

DISEÑO DE CUASI-CAMUFLAJE ACÚSTICO MULTICAPA PARA OBJETOS CON FORMAS ARBITRARIAS

Agustín E. Sisamón^a, Adrián P. Cisilino^a and Luiz C. Wrobel^b

^a*División de Mecánica de Materiales, INTEMA - Universidad Nacional de Mar del Plata, Juan B. Justo 4102, 7600 Mar del Plata, Argentina <http://intema.gob.ar>*

^b*Mechanical Engineering Department, Brunel University, UB8 3PH Uxbridge, United Kingdom, <http://www.brunel.ac.uk/sed/mecheng>*

Palabras Claves: Camuflaje acústico, Acústica, Metafluidos, Formas arbitrarias.

Resumen. En los últimos años ha habido un creciente interés por los desarrollos teóricos y posibles aplicaciones prácticas en el área del camuflaje acústico. Este trabajo muestra una aproximación práctica para el diseño de cuasi-camuflajes o cuasi-camuflaje (debido a que por las aproximaciones realizadas en el procedimiento la respuesta acústica del camuflaje no será perfecta) acústicos multicapa para objetos con formas arbitrarias.

Para formar un camuflaje acústico es necesario deformar una región dada generando dentro un agujero con la forma del objeto a camuflar. El mapeo conforme de coordenadas entre ambas regiones da como resultado que el material utilizado para generar el efecto de camuflaje debería tener densidad anisótropa y heterogénea así como también módulo de bulk heterogéneo. La transformación puede ser resuelta de manera numérica mediante implementación de la ecuación de Laplace con condiciones de contorno de Dirichlet. Se utilizan las bases de la teoría efectiva de medios para aproximar las propiedades ideales y así generar un cuasi-camuflaje concéntrico de capas con materiales isótropos y homogéneos. El espesor de las capas así como también la geometría final del camuflaje se obtiene a partir del uso de curvas de nivel de la transformación realizada. Se presentan distintos ejemplos que muestran la versatilidad y aplicabilidad del método propuesto.

1 INTRODUCCIÓN

Usualmente se refiere como metamateriales a materiales hechos por el hombre con propiedades efectivas difíciles de encontrar en materiales naturales. En la última década dichos metamateriales han ganado protagonismo sobre todo en el área del electromagnetismo (EM) por proveer una posibilidad sin precedentes de controlar la propagación de ondas (Pendry, Smith, & Wiltshire, 2004), logrando así efectos muy interesantes tales como camuflaje, rotadores, concentradores, etc. Basado en el método de transformación de coordenadas, Pendry, Schurig, & Smith (2006) propusieron un metamaterial EM que dispuesto como una capa oculta perfectamente objetos de geometría arbitraria ante una onda incidente. Como un análogo acústico de los metamateriales para camuflaje acústico electromagnético, se han desarrollado metamateriales acústicos para camuflaje. En este contexto Chen & Chan (2007) obtuvieron la expresión general de la transformación de los parámetros del material acústico usando la propiedad invariante de la ecuación de Helmholtz y el método de transformación de coordenadas. Los parámetros de los materiales para un camuflaje acústico cilíndrico en 2D fueron obtenidas analíticamente por Cummer & Schurig, (2007). Recientemente, Norris (2008) demostró que la composición del material de una capa acústica no es unívocamente definida, abriendo así una amplia gama de materiales potenciales para la realización de camuflaje acústico. Todos estos diseños prometen aplicaciones potenciales, tales como el aislamiento acústico y la “invisibilidad”. Para el diseño de camuflajes acústicos con formas arbitrarias es necesaria la utilización de métodos numéricos. En este contexto Hu, Zhou, & Hu, (2009) han propuesto un método de transformación de coordenadas mediante la resolución de un sistema de ecuaciones de Laplace, el cual permite obtener las propiedades de metamateriales para camuflaje EM. Dicho método fue extendido (Hu, Zhou, & Hu, 2009) para el cálculo de las propiedades de metamateriales para camuflaje acústico

La realización del camuflaje acústico de un objeto cilíndrico en 2D depende del medio de transformación elástica, el cual debe mostrar distribuciones, con dependencia radial, de densidad anisotrópica y del módulo de bulk. Como posibles soluciones prácticas a estas variaciones de las propiedades se han propuesto alternativas tales como la utilización de cristales sónicos o metamateriales acústicos compuestos de resonadores. Sin embargo, estos metamateriales acústicos solo funcionan en un rango de frecuencia limitado alrededor de su frecuencia de resonancia, y la resonancia local de sus inclusiones podría inducir a una absorción considerable de onda acústica, (Liu, 2000) lo que reduciría el efecto de camuflaje. Por otra parte Cheng, Yang, Xu, & Liu, (2008) propusieron un diseño de camuflaje acústico para objetos cilíndricos en 2D en capas, el que se construye mediante una estructura de varias capas concéntricas de materiales isótropos y homogéneos. Cuando cada capa tiene una densidad y módulo de bulk adecuados, la estructura puede comportarse como un medio de transformación efectiva.

