

## UN NUEVO MÉTODO PARA LA IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS BAJO EXCITACIONES TRANSITORIAS SÓLO A PARTIR DE SU RESPUESTA

Hernán Garrido<sup>a</sup>, Oscar Curadelli<sup>b</sup> y Daniel Ambrosini<sup>c</sup>

<sup>a</sup>*Grupo de Dinámica Experimental, IMERIS, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina, CONICET, Argentina, carloshernangarrido@gmail.com*

<sup>b</sup>*Grupo de Dinámica Experimental, IMERIS, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina, CONICET, Argentina, ocuradelli@fing.uncu.edu.ar*

<sup>c</sup>*Grupo de Dinámica Experimental, IMERIS, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina, CONICET, Argentina, dambrosini@uncu.edu.ar*

**Palabras clave:** Monitoreo de la Salud Estructural, identificación estocástica de sistemas, identificación de sistemas usando sólo salida, vibraciones libres, búsqueda heurística, puentes.

**Resumen.** Muchas estructuras civiles se siguen utilizando a pesar del envejecimiento y la acumulación de daño. Por lo tanto, la capacidad de monitorear su salud es un tema cada vez más importante. Para implementar dicho monitoreo, la identificación de sistemas sólo a partir de su salida (respuesta) parece ser una solución muy atractiva. Es bien sabido, sin embargo, que ésta requiere registros largos con el fin de validar la hipótesis de que la excitación es un ruido blanco; principalmente ante cargas transitorias. El enfoque alternativo propuesto en el presente trabajo se basa en utilizar sólo segmentos de registro donde la respuesta esté dominada por vibraciones libres. Puesto que no hay un método formal para encontrar vibraciones libres sin el conocimiento de la excitación, en el presente trabajo se desarrolla un algoritmo para su búsqueda heurística. El algoritmo es totalmente automático, contempla la posibilidad de ausencia de vibraciones libres y tiene un único parámetro de calibración. En este trabajo también se describen algunos problemas prácticos en la aplicación del enfoque propuesto al Monitoreo de la Salud Estructural de puentes excitados dinámicamente por tráfico. Pruebas con registros reales de vibraciones del puente del cañón de Alamosa (EEUU) muestran la gran efectividad del algoritmo. El método propuesto reduce drásticamente la necesidad de almacenar y transmitir grandes cantidades de datos. Esto es particularmente beneficioso porque tiende a la miniaturización del hardware a instalar en las estructuras, lo cual simplifica su protección contra efectos medioambientales y vandalismo.

## 1 INTRODUCCIÓN

Muchas estructuras civiles se siguen utilizando a pesar del envejecimiento, la acumulación de daño y el riesgo desconocido de colapso (Salem y Helmy, 2014). Por lo tanto, la capacidad de monitorear su salud es un tema cada vez más importante (Collins et al., 2014; Dong et al., 2010; Farrar et al., 2001; Ko y Ni, 2005; Wong, 2004). Dentro de las muchas estrategias disponibles en la literatura de Monitoreo de la Salud Estructural (MSE) (Dong et al., 2010; Ko y Ni, 2005; Miguel et al., 2012; Wong, 2004), los métodos basados en vibraciones son muy atractivos debido a la simple implementación de su hardware y las posibilidades de ejecutarse operacionalmente (Kramer et al., 1999). Estos métodos consisten en excitar el sistema estructural y, a través de la medición de vibraciones, identificar parámetros modales que se correlacionen con su rigidez y/o resistencia efectivas (Chen y Zang, 2011; Ko y Ni, 2005; Miguel et al., 2012). Ya que el uso de excitación artificial tiene importantes limitaciones prácticas en estructuras civiles (Kramer et al., 1999), las fuentes de excitación ambiental y operacional se explotan comúnmente a través del enfoque de *sólo salida* (Peeters, 2000), en el que la entrada es desconocida. Hoy en día, muchos programas de MSE implementados en todo el mundo incluyen esta técnica (Dong et al., 2010; Ko y Ni, 2005; Wong, 2004).

En general, todos los métodos de identificación de sistemas de *sólo salida*, como la técnica del decremento aleatorio (Ibrahim, 1977), la selección de pico con o sin función de coherencia (Peeters, 2000), el método de Ibrahim en el dominio del tiempo (Ewins, 1984), y métodos estocásticos sub-espaciales (Peeters, 2000), hacen necesariamente el supuesto de que la excitación es un ruido blanco. En los casos en los que la entrada contiene frecuencias dominantes, es difícil separar éstas de las frecuencias naturales del sistema (Peeters, 2000); lo que conduce a errores de estimación significativos. Estos problemas también pueden aparecer cuando la excitación se compone de impulsos transitorios. En efecto, si los impulsos son de *corta duración* (Clough y Penzien, 1995), i.e. el pico de la respuesta se produce durante la fase de vibración libre, se obtiene conservadoramente un límite de inicio para un segmento de registro de vibraciones libres si se toma desde el pico de la respuesta. Sin embargo, se necesitan herramientas más sofisticadas en casos generales donde impulsos repetidos, de corta o larga duración, pueden excitar el sistema, en los cuales el pico de la respuesta se produce durante la aplicación de la excitación; e.g. carga de tráfico en puentes de tramos cortos o cargas debidas a ráfagas en puentes de tramos largos. Como otros, los métodos de identificación de sistemas de *sólo salida* tienen dos problemas adicionales, asociados con la excitación, que pueden conducir a significativos errores de estimación (especialmente en los puentes de tramos cortos (Farrar et al., 2000)). Esto son: (1) variabilidad de la masa del sistema; e.g., el efecto de camiones pesados (Kim et al., 1999); y (2) interacción con la estructura; e.g., resonancia de suspensiones de vehículos debido a irregularidades del camino (De Roeck et al., 2002).

Por estas razones, en la práctica, es común el uso de registros de medición largos (de 1000 a 2000 veces el período fundamental de la estructura) para proporcionar estimaciones precisas de los parámetros modales (Gentile y Saisi, 2013; Nguyen et al., 2015). En este trabajo, se propone un enfoque alternativo que consiste en encontrar automáticamente un segmento de registro de vibraciones libres dentro del registro completo. Se toman diferentes métodos disciplinados como *reconocimiento estadístico de patrones*, *visión por computadora*, *procesamiento de señales* e *identificación de sistemas* para desarrollar el nuevo algoritmo de búsqueda heurística. Una vez que se selecciona el segmento, la identificación de parámetros se lleva a cabo fácilmente. Ya que la identificación se lleva a cabo en el segmento de registro de vibraciones libres seleccionado, el algoritmo propuesto es muy preciso y sólo requiere, como entrada, un registro relativamente corto que lo contenga, (e.g., 100 a 200 veces el

período fundamental de la estructura).

Además, dentro del paradigma de *detección de daño por reconocimiento estadístico de patrones* (Farrar et al., 2001; Sohn, 2007; Sohn et al., 2002), el algoritmo propuesto puede ser utilizado ventajosamente para aceptar o rechazar datos antes de la identificación, mitigando así los problemas de variabilidad de masa e interacción carga-estructura (De Roeck et al., 2002; Farrar et al., 2000; Kim et al., 1999). Por otra parte, debido a que la necesidad de grandes cantidades de datos se reduce drásticamente, surgen importantes implicancias en el diseño del hardware (Collins et al., 2014; Dong et al., 2010; Ko y Ni, 2005; Wong, 2004; Wu et al., 2010): se tienen que transmitir menos datos; en las comunicaciones por módem, se reducen los ciclos de trabajo; y, en consecuencia, el consumo de energía es menor (Collins et al., 2014). Lo último permite el uso de baterías y celdas solares más pequeñas, reduciendo así el tamaño, peso, costo de las unidades de adquisición de datos remotos y el riesgo de vandalismo; reconocidos problemas en MSE (Gravengaard, 1986; Housner et al., 1997; Ko y Ni, 2005; Lester, 2001).

Independientemente de los detalles de implementación, el MSE implica esencialmente las siguientes etapas: (1) adquisición de datos, (2) transferencia de datos, (3) análisis de datos, y (4) toma de decisiones (Dong et al., 2010). Así, el algoritmo propuesto puede implementarse en la etapa (1) o en la (3). La primera opción requiere un hardware de adquisición de datos que tenga un procesador relativamente poderoso, pero se transmiten menos datos: sólo el segmento de registro de vibraciones libres o simplemente los parámetros modales identificados. En la segunda opción, con menos demanda computacional, tienen que transmitirse los registros completos; sin embargo, estos registros completos no tienen que ser tan largos como para validar la hipótesis de ruido blanco sino lo suficientemente largos como para contener vibraciones libres. Por esta razón, el algoritmo es beneficioso en ambas opciones de implementación.

## 2 OCURRENCIA DE VIBRACIONES LIBRES

La probabilidad de que ocurran vibraciones libres en una estructura debido a cargas ambientales u operativas puede evaluarse experimentalmente o estimarse a través de cálculos basados en datos estadísticos. Así, puede estimarse la hora del día y/o los días de la semana en los que resulta más probable que ocurran vibraciones libres. De esta manera, puede programarse un cronograma de toma de mediciones eficiente en las unidades de adquisición de datos del sistema de MSE.

En el caso particular de puentes simplemente apoyados de tramos cortos e independientes que se cargan dinámicamente por tráfico (como se muestra en la [Figura 1 \(a\)](#)), se pueden hacer cálculos sencillos que estimen un *límite inferior* para la probabilidad de ocurrencia de las vibraciones libres. A continuación se detallan estos cálculos.

Denotando la longitud del tramo con  $s$ , la distancia media entre ejes de los vehículos como  $w$ , y su velocidad media como  $v$ , la duración media de la fase forzada de la respuesta resulta (vea la [Figura 1 \(a\)](#)):

$$T_{fp} = \frac{s + w}{v}, \quad (1)$$

suponiendo que estas variables están normalmente distribuidas.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Cuando los tramos muestran acoplamiento,  $s$  debe elegirse como  $\sum s_i$ , donde  $s_i$  son las longitudes de los tramos acoplados.

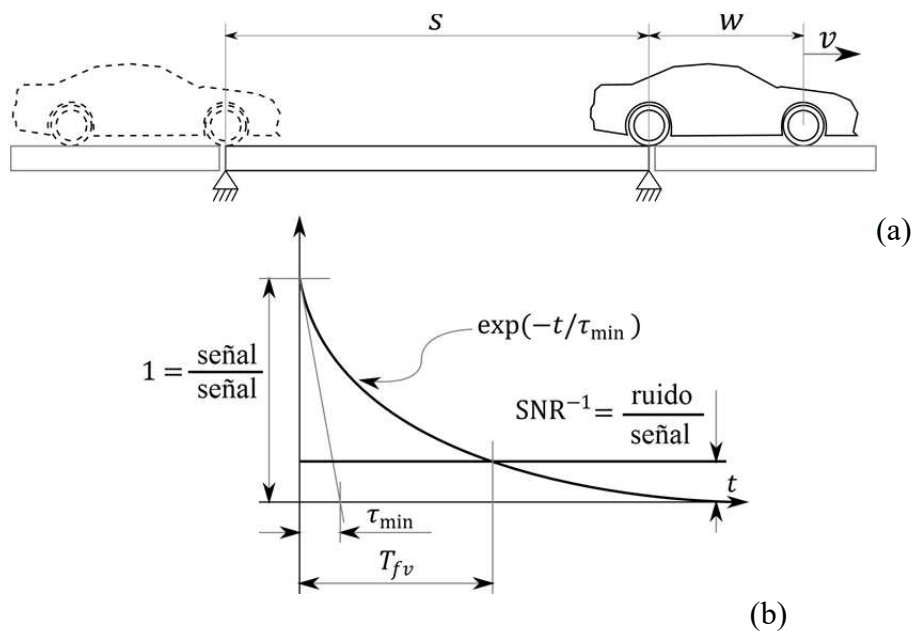


Figura 1: (a) Un automóvil cruzando el tramo de un puente y (b) amplitud instantánea normalizada en vibraciones libres.

