

TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL RÉGIMEN DE TRANSICIÓN LAMINAR-TURBULENTO EN CANALES RECTANGULARES PARA REYNOLDS MODERADOS

William I. Machaca Abregu^{a,b} y Federico E. Teruel^{a,b,c}

^a*Instituto Balseiro, Universidad Nacional de Cuyo, Av. Ezequiel Bustillo 9500, 8400 San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina.*

^b*Departamento de Mecánica Computacional, Centro Atómico Bariloche, Av. Ezequiel Bustillo 9500, 8400 San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina.*

^c*CONICET, Centro Atómico Bariloche, Av. Ezequiel Bustillo 9500, 8400 San Carlos de Bariloche, Rio Negro, Argentina.*

Palabras Clave: Inestabilidad tipo K, Incompact3D, Transición laminar-turbulenta, Transferencia de calor, DNS.

Resumen. En el presente trabajo se estudia la transferencia de calor en el régimen de transición espacial laminar-turbulento en canales rectangulares angostos mediante experimentos numéricos usando simulación numérica directa (DNS). Para este fin se utilizó el código Incompact3D que resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo (en este caso la temperatura). El flujo se inestabilizó utilizando la inestabilidad tipo K, la cual está compuesta por ondas de Tollmien-Schlichting y por un par de ondas oblicuas. Se muestran resultados para el número de Nusselt local para $Re = 5000$ y 4200 con $Pr = 1$, y para la condición de temperatura de pared uniforme. Este coeficiente muestra una zona laminar a la entrada del canal, seguida por una región de intermitencia en donde el coeficiente crece alcanzando un pico en la transferencia de calor para finalmente decaer hacia un valor correspondiente a un flujo turbulento completamente desarrollado.

1. INTRODUCCIÓN

Un problema importante en la operación de dispositivos termohidráulicos complejos es cuando operan en régimen de transición. En este régimen, parámetros tales como el coeficiente de fricción y el coeficiente de transferencia de calor tienen una gran variación (Tam y Ghajar, 2006). Por ello, en las prácticas de ingeniería de diseño se recomienda evitar el diseño y la operación en esta región, sin embargo, no siempre es factible bajo las restricciones de diseño. En este punto, es de importancia remarcar que en la literatura se llama en general régimen de transición a un flujo completamente desarrollado que tiene características correspondientes a flujos laminares y turbulentos, y que las correlaciones que existen son para esta región (e.g. la correlación de Gnielinski (1976), Churchill (1977) y Sleicher y Rouse (1975), usada por Kawamura et al. (1998) y Abe et al. (2004) en el cálculo numérico de flujos en canales rectangulares periódicos). Por otro lado, cuando un flujo ingresa a un canal, caso de estudio del presente trabajo, generalmente no tendrá el perfil de flujo correspondiente a un flujo totalmente desarrollado y realizará algún tipo de transición o desarrollo. En ese sentido, en el presente trabajo se estudia una transición espacial de un régimen laminar hacia uno totalmente desarrollado que puede pertenecer, dependiendo del número de Reynolds, al régimen de transición o a uno exclusivamente turbulento.

Diversos factores influyen en el proceso de transición. Algunos de éstos han sido estudiados por Ghajar y Tam (1994, 1995, 1998), quienes realizaron experimentos en tubos y mostraron la influencia de la configuración de la entrada del canal en el coeficiente de transferencia de calor. También, Ghajar y Tam (1994) realizaron experimentos prestando atención al rol del flujo secundario en el inicio y en el fin de la región de transición y a la magnitud de la transferencia de calor en esta región. Del mismo modo, García et al. (2005) investigaron experimentalmente bobinas de alambre helicoidales insertadas dentro de un tubo para caracterizar su comportamiento termohidráulico en el régimen laminar, de transición y turbulento. Experimentaron con un gran rango de números de Reynolds y números de Prandtl, y encontraron que las bobinas de alambre aceleran la transición, por ende, incrementan la transferencia de calor.

