

UN MÉTODO INVERSO PARA LA ESTIMACIÓN DE LA DEMANDA DE VIAJES URBANOS

Víctor H. Cortínez^{a,b,c}, Patricia N. Dominguez^{a,b}

^a*Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada, Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Bahía Blanca, 11 de abril 461, Bahía Blanca, Argentina, vcortine@frbb.utn.edu.ar*

^b*Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur. Av. Alem 1253, 8000 Bahía Blanca, Argentina, pdoming@uns.edu.ar*

^c*Consejo Nacional de Investigaciones Científica y Técnicas (CONICET)*

Keywords: modelo continuo de tráfico, método inverso, estimación de demanda de viajes.

Resumen. En la planificación y el diseño de las redes de transporte urbano es fundamental estimar los flujos vehiculares en las diferentes arterias de la ciudad y sus cambios ante modificaciones de diferentes características de la red, tales como anchos de calles, sentidos de circulación, semaforización, etc. Esto puede ser realizado matemáticamente mediante el denominado modelo de asignación. Para tal fin es necesario conocer la demanda de viajes entre diferentes puntos de la ciudad

Uno de los métodos más eficientes para la estimación de la demanda de viajes consiste en utilizar la información proveniente de conteos de flujo en diferentes arterias de la ciudad conjuntamente con información aproximada sobre tales funciones de demanda, que podrían provenir de antiguos datos que hubieran quedado desactualizados (demanda de base). Tales mediciones se introducen en un modelo de asignación que es utilizado en forma inversa para la determinación de las funciones de demanda. El problema se resuelve, utilizando técnicas de optimización adecuadas, mediante una estructura en dos niveles. En el nivel superior se estima la demanda minimizando las diferencias entre el flujo observado en las arterias viales y el calculado, con la restricción de mantener la demanda estimada cercana a la demanda de base. En el nivel inferior se resuelve el problema de asignación que proporciona los valores de flujo calculado en los arcos, requeridos en el nivel superior. En este trabajo se propone la utilización de un nuevo modelo continuo de asignación de tráfico para utilizar en la formulación inversa aludida. Se muestra que el tiempo de cómputo se reduce notablemente en comparación con la formulación clásica.

1 INTRODUCCIÓN

En la planificación y el diseño de las redes de transporte urbano es fundamental estimar los flujos vehiculares en las diferentes arterias de la ciudad y sus cambios ante modificaciones de diferentes características de la red, tales como anchos de calles, sentidos de circulación, semaforización, etc.

Tal problema se denomina asignación de tráfico y puede formularse matemáticamente como uno de optimización (Sheffi, 1985). Está basado en una ley fenomenológica del comportamiento de los usuarios de una red de tráfico denominada principio de equilibrio de usuario de Wardrop (1952).

Para la resolución de tal problema es necesario conocer la demanda de viajes entre diferentes puntos de la ciudad, es decir tasa de viajes urbanos que se generan entre un punto de origen y otro de destino. Clásicamente se ha definido tal información con la denominación matriz origen-destino. Alternativamente dicha información puede ser expresada como la densidad superficial de tasa de viajes generándose en un dado punto de la ciudad hacia un destino determinado. Esta forma utilizada en este trabajo se denomina aquí función de demanda de viajes.

La manera de obtener tales funciones es mediante encuestas domiciliarias o viarias, metodología ampliamente utilizada desde mitad del siglo pasado (Garber y Hoel, 2005, Sheffi, 1985). Sin embargo tal enfoque resulta muy costoso desde el punto de vista económico y social (Cáceres et al., 2010). Por otra parte, las matrices así determinadas se desactualizan rápidamente, razón por la cual el trabajo debe repetirse con cierta periodicidad.

Un enfoque alternativo, que es actualmente el más utilizado, consiste en la estimación de las funciones de demanda (o matriz O-D) mediante conteos de tráfico e información previa de la matriz de viajes que podrían provenir de antiguos datos que hubieran quedado desactualizados (demanda de base). Esta técnica cuenta con la ventaja de que los conteos o aforos de tráfico se pueden realizar de manera automática y a muy bajo costo mediante diversos dispositivos. Tal enfoque es muy eficiente para actualizar matrices O-D previamente establecidas mediante los métodos clásicos.

Esencialmente, el problema de estimación de las funciones de demanda puede ser visto como el problema inverso al de asignación, es decir, consiste en encontrar las tasas de viajes entre puntos de origen y destino que cuando sean aplicadas a la red reproduzcan, al menos aproximadamente, los conteos de tráfico observados (Lundgren and Peterson, 2008). Tal problema inverso se formula como uno de optimización en dos niveles. En el nivel inferior se formula el problema de asignación, por ejemplo, basado en el enfoque de Beckmann et al. (1956) que permite obtener los flujos de tráfico para un dado escenario de demanda. En el nivel superior se plantea la minimización de la discrepancia, con una norma adecuada, entre los valores de flujo calculados y los observados. Si bien este enfoque no tiene solución única es el más extendido (Hall et al. 1980; Yang et al., 1992). Considerando la no unicidad aludida (Verástegui Rayo, 2006), el nivel superior también debe considerar que la solución buscada debe mantenerse cercana a datos de base de las funciones de demanda que se pretenden actualizar. De acuerdo a esto, generalmente el problema de optimización del nivel superior se formula mediante una medida, en el sentido de mínimos cuadrados, ponderada, de la desviación con respecto a las funciones de demanda de base y también con respecto a los valores observados de flujos de tráfico. Desde el punto de vista computacional resulta ser un problema de optimización de gran escala, razón por la cual el desarrollo de métodos convenientes para su solución es un área de permanente interés.

En tal sentido, en este trabajo se presenta una metodología destinada a actualizar

apropiadamente las funciones de demanda de viajes en una ciudad a partir de datos medidos sobre flujos vehiculares en diferentes arterias. El principal objetivo de la presente propuesta es la disminución del tiempo computacional.

La idea básica consiste en sustituir la clásica representación discreta de la red de tráfico por una aproximación continua. En efecto, para redes muy densas, es posible idealizar los flujos vehiculares de cada arteria como una densidad de flujo continuo sobre un medio poroso de características adecuadas. El fundamento de tal idea es suponer una función continua para el tiempo de viaje entre un punto dado de la red y el correspondiente destino. Este tipo de formulación conduce a sistemas de ecuaciones diferenciales equivalentes al problema variacional de [Beckmann et al. \(1956\)](#). Entre otros trabajos relevantes en tal sentido, pueden citarse los de [Sasaki et al. \(1990\)](#), [Robusté et al. \(1996\)](#), [Ho et al. \(2003, 2006\)](#) y [Ho and Wong \(2006\)](#). Recientemente, los autores han desarrollado un nuevo modelo continuo como un pasaje al límite del problema discreto clásico ([Cortínez y Dominguez, 2010, 2012a](#)). Tal enfoque conduce a ecuaciones diferenciales de difusión anisótropa no lineal para el problema de asignación. Las correspondientes ecuaciones pueden ser apropiadamente resueltas mediante el método de los elementos finitos. Los autores han demostrado que tal enfoque produce prácticamente los mismos valores para los flujos vehiculares en cada arteria que el clásico enfoque discreto, aunque empleando un tiempo de cálculo mucho menor.