La duración de las vibraciones libres  $T_{fv}$  puede medirse experimentalmente o bien estimarse a partir de dos parámetros importantes: (1) la relación señal a ruido SNR, que depende del sistema de adquisición y sensores, los niveles de vibración y la intensidad de otras fuentes de excitación; y (2) la menor constante de tiempo identificada  $\tau_{\min} = \min_{i=1, n_s} (2\pi f_i \zeta_i)^{-1}$ , la cual puede estimarse con un modelo numérico o con la misma identificación de sistemas. Asumiendo linealidad, la amplitud instantánea normalizada de la respuesta modal (del modo con la menor constante de tiempo) tiene la siguiente expresión en vibraciones libres:  $A(t) = \exp(-t/\tau_{\min})$ , como se muestra en la Figura 1 (b) (Clough y Penzien, 1995); por lo tanto, alcanza el nivel del ruido ( $\text{SNR}^{-1}$ ) en el tiempo:

$$T_{fv} = -\tau_{\min} \ln(\text{SNR}^{-1}) = \frac{\ln 10}{20} \tau_{\min} \text{SNR}_{\text{dB}}. \quad (2)$$

La duración del *registro completo* ( $T_K = \Delta_t K$ ) debe elegirse como un compromiso entre la cantidad de datos a transmitir y la probabilidad de ocurrencia de las vibraciones libres. Suponiendo que la principal causa de incertidumbre es la variabilidad en los tiempos entre arribos de los vehículos ( $T_\lambda$ ), la probabilidad de encontrar al menos un *segmento de registro* de vibraciones libres real en un *registro completo* de duración  $T_K$  es del 100 % si el tiempo entre arribos  $T_\lambda$  es tal que  $T_{fp} + T_{fv} < T_\lambda < T_K$ . En la práctica, esto es difícil de garantizar determinísticamente por la amplia dispersión del tiempo entre arribos.

Considerando el tráfico como un proceso aleatorio de Poisson (Vandaele et al., 2000), los tiempos entre arribos  $T_\lambda$  siguen en realidad una distribución exponencial con tasa media de arribos  $\lambda > 0$  (Vandaele et al., 2000; Walpole et al., 2012). Por tanto, puede calcularse un *límite inferior* para la probabilidad de ocurrencia de vibraciones libres ( $P_{\min}$ ) mediante la siguiente expresión (Walpole et al., 2012):

$$\begin{aligned}
P(fv) &\geq P(fv|T_{fp} + T_{fv} < T_\lambda < T_K) \cdot P(T_{fp} + T_{fv} < T_\lambda < T_K) = P_{\min} \\
&= P(T_{fp} + T_{fv} < T_\lambda < T_K) = \int_{T_{fp}+T_{fv}}^{T_K} \lambda \exp(-\lambda T_\lambda) dT_\lambda \quad (3) \\
&= -\exp(-\lambda T_K) + \exp(-\lambda(T_{fp} + T_{fv})),
\end{aligned}$$

donde:  $P(A|B)$  es el operador “probabilidad de  $A$  dado  $B$ ” y la tasa media  $\lambda$  puede calcularse aditivamente a partir de las tasas de arribo de múltiples carriles. Note que la probabilidad encontrada es un *límite inferior* porque la condición  $T_\lambda < T_K$  no es estrictamente necesaria (sí lo es que  $T_{fv} < T_K$ ), aunque la condición combinada  $T_{fp} + T_{fv} < T_\lambda < T_K$  es suficiente.

El valor de  $\lambda$  que optimiza a  $P_{\min}$  en la Ec. (3) (encontrado por derivación) es:

$$\lambda^* = \arg \max_{\lambda} P_{\min}(\lambda) = \frac{\ln(T_{fp} + T_{fv}) - \ln(T_K)}{T_{fp} + T_{fv} - T_K}, \quad (4)$$

y cuyo resultado puede compararse con las tablas de estadísticas de tráfico para establecer eficientemente el horario de toma de mediciones (hora del día y/o días de la semana). Además, el sistema de MSE puede utilizarse para actualizar dichas estadísticas, formando así un sistema de aprendizaje adaptativo. Para aquellos casos en que  $P_{\min}$  resulta pequeño para las tasas de arribo observadas, debería considerarse la primera opción de implementación (explicada al final de la [sección 1](#)). La Ec. (3) también permite evaluar la sensibilidad de  $P_{\min}$  ante  $v$ ,  $s$  y  $T_K$ .

Como ejemplo, considere que:  $s = 15.2$  m,  $w = 2.8$  m,  $v = 16.67$  m s<sup>-1</sup> (60 km/h),  $T_{fp} = 1.07$  s,  $\tau_{\min} = 1.11$  s ( $f_3 = 11$  Hz,  $\zeta_3 = 0.013$ ) (Farrar et al., 2000), SNR = 10 (10 % de ruido),  $T_{fv} = 2.55$  s,  $T_K = 13.66$  s (100 veces  $f_1^{-1} = 0.1366$  s). De estos datos, el valor óptimo para la tasa media de arribos resulta  $\lambda^* = 0.132$  s<sup>-1</sup>; y la probabilidad mínima de ocurrencia de vibraciones libres correspondiente es  $P_{\min}(\lambda^*) = 45$  %. Usando, en cambio,  $T_K = 27.25$  s (200 veces  $f_1^{-1}$ ), se obtiene  $P_{\min}(\lambda^*) = 63$  % con  $\lambda^* = 0.085$  s<sup>-1</sup> (306 vehículos por hora). Ilustrativamente, este tráfico puede encontrarse alrededor de las 5 de la mañana (tomado de estadísticas de tráfico publicadas en Vandaele et al (2000)).

### 3 ALGORITMO DE BÚSQUEDA HEURÍSTICA

Las técnicas heurísticas son métodos que buscan buenas soluciones a un costo computacional razonable sin ser capaces de garantizar optimalidad o incluso de indicar la proximidad de la solución óptima (Rayward-Smith, 1996). Son especialmente adecuados para problemas que son difíciles de resolver por métodos clásicos, como los es el problema en cuestión. Por lo tanto, en el presente trabajo se desarrolla un nuevo algoritmo heurístico ad-hoc para abordar el problema de encontrar un segmento de registro de vibraciones libres.

#### 3.1 Vista general

Como muestra la [Figura 2](#), el algoritmo se compone de una cadena de procedimientos principales y apunta a buscar un *segmento de registro* de vibraciones libres a partir de un *registro completo* de mediciones. Estos procedimientos están embebidos en un esquema iterativo que, por *aproximaciones sucesivas*, tiende a mejorar la precisión de la búsqueda. Un aspecto interesante del algoritmo es que la identificación de parámetros modales (procedimientos 1 y 2 en la [Figura 2](#)) es parte del esquema iterativo. Así, cuando el segmento

de registro de vibraciones libres se encuentra finalmente en la última iteración, las estimaciones de los parámetros modales más precisos ya están disponibles (línea de trazos en la Figura 2).

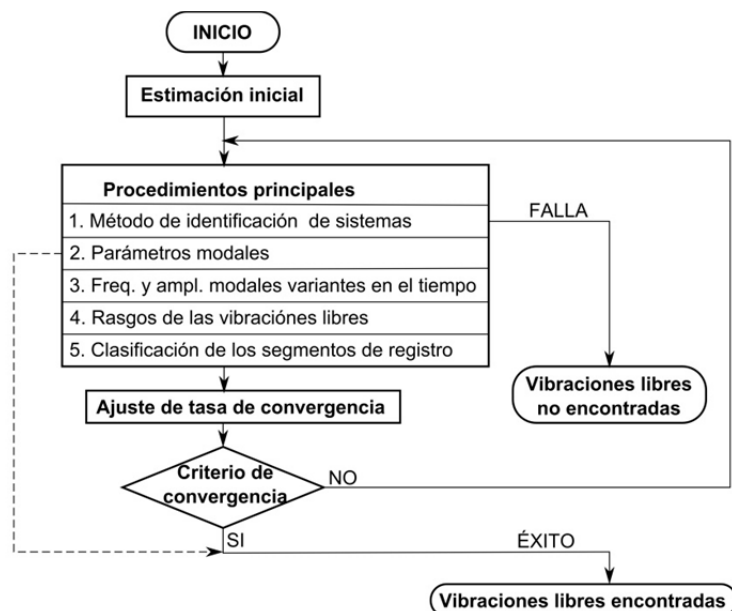


Figura 2: Diagrama de flujo del algoritmo de búsqueda heurística

## 3.2 Descripción detallada

### 3.2.1 Estimación inicial

El algoritmo se alimenta primero con un *registro completo*, el cual se define como una secuencia de  $K$  vectores columna  $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  (i.e.,  $k = 1, \dots, K$ ). Cada uno de estos vectores define una muestra en uno de los  $K$  instantes de tiempo específicos en los que se discretiza el tiempo y agrupa las salidas de  $p$  sensores de vibración.

Por otro lado, un *segmento de registro* correspondiente a la  $j$ -ésima iteración del procedimiento se define como una secuencia de vectores de columna  $\mathbf{y}_k$  (incluida en el *registro completo*) que van desde una *primera* muestra con índice  $[k_f]_j \geq 1$  hasta una *última* muestra con índice  $[k_l]_j \leq K$  (i.e.,  $k = [k_f]_j, \dots, [k_l]_j$ ). Así, en la  $j$ -ésima iteración, el *segmento de registro* se compone de  $[k_l]_j - [k_f]_j$  muestras.

El *segmento de registro* usado como *estimación inicial*, necesario en la primera iteración ( $j = 1$ ), se basa en la respuesta pico y se define por los siguientes índices:

$$[k_f]_1 = \arg \max_{k=1, \dots, K} \|\mathbf{y}_k\|_\infty \quad (5)$$

$$[k_l]_1 = K, \quad (6)$$

donde  $\|\cdot\|_\infty$  es la norma infinito. Así, el *segmento de registro* inicial incluye, de forma conservadora, por lo menos un *segmento de registro* de vibraciones libres real, si es que en verdad hay alguno en el *registro completo*.

### 3.2.2 Método de identificación de sistemas

El primer paso de cada iteración es la identificación de los parámetros modales, la cual se realiza mediante el método de Identificación Estocástica Sub-espacial basada en datos (IES)

(Overschee y Moor, 1996; Peeters, 2000). Se eligió IES por dos razones: (1) es más ventajosa en el manejo de modos muy próximas entre sí o repetidos que los métodos basados en espectros; y (2) no involucra optimización no lineal, lo que hace que sea rápida y, por lo tanto, adecuada para esquemas iterativos (Peeters, 2000).

