

## IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES ACÚSTICAS DE MATERIALES EN CAPAS

María G. Messineo<sup>a</sup>, Gloria L. Frontini<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>*Departamento de Matemática, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata, Juan B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, gmessineo@fi.mdp.edu.ar.*

<sup>b</sup>*INTEMA, CONICET, Universidad Nacional de Mar del Plata, Juan B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, gfrontin@fi.mdp.edu.ar.*

**Palabras clave:** Problema Inverso, Impedancia, Línea de Transmisión, Ultrasonido.

**Resumen.** Se aborda la resolución de un problema de estimación de parámetros con el objetivo de caracterizar mecánicamente un material compuesto por capas paralelas y homogéneas. El ensayo consiste en transmitir una onda ultrasónica plana a través de la muestra y registrar la señal generada en el otro extremo. La propagación de la onda se da en sentido transversal a la disposición de las capas y, dadas ciertas condiciones experimentales, este problema puede pensarse como unidimensional. Se utiliza el modelo de la línea de transmisión acústica, que relaciona la tensión mecánica y la velocidad de las partículas en un extremo del material con la tensión y la velocidad en el otro extremo en un esquema matricial en el dominio de la frecuencia (S.R. Ghorayeb, *IEEE Trans. on UFFC*, 48, 4, 1124, (2001)). Los parámetros involucrados en el modelo son la impedancia acústica y el tiempo de tránsito de cada capa, que se relacionan directamente con la densidad y el módulo de elasticidad del medio.

La estimación de los parámetros se obtiene minimizando la discrepancia entre las señales teóricas y las medidas. Se propone un criterio para determinar el rango de frecuencias con el que se realizarán los cálculos, siendo crítico este aspecto ya que determina el grado de éxito en la estimación de los parámetros. Tanto el procesamiento de la señal como el problema de estimación se llevaron a cabo con programas desarrollados en MATLAB. Se abarcaron problemas con materiales compuestos por tres capas, testeados con diferentes señales de excitación. Se llevó a cabo un proceso en dos etapas, estableciendo primeramente los valores iniciales de los tiempos de tránsito a partir de la evaluación de los ecos de la señal temporal, para luego estimar los seis parámetros buscados.

Trabajando con mediciones sintéticas obtenidas utilizando COMSOL multiphysics se analizó el error que produce aplicar este modelo a un caso en el que no se cumple el supuesto de capas paralelas.

La determinación de propiedades acústicas de medios heterogéneos utilizando modelos en elementos finitos ha sido presentada en trabajos previos (G. Rus et al., *Phys. Med. and Biol.*, 52, 3531-3547 (2007)). Sin embargo, la técnica propuesta en este trabajo brinda una importante reducción de los tiempos de cálculo y utiliza una representación matricial que permite incluir a los transductores, a diferencia de la presentada en la bibliografía. La metodología presentada constituye un aporte en el análisis de datos de ensayos no destructivos (END) de materiales.

## 1 INTRODUCCIÓN

El interés de una correcta identificación de propiedades de materiales multicapa está en constante crecimiento, dado que este tipo de materiales se encuentra en varias aplicaciones de ingeniería, en desarrollos de ciencia de materiales y en investigación biomédica. Algunos materiales en capa son producidos sintéticamente y pueden estar formados por metales, cerámicos, polímeros o polímeros reforzados con fibras. Los métodos para la inspección no destructiva tienen, por lo tanto, aplicaciones en laboratorios e industria como una forma de asegurar la integridad y calidad del producto (F. Hägglund et al., 2010; N. Bochud et al., 2011; Z.E.A. Fellah et al. 2007). Otra utilización de la evaluación no destructiva (END) tiene que ver con el examen de tejidos biológicos (Rus et al. 2007).

Las ondas ultrasónicas son apropiadas para caracterizar materiales de diversas geometrías en lugares donde otros ensayos no son realizables. Sin embargo, debido a la naturaleza compleja de las ondas que se propagan por dichos materiales, son necesarias técnicas numéricas para modelar y explicar el fenómeno, así como también para hallar soluciones al problema inverso (PI) de caracterización. Los modelos con elementos finitos (FEM) representan una herramienta robusta que permite predecir y visualizar la propagación ultrasónica en estructuras complejas, pero tienen la limitación del gran esfuerzo computacional que implican. Es por eso que suelen ser de utilidad las técnicas basadas en modelos. Bajo ciertas suposiciones, los ensayos con ultrasonido para la caracterización de materiales en capas, pueden ser representados por modelos equivalentes basados en circuitos eléctricos (Kino, 1987; Rosenbaum, 1988; Cheeke, 2002).

El objetivo de este trabajo es la identificación de las propiedades acústicas de un material multicapa a partir de un experimento de transmisión utilizando una señal de tensión medida en un extremo de la muestra. Presentamos una técnica basada en un modelo de líneas de transmisión para realizar el procesamiento de los datos. Trabajos anteriores han mostrado que las líneas de transmisión pueden utilizarse para representar la propagación de una onda plana unidimensional en un medio isotrópico (E. Maione et al., 1999), como así también para modelar transductores piezoeléctricos (Castillo, et al., 2003). Los materiales compuestos por capas se modelan como un arreglo en serie de líneas de transmisión tipo T. El modelo ultrasónico implementado de esta manera permite la determinación de la tensión acústica en todas las interfaces dentro del material, que es análoga a la tensión eléctrica a lo largo de la cascada de líneas de transmisión.

La caracterización se llevó a cabo resolviendo un problema inverso en el que las incógnitas son un conjunto de parámetros que describe la secuencia de capas. La metodología propuesta se implementó utilizando un programa especialmente desarrollado. El modelo, que depende de los parámetros, se usa para predecir la transformación de la forma de onda y compararla con las mediciones. El valor de los parámetros que mejor describen al material se obtiene minimizando la diferencia entre la forma de onda real y la predicha numéricamente. Esto se hace definiendo un funcional y minimizándolo en función del conjunto de parámetros. En este trabajo las mediciones se obtuvieron mediante experimentos simulados.