Tal reducción es de gran importancia en el contexto de un problema inverso, puesto que la determinación de la asignación de viajes debe ser resuelta de manera reiterada. En tal sentido, el presente estudio constituye una extensión de otro recientemente realizado por los autores ([Cortínez y Dominguez, 2012b](#)). En aquel se estudió numéricamente el caso de una ciudad monocéntrica. Aquí se analiza numéricamente una ciudad policéntrica y adicionalmente se discuten dos maneras diferentes de parametrizar adecuadamente las funciones de demanda. Una de ellas consiste en adoptar demandas constantes para diferentes zonas. En la otra la representación de las funciones de demanda expresan su dependencia con respecto a las densidades de población del origen y del destino y también de la distancia entre ambos puntos. Tal representación corresponde al denominado modelo de gravedad.

En la presente metodología el problema de actualización de los valores de los parámetros correspondientes a las funciones de demanda de viajes se formula como uno de optimización en un nivel cuya función objetivo corresponde a la minimización de la desviación entre los valores observados de flujos de tráfico y los estimados, mientras que la correlación entre las funciones de demanda estimadas con aquellas previamente obtenidas se establece mediante un conjunto de restricciones de variables acotadas. El problema de asignación se formula mediante un sistema de ecuaciones de difusión anisótropa que corresponden al equilibrio de [Wardrop \(1952\)](#). La estrategia de solución propuesta hace uso de una técnica de optimización heurística denominada método de Recocido Simulado en combinación con el método de Elementos Finitos para el problema de asignación. Tal enfoque de optimización ha demostrado gran eficiencia en otro tipo de aplicaciones ([Stoklas y Cortínez, 2011](#); [Cortínez y Sequeira, 2010](#)).

Se presentan dos ejemplos numéricos que permiten apreciar la eficiencia del enfoque propuesto.

2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE ESTIMACIÓN DE FUNCIONES DE DEMANDA

El modelo de estimación de las tasas de viajes urbanos generados a partir de volúmenes de tráfico observados se puede definir como un problema de optimización en dos niveles. En el

nivel superior se estiman tales tasas mediante la minimización de la diferencia, para los arcos a de un conjunto de arcos de aforo \bar{A} , entre los flujos medidos x_a^* y los flujos calculados x_a . Utilizando un criterio de mínimos cuadrados para definir la diferencia mencionada el problema del nivel superior se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\min \sum_{a \in \bar{A}} (x_a - x_a^*)^2 \quad (1a)$$

s.a.

$$Q_{r_{MIN}}^s < Q_r^s < Q_{r_{MAX}}^s \quad (1b)$$

donde Q_r^s denota la tasa de viajes generados en el origen r con destino s (matriz O-D), incógnitas del problema, $Q_{r_{MIN}}^s$ y $Q_{r_{MAX}}^s$ corresponden a los valores mínimos y máximos, respectivamente, de tal matriz. Estos límites se plantean a los efectos de mantener los valores de demanda buscados razonablemente cercanos a los valores de base correspondientes a una matriz O-D previamente determinada.

Los flujos calculados x_a en los arcos, se obtienen de la solución en el nivel inferior, donde se resuelve el problema de asignación para el equilibrio de usuario de acuerdo al primer principio de [Wardrop \(1952\)](#) mediante el modelo continuo que se describe en la sección siguiente.

Debe observarse que la restricción (1b) también puede ser expresada mediante la incorporación de un segundo término cuadrático en la función objetivo (1a) que mida la discrepancia entre los nuevos valores de la matriz con respecto a los valores previamente determinados. Tal enfoque ha sido utilizado previamente atendiendo a la no unicidad del problema, especialmente en relación a metodologías de optimización basadas en gradiente. Sin embargo, el enfoque que se utiliza en este trabajo no hace uso de gradientes, razón por la cual solo requiere el establecimiento de cotas adecuadas a las matrices buscadas.

A los efectos de la formulación continua que se presenta más adelante es conveniente sustituir el concepto de matrices origen destino por el de funciones de demanda, las cuales pueden ser expresadas en la forma:

$$q^s = q^s(x, y) \quad s = 1, 2, \dots, S \quad (2)$$

correspondiendo a la tasa de viajes generados por unidad de área en un punto de la ciudad con coordenadas (x, y) dirigiéndose hacia el centro s (S es el número de centros existentes en la ciudad). Éstas deben ser adecuadamente parametrizadas y los valores de estos últimos constituyen las incógnitas del problema.

3 PROBLEMA DE ASIGNACIÓN DE TRÁFICO

En el modelo continuo de tráfico urbano desarrollado con anterioridad por los autores ([Cortínez y Domínguez, 2012a](#)), se asume que la ciudad está delimitada por un borde exterior Γ_0 donde se conoce el flujo vehicular que lo atraviesa ([Figura 1](#)), que por simplicidad se considera nulo, y que el dominio completo de la ciudad Ω se puede dividir en M celdas de área $L_x L_y$, donde las longitudes L_x y L_y son pequeñas con respecto a las dimensiones de la ciudad. Se supone asimismo que, en el área que se examina existe un sistema de calles paralelas de tal manera que para cada calle en una dirección y sentido, existe otra en igual

dirección y sentido contrario. De esta manera, las longitudes l_a de los tramos a tener en cuenta serán las distancias entre dos calles de igual dirección y sentido.

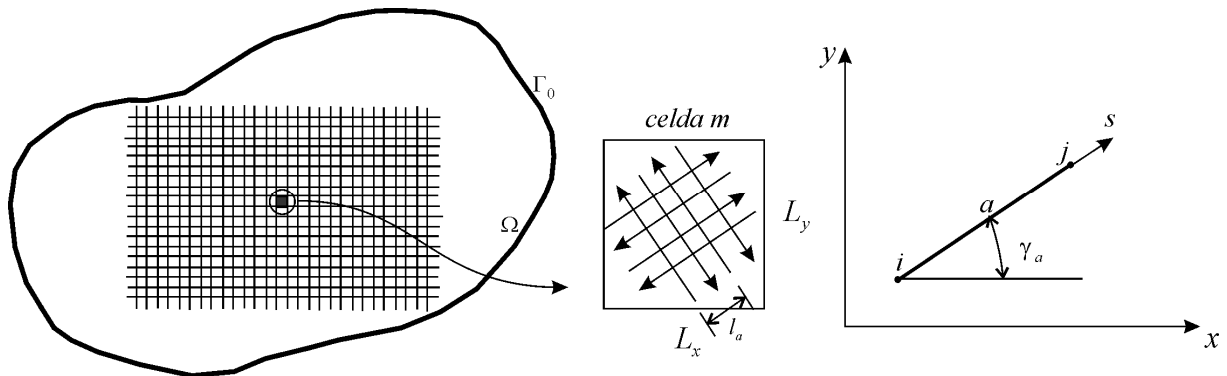


Figura 1. Discretización de la ciudad, sistema de calles en las celdas y tramo de calle entre nodos con dirección y sentido de circulación.