La ecuación de movimiento de una estructura con  $n_s$  grados de libertad (GDL), instrumentada con  $p$  sensores y sujeta a excitación estocástica no medida puede reordenarse en forma de espacio de estados en tiempo discreto, como sigue (Peeters, 2000):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (8)$$

donde  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  ( $n = 2n_s$ ) es el vector de estado en tiempo discreto,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$  depende de la localización de los sensores y sus ganancias,  $\mathbf{w}_k$  and  $\mathbf{v}_k$  son términos de ruido, y  $\mathbf{A} = \exp(\mathbf{A}_c \Delta_t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de estado en tiempo discreto, siendo  $\mathbf{A}_c$  la matriz de estado en tiempo continuo y  $\Delta_t^{-1}$  la tasa de muestreo.

Las matrices  $\mathbf{A}_c$  y  $\mathbf{C}$  pueden identificarse con IES (Overschee y Moor, 1996; Peeters, 2000) suponiendo que  $\mathbf{w}_k$  y  $\mathbf{v}_k$  son vectores de ruido blanco, lo cual, clásicamente, se valida usando *registros completos*  $[\mathbf{y}_1 \dots \mathbf{y}_K]$  lo suficientemente largos (Gentile y Saisi, 2013). Alternativamente, el supuesto de ruido blanco se valida trivialmente si el sistema está en vibraciones libres; ya que  $\mathbf{w}_k = \mathbf{0} \forall k$  y el ruido presente en la medición ( $\mathbf{v}_k$ ) suele suponerse como ruido blanco. Esta alternativa se toma como la idea clave del presente trabajo, y se implementa mediante la realización de IES sólo en un *segmento de registro*, i.e.:

$$[\mathbf{A}_c]_j = \text{SSI}_A \left( \left[ \mathbf{y}_{[k_f]_j} \dots \mathbf{y}_{[k_l]_j} \right], \Delta_t \right) \quad (9)$$

$$[\mathbf{C}]_j = \text{SSI}_C \left( \left[ \mathbf{y}_{[k_f]_j} \dots \mathbf{y}_{[k_l]_j} \right] \right) \quad (10)$$

donde las funciones  $\text{SSI}_A$  y  $\text{SSI}_C$  denotan “aplicación de IES”. Luego de la eliminación de modos sin significado físico por diagonalización de  $\mathbf{A}_c$  (Peeters, 2000), el orden del sistema  $n$  resulta igual la dimensión de la matriz  $\mathbf{A}_c$  resultante. En este trabajo, cuando  $n = 0$  se dice que la IES ha *fallado* (Figura 2). Note que  $\mathbf{A}_c$ ,  $\mathbf{C}$  y  $n$  pueden cambiar de iteración a iteración y  $[n]_j = 2[n_s]_j$ .

### 3.2.3 Parámetros Modales

Una vez que las matrices  $[\mathbf{A}_c]_j$  y  $[\mathbf{C}]_j$  están disponibles a partir del *segmento de registro*  $[\mathbf{y}_{[k_f]_j} \dots \mathbf{y}_{[k_l]_j}]$ ,  $3[n_s]_j$  parámetros modales pueden calcularse mediante las siguientes relaciones estándar:

$$[f_i]_j = \frac{|[\lambda_{2i-1}]_j|}{2\pi}, \quad (11)$$

$$[\zeta_i]_j = -\frac{\Re([\lambda_{2i-1}]_j)}{|\Im([\lambda_{2i-1}]_j)|}, \quad (12)$$

$$[\boldsymbol{\phi}_i]_j = [\boldsymbol{\phi}_{2i-1}^r]_j = [\boldsymbol{\phi}_{2i}^r]_j, \quad (13)$$

en las cuales:  $f_i$ ,  $\zeta_i$  and  $\boldsymbol{\phi}_i \in \mathbb{R}^{p \times 1}$  son la  $i$ -ésima frecuencia natural, razón de amortiguamiento y forma modal (proyectada en las ubicaciones de los sensores),

respectivamente (con  $i = 1, \dots, [n_s]_j$ );  $(\lambda_{2i-1}, \lambda_{2i})$  es el  $i$ -ésimo par de autovalores complejos conjugados de  $\mathbf{A}_c$ ;  $(\boldsymbol{\phi}_{2i-1}^r, \boldsymbol{\phi}_{2i}^r)$  es el  $i$ -ésimo par de formas modales reales extraídas del correspondiente par de formas modales complejas  $(\boldsymbol{\phi}_{2i-1}^c, \boldsymbol{\phi}_{2i}^c)$ ; y  $\Re$  y  $\Im$  representan a los operadores “parte real” y “parte imaginaria”. La aproximación de los modos complejos con los modos reales reduce a la mitad el costo computacional de los procedimientos siguientes, siendo insignificante la pérdida de información si se asume amortiguamiento proporcional o muy bajo (Clough y Penzien, 1995; Wilson, 2002).

Las aproximaciones óptimas de las  $n_s$  formas modales reales  $\boldsymbol{\phi}^r$  pueden extraerse de las formas modales complejas  $\boldsymbol{\phi}^c$  de la siguiente manera (Ahmadian et al., 1995):

$$\boldsymbol{\phi}^r = \Re(\boldsymbol{\phi}^c \exp(j\theta^*)), \quad (14)$$

$$\theta^* = \arg \max_{\theta \in [0, 2\pi)} (\|\Re(\boldsymbol{\phi}^c \exp(j\theta))\|), \quad (15)$$

donde  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\|\cdot\|$  es la norma euclidiana, y las formas modales complejas  $\boldsymbol{\phi}^c$  son las proyecciones de los autovectores complejos de  $\mathbf{A}_c$  sobre los sensores a través de  $\mathbf{C}$  (Peeters, 2000).<sup>2</sup>

### 3.2.4 Frecuencias y amplitudes modales como funciones del tiempo

Con el fin de seleccionar un *segmento de registro* de vibraciones libres, se propone analizar el comportamiento de las frecuencias y amplitudes instantáneas, con el tiempo, de cada respuesta modal (RM) (Wilson, 2002). Estas RMs se obtienen mediante el filtrado del *registro completo*  $\mathbf{y}_k$  usando las formas modales  $[\boldsymbol{\phi}_i]_j$  que ya están disponibles en la Ec. (13), i.e. usando Filtros Modales (FMs) (Freudinger, 1991; Preumont, 2011; Tondreau y Deraemaeker, 2013). En su forma más simple, un FM es una combinación lineal definida como:

$$[g_{ik}]_j = [\boldsymbol{\alpha}_i]_j^T \mathbf{y}_k \quad (16)$$

donde  $[\boldsymbol{\alpha}_i]_j^T \in \mathbb{R}^{1 \times p}$  es la transpuesta del vector columna que contiene la  $i$ -ésima forma modal recíproca  $[\boldsymbol{\alpha}_i]_j$  y  $[g_{ik}]_j \in \mathbb{R}$  es el  $k$ -ésima muestra de la  $i$ -ésima RM (recuerde que  $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{p \times 1}$ ). Suponiendo que  $n_s < p$ , la matriz que contiene las formas modales recíprocas puede estimarse mediante la pseudo-inversa de More-Penrose de una matriz  $(p \times n_s)$  que contenga las formas modales  $[\boldsymbol{\phi}_i]_j$  (también existen métodos más sofisticados, e.g. Freudinger (1991)).

Es de destacar que la exactitud de un FM depende solamente de las formas modales. Entonces, si las exactitudes de éstas mejoran con las iteraciones, las exactitudes de las RMs obtenidas  $[g_{ik}]_j$  también mejorarán con ellas.

Ahora pueden calcularse frecuencias y amplitudes instantáneas ya que las RM producen transformadas de Hilbert de buen comportamiento, al menos durante las vibraciones libres (Varadarajan y Nagarajaiah, 2004; Yang et al., 2003a). Denotando a la Transformada de Hilbert de la señal  $g_{ik}$  como  $\tilde{g}_{ik} \in \mathbb{R}$ , su señal analítica de tiempo discreto  $h_{ik} \in \mathbb{C}$  puede calcularse eficientemente por medio de la Transformada Rápida de Fourier (Marple, 1999) y descomponerse como (Yang et al., 2003a, 2003b):

<sup>2</sup> Los parámetros modales  $[f_i]_j$ ,  $[\zeta_i]_j$ , y  $[\boldsymbol{\phi}_i]_j$  se calculan en cada iteración, hasta que se alcanza la mejor versión cuando el algoritmo converge.



$$h_{ik} = g_{ik} + j\tilde{g}_{ik} = A_{ik} \exp(j\beta_{ik}). \quad (17)$$

Si  $\tilde{g}_{ik}$  es de buen comportamiento,  $[A_{ik}]_j$  es la amplitud instantánea de la  $i$ -ésima RM, en la  $k$ -ésima muestra, para la  $j$ -ésima iteración; y, ya que  $\beta_{ik}$  es la fase instantánea, la correspondiente frecuencia instantánea se calcula como:

$$[f_{ik}]_j = \frac{[\beta_{ik}]_j - [\beta_{i(k-1)}]_j}{2\pi\Delta_t}. \quad (18)$$

### 3.2.5 Rasgos característicos de una muestra de vibraciones libres

Ya que la respuesta en vibraciones libres de un sistema lineal de múltiples GDL se caracteriza por amplitudes instantáneas monótonicamente decrecientes y frecuencias instantáneas constantes en todas sus RMs, se seleccionan los siguientes dos rasgos para caracterizar las muestras de cada RM: (1) el cambio de la amplitud instantánea ( $[\delta A_{ik}]_j$ ) y (2) el cambio de la frecuencia instantánea ( $[\delta f_{ik}]_j$ ), los cuales se calculan como:

$$[\delta A_{ik}]_j = \begin{cases} 0, & [A_{ik}]_j - [A_{i(k-1)}]_j < 0 \\ \frac{[A_{ik}]_j - [A_{i(k-1)}]_j}{\Delta_t}, & [A_{ik}]_j - [A_{i(k-1)}]_j \geq 0 \end{cases}, \quad (19)$$

$$[\delta f_{ik}]_j = \frac{[f_{ik}]_j - [f_{i(k-1)}]_j}{\Delta_t}. \quad (20)$$

Vale mencionar que la Ec. (19) considera, de la misma manera, todas las muestras cuya amplitud instantánea es decreciente; independientemente de la tasa de decaimiento. En cambio, las muestras cuya amplitud instantánea es creciente se penalizan de acuerdo a sus tasas de crecimiento. Por su parte, la Ec. (20) permite penalizar la variación de la frecuencia instantánea de acuerdo al tamaño de su cambio, independientemente del signo de éste.