En cuanto a las simulaciones numéricas, uno de los resultados recientes fue el realizado por Abraham et al. (2009) que muestra la transición espacial, del régimen laminar hacia uno completamente desarrollado (régimen de transición o turbulento), en un tubo con un modelo de turbulencia tipo RANS (*Reynolds Average Navier-Stokes*). El trabajo muestra el número de Nusselt en función de la posición para un canal circular con flujo en desarrollo térmico, número de Prandtl 0,7, diferentes números de Reynolds, condiciones de temperatura de pared uniforme y flujo de calor en la pared uniforme. En las simulaciones realizadas por Abraham et al. (2009) se muestra que el número de Nusselt para el flujo de calor uniforme (UHF) es superior al número de Nusselt para la temperatura de pared uniforme (UWT), a $Re_m < 5000$ (Reynolds basado en la velocidad media), hecho que se usará para analizar los resultados obtenidos.

Del mismo modo Minkowycz et al. (2009) y Abraham et al. (2011) simularon flujos en canales rectangulares en régimen de transición. No obstante no muestran resultados del número de Nusselt en función de la posición (transición espacial). Además, las simulaciones realizadas por Abraham et al. (2009), Minkowycz et al. (2009) y Abraham et al. (2011) emplean modelos de turbulencia, por lo que no captan todas las escalas del flujo. En ese sentido, no se cuenta con conocimiento de trabajos numéricos que muestren la transferencia de calor en la región de transición espacial en canales rectangulares utilizando DNS.

Particularmente, el estudio de la transferencia de calor en canales rectangulares ha ganado interés en los últimos años en la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), motivado por

su aplicación en combustibles de núcleos de reactores de investigación (Silin et al., 2010, 2012). De ahí radica el interés perseguido en este trabajo. Por ello el dominio analizado para calcular el coeficiente de transferencia de calor es un canal rectangular similar a los combustibles tipo MTR de los reactores nucleares de investigación.

Por lo mencionado, en el presente trabajo se busca analizar numéricamente la transferencia de calor en el régimen de transición espacial laminar-turbulento usando el método de simulación numérica directa (DNS). Para ello en la sección 2 se describen los aspectos numéricos más importantes para llevar a cabo la simulación, como el mecanismo de inestabilización, la condición de salida y la condición de temperatura de pared uniforme. Luego, en la sección 3, se presenta la validación de la transferencia de calor en un canal con entrada-salida y la condición de temperatura de pared uniforme en el régimen laminar, para luego presentar los resultados en el régimen de transición espacial laminar-turbulento para Reynolds moderados y $Pr = 1$. Finalmente se presentan las conclusiones principales del presente estudio.

2. SIMULACIÓN NUMÉRICA DIRECTA

Para la simulación numérica directa de la transferencia de calor en el régimen de transición espacial laminar-turbulento, se requiere la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo, en este caso la temperatura, utilizando una herramienta numérica precisa. Otro aspecto a considerar es el mecanismo de inestabilización que permita inestabilizar el flujo espacialmente en dominios computacionalmente aceptables para la arquitectura usada. En el presente trabajo se usa la inestabilización tipo K (Klebanoff et al., 1962; Schmid y Henningson, 2001), la cual se detalla en el apartado 2.2.1.

En las simulaciones realizadas se vio que el escalar es más sensible que la parte hidrodinámica a las reflexiones a la salida del dominio producto de la condición convectiva (ver apartado 2.2.2). Esto obligó a utilizar números de Prandtl relativamente pequeños. Por otra parte, si el Pr es muy pequeño se tiene que disminuir el paso temporal para que la solución no diverja. Estos factores y la consideración sobre la capacidad de cálculo hicieron que en el presente trabajo se decida simular solo para $Pr = 1$ y para Reynolds moderados ($Re = 5000$ y $Re = 4200$).