Otro aspecto a tener en cuenta es la evaluación del error que produce aplicar el modelo de la línea de transmisión a un material en el que las caras no son paralelas. Para ello se simuló con COMSOL mediciones que corresponden a diferentes casos en los que la onda incide con cierto ángulo en alguna de las interfaces. Luego, para resolver el problema de estimación de parámetros se procedió de manera semejante al caso unidimensional.

## 2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

El desplazamiento de las partículas del material de un sólido elástico isotrópico, en el que una onda ultrasónica plana se propaga en la dirección  $x$  en un tiempo  $t$  es la función  $u(x,t)$ . La ecuación de onda describe la dinámica del desplazamiento, que en un medio con velocidad de propagación constante,  $c$ , se expresa como:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{1}$$

El caso de un material compuesto por capas homogéneas puede considerarse como un medio continuo por tramos, donde la Ec. (1) vale para cada capa con su respectiva velocidad de propagación. Adicionalmente, deben cumplirse las condiciones de continuidad de velocidad de las partículas,  $v(x,t)=\mathbf{d}u(x,t)/\mathbf{d}t$ , y tensión,  $\mathbf{s}(x,t)=\mathbf{d}u(x,t)/\mathbf{d}x$ , en las interfaces. En este trabajo consideramos un circuito equivalente como una representación alternativa del mismo problema.

El circuito equivalente es un modelo unidimensional que describe las analogías electro-mecánicas de una estructura acústica. La tensión y la corriente en el sistema equivalente son análogas a la tensión mecánica y la velocidad de las partículas del material, respectivamente. El circuito de la Fig. 1 es una representación de la ecuación acústica en un medio no piezoeléctrico que consiste en una línea de transmisión de parámetros concentrados.

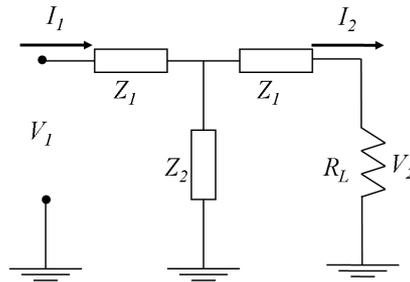


Figura 1: Circuito equivalente de un medio isotrópico y homogéneo.

Puede demostrarse que las impedancias que aparecen en la Fig. 1 son:

$$\begin{aligned} Z_1 &= jZ \cdot \tan(\omega t / 2) \\ Z_2 &= -jZ / \sin(\omega t) \end{aligned} \tag{2}$$

donde,  $Z$  y  $t$  son la impedancia y el retardo en el circuito eléctrico. La tensión  $V_2$  y la corriente  $I_2$  se relacionan con la tensión y la corriente de entrada por las relaciones de la Ec. (3).

$$\begin{bmatrix} V_2(\omega) \\ I_2(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -jZ \cdot \sin(\omega t) \\ -j \sin(\omega t) / Z & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(\omega) \\ I_1(\omega) \end{bmatrix} \tag{3}$$

Para un material multicapa el modelo está formado por tantas líneas de transmisión conectadas en serie como capas conforman la muestra. Entonces, para un material formado por  $N$  capas consideradas isotrópicas, el circuito equivalente es el que se muestra en la Fig. 2.

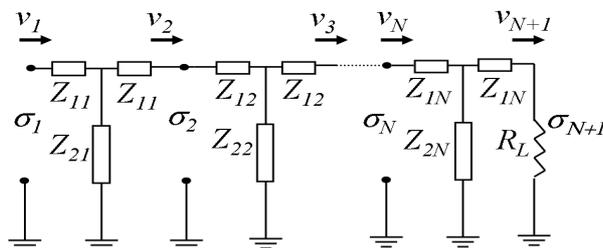


Figura 2: Circuito equivalente para un material compuesto por N capas homogéneas e istrópicas.

donde  $Z_{1i}$  y  $Z_{2i}$ , con  $i=1,2,\dots,N$ , son análogas a las relaciones de la Ec. (2) para la capa  $i$ -ésima.

De ahora en más, haciendo uso de la analogía electro-mecánica, consideraremos que las señales que actúan en el circuito son tensión mecánica y velocidad de las partículas y los parámetros involucrados en el problema son las impedancias acústicas características y los tiempos de tránsito correspondientes a los materiales que conforman las capas, expresadas como:

$$Z_i = \mathbf{r}_i c_i, \quad \mathbf{t}_i = d_i/c_i \tag{4}$$

donde  $\mathbf{r}_i$ ,  $c_i$  y  $d_i$  son la densidad, velocidad de propagación de la onda y espesor de cada capa respectivamente. La transferencia entre la tensión mecánica y la velocidad en cada extremo de la muestra se obtiene multiplicando N matrices:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s}^*_{N+1}(\mathbf{w}) \\ \mathbf{v}^*_{N+1}(\mathbf{w}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{w}\mathbf{t}_N) & -jZ_N \cdot \sin(\mathbf{w}\mathbf{t}_N) \\ -j\sin(\mathbf{w}\mathbf{t}_N)/Z_N & \cos(\mathbf{w}\mathbf{t}_N) \end{bmatrix} \dots \dots \dots \begin{bmatrix} \cos(\mathbf{w}\mathbf{t}_1) & -jZ_1 \cdot \sin(\mathbf{w}\mathbf{t}_1) \\ -j\sin(\mathbf{w}\mathbf{t}_1)/Z_1 & \cos(\mathbf{w}\mathbf{t}_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^*_1(\mathbf{w}) \\ \mathbf{v}^*_1(\mathbf{w}) \end{bmatrix} \tag{5}$$

Es preciso resaltar que las relaciones (3) y (5) son derivadas estrictamente del modelo completo, y que dan una forma cerrada para la expresión de las señales en el dominio de la frecuencia en las interfaces de la muestra.

