadas con un espectro continuo de tiempos de relajación, caracterizan el comportamiento viscoelástico y están dadas por (Liu et al., 1976)

$$R_M(\omega) = 1 - \frac{1}{\pi \widehat{Q}_M} \ln \frac{1 + \omega^2 T_{1,M}^2}{1 + \omega^2 T_{2,M}^2}, \quad T_M(\omega) = \frac{2}{\pi \widehat{Q}_M} \tan^{-1} \frac{\omega(T_{1,M} - T_{2,M})}{1 + \omega^2 T_{1,M} T_{2,M}}.$$

La cantidad

$$\tan(\delta(\omega)) = \frac{\text{Im}(M(\omega))}{\text{Re}(M(\omega))} = \frac{1}{Q(\omega)}$$

es una medida del comportamiento viscoelástico del material. A $Q(\omega)$ se lo denomina "factor de calidad".

Los parámetros \widehat{Q}_M , $T_{1,M}$ y $T_{2,M}$ son elegidos de forma que los factores de calidad $Q_M(\omega)$ son aproximadamente iguales a la constante \widehat{Q}_M en el rango de frecuencias en el que se resuelven las ecuaciones. En general, valores de \widehat{Q}_M del orden de las decenas corresponden a materiales muy disipativos, y del orden de los miles a materiales cuasi elásticos.

Los parámetros viscoelásticos que describen el comportamiento disipativo fueron tomados como

$$T_{1,M} = \frac{1}{2\pi f_{min}} \text{ sec}, \quad T_{2,M} = \frac{1}{2\pi f_{max}} \text{ sec},$$

y los factores de calidad promedios como $\widehat{Q}_M = 60$ para $M = K_c, \mu$.

2.2. Las ecuaciones de movimiento

Sean ρ_s y ρ_f las densidades de masa de los granos sólidos y del fluido respectivamente, y considérese a

$$\rho_b = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$$

como la densidad de masa del material sólido. Con esto, las ecuaciones de movimiento en el dominio espacio-frecuencia pueden escribirse como (Santos et al., 1992)

$$-\omega^2 \rho_b u^s - \omega^2 \rho_f u^f - \frac{\partial \tau(u)}{\partial x} = f^s \quad (3)$$

$$-\omega^2 \rho_f u^s - \omega^2 g u^f + i\omega b u^f + \frac{\partial p_f(u)}{\partial x} = f^f, \quad (4)$$

donde $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular. El coeficiente de acoplamiento de masa g representa los efectos inerciales asociados con las interacciones dinámicas entre las fases sólida y fluida, mientras que el coeficiente b incluye los efectos de acoplamiento viscoso entre las fases mencionadas. Están dados por las relaciones

$$b = \frac{\eta}{k}, \quad g = \frac{S\rho_f}{\phi}, \quad S = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{\phi} \right), \quad (5)$$

donde η es la viscosidad del fluido y k la permeabilidad absoluta. A S se lo conoce como el factor de estructura o tortuosidad. Por encima de cierta frecuencia crítica ω_c los acoplamientos de masa y viscoso se tornan dependientes de la frecuencia (Biot, 1956c; Johnson et al., 1987;

(Carcione, 2001); este efecto está asociado al alejamiento del flujo del fluido del régimen de Poiseuille a la escala poral. El valor de ω_c puede estimarse mediante la fórmula

$$\omega_c = \frac{2\eta\phi}{a_p^2\rho_f}, \quad (6)$$

donde $a_p = 2(5k/\phi)^{1/2}$ es el parámetro de tamaño poral calculado en término de la permeabilidad k y la porosidad ϕ (Johnson, 1982; Bear, 1972; Scheidegger, 1974; Hovem y Ingram, 1979).