En este trabajo se propone una metodología para diseñar metamateriales para el cuasi-camuflaje (se utiliza el término cuasi-camuflaje debido a que por las aproximaciones realizadas en el procedimiento el efecto de camuflaje no es perfecto pero se aproxima considerablemente a este) acústico de objetos con formas arbitrarias formado por múltiples capas de materiales isótropos y homogéneos. Las propiedades del material para camuflaje acústico son determinados de forma numérica. A partir de estas, se utilizan las bases de la teoría efectiva de medios para generar un cuasi-camuflaje concéntrico de capas con materiales isótropos y homogéneos. El espesor de las capas así como también la geometría final del camuflaje se obtiene a partir del uso de curvas de nivel de densidad. Se presentan distintos ejemplos que muestran la versatilidad y aplicabilidad del método propuesto.

2 MÉTODO DE TRANSFORMACIÓN

2.1 Transformación espacial para camuflaje acústico

La idea general detrás de la formación de un camuflaje acústico es la de deformar una región dada generando dentro un agujero con la forma del objeto a camuflar. Esta deformación modifica las propiedades (densidad y módulo de bulk) de la región circundante de tal forma que la ecuación de onda en la región modificada imita el comportamiento de la onda acústica en el espacio sin deformar. La Figura 1 muestra un esquema de la transformación, se puede pensar como la expansión del punto O (Figura 1) de la región Ω al contorno $\partial\Omega'_-$ manteniendo sin cambios el contorno externo $\partial\Omega'_+$. Cualquier objeto que se posicione dentro de $\partial\Omega'_-$ será invisible a las ondas acústicas. En esta sección se introduce brevemente los conceptos necesarios para entender dicha transformación, para más detalle pueden consultarse trabajos como Norris (2008) o también Hu, Zhou, & Hu, (2009).

El método de transformación considerado en este trabajo se basa en la forma invariante de la ecuación de Helmholtz,

$$\nabla \cdot (\rho_0^{-1} \nabla p) + \omega^2 \kappa_0^{-1} p = 0 \tag{1}$$

donde ρ_0 y κ_0 representan las propiedades del medio de propagación, densidad y módulo de bulk, ω el número de onda y p la presión en Ω . La transformación deforma la región siendo el mapeo uno a uno en todas partes excepto en un punto singular, el cual es mapeado en el contorno interno del camuflaje (Figura 1).

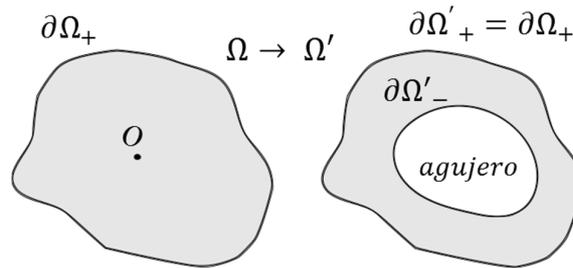


Figura 1: Transformación de la región Ω a Ω' .

Bajo una transformación espacial dada por,

$$\mathbf{X}' = \mathbf{X}'(\mathbf{X}), \quad p'(\mathbf{X}') = p(\mathbf{X}), \tag{2}$$

donde \mathbf{X} y \mathbf{X}' representan las coordenadas espaciales de las regiones sin deformar y deformada respectivamente, la Eq. (1) puede ser reescrita como

$$\nabla' \cdot (\rho'^{-1} \nabla' p') + \omega^2 \kappa'^{-1} p' = 0 \tag{3}$$

Los parámetros del material están dados por

$$\rho'^{-1} = \frac{\mathbf{A} \rho_0^{-1} \mathbf{A}^T}{\det \mathbf{A}}, \quad \kappa = \kappa_0 \det \mathbf{A} \tag{4}$$

donde \mathbf{A} es el Jacobiano del tensor de la transformación con componentes $A_{ij} = \partial x'_i / \partial x_j$, el cual caracteriza el mapeo de la región original Ω a la transformada Ω' . Utilizando la descomposición polar de la matriz \mathbf{A} en deformación pura de tracción y rotación de cuerpo rígido, $\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{R}$, suponiendo que el material de Ω es homogéneo e isotrópico y considerando el tensor de deformación de Cauchy-Green $\mathbf{B} = \mathbf{V}^2 = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$, la Eq. 4 puede reescribirse como

$$\rho'^{-1} = B/\det A \quad (5)$$

El tensor \mathbf{B} puede expresarse por sus componentes diagonales principales

$$\mathbf{B} = \text{diag}[\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2], \quad (6)$$

donde λ_i ($i=1,2,3$) son los autovalores del vector \mathbf{V} , las extensiones principales de un elemento infinitesimal. Usando $\det A = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ y las Eq 5 y 6, la Eq 4 puede reescribirse como

$$\rho' = \text{diag} \left[\frac{\lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1}, \frac{\lambda_1 \lambda_3}{\lambda_2}, \frac{\lambda_2 \lambda_1}{\lambda_3} \right], \quad \kappa = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \quad (7)$$

Puede demostrarse que estos resultados coinciden con los presentados en Cummer & Schurig (2007). Para objetos con formas arbitrarias es muy difícil encontrar las expresiones analíticas de la transformación espacial. A continuación se describe el método numérico propuesto por Hu et al. (2009).