### 3 SIMULACIÓN Y RESULTADOS DEL PROBLEMA DIRECTO

La solución del problema directo de transmisión ultrasónica Ec. (1) da, en principio, el campo de desplazamiento de las partículas,  $u(x,t)$  en cualquier tiempo y posición. Además, a partir de los desplazamientos, el campo de tensión puede obtenerse de manera directa. Usando el modelo equivalente presentado anteriormente, las tensiones mecánicas y las velocidades de las partículas pueden conocerse sólo en las interfaces, donde esperamos que coincidan con aquellas obtenidas a partir del modelo completo. Aunque, como se mencionó anteriormente, la derivación del modelo completo basado en líneas de transmisión es exacta, vale la pena comparar el esfuerzo computacional requerido para obtener la solución numérica de ambos modelos. Utilizamos herramientas de simulación disponible así como también programas especialmente desarrollados. Para la solución numérica de la Ec.(1) utilizando FEM los cálculos se efectuaron utilizando COMSOL Multiphysics®. Por otro lado, LTspice permite la simulación de los circuitos eléctricos de las líneas de transmisión.

Entre los diferentes problemas en los que puede requerirse el estudio de un material multicapas consideramos en primer lugar, como un ejemplo, uno relacionado con la detección y caracterización de las características de tejido biológico. Llamamos Material 1 al caso particular de una muestra de tres capas y longitud total  $L$  que representa parte de la estructura de un diente, con valores de parámetros físicos tomados de la literatura (Maione, 1999) y que se muestran en la Tabla 1.

	Material 1			Material 2			Material 3		
	Esmalte	Dentina	Pulpa	Acrílico	Aluminio	Acero	Aluminio	HDPE	LDPE
$[\text{kg/m}^3]$	3000	2000	1000	1190	2795	7870	2700	950	920
$c$ [m/s]	6250	3800	1570	2654	6419	5960	6419	1124	1950
$d$ [mm]	1.88	2.36	3.76	12.14	6.05	6.05	10	1	6
$Z$ [MRayl]	18.75	7.6	1.57	3.158	17.941	46.905	17.333	1.0678	1.7941
$t$ [ $\mu\text{s}$ ]	0.3008	0.62105	2.395	4.5742	0.9425	1.0151	1.5577	0.8896	3.0768

Tabla 1: propiedades físicas de los casos estudiados.

El esquema simulado se muestra en la Fig. 3(a) y la Fig. 3(b) muestra los perfiles de tensión  $s(x,t)$ , debidos al paso de la onda a través de las capas dentro del material en cuatro instantes diferentes.

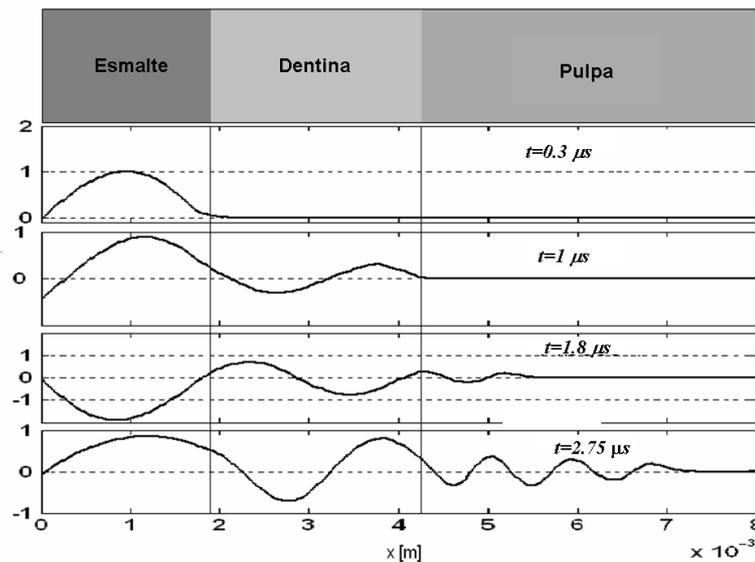


Figura 3: perfiles de tensión en diferentes instantes. ( $s(x,t)$  [Pa])

Las curvas se obtuvieron con COMSOL<sup>®</sup> usando las siguientes condiciones de contorno: continuidad de tensión y velocidad en las interfaces, velocidad normal nula en las caras paralelas a la propagación de la onda para asegurar la validez de la suposición de onda plana. La tensión generada en el material es consecuencia de un pulso de radiofrecuencia (Fig.4(a)) aplicado como condición de contorno en uno de los extremos de la muestra, es decir, en  $x=0$ . En el otro extremo ( $x=L$ ) se impuso una condición de impedancia  $R_L=1,5$  MRayls.