2.1. Ecuaciones Gobernantes

Se resuelve numéricamente la ecuación de Navier-Stokes en un canal con desarrollo hidrodinámico espacial con el código Incompact3D (Laizet et al., 2010; Laizet y Li, 2011). La distancia, la velocidad instantánea, la presión y el tiempo son adimensionalizados con la altura media del canal h , la máxima velocidad en la dirección de la corriente U_o , la densidad ρ y la viscosidad cinemática ν . Donde la ecuación adimensionalizada se muestra a continuación:

$$\frac{\partial \vec{u}^*}{\partial t^*} + \frac{1}{2}(\nabla(\vec{u}^* \otimes \vec{u}^*) + \vec{u}^* \cdot \nabla)\vec{u}^* = -\nabla p^* + \frac{1}{Re_o} \nabla^2 \vec{u}^*, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u}^* = 0, \quad (2)$$

donde: $\vec{u}^* = \frac{\vec{u}}{U_o}$ es el campo de velocidades ($\vec{u}^* = (u^*, v^*, w^*)$), $\vec{x}^* = \frac{\vec{x}}{h}$ es el vector de coordenadas ($\vec{x}^* = (x^*, y^*, z^*)$), $t^* = \frac{t U_o}{h}$ es el tiempo, $p^* = \frac{p}{\rho U_o^2}$ es el campo de presiones, $Re = Re_o = \frac{U_o h}{\nu}$ es el número de Reynolds. Notar que en la ecuación 1 el término convectivo está escrito en su forma antisimétrica. Esta forma específica permite una mejor conservación de la energía cinética para la discretización espacial usada en el código (Kravchenko y Moin, 1997).

Para el transporte del escalar, como la condición en la dirección de la corriente no es periódica, se adimensionaliza la temperatura de acuerdo a la ecuación 3 (esta adimensionalización es para el caso de temperatura de pared uniforme),

$$\theta = \frac{T - \bar{T}_w}{T_o - \bar{T}_w}, \quad (3)$$

donde: T es la temperatura, \bar{T}_w es la temperatura en las paredes y T_o es la temperatura en la entrada del canal. Con este cambio de variable la ecuación para el transporte del escalar es:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\bar{u}^* \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{Re_o Pr} \nabla^2 \theta. \quad (4)$$

2.2. Condiciones de contorno

Las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo se resuelven en un dominio computacional $L_x = 90h \times L_y = 2h \times L_z = 3h$ discretizado en una grilla cartesiana de $n_x \times n_y \times n_z = 1801 \times 65 \times 64$, en las direcciones x , y y z , respectivamente (ver figura 1).

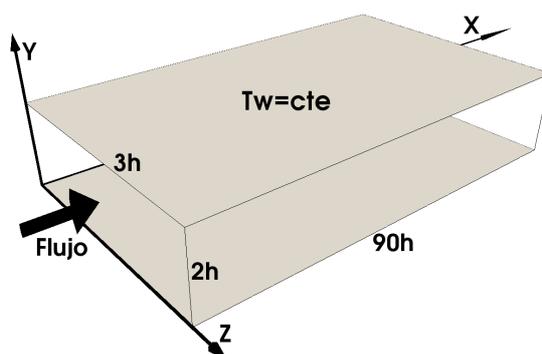


Figura 1: Dominio del canal rectangular entre dos placas paralelas para el estudio de la transferencia de calor en régimen de transición espacial laminar-turbulento.

Las condiciones de contorno para la parte hidrodinámica son: periódico en z , Dirichlet en y ($u^*(x^*, 0, z^*) = u^*(x^*, 2, z^*) = 0$) y la condición de entrada-salida en la dirección de la corriente.

Las condiciones de contorno para el transporte del escalar son: periódico en z , Dirichlet en y ($\theta^*(x^*, 0, z^*) = \theta^*(x^*, 2, z^*) = 0$) y la condición de entrada-salida en la dirección x . La condición de Dirichlet es para el caso de temperatura de pared uniforme, la cual se analiza en el presente trabajo por su fácil implementación en el código Incompact3D.

La condición de entrada-salida es importante en el presente estudio (transferencia de calor en el régimen de transición espacial laminar-turbulento), por ello se la describe con más detalle en los dos siguientes apartados.

