

## LEY COHESIVA PARA MODELAR EL PROCESO DE DESPEGADO EN MODO COMBINADO APLICANDO EL METODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

**Claudia A. Morel , Héctor D. Cóceres , Ricardo J. Barrios D'Ambra**

*Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, Av. Las Heras 727,  
Resistencia (3500), Chaco, Argentina, [cmorel@ing.unne.edu.ar](mailto:cmorel@ing.unne.edu.ar), <http://ing.edu.ar/mecap/index.html>*

**Palabras clave:** Mecánica de fractura, Método de los elementos discretos, Ley cohesiva.

**Resumen.** En este trabajo se muestra un modelo de ley cohesiva para simular el proceso de separación de la interface entre dos materiales. El proceso de propagación de fisuras puede ser representado por medio de modelos cohesivos. Las leyes cohesivas describen las actividades en una zona cohesiva en términos de la fuerza y la separación de las superficies que se forman durante la fractura. Permiten modelar el proceso de fractura cuando actúan sólo desplazamientos normal (modo I), sólo desplazamientos tangenciales (modo II), o también en modos normal y tangencial combinados. Existen diversos experimentos, de geometrías diferentes, que se pueden utilizar para medir la resistencia al despegado entre dos materiales. Una de ellas es la viga doble en voladizo. Dependiendo de la forma de la aplicación de las cargas, este ensayo puede presentar diversos modos de apertura, que permiten obtener despegado con desplazamientos normales y tangenciales combinados. Se presentan los resultados de la implementación del modelo de ley cohesiva a una simulación numérica de un ensayo de una viga doble en voladizo, aplicando el Método de los elementos discretos. Se demuestran las bondades del método para simular procesos de fractura.

## 1 INTRODUCCIÓN

La Mecánica de Fractura puede ser descripta por medio de modelos cohesivos. Durante el proceso de propagación de una fisura, se crean dos nuevas superficies. Antes de la formación de la fisura, estas dos superficies se mantienen unidas por una fuerza dentro de una zona cohesiva. Esta fuerza varía en función del desplazamiento relativo de las superficies, y una ley cohesiva describe las actividades en la zona cohesiva en términos del esfuerzo y la separación de las superficies que se forman durante el proceso de fractura.

Para el análisis del proceso de fractura en modo mixto (modo I y modo II combinados), se pueden usar dos aproximaciones: modelado de la zona cohesiva desacoplado y modelado acoplado. Una relación constitutiva acoplada supone que tanto las tensiones normales como las tangenciales dependen de las deformaciones normales y tangenciales.

Uno de los propósitos de desarrollar una ley cohesiva es simular el comportamiento de una capa adhesiva cargada en modo mixto. En el presente trabajo, la capa adhesiva es modelada como una interface entre los cuerpos a unir. En este caso, la ley cohesiva considera sólo la energía intrínseca de fractura debida a la separación; así el efecto del espesor de la capa adhesiva es despreciado.

El modelo de viga cantiléver doble (DCB – Double Cantilever Beam) usado en este trabajo, es una geometría usada frecuentemente en ensayos. Para el caso de una viga simétrica, con dos partes idénticas, la capa adhesiva se deforma en puro modo I. Sin embargo, el modo mixto se puede implementar introduciendo algún desequilibrio en el modelo, por ejemplo, usando diferentes materiales y/o diferentes espesores.

Experimentalmente, [Sørensen et al. \(2004\)](#) usaron una viga cantilever doble cargada con momentos flectores distintos para investigar juntas adhesivas simétricas sometidas a cargas en modo mixto. Se supone una relación constitutiva acoplada. La conclusión obtenida fue que el comportamiento a la fractura de la una capa adhesiva es dependiente del modo de carga. Otros estudios experimentales sobre capas adhesivas también demostraron que la energía de fractura en el modo II es mucho mayor que en el modo I ([Andersson y Stigh, 2004](#)).

El propósito del presente trabajo es desarrollar una ley cohesiva para simular el comportamiento de una capa adhesiva sometida a cargas en modo mixto, que sea capaz de capturar las diferencias de resistencia bajo diferentes modos de carga. El modelo usa una formulación acoplada para describir el proceso, y se pretende que la ley cohesiva pueda ser aplicable en muchas otras áreas de la Mecánica de Fractura.