2.2 Transformación espacial para camuflaje acústico de objetos de forma arbitraria

El punto crucial para el diseño del camuflaje es encontrar la forma de calcular el campo de la deformación de la transformación. El campo de deformación inducida por la transformación debe ser continuo con el fin de no producir reflexiones en el interior del camuflaje. Se sabe que la deformación es determinada por la derivada parcial de desplazamientos en el espacio transformado con respecto a las coordenadas originales. Para calcular dichos campos de desplazamientos Hu et al. (2009) propuso utilizar la forma inversa de la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 x_i}{\partial x_1'^2} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial x_2'^2} + \frac{\partial^2 x_i}{\partial x_3'^2} = 0, \quad i = 1,2,3; \quad x_1', x_2', x_3' \in \Omega' \quad (8)$$

con las respectivas condiciones de contorno de Dirichlet,

$$\mathbf{X}(\partial\Omega'_{-}) = 0, \quad \mathbf{X}(\partial\Omega'_{-}) = \mathbf{X}'(\partial\Omega'_{+}) \quad (9)$$

Una vez obtenidos los campos $\mathbf{x}=\mathbf{x}(\mathbf{x}')$ bajo la transformación espacial, los campos de deformación asociados pueden ser utilizados para calcular las propiedades del material mediante el uso de las Ec. 4 a 7. Nótese que una vez obtenido el Jacobiano de la transformación propuesta por la Ec. 8 es necesario invertirlo para obtener la matriz \mathbf{A} . Para camuflar un objeto de geometría arbitraria es necesaria la utilización de métodos numéricos para resolver la ecuación de Laplace.

3 CAMUFLAJE ACÚSTICO MULTICAPA PARA OBJETOS CILINDRICOS.

Para camuflar un objeto circular mediante capas alternadas de materiales homogéneos e isotrópicos Cheng, Yang, Xu, & Liu (2008) propusieron una aproximación basada en la teoría de medios efectivos. Cabe recordar que según esta teoría una estructura de capas puede ser considerada como un continuo si la misma es mucho más pequeña que la longitud de onda incidente. Esta sección presenta una breve explicación de la metodología utilizada para el diseño del camuflaje acústico en capas, la cual aproxima el comportamiento del camuflaje ideal para objetos circulares.

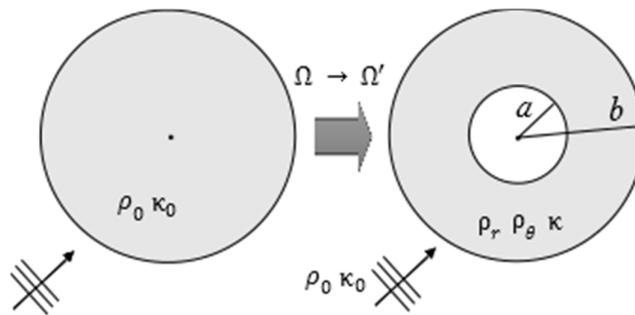


Figura 2: Transformación para un camuflaje cilíndrico ideal.

Suponiendo la transformación lineal propuesta en la Figura 2 para formar un camuflaje circular en 2D dada por $r' = a + r(b - a)/b$, $\theta' = \theta$ y $z' = z$. Las elongaciones principales para esta transformación son $\lambda_1 = dr'/dr$, $\lambda_2 = r'/r = r'(b - a)/[(r' - a)b]$ y $\lambda_3 = 1$. Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 7 puede obtenerse

$$\frac{\rho'_1}{\rho_0} = \frac{r}{r-a}, \quad \frac{\rho'_2}{\rho_0} = \frac{r-a}{r}, \quad \frac{\kappa_0}{\kappa} = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r}, \tag{10}$$

donde ρ_0 , κ_0 son la densidad y módulo de bulk de la región sin deformar (medio de propagación), ρ'_1 y ρ'_2 son las densidades radial y tangencial del camuflaje respectivamente (componentes de la densidad anisótropa, ρ' , bajo una transformación en coordenadas cilíndricas), κ es el módulo de bulk del camuflaje, a es el radio interno del camuflaje y b el externo (ver Figura 2). Puede observarse que estas ecuaciones no presentan ninguna limitación respecto del espesor del camuflaje, $e=(b-a)$, por lo que se podría hacer el camuflaje tan fino como se desee.