2.2.1. Condición de Entrada

Para inestabilizar el flujo espacialmente se requiere introducir una perturbación a la entrada del canal. Esta perturbación resulta de la teoría de estabilidad lineal y consiste en resolver las ecuaciones de Orr-Sommerfeld y Squire (Schmid y Henningson, 2001; Schlatter, 2005) para la transición espacial laminar-turbulenta. El proceso de transición laminar-turbulento en flujos

de canal a $Re < Re_{crit} = 5772$ puede generarse si se impone una perturbación bidimensional (perturbación primaria), ondas TS, que se inestabilizan con perturbaciones tridimensionales con una amplitud finita (perturbación secundaria), siendo las más conocidas el tipo K (Klebanoff et al., 1962) y el tipo H (Herbert, 1983a,b), que corresponden esencialmente a hacer interactuar el crecimiento de las ondas bidimensionales T-S con un par de ondas oblicuas tridimensionales.

Entonces a la entrada del canal se introduce el flujo Poiseuille más la perturbación, la cual se muestra en la ecuación 5,

$$\vec{U} + \vec{u}, \quad (5)$$

donde $\vec{U} = (U(y), 0, 0)$ es el flujo Poiseuille base ($U(y) = \frac{y}{h}(2 - \frac{y}{h})U_o$) y $\vec{u} = (u, v, w)$ es la perturbación dada por

$$\begin{aligned} \vec{u}(x = 0, y, z, t) = & A_{2d} \mathbb{R}[(\vec{u}_{2d}(y))e^{-i\omega_{r2d}t}] \\ & + \frac{1}{2} A_{3d} \mathbb{R}[(\vec{u}_{r3d}^+(y))e^{i(\beta z - \omega_{r3d}t)}] + \frac{1}{2} A_{3d} \mathbb{R}[(\vec{u}_{r3d}^-(y))e^{i(\beta z - \omega_{r3d}t)}], \end{aligned} \quad (6)$$

donde A_{2d} es la amplitud de la perturbación bidimensional y A_{3d} es la amplitud total del par de ondas oblicuas tridimensionales. Las autofunciones espaciales complejas, \vec{u}_{2d} y \vec{u}_{3d} , son calculados resolviendo la ecuación de Orr-Sommerfeld y Squire (Schmid y Henningson, 2001; Schlatter, 2005) para un dado número de Reynolds, número de onda en dirección z (β), y para la frecuencia real en dos y tres dimensiones, ω_{2d} y ω_{3d} , respectivamente. Las autofunciones son normalizadas para que la amplitud máxima de la componente en la dirección de corriente sea uno con un desplazamiento de fase cero. Los superíndices $+$ y $-$ representan las autofunciones calculadas para $\beta > 0$ y $\beta < 0$, respectivamente. Cuando $\omega_{r3d} = \omega_{r2d}$ la perturbación tridimensional conduce a la inestabilidad tipo K, y cuando $\omega_{r3d} = \frac{1}{2}\omega_{r2d}$ se desarrolla la inestabilidad tipo H (Saiki et al., 1993). También $i = \sqrt{-1}$ y \mathbb{R} indica la parte real del número complejo.

Por otro lado, el escalar no requiere de una perturbación a la entrada del canal. Esto es debido a que se resuelve en función al campo de velocidades. Si el campo de velocidades está perturbado entonces el campo del escalar también lo estará. Entonces para el escalar pasivo se emplea como condición de entrada un perfil uniforme de temperatura T_o .

2.2.2. Condición de Salida

Uno de los problemas numéricos principales, en el problema en estudio, es la falta de una condición de frontera de salida no reflectiva viable para las ecuaciones de Navies-Stokes, capaz de expulsar grandes perturbaciones del dominio computacional sin inestabilizar el flujo aguas arriba. Algunas soluciones, que fueron encontradas en los trabajos revisados, para el estudio de la transición espacial usan, en general, un dominio extendido a la salida del canal, donde artificialmente se modifica la ecuación de N-S buscando que el flujo se vuelva laminar. Dentro de esta técnica, por ejemplo, se encuentra el *buffer domain* (Streett y Macaraeg, 1990; Liu y Liu, 1994; Richards et al., 2004) y la *fringe zone* (Schlatter, 2005). Por otro lado, en el presente trabajo se consideró la condición convectiva de acuerdo a la formulación presentada en la ecuación 7 y 8, para la parte hidrodinámica y para el escalar, respectivamente.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + u_c(y) \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u_c(y) \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