## 2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

### 2.1 Método de los Elementos Discretos (MED)

El MED consiste esencialmente en la discretización espacial del continuo en módulos de reticulado espacial regulares, donde las rigideces de las barras son equivalentes a la del continuo que se quiere representar. La masa del modelo es discretizada concentrándola en los nodos del sistema discreto. El arreglo cúbico de la Fig. 1 muestra un módulo con ocho nodos en sus vértices más un nodo central. Cada nodo posee tres grados de libertad. Las masas son unidas por elementos longitudinales y diagonales de longitud  $L_c$  y  $\sqrt{3/2} L_c$  respectivamente. La equivalencia entre el arreglo cúbico y un sólido elástico ortótropo con los ejes principales del material orientados en la dirección de los elementos longitudinales fue verificada por [Hayashi \(1982\)](#), dentro del campo de la elasticidad lineal. Sólo debe ser impuesta la restricción  $\nu = 0.25$  al valor del módulo de Poisson para que la equivalencia sea

perfecta (Riera & Iturrioz, 1995; Kosteski et al, 2012).

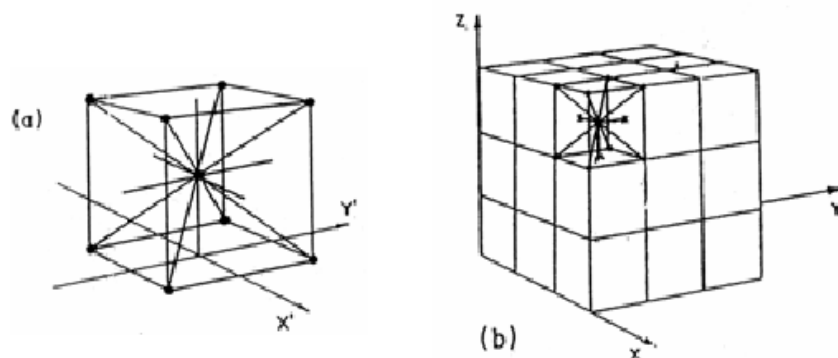


Figura 1: a) Módulo cúbico utilizado. b) Prisma compuesto por varios módulos cúbicos

La ecuación de movimiento del sistema de  $N$  grados de libertad resultante de la discretización espacial puede ser expresada en la forma:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{Q}(t) \quad (1)$$

En la cual  $\mathbf{M}$  denota la matriz de masa (diagonal),  $\mathbf{u}$  es el vector de coordenadas generalizadas (desplazamientos nodales),  $\dot{\mathbf{u}}$  es el vector de velocidades,  $\ddot{\mathbf{u}}$  es el vector de aceleraciones,  $\mathbf{K}$  es la matriz de rigidez, y  $\mathbf{Q}(t)$  el vector de fuerzas externas aplicadas. El sistema de la Ec. (1) puede ser integrado numéricamente en el dominio del tiempo utilizando un esquema de integración explícita (método de las diferencias finitas centrales).

La convergencia de las soluciones en elasticidad lineal, así como en los problemas de inestabilidad elástica fue verificada por Riera & Iturrioz (1995).

## 2.2 Ley Cohesiva

Se debe mencionar aquí la vasta cantidad de estudios realizados por otros investigadores en la búsqueda de una ley cohesiva que describa con la mejor aproximación a los resultados experimentales, tales como Needleman (1987), Tvergaard & Hutchinson (1992), Lin et al (2001), Geubelle y Baylor (1998), Chaboche (2001), Sheider (2001), Salomonsson (2002), Bechel & Sotos (1998), Högberg (2006), Sørensen (2003), entre muchos otros. Las relaciones constitutivas entre las tracciones actuantes sobre la interface y su correspondiente separación se basan en las ecuaciones utilizadas por Högberg (2006), en el cual se utiliza un modelo normalizado que relaciona los esfuerzos tangenciales con los normales. Las leyes cohesivas que relacionan dichos esfuerzos son denominadas “acopladas”. Contrariamente, las leyes cohesivas que hacen trabajar de manera independiente los esfuerzos tangenciales de los esfuerzos normales, son denominadas “desacopladas”.