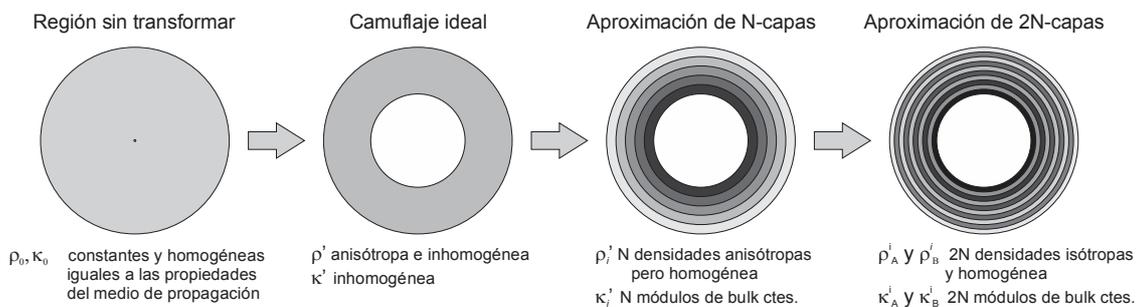


Figura 3: Transformaciones para el diseño de camuflaje acústico en 2N-capas de materiales homogéneos e isotrópicos.

Una vez obtenidas las propiedades de un camuflaje cilíndrico ideal (líneas azules de la Figura 4) se utiliza un procedimiento de dos aproximaciones (Figura 3) para obtener las propiedades isotrópicas y homogéneas de un camuflaje en capas. En primer lugar, se aproxima el camuflaje ideal con una estructura de N-capas discretas. El material de cada capa es anisótropo, pero homogéneo (líneas naranjas de la Figura 4). A continuación, reemplaza cada capa anisótropa por subcapas alternadas de materiales isotrópicos A y B, cuyas propiedades vienen dadas por la

teoría de medios efectivos mediante (líneas verdes de la Figura 4)

$$\rho_1^i = \frac{\rho_A^i + \eta^i \rho_B^i}{1 + \eta^i}, \quad \frac{1}{\rho_2^i} = \frac{1}{1 + \eta^i} \left(\frac{1}{\rho_A^i} + \frac{\eta^i}{\rho_B^i} \right), \quad \frac{1}{\kappa^i} = \frac{1}{1 + \eta^i} \left(\frac{1}{\kappa_A^i} + \frac{\eta^i}{\kappa_B^i} \right), \quad (11)$$

donde $\eta^i = d_A^i/d_B^i$ es la relación de espesores entre las subcapas B y A pertenecientes a la capa i (Figura 5). Las densidades de A y B están diseñadas con la Ec. 11 para imitar la capa anisótropa correspondiente. Para el cálculo de los módulos de bulk correspondientes se tienen en cuenta que la velocidad de propagación dentro de cada una de las capas debe permanecer constante. Por lo tanto, el camuflaje anisótropo no homogéneo puede ser representado aproximadamente por N capas compuestas cada una de dos subcapas discretas de materiales isotropos y homogéneos. Nótese que debido a la naturaleza de las aproximaciones empleadas un incremento en la cantidad de capas, o sea un N más grande, dará como resultado una mejora en el efecto de camuflaje.