Por encima de esta frecuencia crítica los acoplamientos toman la forma

$$g(\omega) = \frac{\rho_f}{\phi} \left(S + \frac{F_i(\omega)\eta\phi}{\omega k\rho_f} \right), \quad (7)$$

$$b(\omega) = \frac{\eta}{k} F_r(\omega). \quad (8)$$

La función $F(\omega) = F_r(\omega) + iF_i(\omega)$ es un factor de corrección con la frecuencia, originalmente propuesto por Biot en (Biot, 1956c) como una función universal representando efectos de frecuencia para geometrías arbitrarias y modificado por Johnson (Johnson et al., 1987). Tiene la expresión

$$F(\omega) = \left(1 - \frac{4iS^2k}{x\Lambda^2\phi\omega} \right); \quad \text{donde } x = \frac{\eta\phi}{\omega k\rho_b}, \quad (9)$$

donde Λ puede calcularse de la expresión

$$\frac{8Sk}{\phi\Lambda^2} = 1 \quad (10)$$

Naturalmente, deben darse condiciones de borde para definir completamente al problema. Si Γ es la frontera del dominio Ω , sea ν la normal unitaria exterior en Γ . Por supuesto, como está siendo considerado el caso 1D, $\nu = 1$ o $\nu = -1$, y Γ es un conjunto de dos puntos. Sea

$$\mathcal{G}_\Gamma(u) = \left(\tau(u)\nu \cdot \nu, p_f(u) \right), \quad (11a)$$

$$S_\Gamma(u) = (u^s \cdot \nu, u^f \cdot \nu). \quad (11b)$$

Con esta definición, la condición de borde propuesta, de tipo absorbente, es

$$-\mathcal{G}_\Gamma(u) = i\omega\mathcal{D}S_\Gamma(u). \quad (12)$$

La matriz \mathcal{D} en (12) es obtenida de $\mathcal{D} = \mathcal{P}^{\frac{1}{2}}\mathcal{N}^{\frac{1}{2}}\mathcal{P}^{\frac{1}{2}}$, donde $\mathcal{N} = \mathcal{P}^{-\frac{1}{2}}\mathcal{M}^{\frac{1}{2}}\mathcal{P}^{-\frac{1}{2}}$ y

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} \lambda_c + 2\mu & \alpha K_{av} \\ \alpha K_{av} & K_{av} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

2.3. Velocidades de fase y atenuación

Considérese una onda plana compresional viajando a lo largo del eje x , y defínanse los potenciales

$$\varphi = A_c e^{i(\omega t - qx)}, \quad \psi = B_c e^{i(\omega t - qx)},$$

donde

$$q = \text{vector de onda complejo 1D} = q^r - iq^i. \quad (14)$$

Reemplazando $U = \frac{\partial \varphi}{\partial x}$ y $W = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ en (3), y suponiendo nulo el lado derecho de las ecuaciones, éstas devienen en

$$\begin{aligned} (\rho\omega^2 - H_c q^2)A_c + (\rho_f \omega^2 - Dq^2)B_c &= 0, \\ (\rho_f \omega^2 - Dq^2)A_c + (g\omega^2 - i\omega b - Mq^2)B_c &= 0. \end{aligned} \quad (15)$$

El hecho que las energías de deformación y cinéticas son positivas permiten la elección de dos raíces con significación física q_1 y q_2 para q en (15) con parte imaginaria negativa, correspondientes a las ondas compresionales rápida y lenta respectivamente. Las velocidades de fase v_i y atenuación ξ_i (medida en $DB/Hz - s$) para cada una de las dos ondas mencionadas están dadas por las fórmulas

$$v_j = \omega / |\text{Re}(q_j)| \quad (16)$$

$$\xi_j = 2\pi \cdot 8,685889 \text{ Im}(q_j) / |\text{Re}(q_j)|, \quad j = 1, 2. \quad (17)$$