El parámetro de daño  $\lambda$ , es el descrito por Tvergaard (1992). Las deformaciones en modo I y modo II son acopladas a través de esta ecuación:

$$\lambda = \sqrt{\delta n^2 + \delta t^2} \quad (2)$$

donde

$$\delta n = \frac{\Delta n}{\Delta n_c}, \quad \delta t = \frac{\Delta t}{\Delta t_c} \quad (3)$$

Siendo  $\Delta n$  la deformación normal y  $\Delta n_c$  la separación crítica normal. A su vez  $\Delta t$  es la separación tangencial y  $\Delta t_c$  la separación crítica normal. Se han adoptado los siguientes

valores para estos parámetros:  $\Delta t_c = \Delta n_c = 0,01\text{mm}$ . Estos valores podrían ser distintos pero se ha optado igualarlos para poder comparar con los resultados obtenidos por Lin. Las tracciones también son normalizadas con la resistencia en sus respectivos modos:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_c}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_c} \quad (4)$$

De esta manera todas las deformaciones y tensiones adimensionales varían en el rango de  $[0,1]$ . Se advierte que la falla por corte es por lejos el mecanismo dominante en los problemas de ensayos de pushout.

El comportamiento plástico de la capa adhesiva comienza cuando  $\lambda = \lambda_p$ , el cual está dado por:

$$\lambda_p^2 = \frac{\bar{\delta n}_p^2 \bar{\delta t}_p^2}{\bar{\delta n}_p^2 \cdot \text{sen}^2 \theta + \bar{\delta t}_p^2 \cdot \text{cos}^2 \theta} \quad (5)$$

Donde  $\bar{\delta t}_p = \Delta t_p / \Delta t_c$  y  $\bar{\delta n}_p = \Delta n_p / \Delta n_c$  son las separaciones normalizadas plásticas en modo I y modo II. Las gráficas teóricas de la ley cohesiva, para la tracción normal en modo puro I y para la tracción tangencial en modo puro II en función de la separación normal y tangencial se muestran en la Fig. 2. Una curva sólida y otra de puntos corresponden a una falla cohesiva por corte friccional ( $\mu > 0$ ) y para un contacto no friccional ( $\mu = 0$ ) respectivamente.

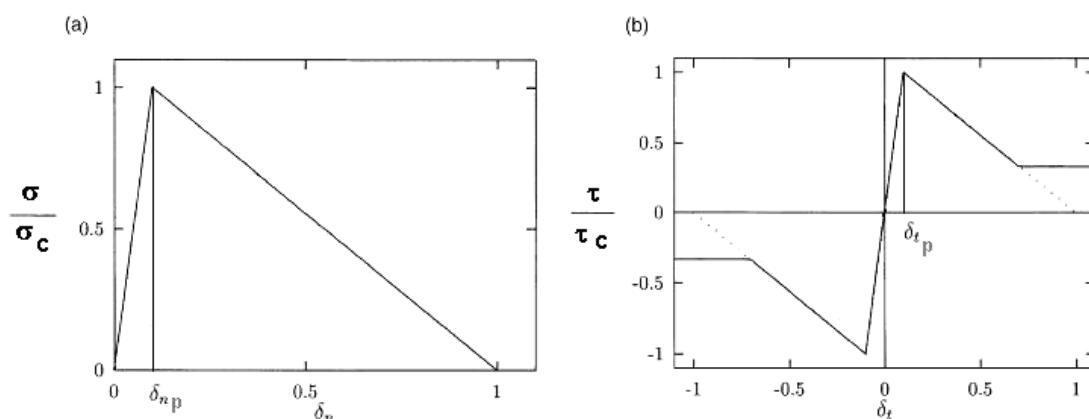


Figura 2: Ley cohesiva teórica. a) Tracción normal b) Tracción tangencial

La modalidad combinada (i.e.: grado de combinación de tracciones normales y tangenciales),  $\theta$ , es definida por la razón de las deformaciones adimensionales normal y tangencial dadas por la ecuación:

$$\tan \theta = \frac{\bar{\delta n}^2}{\bar{\delta t}^2} \quad (6)$$

El modo puro normal es equivalente a  $\theta = \pi/2$ , y modo puro II (corte) es  $\theta = 0$ .