En cada iteración, estos rasgos se recogen en un vector de rasgos  $[\delta_k]_j$  que caracteriza completamente la  $k$ -ésima muestra, i.e.:

$$[\delta_k]_j = \begin{pmatrix} [\delta A_{1k}]_j \\ [\delta f_{1k}]_j \\ \vdots \\ [\delta A_{ik}]_j \\ [\delta f_{ik}]_j \\ \vdots \\ [\delta A_{n_s k}]_j \\ [\delta f_{n_s k}]_j \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2[n_s]_j \times 1}. \quad (21)$$

En este punto, un vector de rasgos que caracterice una muestra “ideal” de vibraciones libres puede definirse simplemente como  $[\delta^*]_j = \mathbf{0} \in \mathbb{R}^{2[n_s]_j \times 1}$ ; i.e., una muestra donde cada una de las  $[n_s]_j$  RMs tenga frecuencia instantánea constante y amplitud instantánea decreciente.

### 3.2.6 Clasificación de segmentos de registro

Determinísticamente, se podría decir que existe vibraciones libres en la  $k$ -ésima muestra si  $[\delta_k]_j = [\delta^*]_j$ . Sin embargo, esto daría lugar a decisiones erróneas ya que las aproximaciones pueden ser imprecisas en las primeras iteraciones, además del ruido que siempre está presente. En cambio, el cuadrado de la Distancia de Mahalanobis (CDM) (Dervilis et al., 2015; Jin y Chow, 2013; Nguyen et al., 2015; Tondreau y Deraemaeker, 2013; Webb y Copsey, 2011) entre  $[\delta_k]_j$  y  $[\delta^*]_j$  puede usarse como un indicador más robusto. La CDM tiene los siguientes beneficios: (1) es adimensional, (2) tiene en cuenta la precisión de los vectores a partir de matrices de covarianza y (3) homogeniza variables de distinta naturaleza. La CDM en la  $k$ -ésima muestra, para la  $j$ -ésima iteración, entre los vectores  $[\delta_k]_j$  y  $[\delta^*]_j$  se calcula como:

$$[D_k^2]_j = ([\delta_k]_j - [\delta^*]_j)^T [\Sigma]_j^{-1} ([\delta_k]_j - [\delta^*]_j), \quad (22)$$

donde  $[\Sigma]_j^{-1} \in \mathbb{R}^{2[n_s]_j \times 2[n_s]_j}$  es la matriz de precisión, la cual se calcula como la inversa de la matriz de covarianza de  $[[\delta_1]_j \dots [\delta_K]_j] \in \mathbb{R}^{2[n_s]_j \times K}$ .

Suponiendo una distribución gaussiana de los  $K$  vectores  $[\delta_k]_j$ , la ecuación  $[D_k^2]_j = 1$  define un hiper-elipsoide en el espacio euclidiano (hiper-esfera en un espacio con métrica de Mahalanobis), centrado en  $[\delta^*]_j$ , el cual se actualiza en cada iteración y divide al espacio de los vectores  $[\delta_k]_j$  en dos grupos (dentro y fuera del hiper-elipsoide) con similar número de elementos. Luego, cada muestra del *registro completo* puede clasificarse en “con vibraciones libres” o “sin vibraciones libres” a través de la siguiente función de *clasificación por umbral* (Haralick y Shapiro, 1992):

$$[\widehat{D}_k^2]_j = \begin{cases} 1, & [D_k^2]_j < 1, & \text{“con vibraciones libres”} \\ 0, & [D_k^2]_j \geq 1, & \text{“sin vibraciones libres”} \end{cases} \quad (23)$$

El enfoque heurístico propuesto para seleccionar un *segmento de registro* de vibraciones libres, a partir de las *muestras* clasificadas, se explica de la siguiente manera. La secuencia de números  $[\widehat{D}_k^2]_j$  puede considerarse como una imagen unidimensional en blanco-y-negro. Así, una función de etiquetado tomada de *visión por computadora* (Haralick y Shapiro, 1992) puede usarse para etiquetar eficientemente sus componentes conectados con números naturales consecutivos  $[L_k]_j$ , conteniéndolos en el vector  $[\mathbf{L}]_j \in \mathbb{R}^{1 \times K}$  (0 representa el “fondo” de la imagen). Finalmente, la etiqueta correspondiente al *segmento de registro* de vibraciones libres más largo resulta ser la moda estadística del vector de etiquetas, i.e.  $\text{Mo}([\mathbf{L}]_j)$ . Sobre esta base, los índices *preliminares* que definen el próximo *segmento de registro* de vibraciones libres se calcula mediante la siguiente expresión:

$$[k_f^*]_{j+1} = \min_{\text{sujeto a Mo}([\mathbf{L}]_j)=[L_k]_j} ([k_f]_j \quad \dots \quad k \quad \dots \quad [k_l]_j), \quad (24)$$

$$[k_l^*]_{j+1} = \max_{\text{sujeto a Mo}([\mathbf{L}]_j)=[L_k]_j} ([k_f]_j \quad \dots \quad k \quad \dots \quad [k_l]_j). \quad (25)$$

Como ejemplo ilustrativo, si  $K = 10$ ,  $[k_f]_j = 2$ ,  $[k_l]_j = 10$ , y  $[\widehat{D}_k^2]_j = 0,1,0,1,1,1,0,0,1,1$ ; la función de etiquetado devuelve  $[\mathbf{L}]_j = [0 \ 1 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0 \ 3 \ 3]$ ; la etiqueta del *segmento de registro* de vibraciones libres más largo es  $\text{Mo}([\mathbf{L}]_j) = 2$ ; y, debido a las Ecs. (24) y (25),

resulta que  $[k_f^*]_{j+1} = 4$  y  $[k_l^*]_{j+1} = 6$ .

Este procedimiento devuelve el *segmento de registro* de vibraciones libres más largo, de los contenidos en el actual *segmento de registro* de vibraciones libres, en el cual todas sus muestras verifican que  $[D_k^2]_j < 1$ .

Se destacan dos hechos que proveen robustez contra incertidumbres al algoritmo: (1) todas las muestras que aleatoriamente verifiquen que  $[D_k^2]_j < 1$ , pero no pertenezcan al *segmento de registro* de vibraciones libres más largo, se descartan automáticamente; y (2) si en realidad no existen vibraciones libres, el algoritmo devuelve un *segmento de registro* que es demasiado corto y, consecuentemente, la IES *falla* en la siguiente iteración (Figura 2). De esta manera, el algoritmo no devuelve malos resultados, ni siquiera en el caso de que los datos con los que se lo alimenta sean malos.

### 3.2.7 Ajuste de tasa de convergencia

Partiendo de los *índices actuales*  $[k_f]_j$  y  $[k_l]_j$ , las Ecs. (24) y (25) devuelven *índices siguientes preliminares*  $[k_f^*]_{j+1}$  y  $[k_l^*]_{j+1}$ . Estos pueden usarse ahora para generar los *índices siguientes*  $[k_f]_{j+1}$  y  $[k_l]_{j+1}$ , que determinan a un nuevo *segmento de registro* que es más preciso y que está contenido en el actual. Esto requiere que el *segmento de registro* determinado en la  $j$ -ésima iteración incluya, al menos, un *segmento de registro* de vibraciones libres verdadero. La *estimación inicial* propuesta asegura que tal requerimiento se verifique en  $j = 1$ . Para las subsecuentes iteraciones, el siguiente *ajuste de tasa de convergencia* apunta a alcanzar el requerimiento haciendo a la convergencia más gradual.

Se introduce un *ajuste de tasa de convergencia* para manejar la relación de compromiso que existe entre exactitud/robustez y velocidad. Los índices que definen el *segmento de registro* para la siguiente iteración se calculan como promedios ponderados redondeados entre los *índices actuales* ( $[k_f]_j, [k_l]_j$ ) y los *índices siguientes preliminares* ( $[k_f^*]_{j+1}, [k_l^*]_{j+1}$ ), i.e.:

$$[k_f]_{j+1} = \lfloor (1-r)[k_f]_j + r[k_f^*]_{j+1} \rfloor, \quad (26)$$

$$[k_l]_{j+1} = \lfloor (1-r)[k_l]_j + r[k_l^*]_{j+1} \rfloor, \quad (27)$$

donde  $0 < r \leq 1$  es un *parámetro de calibración* y  $\lfloor \cdot \rfloor$  es el operador “redondeo hacia abajo” (necesario ya que  $k \in \mathbb{N}$ ). Note que menores valores de  $r$  conducen a convergencias más suaves y más lentas, evitando soluciones erróneas y/o periódicas. La experiencia usando el algoritmo ha mostrado que  $r = 0.5$  es una buena opción cuando hay realmente uno o dos segmentos de registro de vibraciones libres en el *registro completo*.

Así, los índices  $[k_f]_{j+1}$  y  $[k_l]_{j+1}$  están listos para ser usados en la siguiente iteración, recomenzando desde la Ec. (9); a menos que uno de los siguientes dos criterios de parada se verifiquen.

### 3.2.8 Criterio de parada

El algoritmo puede parar, en la  $J$ -ésima iteración, en dos casos, reportando: *éxito* (se encontró el mejor registro de vibraciones libres) cuando  $[k_f]_{J+1} = [k_f]_J$  y  $[k_l]_{J+1} = [k_l]_J$  o *falla* cuando  $[n]_{J+1} = 0$ .

Cuando el algoritmo se detiene reportando *éxito*, los parámetros modales ya están disponibles a partir de las Ecs. (11)-(13). Además, el *segmento de registro* de vibraciones

libres también está disponible para otros análisis (e.g. el propuesto por Curadelli et al. (2008)). Por el contrario, cuando el algoritmo se detiene reportando *falla*, el *registro completo* puede catalogarse como uno que no tiene vibraciones libres o, eventualmente, descartarse para evitar futuras estimaciones erróneas o poco precisas a partir de él.

## 4 APLICACIÓN AL MSE DE UN PUENTE

El algoritmo desarrollado en la sección 3 puede utilizarse para la identificación de sistemas de *sólo salida* en cualquier aplicación en la que la excitación, ambiental u operacional, esté compuesta por impulsos cortos o largos (Clough y Penzien, 1995). En la presente sección, un ejemplo de un caso particular de MSE en puentes ilustra cómo el algoritmo funciona y muestra sus beneficios.

### 4.1 Ejemplo experimental

En esta sección, la identificación de los parámetros modales se lleva a cabo por medio del algoritmo propuesto a partir del uso de registros de aceleraciones ambientales tomados por el personal de LANL (Farrar et al., 2000) sobre el puente del cañón de Alamosa. El conjunto de datos está actualmente disponible en el sitio web del LANL (Farrar et al., 2015) bajo el nombre “Ambient Test”.

#### 4.1.1 Descripción de la estructura instrumentada

La Figura 3 (a) muestra el puente del cañón de Alamosa, que tiene siete tramos independientes con pilas comunes entre tramos sucesivos. El tramo más al norte del puente se instrumentó con una red de 30 acelerómetros como se muestra en la Figura 3 (b). Para más detalles, refiérase a Farrar et al. (2000).