Se considera que el sentido de circulación en el arco a , en la dirección s , que forma un ángulo γ_a con el eje x , es desde el nodo i hacia el nodo j . En este modelo, el tiempo de viaje desde cualquier localización (x, y) de la ciudad hasta el punto de destino s , se puede calcular mediante una función potencial continua $u^s(x, y)$. De esta manera, el tiempo de viaje en un determinado arco a se puede obtener mediante la diferencia entre los valores de dicha función calculados en los extremos del arco, es decir:

$$t_a^s = -\Delta u^s \approx -\frac{\partial u^s}{\partial s} l_a = -l_a \left(\frac{\partial u^s}{\partial x} \cos \gamma + \frac{\partial u^s}{\partial y} \operatorname{sen} \gamma \right) \quad (3)$$

A su vez, el tiempo de viaje en dicho arco es función del flujo x_a en el mismo, relación que se expresa mediante fórmulas empíricas ampliamente utilizadas tales como la propuesta en el Manual de Asignación de Tráfico de la [U.S. Bureau of Public Roads \(1964\)](#), conocida como función BPR:

$$t_a = t_{a_0} \left(1 + \alpha_a \left(x_a / C_a \right)^{\varphi_a} \right) \quad (4)$$

La ecuación anterior puede reescribirse de una manera diferente para tener en cuenta los flujos residuales x_{Ra} que no cumplen el primer principio de [Wardrop \(1952\)](#), tales como los correspondientes al transporte público y la diferenciación entre los flujos que van hacia el destino especificado s y los que se dirigen hacia otros puntos de la ciudad $\sum_{i \neq s} x_a^i$, obteniéndose

la siguiente expresión:

$$t_a^s = t_{a_0} \left(1 + \frac{\alpha_a}{C_a^{\varphi_a}} \left(x_a^s + \left(\sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right) \right)^{\varphi_a} \right) \quad (5)$$

a partir de la cual es posible expresar el flujo en el arco a que se dirige hacia el centro s :

$$x_a^s = \left(\frac{t_a^s - t_{a_0}}{t_{a_0}} \frac{C_a^{\varphi_a}}{\alpha_a} \right)^{\frac{1}{\varphi_a}} - \left(\sum_{i \neq s} x_a^i + x_{Ra} \right) \quad (6)$$

En el modelo propuesto, se parte de la formulación dual del equilibrio de usuario (Cortínez y Dominguez, 2012a) y luego, aplicando cálculo variacional y tomando el límite cuando el área de las celdas $L_x L_y$ tiende a un diferencial de área $d\Omega$, se llega al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas que rigen el problema:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_y^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) + q^s = 0 \quad \begin{array}{l} \forall r \in R \\ \forall (x, y) \in \Omega \\ s = 1, 2, \dots, S \end{array} \quad (7)$$

donde:

$$\begin{aligned} k_x^s &= \sum_{a \in m} p_a^s \frac{l_a^2 \cos^2 \gamma_a}{L_x L_y} & k_y^s &= \sum_{a \in m} p_a^s \frac{l_a^2 \sin^2 \gamma_a}{L_x L_y} \\ k_{xy}^s &= \sum_{a \in m} p_a^s \frac{l_a^2 \cos \gamma_a \sin \gamma_a}{L_x L_y} & p_a^s &= \frac{x_a^s}{t_a^s} \end{aligned} \quad (8)$$

x_a^s viene dada por (6), t_a^s por (3) y q^s corresponde a la demanda de viajes por unidad de área (2). Una vez resuelto el problema se verifica que $t_a = t_a^s \quad \forall s$.

La condición a cumplir en el borde de la ciudad es:

$$f_x^s n_x + f_y^s n_y = 0 \quad \forall (x, y) \in \Gamma_0 \quad s = 1, 2, \dots, S \quad (9)$$

donde

$$f_x^s = - \left(k_x^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) \quad f_y^s = - \left(k_{xy}^s \frac{\partial u^s}{\partial x} + k_y^s \frac{\partial u^s}{\partial y} \right) \quad (10)$$

mientras que n_x y n_y son las componentes del versor normal a la curva que define el contorno de la misma. Asimismo, en el punto de destino (x_s, y_s) , el tiempo de viaje debe ser nulo, y entonces,

$$u^s(x_s, y_s) = 0 \quad (11)$$

En la siguiente sección se explica el método utilizado para resolver el modelo propuesto.

4 SOLUCIÓN COMPUTACIONAL

A los efectos de poder resolver el problema de asignación de tráfico es necesario parametrizar adecuadamente las funciones de demanda $q^s = q^s(x, y)$. En los ejemplos numéricos de la sección 5 se muestran dos maneras diferentes de efectivizar este paso. Luego el problema consiste en determinar estos parámetros a partir de la solución de (1a) con las restricciones (1b).

Para resolver el problema de optimización planteado se hace uso del algoritmo de búsqueda denominado Recocido Simulado. Se trata de un algoritmo de búsqueda global que no necesita

calcular el gradiente de la función objetivo (consultar por ejemplo Cortínez y Sequeira, 2010).

Para describir este algoritmo se efectúan las siguientes definiciones: \mathbf{q} denota el vector que contiene los valores de los parámetros de las funciones de demanda, los valores que acotan tales variables (según (1b)) se incorporan dentro de los vectores $\mathbf{q}_{máx}$ y $\mathbf{q}_{mín}$ y la función objetivo (1a) se denota FO .