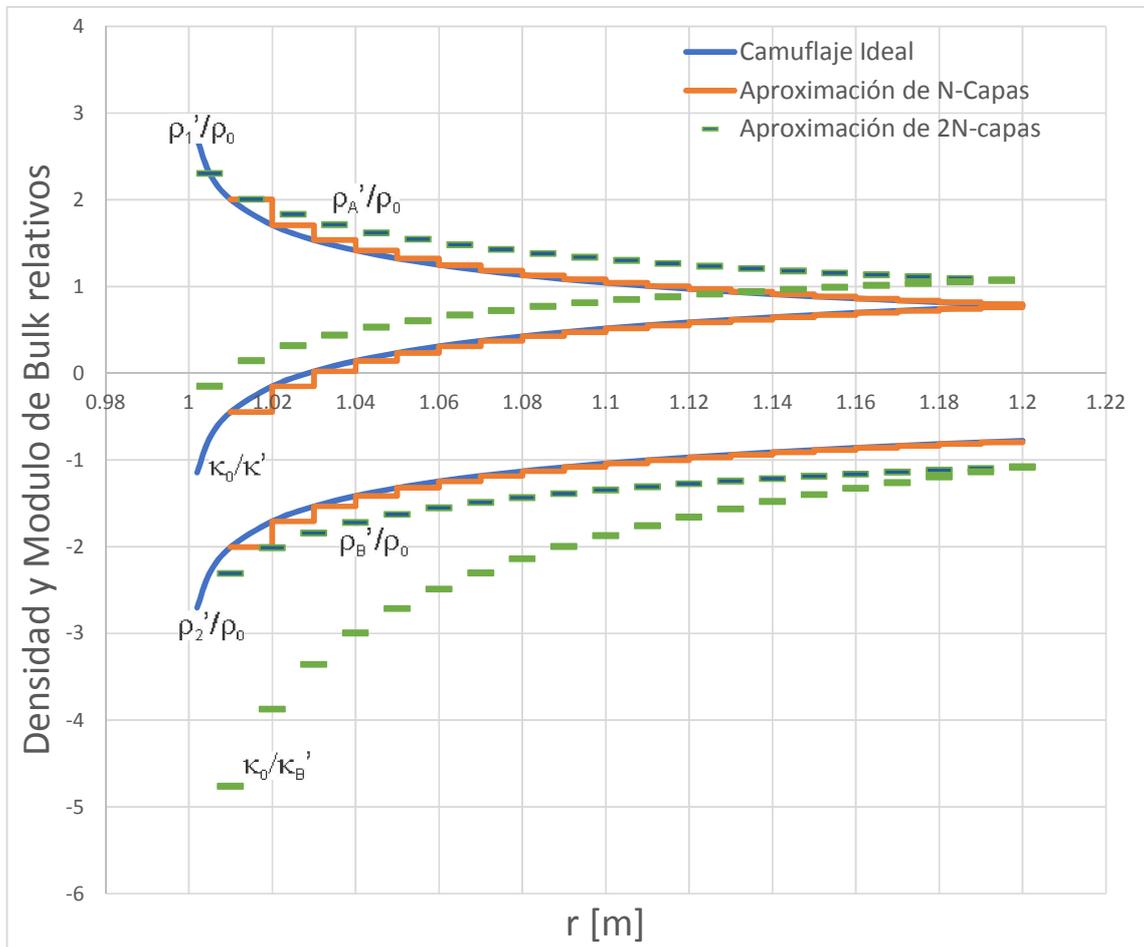


Figura 4. Propiedades relativas para el procedimiento descrito

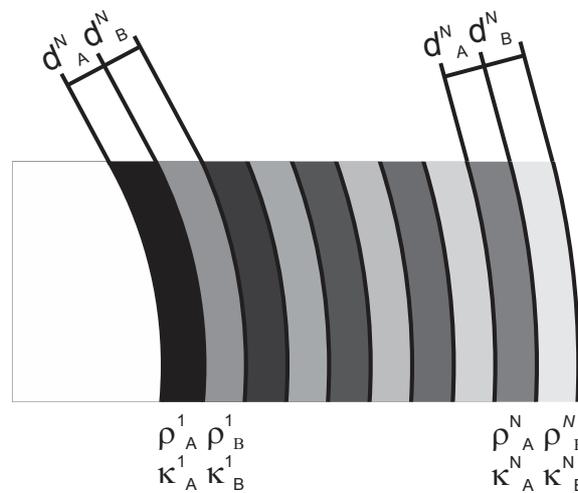


Figura 5: Detalle de la aproximación de 2N-capas.

4 DISEÑO MULTICAPA DE CAMUFLAJE ACÚSTICO PARA FORMAS ARBITRARIAS

En la Sección 2 se detalló la transformación numérica utilizada para la obtención de las propiedades del material para camuflar un objeto de forma arbitraria cuyo contorno externo esta predeterminado. Se propone extender esta transformación (Hu et al., 2009) para una vez obtenidas las propiedades para un camuflaje ideal combinarla con las aproximaciones desarrolladas en la Sección 3. De esta forma se busca poder diseñar un camuflaje multicapa para un objeto 2D con forma arbitraria compuesto de materiales isótropos y homogéneos.

4.1 Curvas de nivel de densidad

Como primera opción para seleccionar $\partial\Omega'_+$ surge naturalmente la posibilidad de escalar la geometría que se desea camuflar, $\partial\Omega'_-$ (ver Figura 6). Se obtienen las propiedades del camuflaje ideal a partir de la transformación numérica. Una vez realizada la transformación mediante la implementación del procedimiento explicado en la Sección 2 pueden obtenerse las propiedades del camuflaje. Como se ha mencionado anteriormente las propiedades obtenidas serán inhomogéneas y en particular la densidad obtenida será a su vez anisótropa. Reescribiendo la Ec. 7 para el caso de 2D donde $\lambda_3 = 1$ resulta

$$\rho' = \text{diag} \left[\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right], \quad \kappa = \lambda_1 \lambda_2 \tag{12}$$

Puede observarse que $\rho'_1 = \rho'_2^{-1}$ por lo que las curvas de nivel de ambas densidades serán coincidentes. Se utilizan las regiones determinadas entre las curvas de nivel para asignarles valores de densidades constantes, de esta forma se puede obtener una estructura de densidades anisótropas pero homogéneas dentro de cada región, Figura 6a (similar a la primera etapa de la sección 3). Dentro de estas regiones de densidades constantes el módulo de bulk no necesariamente tiene que también serlo, Figura 6b. La forma que se propone para sobreponer esta dificultad es simplemente la de utilizar un valor promedio del módulo de bulk dentro de las regiones de densidad constante. Nótese que si la elección de las zonas de propiedades constantes se hubiera realizado mediante el uso de las curvas de nivel del módulo de bulk se

estarían haciendo dos aproximaciones, una por cada densidad, en vez de una.