con

$$u_c(y) = \frac{y}{h} \left(2 - \frac{y}{h}\right) U_o. \quad (9)$$

Esta condición introduce inestabilidades y valores espurios a la salida del dominio, sin embargo, es posible lograr soluciones no divergentes que no afecten a las soluciones aguas arriba (Lamballais, 2014), por lo que es adecuada y económica para problemas con condición de *entrada-salida*. Desde el punto de vista computacional, el uso de la condición convectiva permite usar un dominio más pequeño respecto del uso del *buffer domain* o la *fringe zone*, disminuyendo el costo computacional.

3. RESULTADOS

En la presente sección se muestran los resultados principales del estudio numérico realizado. Primero se muestra la validación en el régimen laminar de la implementación de la temperatura de pared uniforme, luego se muestran los resultados de la transferencia de calor en el régimen de transición espacial laminar-turbulento.

3.1. Validación Laminar

Para la validación laminar se resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes con transporte de un escalar pasivo en un canal con entrada-salida. A la entrada se introduce un perfil parabólico para la parte hidrodinámica y un perfil uniforme para el transporte de un escalar pasivo. Se calcula el número de Nusselt local (Nu_x) a lo largo del canal:

$$Nu_x = \frac{4 \frac{\partial \theta(y^*=0,2)}{\partial y^*}}{\theta_{b_x}}, \quad (10)$$

donde: θ_{b_x} es la temperatura de *bulk* a x fijo. Luego se compara el Nu_x con los resultados numéricos obtenidos para un canal bidimensional por Teruel (2007). Los casos analizados se muestran en la tabla 1.

Re_o	Pr	$L_x \times L_y \times L_z$	$n_x \times n_y \times n_z$	Δt^*
100	0,7	11,2 × 2 × 4,2	57 × 33 × 8	0,001
100	10	64,0 × 2 × 4,2	129 × 33 × 8	0,001
500	0,7	38,4 × 2 × 4,2	129 × 33 × 8	0,001
500	10	128,0 × 2 × 4,2	201 × 33 × 8	0,001

Tabla 1: Grilla y parámetros para los casos analizados en la simulación de un canal laminar con condición de *entrada-salida* en la dirección de la corriente.

La condición de entrada para la velocidad en la dirección de la corriente u es parabólica ($u(0, y, z, t) = \frac{y}{h} (2 - \frac{y}{h}) U_o$), por lo que no existe un desarrollo hidrodinámico en x . Solo existe un desarrollo térmico debido a la entrada uniforme del escalar, como se observa en la figura 2, en la que se reporta el número de Nusselt en función de la dirección de la corriente.

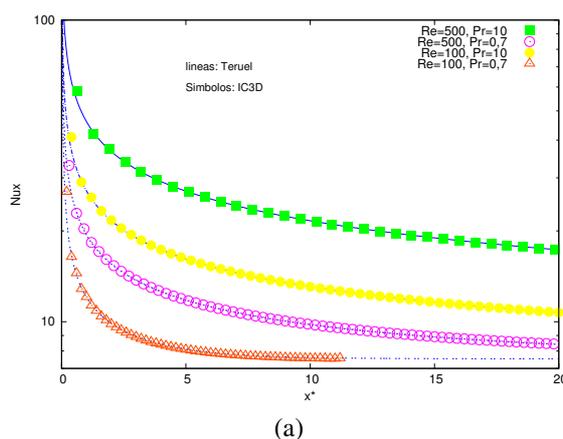


Figura 2: Número de Nusselt en función de la dirección de la corriente para los casos de la tabla 1. Las líneas son los calculados por Teruel (2007) y los símbolos por el código Incompact3D (IC3D).

En la figura 2 se ve que el número de Nusselt se incrementa con el número de Péclet ($Pe = RePr$) y que los resultados tienen un excelente acuerdo con los obtenidos por Teruel (2007). Adicionalmente, se ve un adecuado comportamiento de la condición convectiva a la salida del canal en el cálculo de flujos laminares.