Un sumario completo de las ecuaciones puede verse en el trabajo de Högberg (2006).

Para tener en cuenta el deslizamiento friccional, se acopla al modelo propuesto, la siguiente condición: cuando el valor de  $\bar{\tau} < \mu \cdot \bar{\sigma}$  entonces,  $\bar{\tau}$  deja de actuar y da a lugar a las fuerzas de fricción, cuyo valor viene dado por  $\mu \cdot \bar{\sigma}$ , donde recordamos  $\mu$  es el coeficiente de fricción y  $\bar{\sigma}$ , es el valor del esfuerzo normal actuante entre las caras de la fibra y la matriz.

Este comportamiento obedece al modelo friccional de Coulomb.

En cuanto a la aplicación numérica, la técnica utilizada para modelar la capa adhesiva es considerar esta capa como una *interface*, entre dos cuerpos unidos. En este caso la ley cohesiva considera solo la energía de fractura intrínseca debido a la separación. De esta forma el efecto debido al espesor de la capa es ignorado.

### 2.3 Modelo utilizado

Se utilizó el MED para modelar el ensayo de viga doble en voladizo (DCB) para medir la resistencia a la adhesión. Las dimensiones utilizadas son las dadas por la normativa [ASTM D3807](#), que establece el método de ensayo para la determinación de la resistencia al despegado de adhesivos. Un esquema puede verse en la Fig. 3, junto con sus dimensiones. La fuerza P aplicada en los extremos de las vigas se encuentra a una distancia de 2,54 cm.

La malla está compuesta por 1180 nodos en total. La superficie de contacto posee 210 nodos.

El material componente de las vigas para la simulación es Polímero Reforzado con Fibra de Vidrio (GFRP, de sus siglas en inglés Glass Fiber Reinforced Ploymer) tiene las siguientes propiedades: Modulo de Elasticidad:  $2.0 \text{ E}9 \text{ N/m}^2$ , Densidad:  $1400 \text{ Kg/m}^3$ .

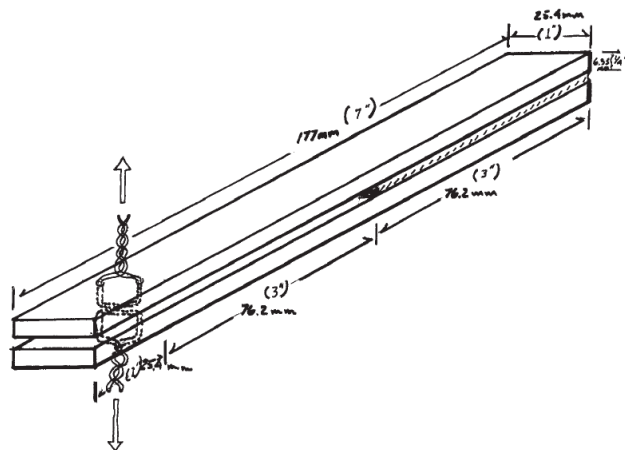


Figura 3: Esquema del modelo ensayado.

En la Fig. 4, se aprecia una fotografía del ensayo.



Figura 4: Ensayo según normativa [ASTM D3807](#). Fuente: [Smith \(2005\)](#)

El mallado del modelo puede verse en las Fig. 5. Dicha gráfica se ha efectuado utilizando el software ANSYS como post-procesador.