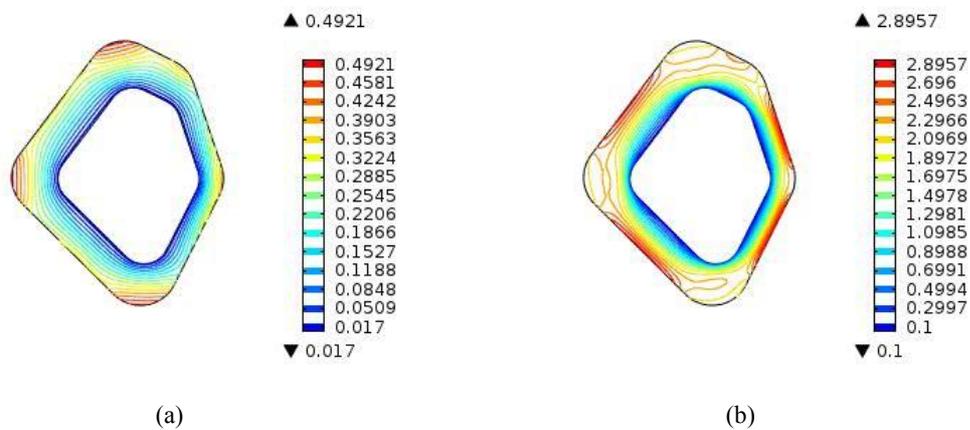


Figura 6. Curvas de nivel para densidad (1) y módulo de bulk (2) de un camuflaje cuyo contorno externo es el objeto a camuflar escalado.

En las Figura 6 puede observarse que si bien las propiedades del camuflaje pueden ser aproximadas con valores constantes dentro regiones determinadas por curvas de nivel, la aproximación de medio efectivo de la Sección 3 no puede aplicarse ya que dichas curvas no forman capas alrededor del objeto a camuflar. Esto hace que el contorno externo del camuflaje sea una incógnita a priori, siendo necesario desarrollar una metodología que permita encontrar una geometría tal que la misma pueda ser dividida en capas de propiedades constantes una vez realizada la transformación de coordenadas.

4.2 Proceso iterativo para la determinación de la geometría del camuflaje

Se propone una metodología iterativa para encontrar una geometría o contorno externo del camuflaje que permita aplicar la división en capas concéntricas de propiedades constantes. Inicialmente se utilizará como contorno externo del camuflaje una circunferencia lo suficientemente grande como para que las propiedades de la región transformada cercanas al objeto a camuflar no se vean alteradas por el contorno externo, ver Figura 7. Puede notarse que en este caso las propiedades de la región transformada tienden a las del medio externo de propagación cuanto más grande sea el círculo impuesto inicialmente.

El siguiente paso del proceso es obtener una curva de nivel cerrada sobre si misma dentro de la región de la transformación lo más cercana posible a la curva inicial y utilizar dicha curva para realizar la transformación de coordenadas. Se repite este proceso hasta obtener una curva que este lo suficientemente cercana al objeto a camuflar como se desee. La Figura 7 muestra los pasos del proceso iterativo de determinación de la geometría del camuflaje.

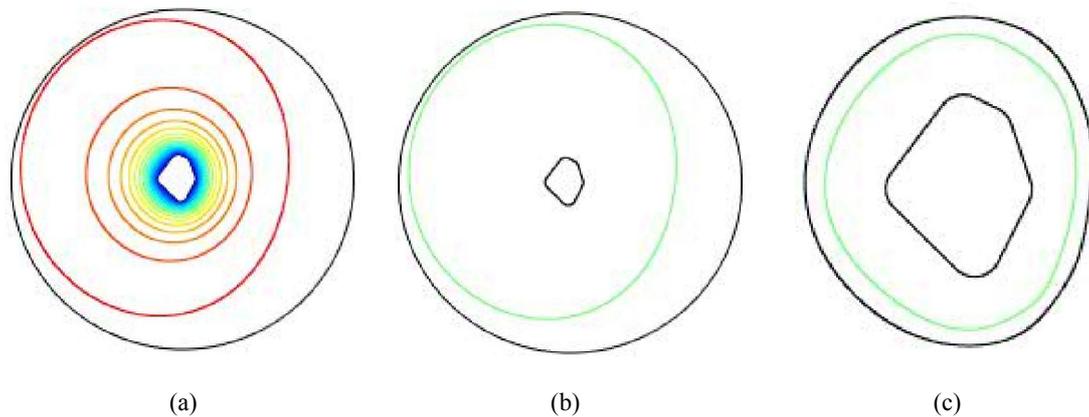


Figura 7. Proceso iterativo de determinación de la geometría externa del camuflaje. (a) Curvas de nivel con una geometría inicial circular. (b) Obtención de la geometría para la iteración 2. (c) Obtención de la geometría final del camuflaje.

4.3 Implementación

La metodología desarrollada puede ser implementada en muchos software comerciales de elementos finitos. En este caso en particular se realizó un modelo en COMSOL integrado con rutinas de Matlab para la parte iterativa y la generación del modelo de validación posterior, el cual también es resuelto en COMSOL. A continuación se enumeran los pasos utilizados para la obtención de un camuflaje acústico multicapa para un objeto dado de forma arbitraria.