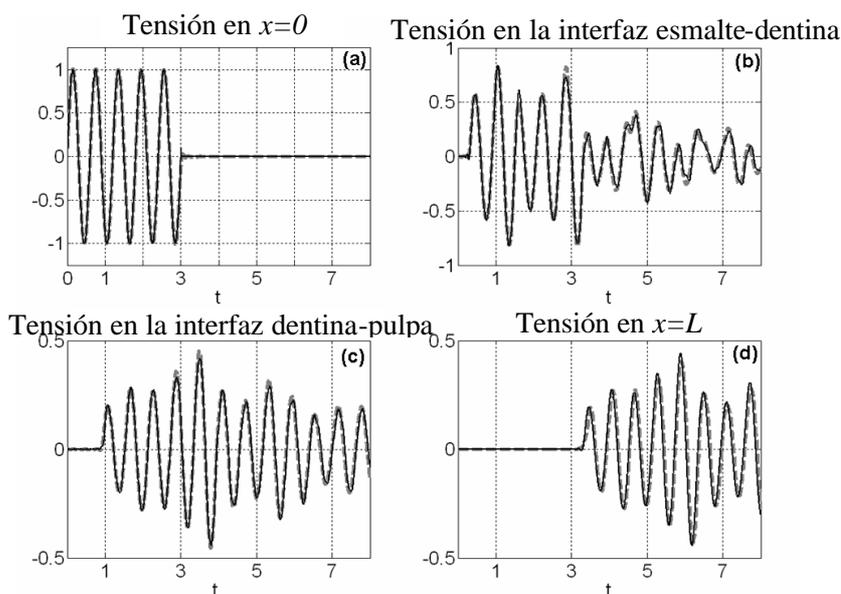


Figura 4: tensiones en las interfaces [Pa]: (a)  $x=0$ ; (b) interfaz esmalte-dentina; (c) interfaz dentina-pulpa; (d)  $x=L$ . ( $t$  [ $\mu$ s])

Las tensiones dinámicas en las interfaces de esa misma estructura, obtenidas mediante el modelo equivalente, son las señales en líneas de punto grises que se ven en la Fig. 4, prácticamente idénticas a las obtenidas con COMSOL<sup>®</sup>, en líneas llenas negras en los gráficos, tal como se esperaba.

En el desarrollo de nuestro trabajo estas señales se calcularon a partir de un programa especialmente desarrollado para implementar una metodología híbrida que consiste en los siguientes pasos:

1. El cálculo analítico de acuerdo a la Ec.(5).
2. El cálculo numérico de la tensión temporal, que puede llevarse a cabo aproximando el cálculo directo de la transformada inversa de Fourier como:

$$\mathbf{s}_{N+1}(t) \cong \frac{1}{P} \sum_{w_i=W_1}^{W_2} \text{Re}\{\mathbf{s}_{N+1}^*(w_i)\} \cos(w_i t) \Delta w - \frac{1}{P} \sum_{w_i=W_1}^{W_2} \text{Im}\{\mathbf{s}_{N+1}^*(w_i)\} \sin(w_i t) \Delta w \quad (6)$$

Observese que es necesario calcular  $v_I^*(w)$  para llevar adelante el paso 1. Definiendo como  $Z_{in}$  a la impedancia equivalente de la línea de transmisión, el cálculo se hace de acuerdo a la conocida relación de teoría de circuitos:

$$v^*(w) = \mathbf{s}^*(w) / Z_{in}(w) \quad (7)$$

La mejor aproximación de la Ec. (6) se obtiene, asintóticamente, a medida que los valores de  $W_1$  y  $\Delta w$  se hacen más pequeños, y el valor de  $W_2$  se hace tan grande como sea posible. Particularmente, para el caso de la Fig.4, se fijó  $\Delta w = 2 \times 10^4$  rad,  $W_1 = 0.001$  rad,  $W_2 = 2 \times 10^7$  rad, y las diferencias pueden despreciarse ya que las curvas son prácticamente coincidentes. Los valores cuadráticos medios del error para las tensiones en las interfaces son, respectivamente,  $3.5 \times 10^{-5}$ ,  $5.9 \times 10^{-6}$ ,  $4.7 \times 10^{-6}$ .

La verificación de que el modelo equivalente, simulado utilizando MATLAB, brinda predicciones similares al modelo completo es tan importante como el hecho de que la ganancia en tiempo computacional es muy alta. Para el caso considerado, el tiempo de procesamiento necesario es entre 30 y 50 veces menor que el requerido por FEM. La

eficiencia en el cómputo numérico es esencial en el problema directo, dado que la resolución del problema inverso requiere la repetida solución del mismo.

#### 4 RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA INVERSO

El problema inverso procura la identificación de parámetros acústicos de las capas que componen una muestra de material. Para este problema los datos disponibles provienen de la señal de tensión en el dominio de la frecuencia,  $\mathbf{s}_m^*$ , registrada en el extremo de la muestra, dado que estamos considerando mediciones de transmisión. En este trabajo utilizamos mediciones simuladas que se generan agregando ruido,  $\mathbf{e}(t)$ , a la tensión temporal presente en el extremo de la muestra,  $\mathbf{s}_{N+1}(t, \mathbf{p}_t)$ . El ruido está representado por un proceso gaussiano de ruido blanco y  $\mathbf{s}_{N+1}(t, \mathbf{p}_t)$  se obtiene analíticamente resolviendo teóricamente el problema definido en la Ec. (6) para los valores verdaderos de los parámetros.

$$\mathbf{s}_m(t) = \mathbf{s}_{N+1}(t) + \mathbf{e}(t) \quad (8)$$

La Transformada de Fourier de las mediciones simuladas,  $\mathbf{s}_m^*(\mathbf{w}) = F\{\mathbf{s}_m(t)\}$ , se calcula numéricamente utilizando el bien conocido algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT).