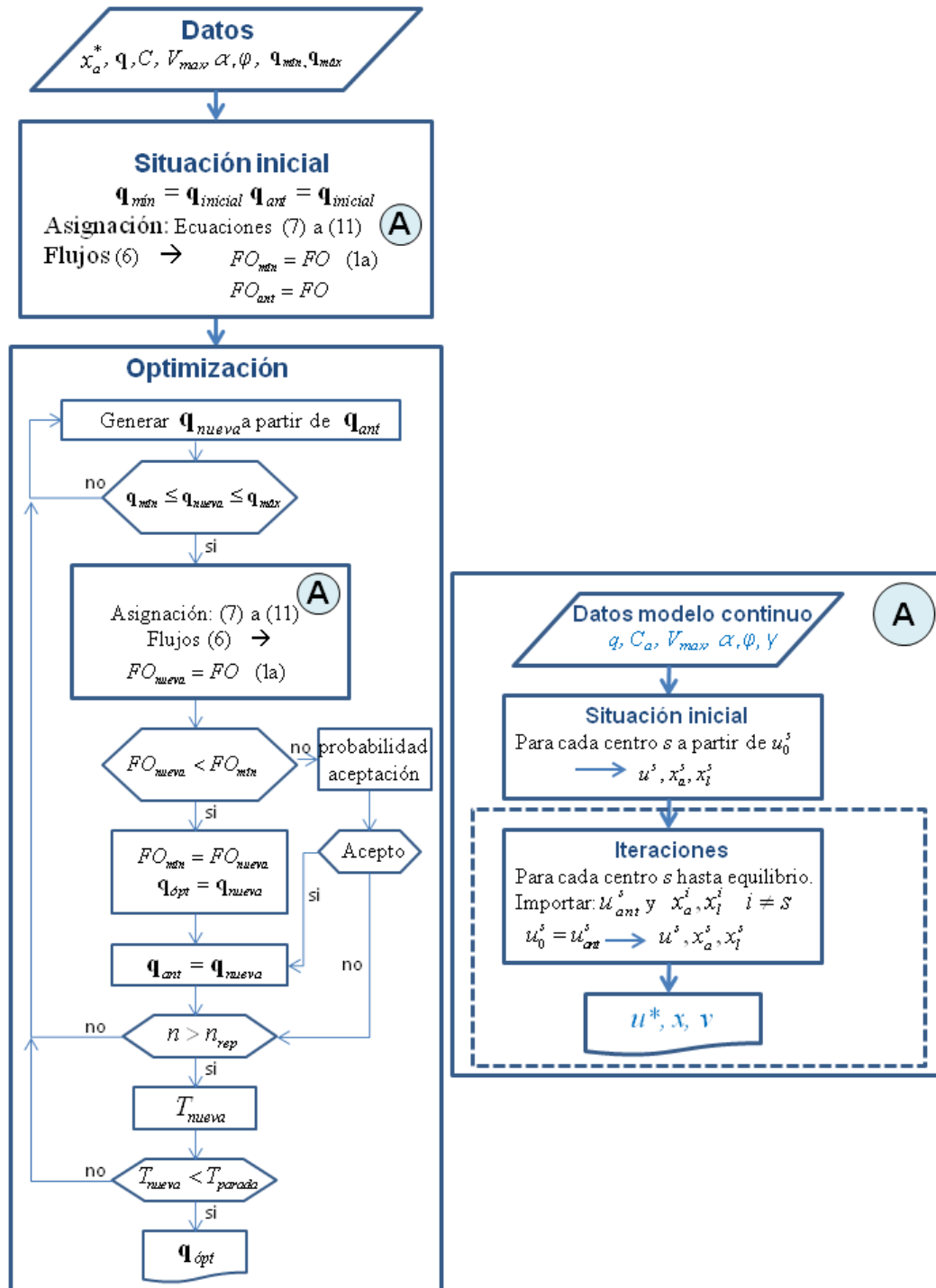


Figura 2. Diagrama del algoritmo de solución.

El algoritmo comienza con una solución factible inicial para las funciones de demanda de viajes buscados \mathbf{q} y genera sucesivamente, a partir de ella y en forma aleatoria, nuevas soluciones que son aceptadas como soluciones actuales de acuerdo a un cierto criterio probabilístico. La aceptación o no de una nueva solución se rige por el criterio de Metrópolis (1953), es decir, si la nueva configuración disminuye el valor de la función objetivo (1a), se acepta y se adopta como nueva solución, si no todavía puede ser aceptada con una probabilidad $e^{-\Delta FO/T}$, donde T es el parámetro conocido como “temperatura”. A medida que el algoritmo avanza se va disminuyendo “ T ” de manera tal de disminuir la probabilidad de aceptar soluciones factibles que no produzcan una mejora en la función objetivo.

El cálculo de la función objetivo (1a) implica la determinación de los flujos x_a^s , para cada escenario asumido de \mathbf{q} , a partir de la solución del sistema de ecuaciones diferenciales (7) con sus correspondientes condiciones de contorno, que puede ser resuelto por varios enfoques numéricos apropiados. En este trabajo se hace uso del método de Elementos Finitos mediante el software comercial [FlexPDE \(2005\)](#).

El algoritmo de “Recocido Simulado” que resuelve el problema de estimación de las funciones de demanda se implementa en ambiente [Matlab®\(2007\)](#), desde donde se invoca al software de elementos finitos [FlexPDE \(2005\)](#) para ejecutar los programas que resuelven el problema del equilibrio de usuario. El esquema completo de solución del problema se puede ver en la [Figura 2](#).

Es importante mencionar que en el problema bajo análisis es crítica la elección de los valores que acotan las funciones de demanda buscadas de acuerdo a la restricción (1b). Si se permite una variación demasiado grande para las incógnitas, el problema no tiene solución única. La atribución de tales cotas debe hacerse siguiendo criterios dados por la experiencia práctica. Esta cuestión es equivalente a la asignación de las constantes de ponderación cuando se utilizan métodos basados en gradientes tales como el de [Verástegui \(2006\)](#).

Debe observarse que a diferencia de los enfoques clásicos, en la actual metodología el problema de actualización de funciones de demanda se reduce a uno de optimización en un nivel en el cual debe resolverse un sistema de ecuaciones diferenciales a los efectos de calcular la función objetivo.

5 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Para ejemplificar el método propuesto se analiza una ciudad de 700 km² aproximadamente, tal como la de la [Figura 3](#), con 8 zonas diferentes en cuanto a demanda y características viales, que se detallan en la [Tabla 1](#). Se estudia una hora pico de ingreso a la ciudad hacia dos puntos de atracción de viajes (1) y (2). De acuerdo a la parametrización de las funciones de demanda se estudian dos casos diferentes que se detallan en las secciones 5.1 y 5.2. En el primero de ellos se asumen valores constantes de demanda en cada zona y en el segundo se estudia la demanda de viajes de acuerdo a un modelo clásico de gravedad.

En los dos casos, los valores reportados como “observados”, “medidos” o “reales”, corresponden a valores simulados previamente, de acuerdo a los cambios que se detallan con respecto a las situaciones originales donde se conoce la función de demanda. Se establecen puntos de medición de datos de flujo de acuerdo a la grilla regular que se muestra en la [Figura 3](#). Para el cálculo en el sistema continuo se adoptan celdas de 0,8x0,8 km², con una separación de 200 m entre calles de igual dirección y sentido de circulación, paralelas a los ejes coordenados. En la determinación de los coeficientes k_x , k_y y k_{xy} , se suman 16 tramos de calles en cada dirección en cada celda. Para el cálculo del tiempo de viaje en las calles se adopta la

función $t_a = t_{a_0} (1 + 0,15((x_a + C_a/3)/C_a)^4)$. En la solución del problema de asignación se trabaja con una malla de elementos finitos de 2865 nodos y 1383 elementos triangulares.

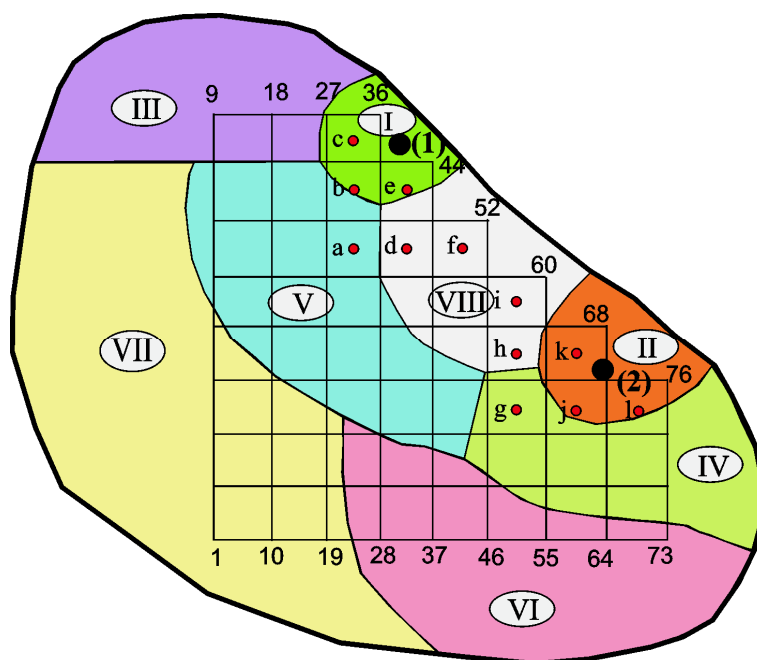


Figura 3. Zonas de la ciudad y malla de puntos de aforo de tráfico.