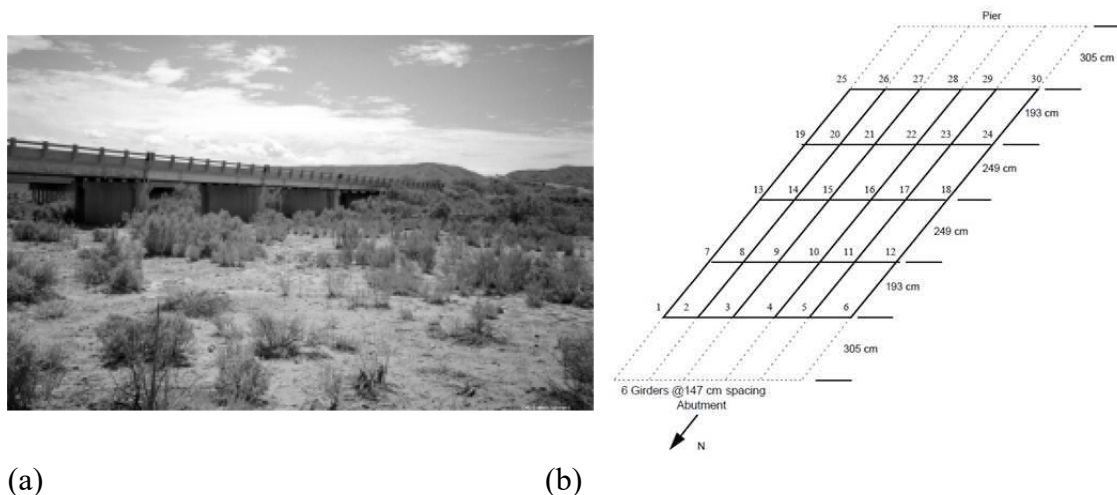


Figura 3. Puente del cañón de Alamosa: (a) vista general y (b) ubicación de los 30 acelerómetros en el tramo más septentrional (con permiso de Farrar et al. (2000)).

En este estudio, se utilizaron once ensayos como *registros completos*. Cada *registro completo* consta de 30 registros de aceleración simultáneos de 16 segundos de duración ( $K = 2048$ ,  $\Delta_t = 0.0078$  s).

#### 4.1.2 Datos de referencia

Puesto que no hay información acerca de las historias de tiempo de las excitaciones, parámetros modales identificados, tomados de Farrar et al. (2000), se utilizaron como datos de

referencia confiables para evaluar el desempeño del algoritmo (vea la [Tabla 1](#)). Los parámetros identificados se estimaron con un análisis de Monte Carlo de funciones de respuesta en frecuencia promedio correspondientes a 330 mediciones (en cada canal de aceleración) tomadas durante un período de 24 horas en julio de 1996, utilizando impactos de martillo como excitación transitoria, mientras que el puente se encontraba sin tráfico.

Número de modo	Frecuencia modal media $f_i^*$	Razón de amortiguamiento modal media $\zeta_i^*$
1	7.32 Hz ( $\pm 0.007$ Hz)	2.2 % ( $\pm 0.083$ %)
2	8.08 Hz ( $\pm 0.033$ Hz)	1.6 % ( $\pm 0.250$ %)
3	11.5 Hz ( $\pm 0.018$ Hz)	1.3 % ( $\pm 0.086$ %)

Tabla 1: Parámetros modales de referencia e intervalos de confianza de 95% (ICs).

En este caso, donde los datos de referencia están disponibles, se muestra la convergencia del algoritmo a través de los errores de estimación de parámetros modales calculados para cada iteración, i.e.:

$$[\text{Error}(f_i)]_j = \frac{[f_i]_j - f_i^*}{f_i^*} \quad (28)$$

$$[\text{Error}(\zeta_i)]_j = \frac{[\zeta_i]_j - \zeta_i^*}{\zeta_i^*} \quad (29)$$

con  $j = 1, \dots, J$ . Luego, el desempeño del algoritmo puede evaluarse directamente a partir de los errores de estimación de parámetros modales en la última iteración; i.e., a través de  $[\text{Error}(f_i)]_J$  y  $[\text{Error}(\zeta_i)]_J$ .

## 4.2 Resultados y discusión

El algoritmo se alimentó con cada uno de los once *registros completos* disponibles, utilizando  $r = 0.5$  en las Ecs. (26) y (27). Debido a limitaciones de espacio, sólo dos casos *exitosos* se muestran en detalle: uno cuyos resultados son *intuitivos* y otro con resultados *no-intuitivos*. Estos escenarios representativos demuestran que el algoritmo se desempeña tal como un *experto humano* en casos evidentes, pero también puede hacer frente a casos que son engañosos para los *expertos humanos*.

Para evaluar los beneficios inherentes a la búsqueda que realiza el algoritmo propuesto en este trabajo, se compararon los resultados con los de dos alternativas de uso general. La primera alternativa básica consistió en la aplicación de la IES al *registro completo*, pero los resultados obtenidos fueron muy imprecisos y por lo tanto se descartaron. La segunda alternativa, de fácil aplicación, consistió en el uso de IES en la *estimación inicial* (basada en el pico de la respuesta). Los resultados fueron dispares dependiendo de la existencia o no de segmentos de vibraciones libres reales. Así, se cuantificó el desempeño del algoritmo propuesto usando los errores obtenidos en la última iteración,  $[\text{Error}(f_i)]_J$  y  $[\text{Error}(\zeta_i)]_J$ , en comparación con los obtenidos mediante la segunda alternativa,  $[\text{Error}(f_i)]_1$  y  $[\text{Error}(\zeta_i)]_1$ .

### 4.2.1 Caso intuitivo

Este caso corresponde al archivo llamado “sp1\_am05” en el reporte técnico de Farrar et al. (2000). La [Figura 4](#), [Figura 5](#) y [Figura 6](#) muestran la evolución de las siguientes variables para  $j = 1, 2, J$ , respectivamente: (a) *registro completo*  $y_k$ , (b) amplitud instantánea  $A_{ik}$  y

frecuencia instantánea  $f_{ik}$  de todas las RMs encontradas, (c) rasgos  $\delta A_{1k}$  y  $\delta f_{1k}$  (junto con un elipse que es una proyección del hiper-elipsoide  $[D_k^2]_j = 1$ ), y (d) la distancia de Mahalanobis  $D_k$ . Además, las líneas verticales representan: el principio y fin del *segmento de registro* de vibraciones libres para la iteración actual, correspondientes a los índices  $[k_f]_j$  y  $[k_l]_j$ , en (a-b); y el principio y fin preliminares del *segmento de registro* de vibraciones libres de la próxima iteración ( $[k_f^*]_{j+1}$ ,  $[k_l^*]_{j+1}$ ) en (d). Lo mismo aplica a la [Figura 8](#), [Figura 9](#) y [Figura 10](#).

El presente caso resulta *intuitivo* en el sentido de que un *experto humano* que inspeccione la [Figura 4](#) (a) podría *acertadamente* sugerir que las vibraciones libres ocurren a partir de  $t = 7.3$  s mientras que el ruido domina la respuesta luego de  $t = 13$  s aproximadamente.

La ubicación del segmento de registro de vibraciones libres se puede identificar fácilmente a partir de la [Figura 4](#) (b), [Figura 5](#) (b) y [Figura 6](#) (b); donde las frecuencias instantáneas son constantes y las amplitudes instantáneas son decrecientes. Es evidente que los componentes de ruido en estas variables van desapareciendo con las iteraciones. Esto es una evidencia de la hipótesis de que la exactitud de la identificación modal mejora a lo largo de las iteraciones.

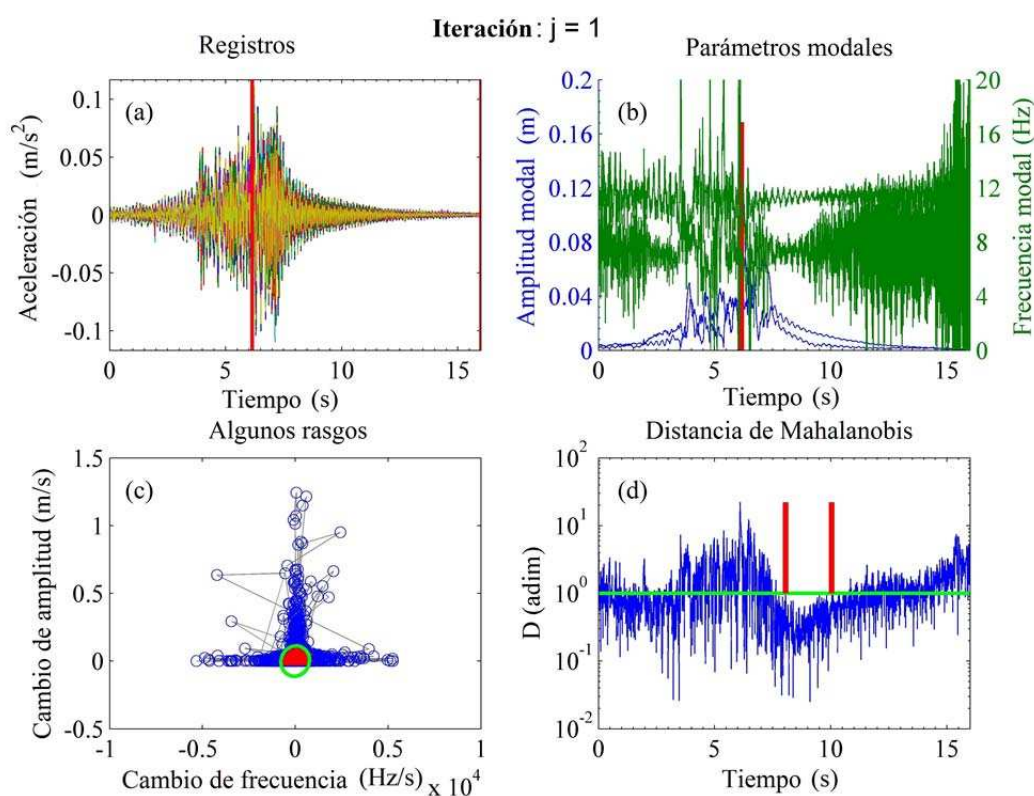


Figura 4. Resultados intermedios para el caso 'intuitivo'; primera iteración.

Cabe destacar que, a pesar de las diferencias en las distribuciones de los rasgos entre la [Figura 5](#) (c) y la [Figura 6](#) (c), el algoritmo encuentra al menos un *segmento de registro* de vibraciones libres en todas las iteraciones ([Figura 5](#) (d) y [Figura 6](#) (d)), gracias a la robustez que provee la distancia de Mahalanobis.