Un problema de minimización formulado como un funcional de mínimos cuadrados (Ec.(9)) debe resolverse para obtener el vector de parámetros,  $\mathbf{p}$ , es decir:

$$\text{Min}_{\mathbf{p}} J(\mathbf{p}) = \left\| \mathbf{s}_m^* - \mathbf{s}_{N+1}^*(\mathbf{p}) \right\|^2 \quad (9)$$

donde  $\mathbf{s}_{N+1}^*(\mathbf{p})$  es la tensión obtenida por el modelo equivalente (Ec.(5)). El vector de parámetros buscado  $\mathbf{p}$  contiene el tiempo de tránsito y las impedancias acústicas características de cada capa. Considerando que las mediciones son discretas y se registran para M diferentes frecuencias, el funcional se reescribe como:

$$J(p) = \sum_{w_i=w_1}^{w_M} (\mathbf{s}_m^*(w_i) - \mathbf{s}_{N+1}^*(\mathbf{p}, w_i))^2 \quad (10)$$

Para evaluar  $J(\mathbf{p})$ , el cálculo de  $\mathbf{s}_{N+1}^*(\mathbf{p}, \mathbf{w})$  para cada  $\mathbf{p}$ , y también de la velocidad  $v_l^*(\mathbf{w})$  calculada a partir de la Ec.(7), son necesarios. La relación no lineal entre los parámetros desconocidos y  $\mathbf{s}_{N+1}^*(\mathbf{p}, \mathbf{w})$  es obvia al observar la Ec.(5). Dado que no es posible evaluar la unicidad y existencia de la solución del problema de mínimos cuadrados expresado en la Ec.(10) para casos en los que la formulación del problema directo es no lineal, analizamos las características del problema considerando casos particulares. Nos enfocamos en diferentes materiales compuestos todos por tres capas, por lo tanto esperamos obtener la estimación de  $\mathbf{p} = [t_1 \ t_2 \ t_3 \ Z_1 \ Z_2 \ Z_3]^T$  como la solución del problema inverso.

El problema de mínimos cuadrados no lineal puede, en principio, resolverse implementando una metodología de optimización numérica, como el bien conocido algoritmo de Levenberg-Marquardt (D. Marquardt, 1963). Una representación simplificada del procedimiento iterativo se muestra en el diagrama de flujo de la Fig. 5. Sin embargo, el diagrama completo de la Fig. 6 muestra el pre-procesamiento de los datos necesario para hallar el mínimo global. Los bloques denominados "Transformación en Frecuencia" indican el cálculo de la Transformada de Fourier y la selección de la banda de frecuencias (BW) aplicados a la señal de tensión en ambos extremos del material.

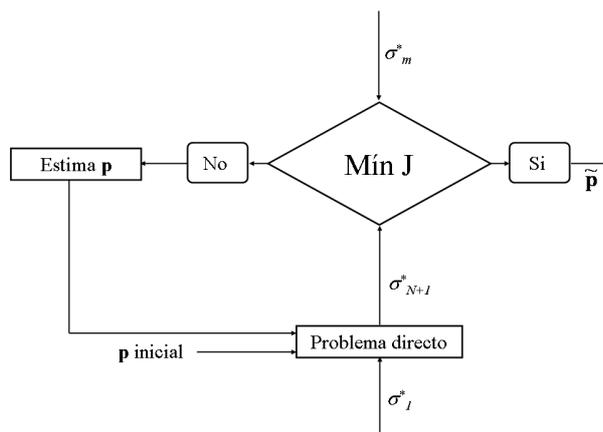


Figura 5: Diagrama de flujo del algoritmo del PI.

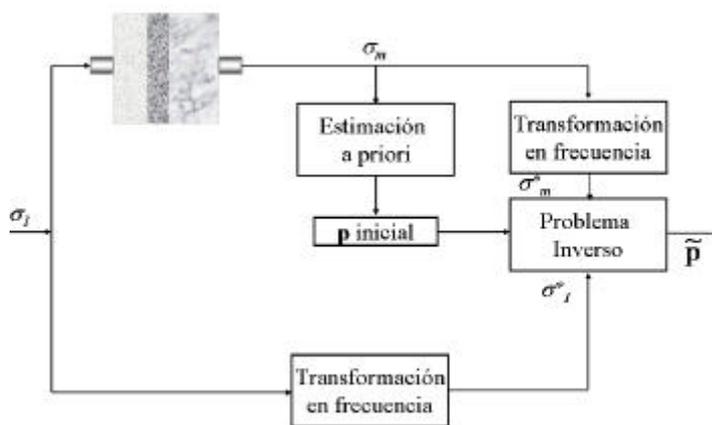


Figura 6: Diagrama de flujo de la metodología del procesamiento de datos.

La metodología para elegir los valores iniciales de los parámetros, indicado en otro bloque, se basa en los ecos de la señal transmitida y es explicada en detalle a continuación.

### 4.1 Selección del rango de frecuencias

De acuerdo al rango de frecuencias utilizado para calcular la Ec.(10), el espacio de parámetros define las características de una superficie. Esta situación se ilustra en la Fig. 7, donde mostramos la superficie y las correspondientes curvas de nivel obtenidas cuando  $J(\mathbf{p})$  se calcula en función de los tiempos de tránsito de dos de las capas, por ejemplo,  $t_1$  y  $t_2$ , dejando fijos todos los demás parámetros en sus verdaderos valores para el caso del Material 1. La superficie no es independiente del rango de frecuencias de  $\mathbf{S}_m^*(\mathbf{w})$ .

En la Fig. 8 se muestran las señales de excitación aplicadas en los diferentes casos estudiados y sus respectivos espectros de amplitud. En base a estos espectros hemos determinado la banda de frecuencia (BW) utilizada para resolver nuestro PI. La Fig. 7(a) se obtiene cuando el BW está centrado en el máximo del espectro de potencia, como se indica en la Fig. 8(a). El problema relacionado con el hecho de que la superficie tiene múltiples mínimos puede abordarse seleccionando valores iniciales para los tiempos de tránsito que no estén muy alejados de sus verdaderos valores. La superficie más suave que se ve en la Fig.

7(b) corresponde a las bajas frecuencias de  $\mathbf{s}_m^*(\mathbf{w})$ . Una potencial mejora en la evolución del algoritmo en este caso es contrarrestada por una convergencia muy lenta y la baja relación señal/ruido.