- 1) Determinación de la geometría del camuflaje.
 - (1) Se implementa un modelo de elementos finitos que resuelva la ecuación de Laplace con condiciones de contorno de Dirichlet (Ec. 8 y 9). Inicialmente se utiliza como geometría del camuflaje un círculo lo suficientemente grande. (COMSOL)
 - (2) Un vez obtenidos los campos desplazamientos de la transformación se calcula el Jacobiano (matriz \mathbf{A}) de la misma y utilizando las Ecuaciones 4 a 7 se calculan las propiedades del camuflaje ideal para la geometría del paso actual. (COMSOL)
 - (3) Se utiliza una curva de nivel cerrada sobre si misma (lo más cercana posible a la geometría del camuflaje del paso actual) como geometría del camuflaje y se repite el paso (1) hasta obtener la geometría final del camuflaje. (MATLAB)
- 2) Determinación de las propiedades en capas del camuflaje
 - (1) Se resuelve nuevamente la transformación mediante la ecuación de Laplace, esta vez con la geometría final del camuflaje. (COMSOL)
 - (2) A partir de los campos desplazamientos de la transformación, se calcula el Jacobiano (matriz \mathbf{A}) de la misma y utilizando las Ecuaciones 4 a 7 se calculan las propiedades del camuflaje ideal para la geometría final del camuflaje. (COMSOL)
 - (3) Se divide la geometría del camuflaje en $2N$ capas de propiedades constantes, esto se hace mediante la utilización de curvas de nivel de densidad. Se obtienen los contornos de dichas curvas, los cuales se utilizarán luego para asignarles las propiedades de las $2N$ capas de propiedades constantes e isotrópicas. (COMSOL)
 - (4) Se toma el valor promedio de a dos capas consecutivas para representar la

aproximación de N-capas de la Sección 3. (MATLAB)

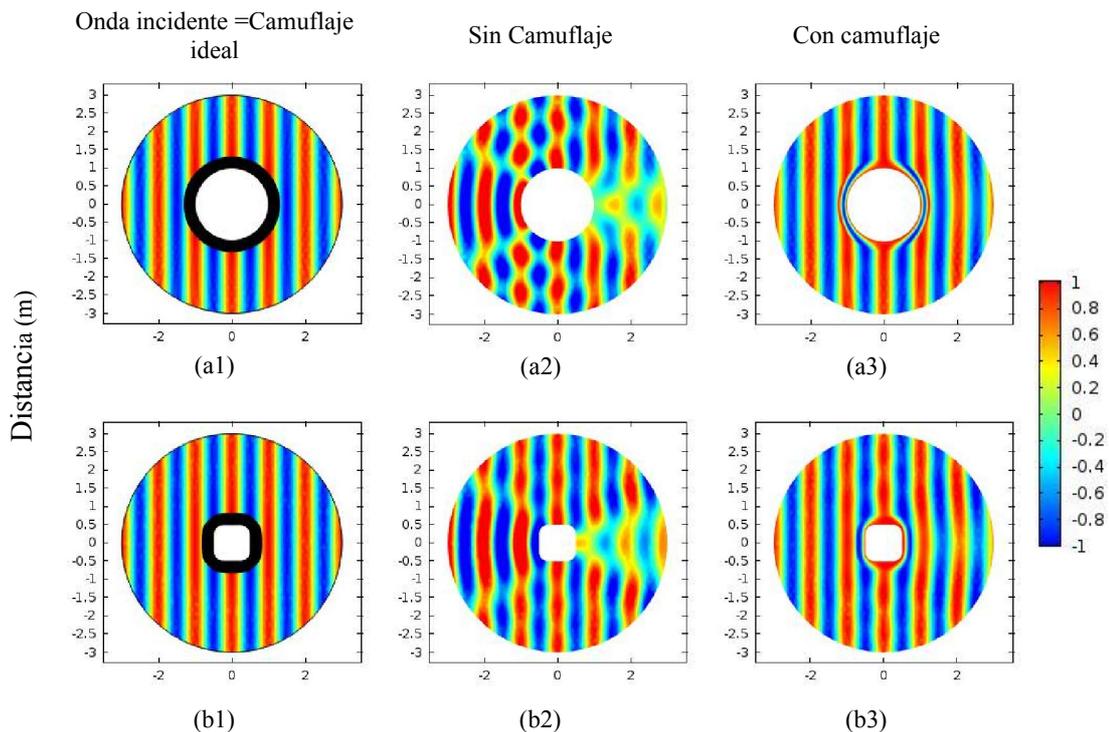
- (5) Con los valores obtenidos en (4) y la Ecuación 11 se calculan las propiedades isotropas y homogéneas de la aproximación de 2N-capas. Estas propiedades se asignan a las regiones determinadas por los contornos extraídos en (4) (MATLAB).

3) Modelo de verificación del efecto de camuflaje

- (1) A partir de las propiedades obtenidas para la aproximación de 2N-capas se arma un modelo de Acústica en el dominio de las frecuencias para comprobar el efecto del camuflaje ante una onda plana incidente. El mismo se arma mediante una rutina de MATLAB y se simula en COMSOL.