2.4. Velocidades Compresionales

Para determinar los valores de los módulos efectivos de volumen y de corte correspondientes a la matriz de hueso porosa y seca, es decir, K_m y $\mu = \mu_m$, se han aplicado las expresiones de Hashin y Shtrikman (Mavko et al., 1998), que determinan una cota superior e inferior de los mismos de acuerdo con la fracción de volumen de los materiales constitutivos de la matriz y el fluido. Asumiendo que el módulo de volumen del sólido es $K_s=16.74$ GPa, su módulo de corte es $\mu_s=6.25$ GPa, de (Smit et al., 2002) y $K_a=0.01$ GPa, $\mu_a=0$ GPa lo son para el aire, la Figura 1 muestra el límite superior y el valor medio de K_m y μ_m en función de la porosidad. El límite inferior está entre 0.25 GPa y 0.01 GPa para K_m y es nulo para μ_m .

Con estos resultados, es posible calcular la velocidad de las dos ondas compresionales, tipo I y tipo II en función de la porosidad. Se destaca que además de los módulos elásticos de las distintas fases, se han tenido en cuenta las relaciones existentes entre el tamaño poral, la porosidad, la permeabilidad, la tortuosidad y algunos detalles geométricos. En Figura 2 se puede ver esta variación, no solo para la matriz porosa de hueso sólido saturada por agua, sino también cuando es la médula lo que satura la matriz. Notar que a medida que la porosidad aumenta (menor fracción de hueso), ambos tipos de onda tienden a la velocidad de agua (1563 ± 25 m/s) y a la velocidad en la médula (1520 ± 36 m/s), según sea el caso, (Nicholson et al., 2000).

3. APROXIMACIÓN NUMÉRICA

Para la resolución numérica de las ecuaciones (3)-(11) se utilizan elementos finitos lineales a trozos; para obtener $u^s(x, t)$ y $u^f(x, t)$ en el dominio espacio-tiempo, se resuelven repetidamente para un número finito de frecuencias y se antitransforma Fourier.

4. SIMULACIÓN DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS

Para los experimentos numéricos de propagación de ondas se ha elegido una fuente sencilla que responde a la expresión

$$f(x, t) = -2\xi(t - t_0)e^{-\xi(t-t_0)^2} \delta(x - x_s) \quad t \geq 0, \quad (18)$$

siendo $f_0 = 150$ kHz la frecuencia principal de la fuente, con $\xi = 8f_0^2$ y $t_0 = 1,25/f_0$. El rango de frecuencias totales es $(0, 2f_0)$ kHz. El método de elementos finitos da la solución

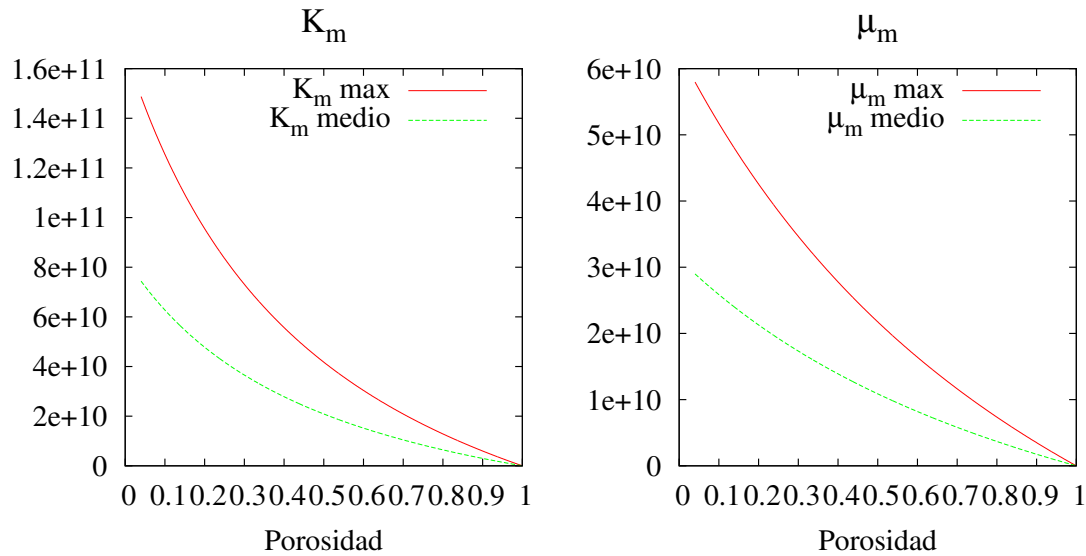


Figura 1: Módulos efectivos de la matriz porosa y seca de hueso. a) Módulo de volumen. b) Módulo de corte