5.1 Demanda constante en cada zona

En este caso, las incógnitas del problema corresponden a las dos funciones de demanda de viajes hacia los dos centros $q^s(x, y) = q_i^s$ si (x, y) pertenece a la zona i ($i=I, II, \dots, VIII$) y s corresponde al punto de destino ($s=1, 2$). Es decir, las funciones de demanda se consideran adecuadamente parametrizadas por medio de 8 valores característicos para cada destino, uno para cada una de las zonas consideradas.

| Zona | Capacidad (veh./h) | Velocidad (km/h) | Escenario 1 | | Escenario 2 | |
|------|--------------------|------------------|--|---------------------------------|--|-------------------------------|
| | | | $q^1 - q^2$ original (viajes/km ²) | Δq (%) (ambos destinos) | $q^1 - q^2$ original (viajes/km ²) | $\Delta q^1 - \Delta q^2$ (%) |
| I | 400 | 50 | 50-80 | 30 | 50-50 | 30-20 |
| II | 400 | 50 | 60-40 | 40 | 60-40 | 50-30 |
| III | 450 | 50 | 50-40 | 30 | 50-40 | 30-40 |
| IV | 400 | 50 | 70-90 | 40 | 70-90 | 40-20 |
| V | 600 | 50 | 90-90 | 10 | 90-90 | 10-20 |
| VI | 600 | 60 | 40-60 | 50 | 40-60 | 70-50 |
| VII | 600 | 60 | 50-50 | 20 | 50-50 | 50-50 |
| VIII | 600 | 50 | 30-20 | 40 | 30-20 | 40-80 |

Tabla 1. Demanda de viajes y características de las calles por zona.

En este caso se estudian dos escenarios diferentes que se detallan en la [Tabla 1](#). Para ambos

se consignan en dicha tabla los valores originales conocidos de q hacia cada destino así como el incremento Δq que sufren luego de un tiempo. Este Δq es el incremento real que se tratará de encontrar mediante la ecuación (1a).

En el método de optimización de Recocido Simulado se adopta un esquema geométrico de disminución de temperatura. La zona de búsqueda de nuevas soluciones para el Escenario 1 (restricción 1b) se define fijando el límite inferior del incremento de demanda (Δq_{min}) en el 10% de los valores originales de la demanda de las diferentes zonas y el límite superior (Δq_{max}) en el 70% de dichos valores. Se mantiene fijo el incremento de la zona V en 10%. En el Escenario 2 se adoptan límites diferenciados por zonas y por destinos. En este caso se acepta que se conocen los porcentajes de incremento de la demanda hacia el Centro 1 en la zonas V (10%) y I (30%) y hacia el Centro 2 en las zonas II (30%) y V (20%). En el resto de las zonas se fijan como límites inferiores del incremento de la demanda original hacia el Centro 1, 10% en las zonas III y VIII, 20% en las zonas II, IV y VII y 40% en la zona VI, mientras que hacia el Centro 2 dichos límites son 10% en las zonas I y IV, 20% en las zonas III, VI y VII y 40% en la zona VIII. Los límites superiores para el Centro 1 son: 50% en la zona III, 60% en las zonas IV y VIII, 70% en las zonas II y VII y 90% en la zona VI, mientras que para el Centro 2 son: 40% en las zonas I y IV, 50% en la zona III, 70% en las zonas VI y VII y 90% en la zona VIII. La generación de nuevas soluciones se realiza en forma aleatoria a partir de la solución anterior aceptada, con variaciones entre -5 y 5 viajes/km². El cálculo de cada posible solución del problema, es decir de cada evaluación de la función objetivo (1a), utilizando 10 iteraciones para cada centro en la asignación (cuadro A de la Figura 2), demora 3,2 minutos.

La cantidad total de viajes generados en el Escenario 1 en el estado actual (con Δq de la Tabla 1), hacia los Centros 1 y 2 es de 49343 y 53206 respectivamente, mientras que los estimados correspondientes son 49704 y 53923 viajes, es decir que la diferencia entre viajes generados reales y estimados es de -0,73% para el Centro 1 y -1,25% para el Centro 2. En el Escenario 2, los viajes generados reales y estimados hacia el Centro 1 son respectivamente 53741 y 53632 (0,2% de diferencia) y hacia el Centro 2 son 55590 y 57822 (-4,2% de diferencia).

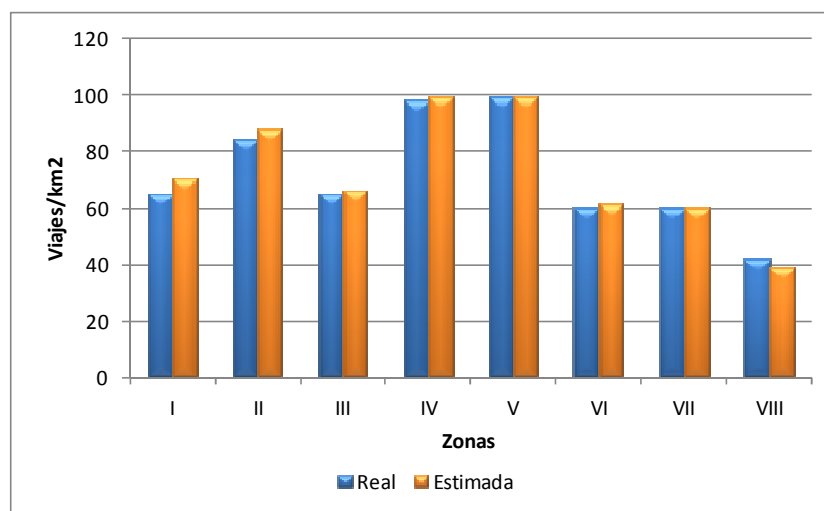


Figura 4. Comparación entre la demanda real y estimada para el Escenario 1.

En la Figura 4 se puede observar la relación entre la demanda real y la estimada para cada

una de las zonas. La diferencia promedio entre ambas es de 3,4% y la diferencia máxima es de 7,7% en la zona I. Estos porcentajes se traducen en los porcentajes de incremento con respecto a los valores originales que se muestran en la Figura 5. En la Figura 6 se muestra la relación entre los flujos medidos y calculados para el mismo escenario en los puntos más congestionados en dirección Sur-Norte.