5 EJEMPLOS

Se presentan tres ejemplos para validar la metodología propuesta, el primero es el de un círculo, de esta forma se busca validar los resultados obtenidos en Cheng, Yang, Xu, & Liu, (2008). El segundo ejemplo es el de un cuadrado con ángulos suavizados y el tercero es la geometría arbitraria presentada en las Figuras 6 y 7. Todos los ejemplos fueron simulados con las propiedades del medio de propagación iguales a las del agua a 25°C y la longitud de onda incidente igual a 1m. En todos los casos, los camuflajes fueron generados mediante 82 capas concéntricas (aproximación de 2N capas). Para cada ejemplo se presentan tres gráficos, el mapa de presiones para un camuflaje ideal, el mapa de presión para la difracción provocada por el objeto a camuflar y el mapa de presiones para el objeto con camuflaje. Al comparar estos gráficos se puede observar claramente el efecto de camuflaje en los tres ejemplos.



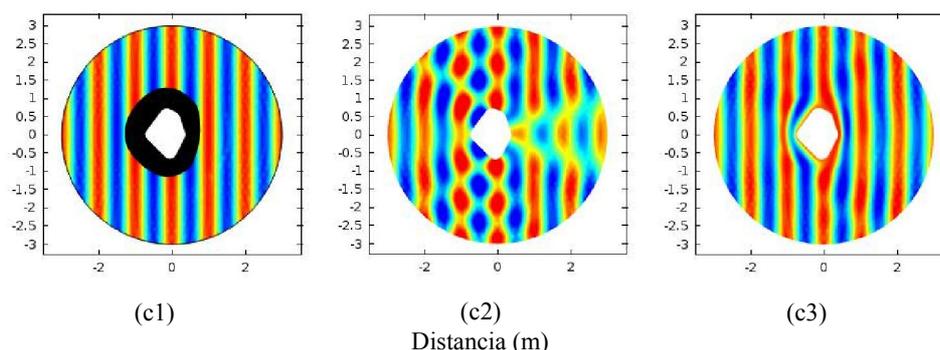


Figura 8. Gráficos de la parte real de la presión (Pa) para un círculo (a), un cuadrado con ángulos redondeados (b) y una geometría arbitraria (c). En a1, b1 y c1 se muestra la presión incidente y el detalle de la geometría del camuflaje. En a2 b2 y c2 propagación de la onda sobre las geometrías sin camuflaje. En a3, b3 y c3 efecto del camuflaje.

6 CONCLUSIONES

En el presente trabajo se presentó y desarrolló una metodología para la determinación de camuflaje acústico de objetos arbitrarios compuestos de capas de materiales isótropos y homogéneos. Esta metodología combina conceptos de transformación espacial de coordenadas, implementada de forma numérica, con la teoría de medios efectivos. A su vez se introduce una novedosa forma iterativa de determinar la geometría de un camuflaje acústico que permita su posterior división en capas. Se presentaron varios ejemplos para demostrar su versatilidad y eficacia. Vale aclarar que el diseño de camuflaje de objetos angulosos necesitaría de un tratamiento que escapa al alcance de este trabajo. Es por esto que todos los ejemplos presentados tienen sus ángulos redondeados.

REFERENCES

- Chen, H., & Chan, C. T. (2007). Acoustic cloaking in three dimensions using acoustic metamaterials, 2007–2009. doi:10.1063/1.2803315
- Cheng, Y., Yang, F., Xu, J. Y., & Liu, X. J. (2008). A multilayer structured acoustic cloak with homogeneous isotropic materials. *Applied Physics Letters*, 92(15), 151913. doi:10.1063/1.2903500
- Cummer, S. a, & Schurig, D. (2007). One path to acoustic cloaking. *New Journal of Physics*, 9(3), 45–45. doi:10.1088/1367-2630/9/3/045
- Hu, J., Zhou, X., & Hu, G. (2009). Nonsingular two dimensional cloak of arbitrary shape. *Applied Physics Letters*, 95(1), 011107. doi:10.1063/1.3168652
- Hu, J., Zhou, X., & Hu, G. (2009). A numerical method for designing acoustic cloak with arbitrary shapes. *Computational Materials Science*, 46(3), 708–712. doi:10.1016/j.commatsci.2009.02.006
- Liu, Z. (2000). Locally Resonant Sonic Materials. *Science*, 289(5485), 1734–1736. doi:10.1126/science.289.5485.1734

- Norris, A. N. (2008). Acoustic cloaking theory, (1), 1–20.
- Pendry, J., Schurig, D., & Smith, D. R. (2006). Controlling electromagnetic fields. *Science (New York, N.Y.)*, 312(5781), 1780–2. doi:10.1126/science.1125907
- Pendry, J., Smith, D. R., & Wiltshire, M. C. K. (2004). Metamaterials and negative refractive index. *Science (New York, N.Y.)*, 305(5685), 788–92. doi:10.1126/science.1096796