aproximada $u^{s,h}$ y $u^{f,h}$ para un número finito de frecuencias dentro del rango anteriormente citado. La solución correspondiente en el dominio del tiempo se obtiene mediante transformada inversa de Fourier.

Los datos empleados para representar las partes cortical y trabecular de hueso humano se resumen en Tabla 1. La caracterización de la fase fluida, agua o médula está dada en Tabla 2 y es tomada de (McKelvie y Palmer, 1991; Buchanan et al., 2004).

	Hueso cortical	Hueso trabecular normal	Hueso trabecular enfermo
K_m [GPa]	7.33	0.915	0.300
μ_m [GPa]	2.87	0.515	0.175
ρ [g cm^{-3}]	1.96	1.96	1.96
κ [cm^2]	$3 \cdot 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-3}$
ϕ	0.045	0.73	0.90

Tabla 1: Datos para hueso cortical y hueso trabecular sano y osteoporótico.

Al considerar una muestra cuadrada de hueso cortical de 30 mm de lado, con una distancia entre fuente y receptor de 29 mm, se puede observar en Figura 3, la llegada de la onda rápida de Biot para una porosidad de 0.045 y 0.20. En este último caso, también es posible notar la llegada de la onda lenta de Biot. En Tabla 3, se indican las velocidades compresionales con el valor de atenuación, donde se deduce que el efecto de aumentar la porosidad en la parte cortical, hasta su valor extremo de $\phi=0.30$, da por resultado una disminución de la velocidad de Tipo I y un aumento de la velocidad de Tipo II, además, la amplitud del primer arribo aumenta y no es fácil distinguir la onda lenta, en virtud de su velocidad y amplitud relativa.

La aplicación del algoritmo a una muestra de hueso trabecular sano y enfermo, de forma

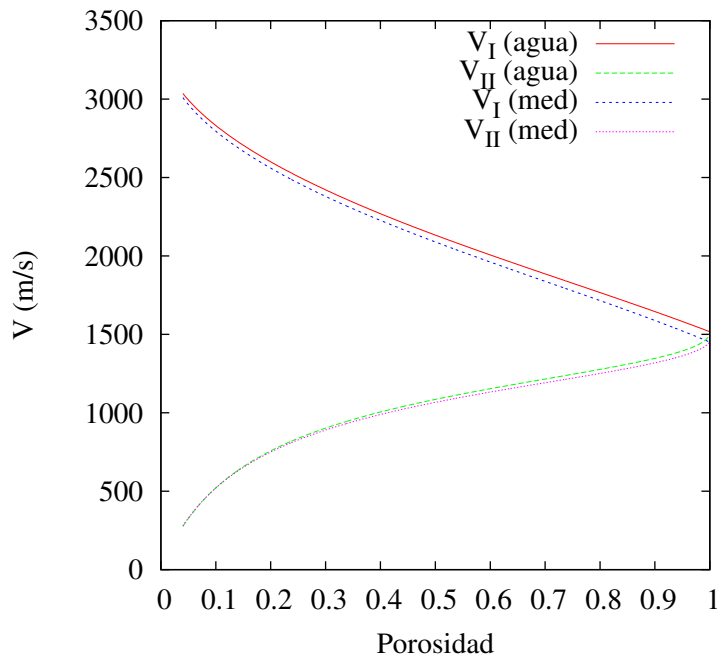


Figura 2: Velocidades compresionales de Biot, Tipo I y Tipo II, en función de la porosidad y fluido saturante agua o médula