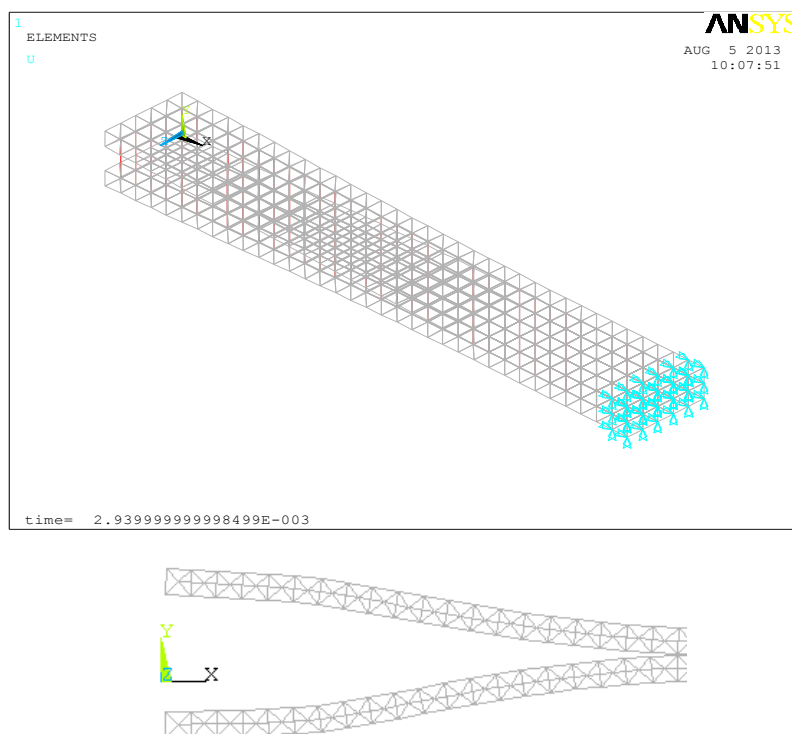


Figura 5: Malla deformada.

### 3 RESULTADOS

#### 3.1 Resultados

En la Fig. 6 se muestra el resultado obtenido para un ensayo de escisión (cleavage) según los lineamientos de la norma ASTM D 3807 utilizando el MED. Puede observarse que la curva presenta un comportamiento lineal, a la cual sigue un pico de carga máxima y finalizando con suave descenso de la fuerza aplicada P.

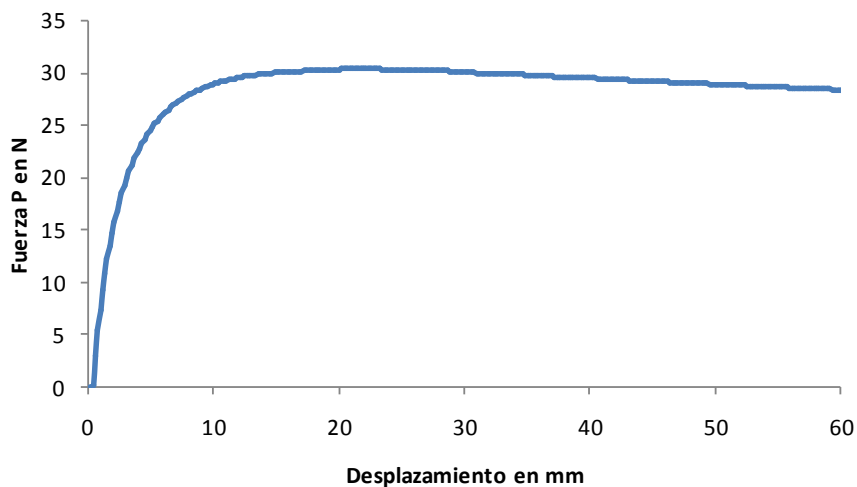


Figura 6: Curva Carga -Desplazamiento.

La carga  $P$ , es la aplicada sobre cada viga a una distancia de 1 pulgada (2,54 cm) desde el borde de las mismas. El desplazamiento, es la distancia de separación entre las vigas a la misma distancia de aplicación de la carga  $P$ .

Con el objetivo de obtener una carga combinada, se simuló el mismo ensayo triplicando el espesor de la viga inferior especificado por la norma. El mallado deformado se muestra en la Fig. 7. El resultado de dicho ensayo puede observarse en la Fig. 8. La carga que se muestra en la figura, corresponde al esfuerzo sobre la viga superior. Se observa que ambas curvas carga-desplazamiento son similares entre sí, mostrando una misma pendiente en el proceso de despegado lineal. La variación del esfuerzo tangencial en ambos modelos puede verse en la Fig. 9, donde se aprecia un mayor valor en el modelo con modo combinado.