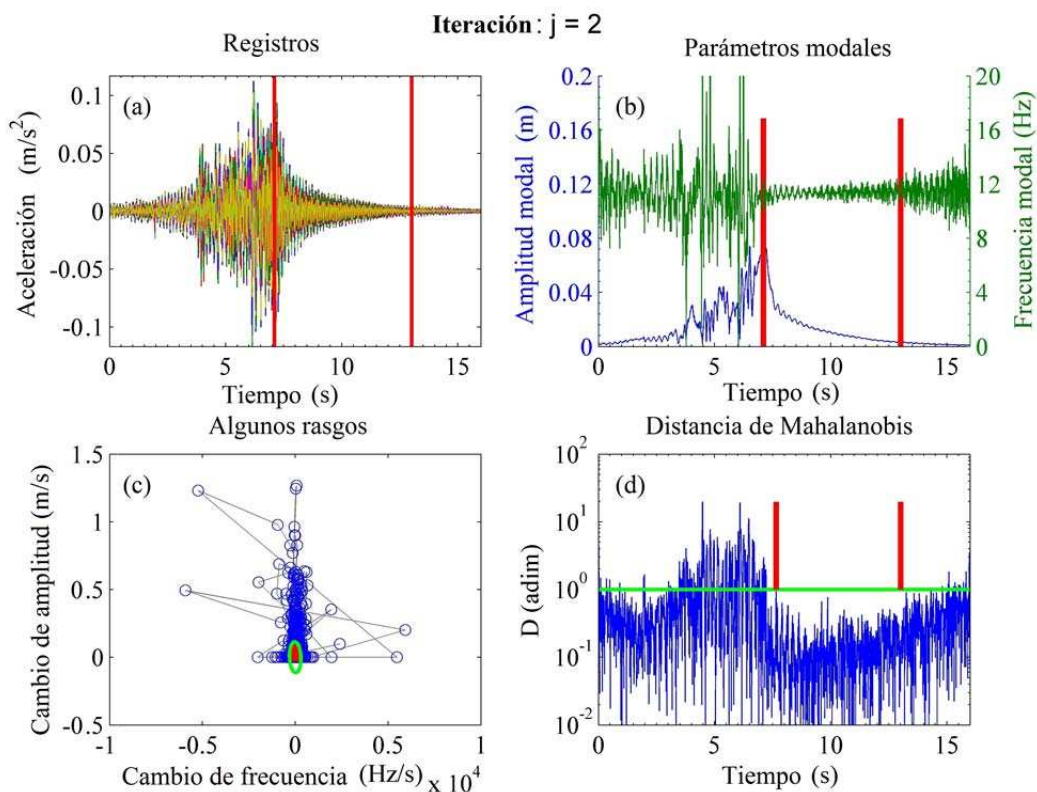


Figura 5. Resultados intermedios para el caso 'intuitivo'; segunda iteración.

Las líneas verticales en la Figura 6 (b) y (d) muestran que el *segmento de registro* de vibraciones libres identificado es el mismo para las dos últimas iteraciones (i.e.,  $[k_f^*]_{10} = [k_f]_{10} = [k_f]_9$  y  $[k_l^*]_{10} = [k_l]_{10} = [k_l]_9$ ). Esto significa que el algoritmo converge, por lo tanto, informa *éxito* y devuelve los parámetros modales identificados.

La Figura 7 muestra los errores en todas las iteraciones. Se observa que la *estimación inicial* proporciona una exactitud apreciable pero insuficiente ( $\text{Error}(f_1) = 4\%$ ,  $\text{Error}(f_2) = 10\%$ ,  $\text{Error}(\zeta_1) = 15\%$ ,  $\text{Error}(\zeta_2) = 700\%$ ). Estos errores pueden deberse a que la carga es de larga duración, lo que es evidente puesto que el pico de la respuesta se produce durante la fase forzada (vea la Figura 6 (a) en  $t = 6$  s), dificultando el proceso de identificación.

También se observa en la Figura 7 que, en sentido promedio, la exactitud de la estimación de parámetros modales mejora a lo largo de las iteraciones. Como era de esperar, la dispersión en amortiguamientos es mayor (vea la Tabla 1 y (Curadelli et al., 2008; Peeters, 2000)).

En la última iteración (i.e.  $j = J = 9$ ), el algoritmo devuelve parámetros modales muy exactos ( $\text{Error}(f_1) = 0.9\%$ ,  $\text{Error}(f_3) = 1.7\%$ ,  $\text{Error}(\zeta_1) = 12\%$ ,  $\text{Error}(\zeta_3) = 50\%$ ). En términos generales, el algoritmo proporciona estimaciones de los parámetros modales que son cinco veces más exactos que los obtenidos mediante un proceso típico de IES realizado sobre un *segmento de registro* que comience en el pico de la respuesta (*estimación inicial*). Cabe destacar que el modo que no fue identificado (modo número 2 en la Tabla 1) es justamente el que tiene los ICs más amplios.

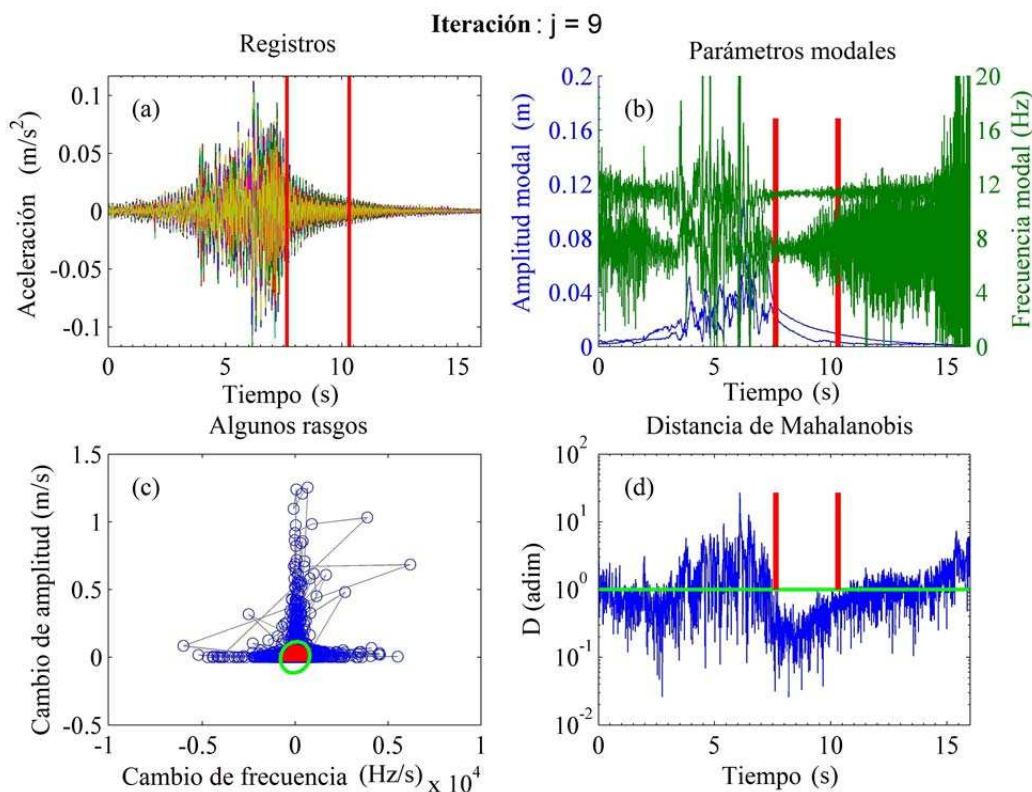


Figura 6. Resultados intermedios para el caso ‘intuitivo’; última iteración

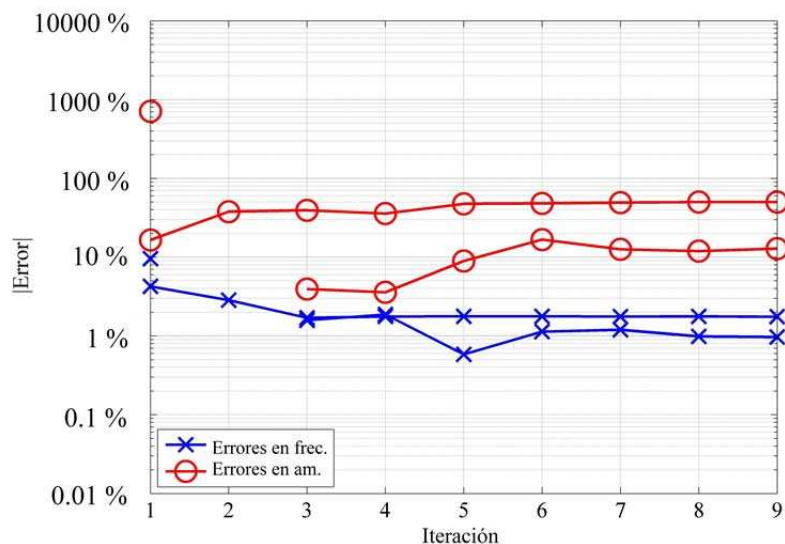


Figura 7. Errores para el caso ‘intuitivo’.

#### 4.2.2 Caso no-intuitivo

Este ejemplo corresponde al archivo llamado ‘sp1\_am07’ en el reporte de Farrar et al. (2000). La [Figura 8](#), [Figura 9](#) y [Figura 10](#) muestran las principales variables del algoritmo para  $j = 1, 2, J$ , respectivamente. En este caso, los resultados son *no-intuitivos* en el sentido de que el mejor *segmento de registro* de vibraciones libre *pareciera* encontrarse en el



intervalo de tiempo  $5.5 \text{ s} < t < 12 \text{ s}$ ; lo cual, de hecho, es falso.

La Figura 8 (b) muestra que, con la *estimación inicial*, se identifica un sólo modo ( $[n_s]_1 = 1$ ). También muestra que la amplitud instantánea y la frecuencia instantánea de ese modo son muy ruidosas en el intervalo de tiempo en el que el *segmento de registro* de vibraciones libres pareciera encontrarse. Curiosamente, en el intervalo de tiempo  $12 \text{ s} < t < 15 \text{ s}$ , la amplitud instantánea no crece y la frecuencia instantánea es más estable. Por lo tanto, los vectores de rasgos  $[\delta_k]_1$  que tienen valores de  $k$  que pertenecen a ese intervalo de tiempo están dentro del elipse que se muestra en la Figura 8 (c), lo cual se confirma en la Figura 8 (d).

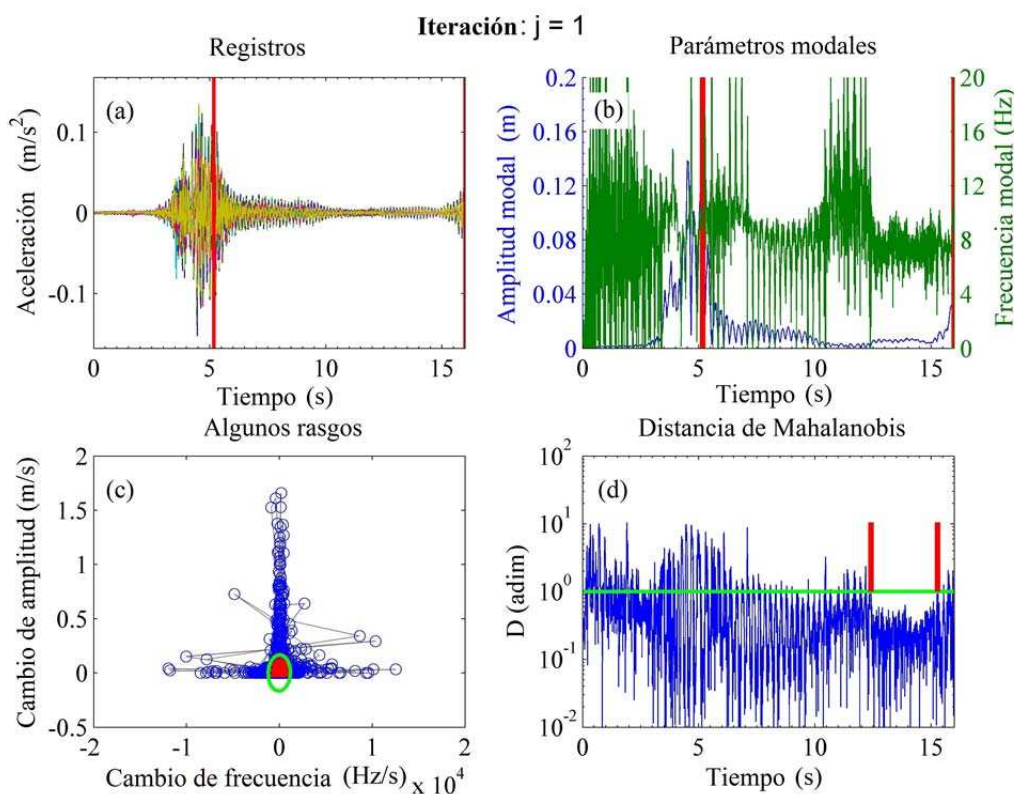


Figura 8. Resultados intermedios para el caso 'no-intuitivo'; primera iteración.