Validado la condición de temperatura de pared uniforme y la condición convectiva para flujos en régimen laminar, se incrementa el número de Reynolds y se introduce a la entrada del canal una perturbación para inestabilizar el flujo y obtener la transición espacial laminar-turbulenta. Esto se muestra en la siguiente sección.

3.2. Simulación de Transferencia de Calor en Transición Espacial

Para el estudio numérico de la transferencia de calor en el régimen de transición espacial es importante mencionar que en el presente trabajo se usa la inestabilidad tipo K para perturbar el flujo a la entrada del canal, la condición convectiva a la salida del canal y la condición de temperatura de pared uniforme. Los casos analizados se muestran en la tabla 2.

Caso	Re	A_{2d}	A_{3d}	w_{r2d}	w_{r3d}	β
I	5000	8 %	1 %	0,3	0,3	2,0944
II	5000	6 %	0,2 %	0,3	0,3	2,0944
III	4200	8 %	1 %	0,3	0,3	2,0944

Tabla 2: Casos analizados para la transición espacial laminar-turbulenta. Se muestran los parámetros para calcular la perturbación a imponer a la entrada del canal.

Con los datos de la tabla 2 se obtienen las perturbaciones que inestabilizan el flujo Poiseuille en la entrada del canal. El dominio usado para la simulación numérica es $L_x = 90 \times L_y = 2 \times L_z = 3$ con una discretización de $n_x \times n_y \times n_z = 1801 \times 65 \times 64$. Se simuló 360000 iteraciones con un paso de tiempo $\Delta t^* = 0,001$. Las estadísticas se tomaron durante los últimos 40000 pasos de tiempo. En la figura 3 se muestra el resultado obtenido para los casos analizados. Se observa que los resultados presentan la fenomenología esperada (régimen laminar a la entrada

del canal, una región de transición espacial y un régimen turbulento completamente desarrollado en las cercanías de la salida del canal). La condición convectiva introduce inestabilidades aguas abajo de la salida del canal pero no influyen significativamente en la solución. La zona turbulenta a la salida del canal fue comparada con los valores de Nu del canal periódico con condición de flujo de calor uniforme calculadas con el código Incompact3D (representado por líneas horizontales a la salida del canal) correctamente. Los valores de Nu obtenidos a la salida del canal para la condición de temperatura de pared uniforme se encuentran por debajo de los obtenidos para la condición de flujo de calor uniforme (Abraham et al., 2009). Adicionalmente,

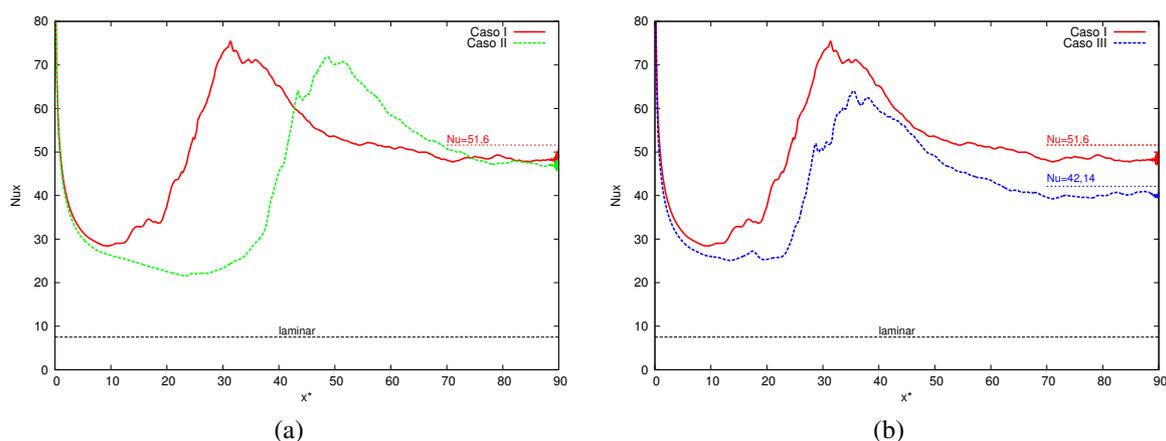


Figura 3: Número de Nusselt en función de la dirección de la corriente para $Re = 5000$ y $Re = 4200$ con $Pr = 1$ para la condición de temperatura de pared uniforme. a) Nu en función de x para el caso I y el caso II y b) Nu en función de x para el caso I y el caso III. A la salida del canal se muestran en líneas horizontales los valores de Nu para la condición de flujo de calor uniforme calculados en un canal con periodicidad en x y z con el código Incompact3D.