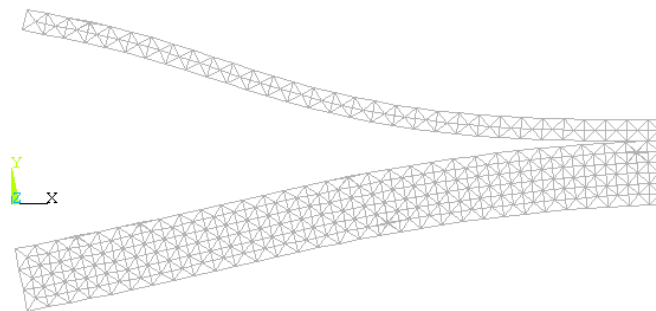


Figura 7: Malla deformada del modelo utilizado para obtener el modo combinado.

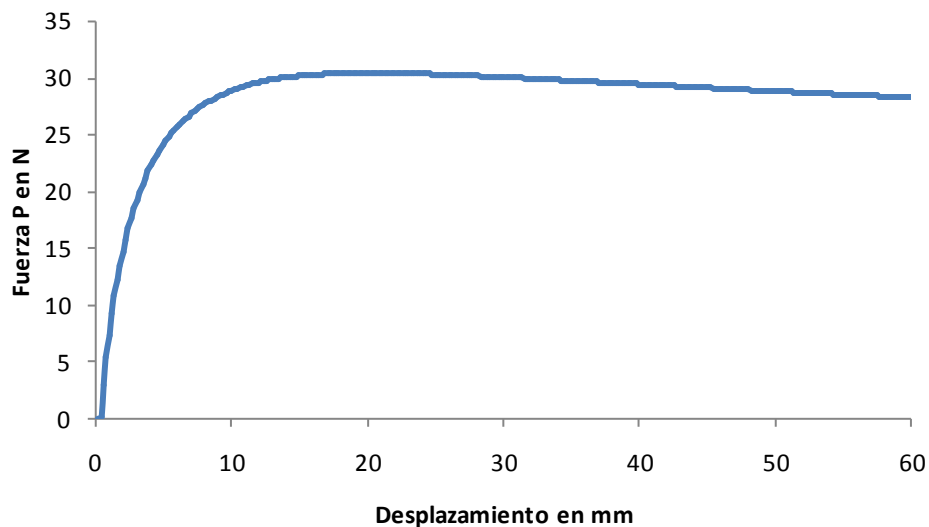


Figura 8: Curva carga-desplazamiento (esfuerzo sobre viga superior).

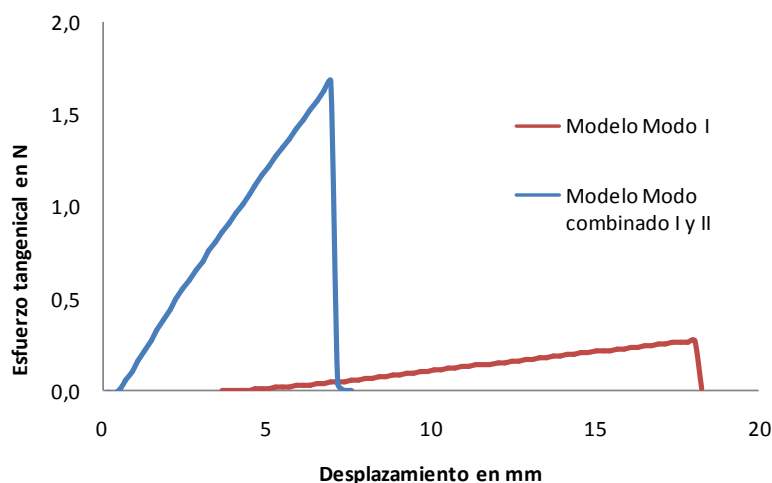


Figura 9: Valores del esfuerzo tangencial en ambos modelos.