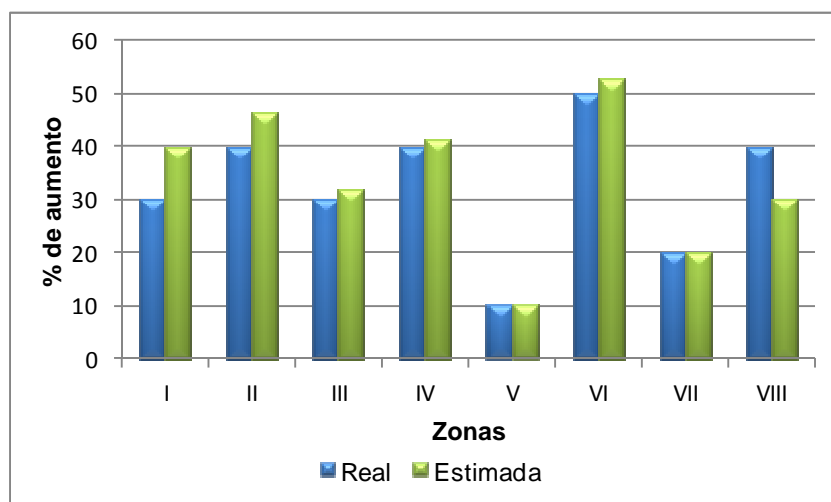


Figura 5. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado para el Escenario 1.

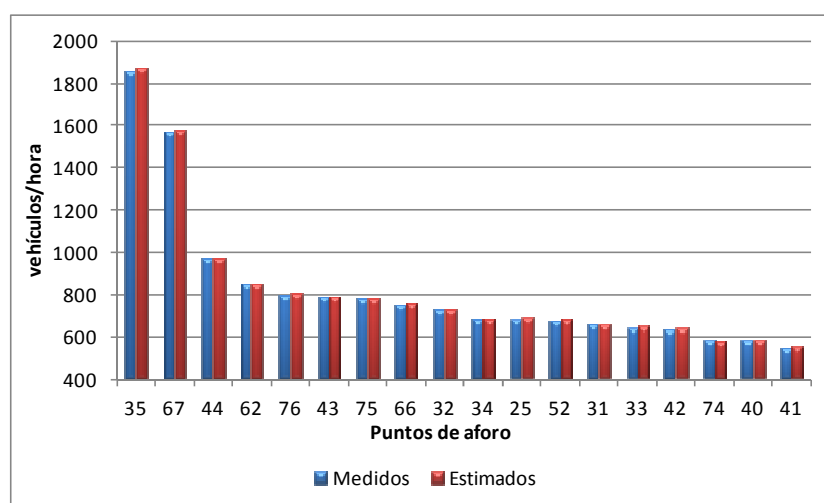


Figura 6. Comparación entre los flujos medidos y estimados en los puntos más congestionados para el Escenario 1 en dirección Sur-Norte.

En las Figuras 7 y 8 se muestran los porcentajes de incremento de la demanda real y la estimada para cada una de las zonas, hacia los Centros 1 y 2 respectivamente, correspondientes al Escenario 2. En el primer caso la diferencia promedio entre las mencionadas demandas (que no se muestran gráficamente) es de 5,7% y la diferencia máxima es de 8,8 % para la zona VI. Con respecto al Centro 2, la diferencia promedio es de 4,5% y la máxima de 8% en la zona VII.

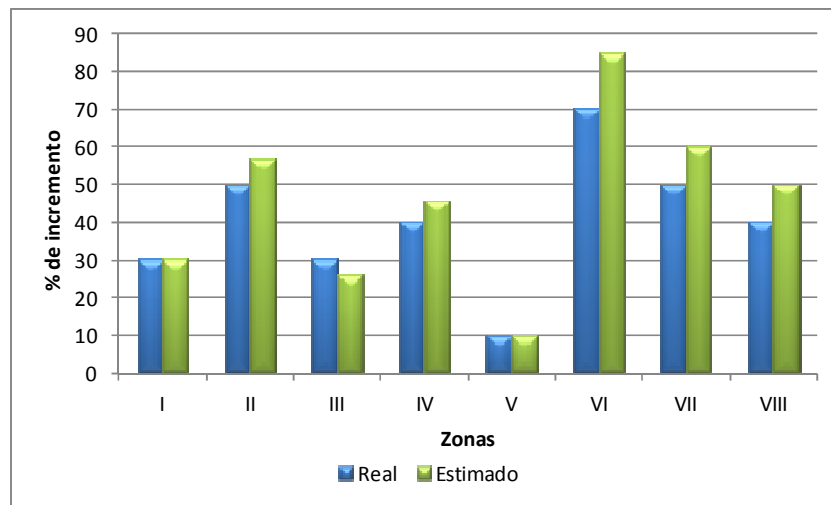


Figura 7. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de la demanda de viajes hacia el Centro 1 para el Escenario 2.

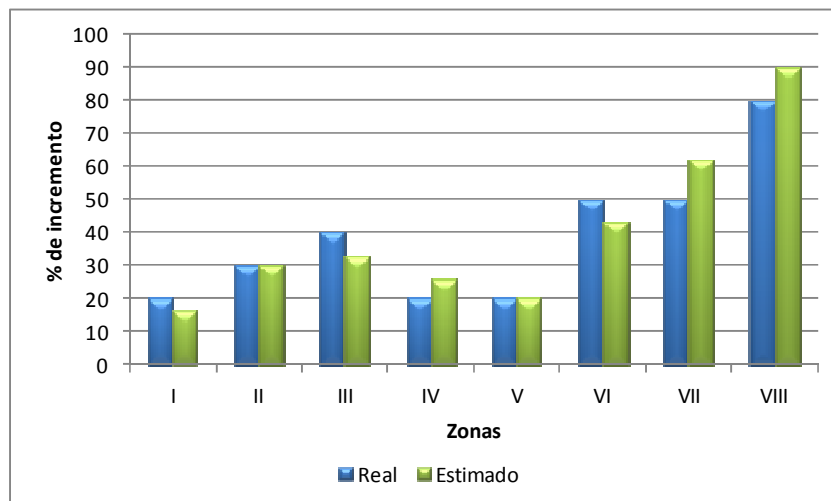


Figura 8. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de la demanda de viajes hacia el Centro 2 para el Escenario 2.

5.2 Demanda estimada mediante un modelo de gravedad

En este caso se estima la demanda de viajes hacia cada centro mediante el siguiente modelo de gravedad:

$$q^s(x, y) = \alpha_1 P_o^{\alpha_2} P_d^{\alpha_3} d^{\alpha_4} \quad (12)$$

donde q^s corresponde a la cantidad de viajes por unidad de área hacia el centro s ($s=1,2$), P_o es la densidad de población de la zona de origen de los viajes, P_d es la densidad de población de la zona de destino de los mismos, d es la distancia al centro s considerado y $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ y α_4 son parámetros de ajuste.