	Agua	Médula
K [GPa]	2.3	2
ρ [g cm^{-3}]	1	0.95
η [Poise]	0.01	14.95

Tabla 2: Valores del módulo de volumen, densidad y viscosidad para el agua y la médula.

completamente análoga al experimento anterior, se muestra en Figura 4 con los respectivos valores de velocidad y atenuación dados en Tabla 4. En la Figura 5 se muestra el efecto de cambiar el fluido en un hueso trabecular, considerando médula en vez de agua. La primera tiene una densidad un poco menor, pero mucha mayor viscosidad que la segunda. El efecto de esta característica es notable, ya que la amplitud de las ondas en ambos casos considerados disminuye notablemente, aunque no se notan cambios radicales en la velocidad de propagación de las ondas. Finalmente, en la Figura 6 se muestra, nuevamente considerando que el hueso trabecular está saturado con agua, el efecto de considerar efectos viscoelásticos en el la matriz sólida. Se aprecia también el efecto del decaimiento de la amplitud de las ondas, pero también en este caso se nota que la velocidad de las mismas aumenta.

	V_I [m/s]	Atenuación de V_I [DB/Hz-s]	V_{II} [m/s]	Atenuación de V_{II} [DB/Hz-s]
$\phi=0.045$	3015.	0.0004	313.	2.36
$\phi=0.20$	2601.	0.003	799.	3.51
$\phi=0.30$	2375.	0.008	1069	1.14

Tabla 3: Valores de velocidad y atenuación en hueso cortical para distintas porosidades y frecuencias para la frecuencia central de la fuente, $f=150$ KHz.

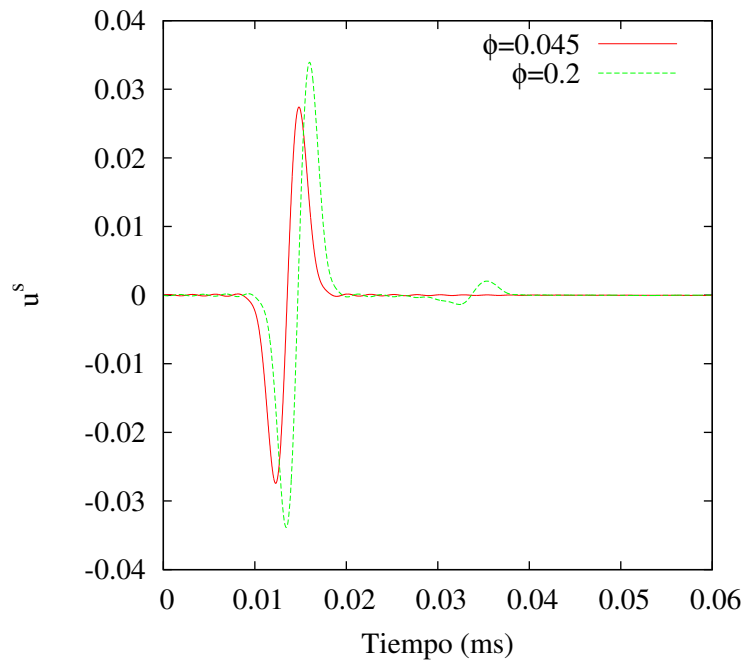


Figura 3: Desplazamientos de la fase sólida en el receptor para porosidad normal del hueso cortical, $\phi=0.045$ y una porosidad mayor, $\phi=0.20$

	V_I [m/s]	Atenuación de V_I [DB/Hz-s]	V_{II} [m/s]	Atenuación de V_{II} [DB/Hz-s]
$\phi=0.73$	1900.	0.038	1241.	0.22
$\phi=0.90$	1715.	0.042	893.	0.16