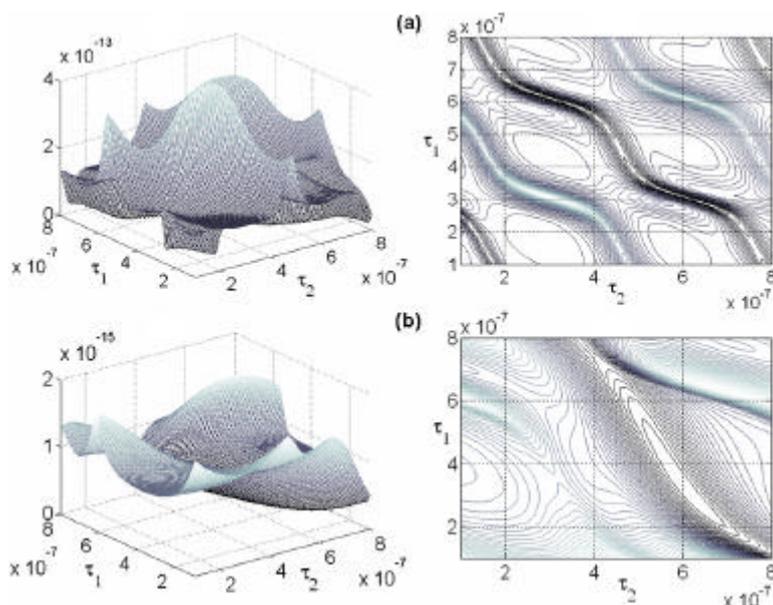


Figura 7: Superficies de parámetros para dos bandas de frecuencias diferentes.

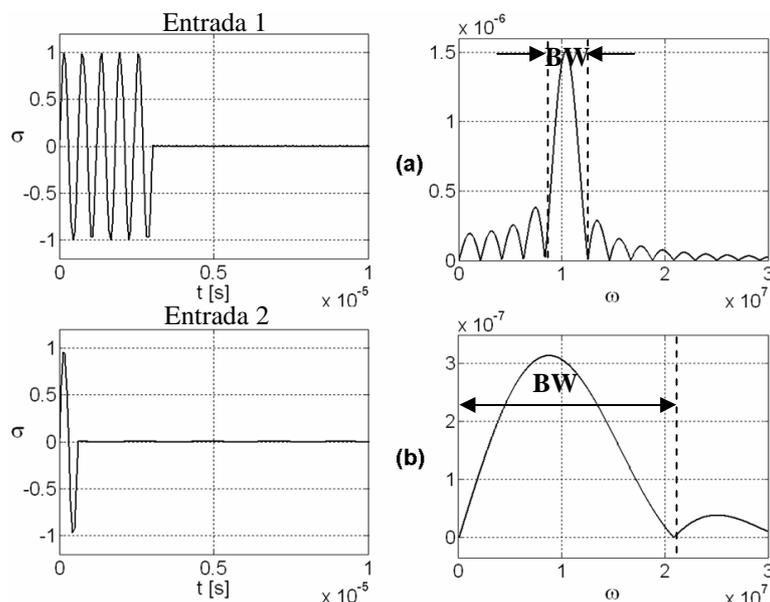


Figura 8: Señales de excitación utilizadas y sus respectivos espectros.

### 4.2 Selección de valores iniciales

La completa incertidumbre de las impedancias características no implica un incremento en la dificultad de resolver el problema inverso; la solución correcta es hallada a partir de valores iniciales al azar. Al contrario, los tiempos de tránsito no pueden inicializarse aleatoriamente. Los mismo aparecen en el argumento de las funciones trigonométricas en el problema directo (Ec.(5)) y estas relaciones cíclicas no lineales produce muchos mínimos locales en el funcional, como se estableció anteriormente. Por lo tanto es crucial obtener estimaciones a priori de los tiempos de tránsito para alcanzar el mínimo global. Basándonos en la señal de

transmisión medida proponemos detectar los ecos correspondientes a las diferentes capas. Esto es posible para diferentes tipos de materiales en capa con combinaciones de espesores y tiempo de tránsito tales que los tiempos de llegada se relacionan con los tiempos de tránsito por simples ecuaciones. Entonces, midiendo el tiempo total de tránsito,  $t_a$ , el tiempo para el primer eco,  $t_a+2t'_1$  y el segundo eco,  $t_a+2t'_2$ , puede obtenerse una primera estimación de los tiempos de tránsito (Fig. 9). En realidad, estos valores no pueden ser asignados a la reflexión de una capa en particular, pero pueden utilizarse como valores de prueba iniciales siempre y cuando no exista solapamiento de ecos. Si el orden de los ecos es diferente del verdadero, el procedimiento de minimización muy probablemente fallará, pero será exitoso para el correcto ordenamiento.

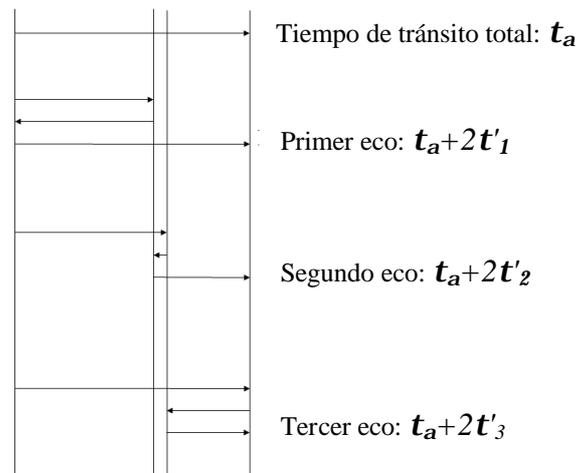


Figura 9: Ecos principales.