La Figura 9 (a) indica que, para la segunda iteración, el *segmento de registro* seleccionado tiende al intervalo de tiempo  $12 \text{ s} < t < 15 \text{ s}$ ; aunque el *segmento de registro* empieza conservadoramente a los 8.8 s, gracias al *ajuste de tasa de convergencia*. La Figura 9 (b) muestra un *segmento de registro* evidente de vibraciones libres en el intervalo de tiempo  $8.8 \text{ s} < t < 10.4 \text{ s}$ . Sin embargo, este *segmento de registro* no es el más largo con características similares; por lo tanto, el algoritmo lo descarta en la siguiente iteración (vea la Figura 9 (d)) reduciendo así la posibilidad de que el algoritmo entregue resultados poco precisos o *falle*.

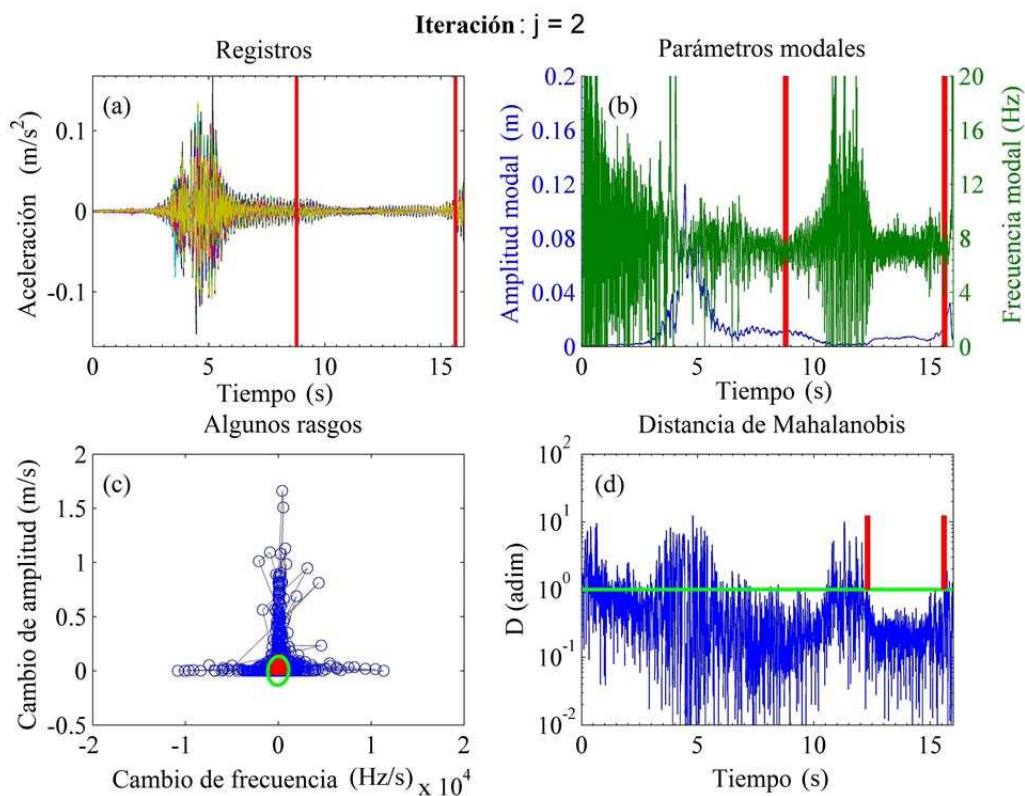


Figura 9. Resultados intermedios para el caso 'no-intuitivo'; segunda iteración.

La Figura 10 (b, d) muestra que el *segmento de registro* converge *exitosamente* (en la iteración  $j = J = 12$ ) hacia una solución que es *no-intuitiva*. La Figura 10 (b) muestra que, en el *segmento de registro* encontrado, la amplitud instantánea no decrece; sin embargo, tampoco crece. La frecuencia instantánea, por su parte, parece bastante estable en comparación con otros intervalos de tiempo. Por otra parte, puesto que la amplitud instantánea prácticamente no contiene ruido en el *segmento de registro* encontrado, es muy probable que sólo un modo contribuya a la respuesta en ese intervalo de tiempo. Por lo tanto, es esperable que allí se puedan estimar con mucha exactitud los parámetros modales (de ese modo).

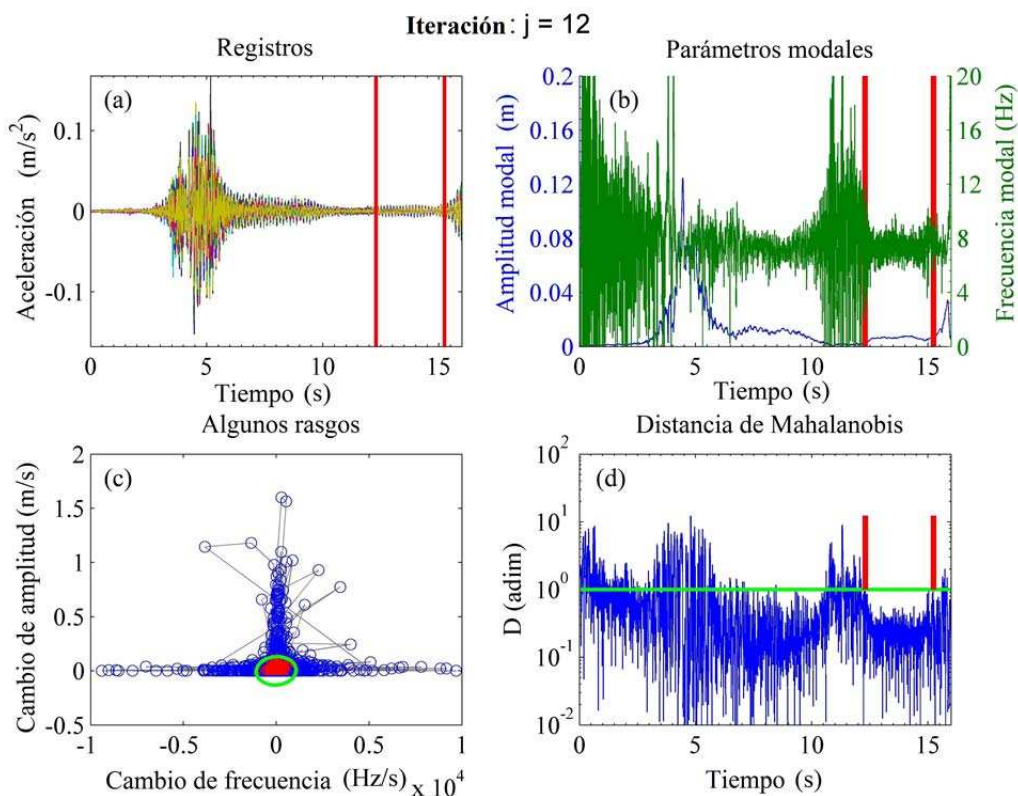


Figura 10. Resultados intermedios para el caso 'no-intuitivo'; última iteración.

Finalmente, la [Figura 11](#) muestra que los errores obtenidos mediante el uso de la estimación inicial son inadmisibles para la detección de daño ( $\text{Error}(f_1) = 8.1\%$ ,  $\text{Error}(\zeta_1) = 130\%$ ). Después de sucesivas iteraciones, el algoritmo reduce el error en frecuencia diez veces ( $\text{Error}(f_1) = 0.7\%$ ) y el error en amortiguamiento en un 40% ( $\text{Error}(\zeta_1) = 77\%$ ). Cabe recordar que, cuando se utiliza el IES, los errores de estimación de amortiguamiento pueden llegar al 100% cuando no se cumple con la condición de estacionariedad (Ceravolo, 2004). Los modos segundo y tercero no pudieron ser identificados dado posiblemente porque tienen los ICs más amplios (vea la [Tabla 1](#)).

El pico de error que la [Figura 11](#) muestra alrededor de la iteración 7 se explica de la siguiente manera. Los índices  $[k_f]_7$  y  $[k_t]_7$  corresponden al intervalo de tiempo  $12\text{ s} < t < 15.2\text{ s}$ , el cual excluye a uno de los *segmentos de registro* de vibraciones libres (vea como disminuye la amplitud y se estabiliza la frecuencia en el intervalo de tiempo  $8.8\text{ s} < t < 10.4\text{ s}$  en la [Figura 10](#) (b)) pero incluye la fase forzada que ocurre en el intervalo de tiempo  $12\text{ s} < t < 12.5\text{ s}$  (que se distingue por el aumento de la amplitud en ese intervalo). En este último intervalo de tiempo, el contenido de frecuencias y la no-estacionariedad de la excitación causan grandes errores en frecuencia y amortiguamiento, respectivamente. Este ejemplo demuestra que si más de un *segmento de registro* de vibraciones libres cierto está presente en el *registro completo*, los errores de estimación de parámetros modales pueden *disminuir sólo en sentido promedio* (a lo largo de las iteraciones), aun cuando la exactitud del *segmento de registro* de vibraciones libres esté *mejorando monótonicamente*. Note que, aunque el algoritmo no devuelve los parámetros modales óptimos (e.g., deteniéndose en  $j = 5$ ), devuelve muy buenas aproximaciones, como normalmente se espera de los métodos heurísticos.

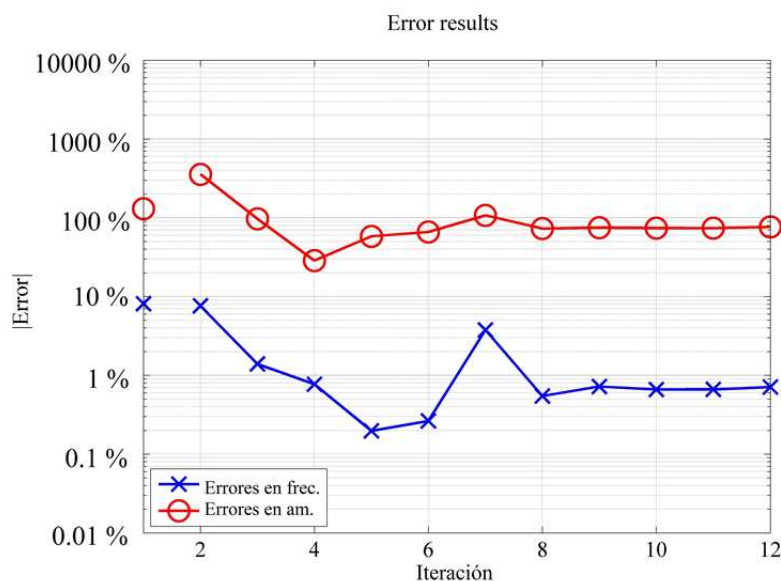


Figura 11. Errores para el caso 'no-intuitivo'.