#### 4 CONCLUSIONES

Se ha utilizado para simular el comportamiento de la resistencia al despegado de un adhesivo una ley cohesiva acoplada multilínea para carga normal y combinada con un modelo de fricción de Coulomb, que se ha incorporado a un modelo tridimensional de un ensayo bajo los lineamientos de la norma [ASTM D3807](#) en un material GFRP mediante el uso del MED.

Los valores de los desplazamientos y el valor de la carga máxima obtenida en la curva carga-desplazamiento, que caracterizan la resistencia del adhesivo utilizado, tienen una fuerte dependencia de los parámetros asignados a la ley cohesiva.

La correcta caracterización de este ensayo es una tarea perfectible, este trabajo presenta los resultados de una serie de simulaciones numéricas de ensayos sobre una DCB, para evaluar el desempeño de un modelo de ley cohesiva acoplada utilizando el MED. Se verifica que el MED resulta una herramienta con la cual se obtiene resultados rápidamente y con poco esfuerzo computacional.

#### 5 AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte de un proyecto del Departamento de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la UNNE, aprobado por la Secretaría General de Ciencia y Técnica bajo la denominación PI 12D007 (<http://ing.unne.edu.ar/mecap/index.html>).

#### REFERENCIAS

- Andersson, T and Stigh, U. The stress-elongation relation for an adhesive layer loaded in peel using equilibrium of energetic forces. *Int J Solid Struct* 41:413–434. (2004)
- ASTM D 3807. Standard Test Method for Strength Properties of Adhesives in Cleavage Peel by Tension Loading (Engineering Plastics-to-Engineering Plastics).
- Barenblatt GI The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv Appl Mech* 7:55–129. (1962)
- Bechel V.T., Sottos N.R. Application of debond length measurements to examine the



- mechanics of fiber push out. *J. Mech. Phys. Solids* Vol. 46 N°9 pp1675-1697.1998
- Chaboche J.L., Feyel F., Monerie Y., Interface debonding models: a viscous regularization with a limited rate dependency. *Int. J. Solids and Struct.* 38 (2001) 3127-3160. 2001.
- Geubelle P.H., Baylor J., Impact-induced delamination of laminated composites: a 2D simulation. *Composites B* 29, 589-602. 1998.
- Hayashi, Y. "Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado em dinâmica não linear". Porto Alegre. *Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1982.
- Högberg J. L., Mixed mode cohesive law. *Int. J. Fract.* 141:549-559. 2006.
- Kosteski L., Barrios D'Ambra R., Iturrioz I. Crack propagation in elastic solids using the truss-like discrete element method. *International Journal of Fracture*. Volume 174, Issue 2, pp 139-161, 2012.
- Lin G., Geubelle P. H. , Sottos N. R. Simulation of fiber debonding with friction in a model composite pushout test. *Int. J. Solids and Struct.* 38 8547-8562 (2001)
- Needleman A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *J Appl Mech*;54:25–531. 1987
- Riera, J.D. and Iturrioz, I.: "Discrete element dynamic response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading", *Communications in Num. Meth. in Eng.*, Vol.11, 417-426.(1995)
- Salomonsson, K. Interphase elements connection structural finite elements formulation, implementation and verification. *Master thesis. Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden*. (Available at [www.his.se/MechMat](http://www.his.se/MechMat)) (2002)
- Scheider, I. Simulation of cup–cone fracture in round bars using the cohesive zone model. In: Bathe, K-J, editor. *Computational fluid and solid mechanics (First MIT Conference)*, vol. 1. Elsevier; p. 460–2 2001.
- Smith G. Bond Characteristics and Qualifications of Adhesives for Marine Applications and Steel Pipe Repair. *Master thesis. North Carolina State University, Raleigh, USA*.
- Sørensen BF, Jacobsen TK Determination of cohesive laws by the J integral approach. *Eng Fract Mech* 70:1841–1858. (2003)
- Tvergaard V, Hutchinson JW. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic–plastic solids. *J Mech Phys Solids*; 40:1377–97. 1992