En el ejemplo que se presenta se asumen conocidas las funciones de demanda en un estado anterior de la red y se conocen las densidades de población actuales, de manera tal que, para

obtener las nuevas funciones de demanda es necesario actualizar los parámetros de ajuste mediante (1a) utilizando los datos medidos (simulados) de flujo vehicular. Se utilizan las mismas características viales de la ciudad que en el ejemplo anterior y se modifica solamente la demanda de viajes. La densidad de población (habitantes/km²) en las zonas de origen para el estado original es $P_o = (1178, 1176, 444, 574, 290, 409, 140, 431)$, mientras que la actual es $P_o = (1296, 1324, 634, 689, 338, 490, 163, 518)$. La población de los puntos de destino 1 y 2 se asume de 4000 y 5000 habitantes respectivamente en la situación original y de 5000 en ambos centros en la actualidad, distribuidos en subzonas de 1 km². Se establecen cotas amplias a los incrementos de las demandas de viajes (1b) en las zonas, fijando para el Centro 1 un incremento mínimo de 20% y un máximo de 80% y para el Centro 2 se establecen dichos límites entre 30% y 130%. En la situación original los parámetros de la función de demanda eran $\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,211; \alpha_3 = 1; \alpha_4 = -1$, los nuevos parámetros (con los que se simulan los flujos medidos) son $\alpha_1 = 0,05; \alpha_2 = 0,3; \alpha_3 = 0,92$ y $\alpha_4 = -0,8$, mientras que los valores correspondientes obtenidos mediante la minimización de (1a) son: $\alpha_1 = 0,06; \alpha_2 = 0,25; \alpha_3 = 0,92$ y $\alpha_4 = -0,76$. Se adopta una distancia mínima de cálculo de 5 km.

Los resultados obtenidos para la estimación de la demanda de viajes son muy buenos, ya que los viajes totales generados reales y estimados hacia el Centro 1 son 77870 y 75421 respectivamente (3,2% de diferencia) y hacia el centro 2 son 79326 y 76360 respectivamente (3,9% de diferencia).

En las Figuras 9 y 10 se muestra la relación entre los porcentajes de demanda de viajes reales y estimados hacia dichos centros para cada zona. Se han comparado los flujos estimados y medidos en los puntos utilizados para la resolución del problema inverso. Las diferencias (no mostradas) son muy pequeñas de igual manera que en el ejemplo anterior. Sin embargo es interesante analizar tal comparación para puntos no utilizados para el cálculo inverso (aquí denominados puntos de control). En la Figura 3 se muestran tales puntos marcados con pequeños círculos rojos. La comparación así realizada se muestra en la Figura 11 para flujos estimados y medidos en el sentido Oeste-Este y en la Figura 12 para la dirección Sur-Norte. Como puede observarse, la diferencia es del orden de 3%, es decir que se reconstruye adecuadamente el patrón de flujo medido.

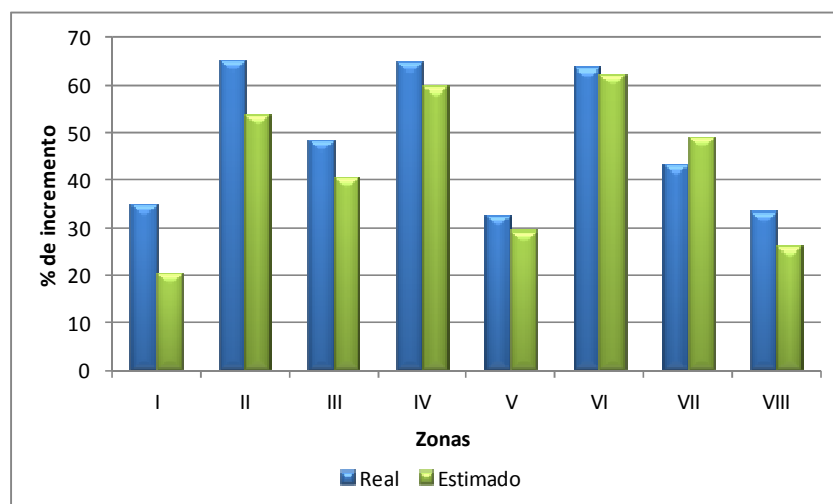


Figura 9. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de demanda de viajes hacia el Centro 1.

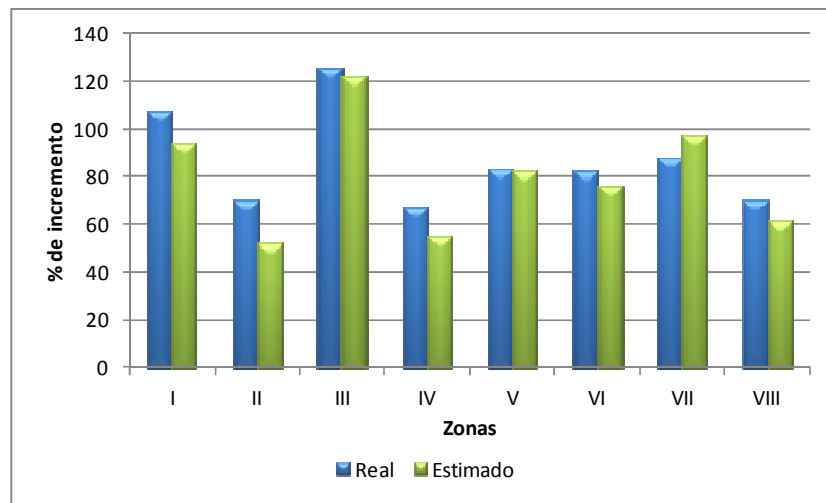


Figura 10. Comparación entre el porcentaje de incremento real y estimado de demanda de viajes hacia el Centro 2

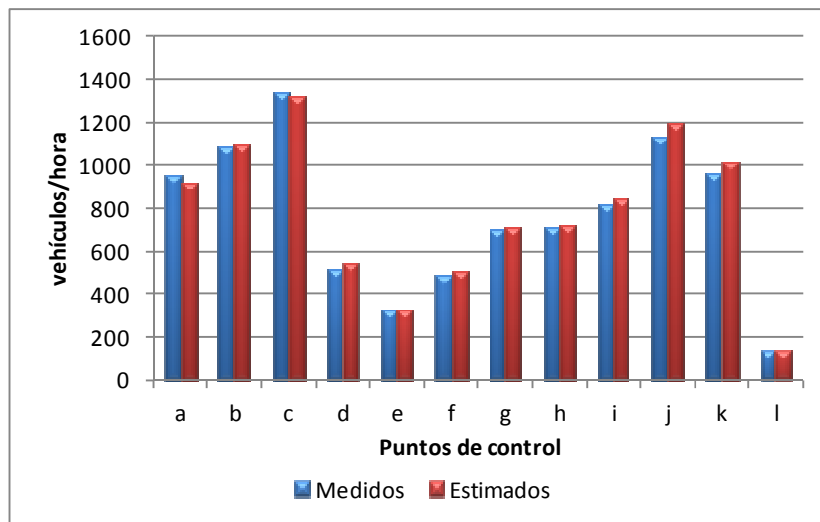


Figura 11. Comparación entre los flujos medidos y estimados en dirección O-E en los puntos de control.