## 5 ERROR EN LA APLICACIÓN DEL MODELO

Como ya hemos mencionado, el modelo de la línea de transmisión se aplica a un problema unidimensional, es decir que las capas que conforman el material deben ser totalmente paralelas. Esa es una característica que muy pocos materiales cumplen en la realidad. Es por eso que se llevó a cabo la evaluación del error generado al aplicar este modelo a un problema en que las caras son planas pero no paralelas, y por lo tanto la onda incide con cierto ángulo y en consecuencia sufre difracción. La Fig. 10 ilustra esquemáticamente esta situación.. Se estudiaron tres casos (A:  $\alpha=1,14^\circ$  y B:  $\alpha=2,52^\circ$  en la interfaz 1; C:  $\alpha=1.14^\circ$  en la interfaz 2), aplicados al Material 1 para la Entrada 1.

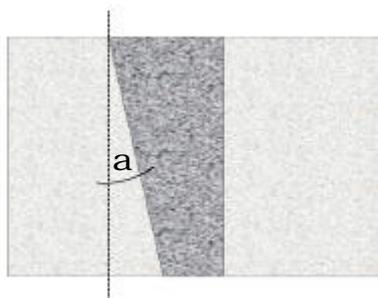


Figura 10: Material compuesto con interfaces no paralelas.

Para llevar a cabo este estudio las mediciones simuladas se obtuvieron directamente con COMSOL<sup>®</sup>, utilizando similares condiciones de contorno a las utilizadas para resolver el problema unidimensional. Se registraron señales de 50 *ms*.

En la Fig. 11 se muestra en líneas de puntos el espectro de amplitud de la señal simulada con FEM para uno de los casos señalados anteriormente, y con líneas llenas el obtenido teóricamente a partir del modelo empleado en este trabajo.

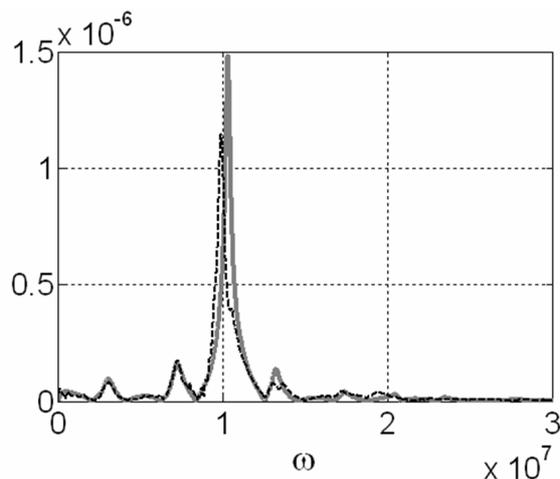


Figura 11: comparación de espectros de amplitud.

## 6 RESULTADOS

La metodología propuesta se probó en ejemplos simulados: tres diferentes materiales compuestos con las propiedades expuestas en la Tabla 1, para dos señales de excitación, una de banda mucho más ancha que la otra, mostradas en la Fig. 8. Las mediciones se simularon de acuerdo a la Ec. (8) perturbadas con diferentes niveles de ruido para considerar una situación más realista. La Fig. 12 muestra las representaciones temporales y en frecuencia de las mediciones correspondientes a todos los casos analizados para un nivel de ruido de 1%.

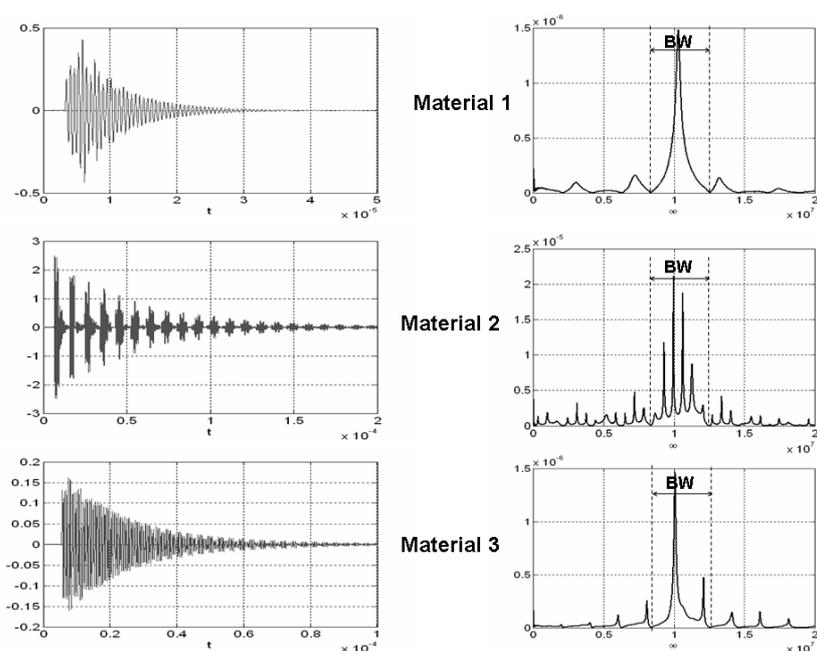


Figura 12(a): Tensiones simuladas en cada uno de los materiales con la Entrada 1.