## 5 CONCLUSIONES

Para el problema de la identificación de sistemas sólo a partir de su salida, bajo excitación aleatoria que no es ruido blanco, se desarrolló un algoritmo basado en la búsqueda heurística de segmentos de registro de vibraciones libres y se lo puso a prueba con datos experimentales. El algoritmo es totalmente automático y sólo tiene al ajuste de la tasa de convergencia como parámetro de calibración. Además, está intrínsecamente exento de devolver estimaciones de parámetros erróneas si, por ejemplo, el registro completo con el que se lo alimenta no contiene ningún segmento de registro con vibraciones libres.

A través de un ejemplo experimental, se demostró que el método propuesto permite estimar parámetros modales con hasta diez veces más precisión que la obtenida aplicando el mismo método de identificación de sistemas a un segmento de registro que va desde el pico de la respuesta hasta el fin del registro completo. Específicamente, todos los casos exitosos mostraron errores en frecuencia por debajo del 2%.

En comparación con el enfoque clásico que se utiliza registros completos largos, son evidentes las ventajas en la reducción del hardware necesario para implementar un sistema de monitoreo de la salud estructural.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al CONICET y a la Universidad Nacional de Cuyo por el apoyo financiero. De la misma manera, los autores agradecen al personal del Laboratorio Nacional Los Álamos (EEUU), y en especial Charles Farrar, por compartir sus valiosos datos.

## REFERENCIAS

- Ahmadian, H., Gladwell, G.M.L., Ismail, F., 1995. Extracting Real Modes from Complex Measured Modes, en: PROCEEDINGS OF SPIE - THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL ENGINEERING. pp. 507-510.
- Ceravolo, R., 2004. Use of instantaneous estimators for the evaluation of structural damping. J. Sound Vib. 274, 385-401. doi:10.1016/j.jsv.2003.05.025
- Chen, B., Zang, C., 2011. A hybrid immune model for unsupervised structural damage pattern

- recognition. *Expert Syst. Appl.* 38, 1650-1658. doi:10.1016/j.eswa.2010.07.087
- Clough, R.W., Penzien, J., 1995. *Dynamics of structures*, Third Edit. ed. Computers & Structures, Inc., Berkeley, CA 94704 USA.
- Collins, J., Mullins, G., Lewis, C., Winters, D., 2014. *State of the Practice and Art for Structural Health Monitoring of Bridge Substructures*.
- Curadelli, R.O., Riera, J.D., Ambrosini, D., Amani, M.G., 2008. Damage detection by means of structural damping identification. *Eng. Struct.* 30, 3497-3504. doi:10.1016/j.engstruct.2008.05.024
- De Roeck, G., Maeck, J., Michielsen, T., Seynaeve, E., 2002. Traffic-induced shifts in modal properties of bridges. *Proc. IMAC 20* 4753, 630-636.
- Dervilis, N., Worden, K., Cross, E.J., 2015. On robust regression analysis as a means of exploring environmental and operational conditions for SHM data. *J. Sound Vib.* doi:10.1016/j.jsv.2015.02.039
- Dong, Y., Song, R., Liu, H., 2010. *Bridges Structural Health Monitoring and Deterioration Detection - Synthesis of Knowledge and Technology*. Alaska.
- Ewins, D., 1984. *Modal Testing: Theory and Practice*. John Wiley & Sons, Inc., New York, Brisbane, Chichester, Toronto, Singapore.
- Farrar, C.R., Cornwell, P.J., Doebling, S.W., Prime, M.B., 2000. *Structural Health Monitoring Studies of the Alamosa Canyon and I-40 Bridges*. Los Alamos, New Mexico.
- Farrar, C.R., Cornwell, P.J., Doebling, S.W., Prime, M.B., 2015. LANL - Engineering Institute [WWW Document]. SHM Data Sets Softw. URL <http://www.lanl.gov/projects/national-security-education-center/engineering/software/shm-data-sets-and-software.php>
- Farrar, C.R., Doebling, S.W., Nix, D. a., 2001. Vibration-based structural damage identification. *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.* 359, 131-149. doi:10.1098/rsta.2000.0717
- Freudinger, L.C., 1991. *Analysis of structural response data using discrete modal filters*. California.
- Gentile, C., Saisi, A., 2013. Operational modal testing of historic structures at different levels of excitation. *Constr. Build. Mater.* 48, 1273-1285. doi:10.1016/j.conbuildmat.2013.01.013
- Gravengaard, G.B., 1986. Use of Computers in the Field. *Ground Water Monit. Remediat.* 6, 126-128. doi:10.1111/j.1745-6592.1986.tb01253.x
- Haralick, R.M., Shapiro, L.G., 1992. *Computer and robot vision*, volume I, 1st ed. Addison-Wesley Publishing Company, Massachusetts.
- Housner, G.W., Bergman, L.A., Caughey, T.K., Chassiakos, A.G., Claus, R.O., Masri, S.F., Skelton, R.E., Soong, T.T., Spencer, B.F., Yao, J.T.P., 1997. *STRUCTURAL CONTROL: PAST, PRESENT, AND FUTURE*. *J. Eng. Mech.* 123, 897-971.
- Ibrahim, S.R., 1977. Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures. *J. Spacecr. Rockets* 14, 696-700. doi:10.2514/3.57251
- Jin, X., Chow, T.W.S., 2013. Anomaly detection of cooling fan and fault classification of induction motor using Mahalanobis-Taguchi system. *Expert Syst. Appl.* 40, 5787-5795. doi:10.1016/j.eswa.2013.04.024
- Kim, C.Y., Jung, D.S., Kim, N.S., Yoon, J.G., 1999. Effect of Vehicle Mass on the Measured Dynamic Characteristics of Bridges from Traffic-Induced Vibration Test, en: *IMAC XIX*. Kissimmee, FL, pp. 1106-1111.
- Ko, J.M., Ni, Y.Q., 2005. Technology developments in structural health monitoring of large-scale bridges. *Eng. Struct.* 27, 1715-1725. doi:10.1016/j.engstruct.2005.02.021
- Kramer, C., Smet, C. a M. De, Peeters, B., 1999. Comparison of Ambient and Forced

- Vibration Testing of Civil Engineering Structures. 17th Int. Modal Anal. Conf. 1030-1034.
- Lester, A., 2001. Crime Reduction through Product Design. Trends Issues Crime Crim. Justice.
- Marple, S.L., 1999. Computing the Discrete-Time «Analytic» Signal via FFT. 2600 IEEE Trans. SIGNAL Process. 47, 2600-2603.
- Miguel, L.F.F., Miguel, L.F.F., Kaminski, J., Riera, J.D., 2012. Damage detection under ambient vibration by harmony search algorithm. Expert Syst. Appl. 39, 9704-9714. doi:10.1016/j.eswa.2012.02.147
- Nguyen, T., Chan, T.H.T., Thambiratnam, D.P., King, L., 2015. Development of a cost-effective and flexible vibration DAQ system for long-term continuous structural health monitoring. Mech. Syst. Signal Process. 1-12. doi:10.1016/j.ymsp.2015.04.003
- Overschee, P. Van, Moor, B. De, 1996. Subspace identification for linear systems: theory, implementation, applications., Kluwer Academic Publishers., Kluwer Academic Publishers, Boston/London/Dordrecht.
- Peeters, B., 2000. SYSTEM IDENTIFICATION AND DAMAGE DETECTION IN CIVIL ENGINEERING. Katholieke Universiteit Leuven.
- Preumont, A., 2011. Vibration Control of Active Structures: An Introduction, 3rd ed, Civil Engineering, Solid Mechanics and Its Applications. Springer Netherlands, Dordrecht. doi:10.1007/978-94-007-2033-6
- Rayward-Smith, V.J., 1996. Modern Heuristic Search Methods. John Wiley & Sons, Ltd, United Kingdom.
- Salem, H.M., Helmy, H.M., 2014. Numerical investigation of collapse of the Minnesota I-35W bridge. Eng. Struct. 59, 635-645. doi:10.1016/j.engstruct.2013.11.022
- Sohn, H., 2007. Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring. Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci. 365, 539-560. doi:10.1098/rsta.2006.1935
- Sohn, H., Farrar, C.R., Hemez, F., Czarnecki, J., 2002. A Review of Structural Health Monitoring Literature 1996 – 2001, en: Third World Conference on Structural Control. Los Alamos National Laboratory, Como, Italy, pp. 1-7.
- Tondreau, G., Deraemaeker, A., 2013. Local modal filters for automated data-based damage localization using ambient vibrations. Mech. Syst. Signal Process. 39, 162-180. doi:10.1016/j.ymsp.2013.03.020
- Vandaele, N., Woensel, T. Van, Verbruggen, A., 2000. A queueing based traffic flow model. Transp. Res. Part D Transp. Environ. 5, 121-135. doi:10.1016/S1361-9209(99)00028-0
- Varadarajan, N., Nagarajaiah, S., 2004. Wind Response Control of Building with Variable Stiffness Tuned Mass Damper Using Empirical Mode Decomposition/Hilbert Transform. J. Eng. Mech. 130, 451. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(2004)130:4(451)
- Walpole, R., Myers, R., Myers, S., Ye, K., 2012. Probability and Statistics for Engineers and Scientists, 9th ed. Prentice Hall, Boston.
- Webb, A.R., Copsey, K.D., 2011. Statistical pattern recognition, 3re ed. John Wiley & Sons, Ltd, United Kingdom.
- Wilson, E.L., 2002. Three-dimensional static and dynamic analysis of structures, 3rd ed. Computers and Structures, Inc., Berkeley, California, USA.
- Wong, K.Y., 2004. Instrumentation and health monitoring of cable-supported bridges. Struct. Control Heal. Monit. 11, 91-124. doi:10.1002/stc.33
- Wu, J., Yuan, S., Ji, S., Zhou, G., Wang, Y., Wang, Z., 2010. Multi-agent system design and evaluation for collaborative wireless sensor network in large structure health monitoring. Expert Syst. Appl. 37, 2028-2036. doi:10.1016/j.eswa.2009.06.098

- Yang, J.N., Lei, Y., Pan, S., Huang, N., 2003a. System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis. Part 1: normal modes. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.* 32, 1443-1467. doi:10.1002/eqe.287
- Yang, J.N., Lei, Y., Pan, S., Huang, N., 2003b. System identification of linear structures based on Hilbert–Huang spectral analysis. Part 2: Complex modes. *Earthq. Eng. Struct. Dyn.* 32, 1443-1467. doi:10.1002/eqe.287