Tabla 4: Valores de velocidad y atenuación en hueso trabecular sano, $\phi=0.73$ y enfermo, $\phi=0.90$ para la frecuencia central de la fuente, $f=150$ KHz.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado un análisis de la propagación de ultrasonido en huesos (cortical y trabecular) saturados por un fluido (agua y médula ósea). Para modelar la propagación de las ondas se ha utilizado la teoría de Biot, restringiendo el espectro de frecuencias de las ondas incidentes para asegurar la validez del marco teórico elegido. Se ha tenido también en cuenta la dependencia de los módulos de volumen con la fracción volumétrica de hueso, de modo tal de no sobreestimar las velocidades de propagación.

Se ha mostrado cómo la variación de distintos parámetros de interés influyen en el comportamiento de la onda; los resultados obtenidos corroboran que la Teoría de Biot es un marco adecuado para el estudio de huesos; se debe de todas maneras profundizar el mismo, por ejemplo considerando modelos bi- o tridimensionales. Se reportarán resultados en este sentido en futuros trabajos.

6. AGRADECIMIENTOS

Se desea reconocer al Geof. Germán Rubino por sus comentarios y sugerencias con respecto a la física del problema aquí presentado. Este trabajo está parcialmente financiado por los subsidios PIP 04-5126 (CONICET) y PICT 03-13376 (ANPCyT).

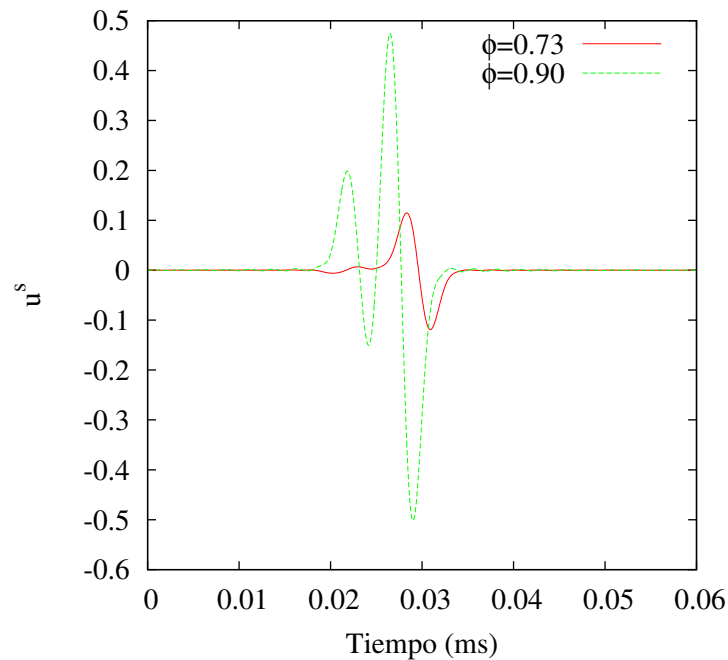


Figura 4: Desplazamientos de la fase sólida en el receptor para porosidad normal del hueso trabecular, $\phi=0.73$ y porosidad de hueso trabecular enfermo, $\phi=0.90$