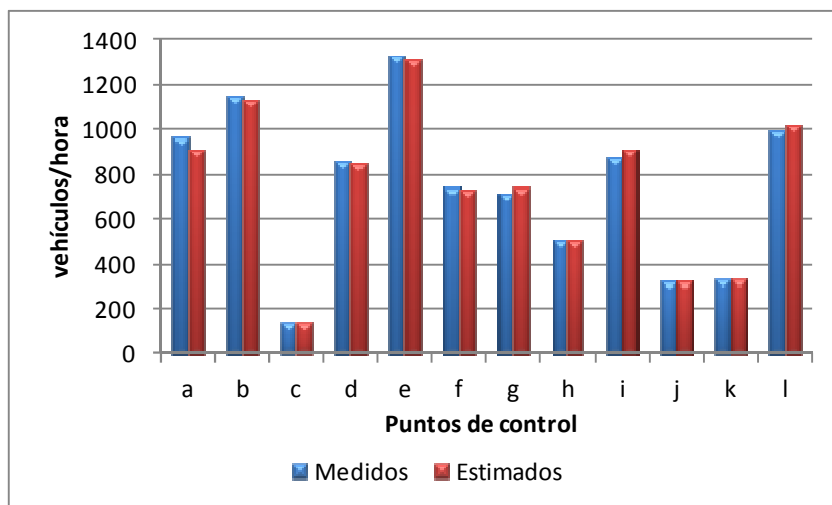


Figura 12. Comparación entre los flujos medidos y estimados en dirección S-N en los puntos de control.

6 CONCLUSIONES

Se ha propuesto un nuevo enfoque para la estimación de las funciones de demanda a partir de datos aproximados preestablecidos. Tal enfoque procura resolver un problema de asignación inverso, es decir a partir del conocimiento de flujos vehiculares en diferentes arterias de una ciudad (y de datos preliminares de demanda) se pretende determinar las funciones de demanda de viajes hacia diferentes centros.

La idea fundamental de la presente metodología es la utilización de un modelo continuo de difusión para el problema de asignación de viajes. El empleo de dicho enfoque en conjunto con el método de elementos finitos permite la determinación de flujos horarios para un escenario dado de demanda de una manera más rápida desde el punto de vista computacional (consultar Cortínez y Dominguez, 2012a) que el clásico método discreto. Se ha aplicado la presente metodología a un problema relativamente simple considerando una ciudad de dos centros. Asimismo se han contemplado dos maneras diferentes de parametrizar las funciones de demanda. En ambos casos se han identificado adecuadamente los valores de los correspondientes parámetros.

En consecuencia la presente propuesta parece ser una alternativa eficiente con respecto a la utilización de los clásicos modelos discretos de asignación para analizar problemas inversos.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo es parte del proyecto “Modelos Matemáticos en Ingeniería Ambiental: Problemas Directos e Inversos” (Director: Dr. Víctor H. Cortínez, Universidad Tecnológica Nacional). Asimismo forma parte del trabajo de tesis desarrollado por Patricia N. Dominguez, bajo la dirección de V. H. Cortínez, para obtener el título de Dr. en Ingeniería en el Departamento de Ingeniería de la Universidad Nacional del Sur.

REFERENCIAS

- Beckmann, M. J., Mc Guire, C. B. and Weinstein C. B., *Studies in Economics of Transportation Yale University Press, New Haven, Connecticut, 1956.*
- Cáceres, N., Romero, L., Benítez, F. and del Castillo, J., Trip matrices updating using a bi-level optimization scheme and celular data traffic counts. XVI PANAM, July 15-18, Lisbon, Portugal, 2010.
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Un modelo continuo anisótropo para el estudio del tráfico urbano congestionado. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional) Vol. XXIX, 2173-2197, 2010.*
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Un modelo de difusión anisótropa para el estudio del tráfico urbano. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería 28-4 (en prensa), 2012a.*
- Cortínez, V. y Dominguez, P. Estimación de la demanda de viajes mediante un modelo continuo de tráfico urbano. XVII Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito, Transporte y Logística. Universidad de los Andes, Santiago de Chile, Septiembre, 2012b.
- Cortínez, V. y Sequeira, M. Identificación de las condiciones acústicas en recintos industriales. *Mecánica Computacional (Asociación Argentina de Mecánica Computacional) Vol. XXIX, 2155-2172, 2010.*
- FlexPDE V. 5.0.8, <http://www.pdesolutions.com>, 2005.
- Garber, N. and Hoel, L., *Ingeniería de Tránsito y Carreteras* 3ra. Edición. Thompson Learning, Mexico, 2005.
- Hall, M., Van Vliet, D. and Willumsen, L. SATURN: A simulation assignment model for the

- evaluation of traffic management schemes. *Traffic Engineering and Control* 21:168–176, 1980.
- Ho, H., Wong, S. and Loo, B., A continuous traffic equilibrium model with multiple user classes. *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies* 5, 2003.
- Ho, H., Wong, S. and Loo, B., Combined distribution and assignment model for a continuum traffic equilibrium problem with multiple user classes. *Transportation Research Part B* 40:633-650, 2006.
- Ho, H. and Wong, S., Two dimensional continuum modeling approach to transportation problems. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology* 6, 53-72, 2006.
- Lundgren, J. and Peterson A., A heuristic for the bilevel origin-destination-matrix estimation problem. *Transportation Research Part B* 42:339-354, 2008.
- Matlab R2007b . The MathWorks, Inc., www.mathworks.com, 2007.
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M., Teller, A. H. and Teller, E. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *J. Chem. Phys.* 21:1087-1092, 1953.
- Robusté, F., Oñate, E. y Ramos, J., Un Modelo Híbrido Discreto-Continuo para Asignación de Tráfico mediante Algoritmos Genéticos. *IX Congreso Panamericano de Ingeniería de Tránsito y Transporte*. La Habana, Cuba, 1996.
- Sasaki, T., Iida, Y. and Yang, H., User equilibrium traffic assignment by continuum approximation of network flow. 11th *International Symposium of Transportation and Traffic Theory*, Yokohama, Japan, 233-252, 1990.
- Sheffi, Y., *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with mathematical programming methods*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1985.
- Stoklas, C. y Cortínez, V., Un Enfoque de Optimización para el Control de Vertido de Efluentes Urbanos en Ríos. *Mecánica Computacional* (Asociación Argentina de Mecánica Computacional) Vol. XXX, 3577-3594, 2011.
- U.S. Bureau of Public Roads Traffic Assignment Manual. U.S. Department of Commerce, Washington D.C., USA, 1964.
- Verástegui Rayo, D., *Estimación de matrices origen - destino y calibración de parámetros en el problema de asignación de tráfico en redes congestionadas*. Tesis doctoral, Universidad de Castilla la Mancha, España, 2006.
- Wardrop, J. G., Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. Proceeding, *Institution of Civil Engineers II* 1:325-378, 1952.
- Yang, H., Sasaki, T., Iida, Y. and Asakura, Y., Estimation of origin-destination matrices from link traffic counts on congested networks. *Transportation Research, Part B* 26(6): 417–434, 1992.