se analizó la variación de la amplitud de la perturbación impuesta en la entrada del canal y la variación del número de Reynolds. En el primer caso, se encontró que al disminuir la amplitud de las perturbaciones impuestas a la entrada del canal, la transición se corre aguas abajo. Esto es debido a que la perturbación con amplitud menor inestabiliza con menos intensidad las escalas del flujo que la perturbación con amplitud mayor (ver figura 3a). En el segundo análisis, se encontró que para los mismos parámetros de perturbación si se disminuye el número de Reynolds, la transición también se corre aguas abajo. Esto es debido a que al disminuir el Reynolds disminuye el factor de amplificación de las perturbaciones (ver figura 3b).

4. CONCLUSIONES

En este trabajo, se simuló un canal rectangular con simulación numérica directa (DNS). Los casos simulados fueron para $Re = 5000$, $Re = 4200$ con $Pr = 1$ y para la condición de temperatura de pared uniforme. Se observó que la condición convectiva influye en el resultado a la salida del canal, sin embargo, su influencia aguas arriba de la salida es despreciable para los casos analizados.

Los resultados mostraron una zona de transición espacial. A la salida del canal, antes de la perturbación debida a la condición de borde, los cálculos para $Re = 4200$ y $Re = 5000$ presentaron un Nu que se encuentra, como es esperado, por debajo de los resultados para la condición de flujo de calor en la pared uniforme calculados en un canal periódico con el código Incom-

pact3D. Todos los resultados mostraron una región, inmediatamente aguas abajo de la entrada, caracterizada por un comportamiento laminar, donde el coeficiente de transferencia de calor decae. Aguas abajo de esta región laminar, se produce una región intermitente, aquí el coeficiente de transferencia de calor aumenta a medida que el flujo se vuelve más inestable. Luego, se encuentra un pico en la transferencia de calor. Por último, el flujo decae a un régimen turbulento completamente desarrollado y el coeficiente de transferencia de calor sigue esta tendencia.

En el presente trabajo se logró la simulación numérica de la transferencia de calor en la región de transición espacial en canales rectangulares mediante el método de simulación numérica directa (DNS). Los datos obtenidos pueden utilizarse, por ejemplo, para evaluar riesgos de sobre calentamiento en dispositivos termohidráulicos, para mejorar la comprensión del proceso de transición espacial o para verificar los resultados proporcionados por correlaciones existentes.