REFERENCIAS

- R. Barkmann, W. Timm, R. Scheffczyk, E. Lochmüller, y C. Glüer. Fast wave propagation in the epiphysis of human finger phalanges. associations between ultrasound variables and structure of trabecular bone. pages 1173–1176, Paris, 2003. WCU.
- J. Bear. Dynamics of fluids in porous media. *Dover Publications, New York*, 1972.
- M. A. Biot. Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. *J. Appl. Phys.*, 27:459–467, 1956a.
- M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28:168–171, 1956b.
- M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. High frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28:179–191, 1956c.
- M. A. Biot. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *J. Appl. Phys.*, 33:1482–1498, 1962.
- E. Bossy, F. Padilla, F. Peyrin, y P. Laugier. Three-dimensional simulation of ultrasound propagation through trabecular bone structures measured by synchrotron microtomography. *Physics in Medicine and Biology*, 50:5545–5556, 2005.
- E. Bossy, M. Talmant, y P. Laugier. Three-dimensional simulations of ultrasonic axial transmission velocity measurement on cortical bone models. *Journal of the Acoustical Society of America*, 115:2314–2324, 2004.
- T. Bourbie, O. Coussy, y B. Zinszner. *Acoustics of Porous Media*. Editions Technip, Paris, 1987.
- J. Buchanan, R. Gilbert, y K. Khashanah. Determination of the parameters of cancellous bone using low frequency acoustic measurements. *Journal of Computational Acoustics*, 2:99–126, 2004.
- J. M. Carcione. Wave fields in real media: Wave propagation in anisotropic, anelastic and porous

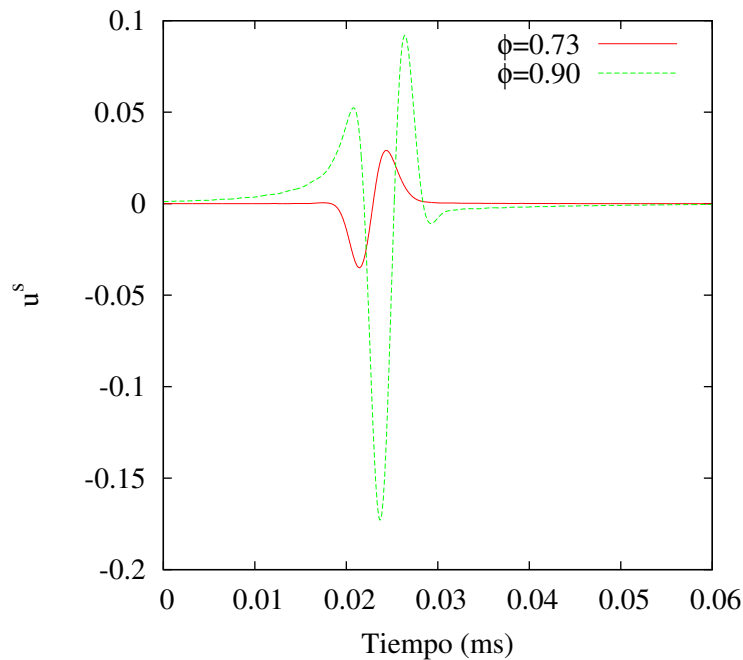


Figura 5: Desplazamientos de la fase sólida en el receptor para porosidad normal del hueso trabecular, $\phi=0.73$ y porosidad de hueso trabecular enfermo, $\phi=0.90$, considerando ahora que el hueso está saturado con médula en vez de agua.

- media. *Handbook of Geophysical Exploration*, Pergamon Press Inc., 31, 2001.
- L. Cardoso, A. Meunier, y C. Oddou. Theoretical and experimental ultrasonic characterization of anisotropic properties in cancellous bone. pages 1169–1172, Paris, 2003. WCU.
- S. Cowin. Bone poroelasticity. *Journal of Biomechanics*, 32:217–238, 1999.
- F. Gassmann. Über die elastizität poröser medien (On the elasticity of porous media). *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gessellschaft in Zurich*, 96:1–23, 1951. CHE 1856-1999 246.
- J. M. Hovem y G. D. Ingram. Viscous attenuation of sound in saturated sand. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 66:1807–1812, 1979.
- E. Hughes, T. Leighton, G. Petley, P. White, y R. Chivers. Estimation of critical and viscous frequencies for biot theory in cancellous bone. *Ultrasonics*, 41:365–368, 2003.
- D. L. Johnson. Elastodynamics of gels. *Journal of Chemical Physics*, 77(3):1531–1539, 1982.
- D. L. Johnson, J. Koplik, y R. Dashen. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 176:379–402, 1987.
- M. Kacsmarek, J. Kubik, y M. Pakula. Short ultrasonic waves in cancellous bone. *Ultrasonics*, 40:95–100, 2002.
- R. Lakes, H. Yoon, y L. Katz. Ultrasonic wave propagation and attenuation in wet bone. *J. Biomed. Eng.*, 8:143–148, 1986.
- T. Lee, R. Lakes, y A. Lal. Investigation of bovine bone by resonant ultrasound spectroscopy and transmission ultrasound. *Biomech. and Modeling in Mechanobiology*, 1:165–175, 2002.
- H. P. Liu, D. L. Anderson, y H. Kanamori. Velocity dispersion due to anelasticity; implications for seismology and mantle composition. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 147:41–58, 1976.
- G. Mavko, T. Mikerji, y J. Dvorkin. *The Rock Physics Handbook, tools for seismic analysis in porous media*. Cambridge University Press, 1998.
- M. McKelvie y S. Palmer. The interaction of ultrasound with cancellous bone. *Physics in*

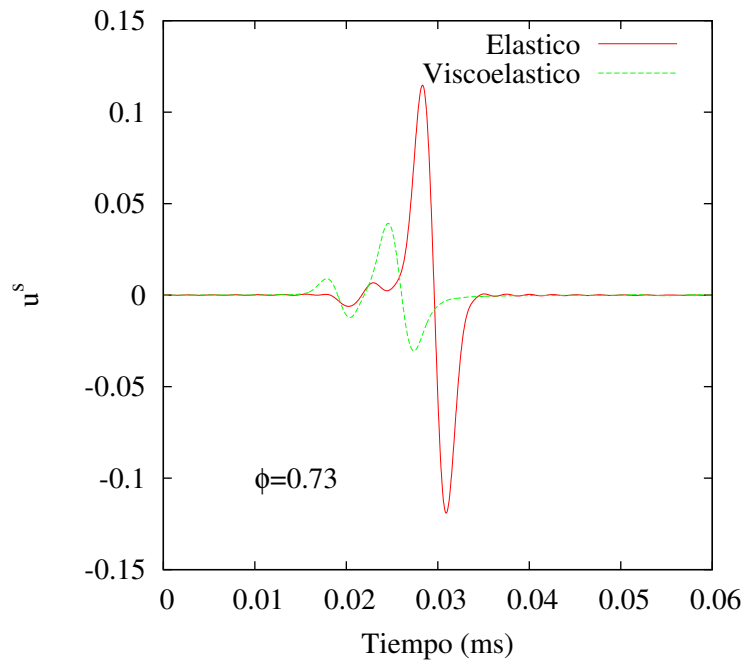


Figura 6: Desplazamientos de la fase sólida en el receptor para porosidad normal del hueso trabecular $\phi=0.73$, considerando que la matriz sólida presenta comportamiento viscoelástico.

Medicine and Biology, 36:1331–1340, 1991.

R. Mellish, N. Garrahan, y J. Compston. *Bone Miner.*, 6:331–338, 1989.

P. Nicholson, R. Strelitzki, R. Cleveland, y M. Bouxsein. Scattering of ultrasound in cancellous bone: predictions from a theoretical model. *Journal of Biomechanics*, 33:503–506, 2000.

J. E. Santos, J. M. Corberó, C. L. Ravazzoli, y J. L. Hensley. Reflection and transmission coefficients in fluid-saturated porous media. *Journal of the Acoustical Society of America*, 91:1911–1923, 1992.

A. E. Scheidegger. *The physics of flow through porous media*. University of Toronto, 1974.

T. Smit, J. Huyghe, y S. Cowin. Estimation of the poroelastic parameters of cortical bone. *Journal of Biomechanics*, 35:829–835, 2002.

K. Wear, A. Laib, A. Stuber, y J. Reynolds. Comparison of measurements of phase velocity in human calcaneus to biot theory. *Journal of the Acoustical Society of America*, 117:3319–3324, 2005.