REFERENCIAS

- Abe H., Kawamura H., y Matsuo Y. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re_\tau = 1024$ with $Pr = 0,025$ y $0,71$. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25(3):404–419, 2004.
- Abraham J.P., Sparrow E.M., y Minkowycz W.J. Internal-flow Nusselt numbers for the low-Reynolds-number end of the laminar-to-turbulent transition regime. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54:584–588, 2011.
- Abraham J.P., Sparrow E.M., y Tong J.C.K. Heat transfer in all pipe flow regimes: laminar, transitional/intermittent, and turbulent. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52:557–563, 2009.
- Churchill S.W. Comprehensive correlating equations for heat, mass and momentum transfer in fully developed flow in tubes. *Ind. Eng. Chem. Fundam.*, 16(1):109–116, 1977.
- García A., Vicente P.G., y Viedma A. Experimental study of heat transfer enhancement with wire coil inserts in laminar-transition-turbulent regimes at different Prandtl numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48:4640–4651, 2005.
- Ghajar A.J. y Tam L.M. Heat transfer measurements and correlations in the transition region for a circular tube with three different inlet configurations. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 8:79–90, 1994.
- Ghajar A.J. y Tam L.M. Flow regime map for a horizontal pipe with uniform wall heat flux and three inlet configurations. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 10:287–297, 1995.
- Ghajar A.J. y Tam L.M. The unusual behavior of local heat transfer coefficient in a circular tube with a bell-mouth inlet. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 16:187–194, 1998.
- Gnielinski V. New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *Int. Chem. Eng.*, 16:359–368, 1976.
- Herbert T. Secondary instability of plane channel flow to subharmonic three-dimensional disturbances. *Phys. Fluids*, 26:871, 1983a.
- Herbert T. Subharmonic three-dimensional disturbances in unstable plane shear flows. *AIAA Paper*, 83:1759, 1983b.
- Kawamura H., Ohsaka K., Abe H., y Yamamoto K. DNS of turbulent heat transfer in channel flow with low to medium-high Prandtl number fluid. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 19(5):482–491, 1998.
- Klebanoff P.S., Tidstrom K.D., y Sargent L.M. The three-dimensional nature of boundary-layer instability. *J. Fluid Mech*, 12:1, 1962.
- Kravchenko A.G. y Moin P. On the effect of numerical errors in Large Eddy simulation of turbulent flows. *J. Comp. Phys.*, 131:310–332, 1997.
- Laizet S., Lamballais E., y Vassilicos J.C. A numerical strategy to combine high-order sche-

- mes, complex geometry and parallel computing for high resolution DNS of fractal generated turbulence. *Computers and Fluids*, 39-3:471–484, 2010.
- Laizet S. y Li N. Incompat3d, a powerful tool to tackle turbulence problems with up to $O(10^5)$ computational cores. *Int. J. of Numerical Methods in Fluids*, 67-11:1735–1757, 2011.
- Lamballais E. Direct numerical simulation of a turbulent flow in a rotating channel with a sudden expansion. *J. Fluid Mech.*, 745:92–131, 2014.
- Liu Z. y Liu C. Fourth order finite difference and multigrid methods for modeling instabilities in flat plate boundary layers 2D and 3D approaches. *Computers Fluids*, 23(7):955–082, 1994.
- Minkowycz W.J., Abraham J.P., y Sparrow E.M. Numerical simulation of laminar breakdown and subsequent intermittent and turbulent flow in parallel-plate channels: Effects of inlet velocity profile and turbulence intensity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52:4040–4046, 2009.
- Richards S.K., Zhang X., Chen X.X., y Nelson P.A. The evaluation of non-reflecting boundary condition for duct acoustic computation. *Journal of Sound and Vibration*, 270:539–557, 2004.
- Saiki E.M., Biringen S., Danabasoglu G., y Streett C.L. Spatial simulation of secondary instability in plane channel flow: comparison of K- and H-type disturbances. *J. Fluid Mech.*, 253:485–507, 1993.
- Schlatter P.C. *Large-Eddy simulation of transition and turbulence in wall-bounded shear flow*. PhD Tesis, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, 2005.
- Schmid P.J. y Henningson D.S. Stability and Transition in Shear Flows. En *Applied Mathematical Sciences*, volumen 142. Springer, 2001.
- Silin N., Masson V., y García J.C. Convection in a rectangular channel with a flow of water in laminar-turbulent transition with high heat fluxes. *Latin American Applied Research*, 40:125–130, 2010.
- Silin N., Masson V., y Marino R. Heat transfer in a short parallel-plate channel in the transition regime. *Experimental Heat Transfer*, 25(1):12–29, 2012.
- Sleicher C.A. y Rouse M.W. A convenient correlation for heat transfer to constant and variable property fluids in turbulent pipe flow. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 18:677–683, 1975.
- Streett C.L. y Macaraeg M.G. Spectral multi-domain for large-scale fluid dynamics simulations. *Applied Numerical Mathematics*, 6:123–139, 1990.
- Tam L.M. y Ghajar A.J. Transitional heat transfer in plain horizontal tubes. *Heat Transfer Engineering*, 27(5):23–38, 2006.
- Teruel F.E. *Macroscopic turbulence modeling and simulation for flow through porous media*. PhD Tesis, University of Illinois, Urbana-Champaign, U.S.A., 2007.