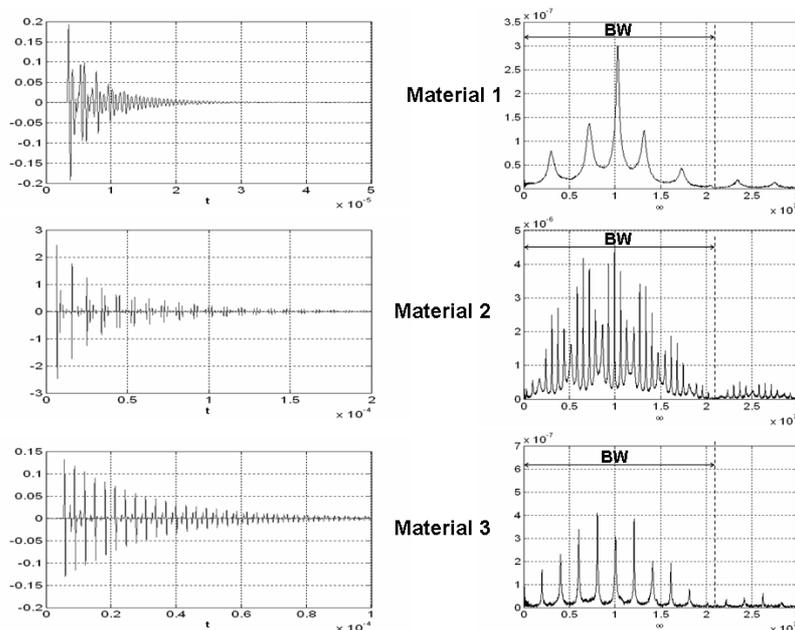


Figura 12(b): Tensiones simuladas en cada uno de los materiales con la Entrada 2.

Las mediciones de tensiones temporales se muestran amplificadas en la Fig. 13, donde pueden verse los ecos que sirven para calcular las primeras estimaciones para los tiempos de tránsito. La primera columna de la Tabla 2 muestra esos valores, así como también los valores estimados para cada parámetro en todos los casos. Puede verse que los valores estimados son los correctos utilizando cualquiera de las entradas.

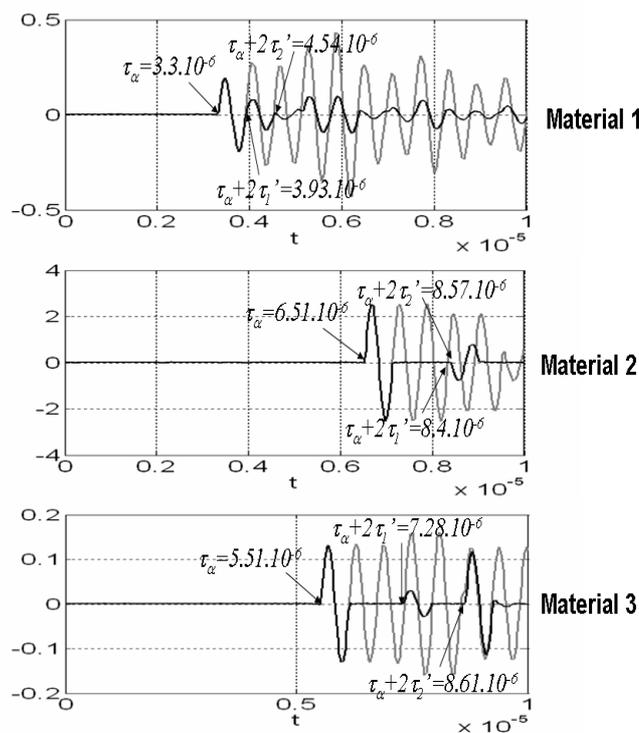


Figura 13: retardos iniciales estimados en cada material

		Estimación inicial	Entrada 1	Entrada 2
<b>Material 1</b>	$Z_1$ (MRayl)	--	18.7507	18.7425
	$Z_2$ (MRayl)	--	7.5997	7.6112
	$Z_3$ (MRayl)	--	1.5700	1.5745
	$t_1$ (ms)	0.2625	0.3008	0.3008
	$t_2$ (ms)	0.7225	0.6211	0.6211
	$t_3$ (ms)	2.3150	2.3949	2.3950
<b>Material 2</b>	$Z_1$ (MRayl)	--	3.1609	3.1677
	$Z_2$ (MRayl)	--	17.9519	17.9608
	$Z_3$ (MRayl)	--	46.9777	46.9884
	$t_1$ (ms)	4.535	4.5742	4.5742
	$t_2$ (ms)	0.945	0.9425	0.9425
	$t_3$ (ms)	1.030	1.0153	1.0153
<b>Material 3</b>	$Z_1$ (MRayl)	--	17.3364	17.2352
	$Z_2$ (MRayl)	--	1.0690	1.0634
	$Z_3$ (MRayl)	--	1.7943	1.7849
	$t_1$ (ms)	1.5475	1.5577	1.5577
	$t_2$ (ms)	0.8825	0.8895	0.8897
	$t_3$ (ms)	3.085	3.0770	3.0762

Tabla 2: valores estimados con mediciones ruidosas ( $\text{std}_e=1\%$ ).

Para mayores niveles de ruido observamos que no hay problemas de estabilidad y el error en las estimaciones aumenta en la misma medida que aumenta el nivel de ruido.

En cuanto a la resolución del problema cuando el material no cumple con el supuesto de caras paralelas, se resolvió el PI para los tres casos ilustrados en la Fig. 10. En todos ellos el problema tuvo una solución única, como se muestra en la Tabla 3.

		Estimación inicial	Material 1
<b>Caso A</b>	$Z_1$ (MRayl)	--	19.1760
	$Z_2$ (MRayl)	--	6.6468
	$Z_3$ (MRayl)	--	1.4750
	$t_1$ (ms)	0.345	0.3206
	$t_2$ (ms)	0.650	0.6343
	$t_3$ (ms)	2.305	2.4449
<b>Caso B</b>	$Z_1$ (MRayl)	--	20.5590
	$Z_2$ (MRayl)	--	7.2173
	$Z_3$ (MRayl)	--	1.4750
	$t_1$ (ms)	0.325	0.3271
	$t_2$ (ms)	0.605	0.6105
	$t_3$ (ms)	2.370	2.3712
<b>Caso C</b>	$Z_1$ (MRayl)	--	18.9920
	$Z_2$ (MRayl)	--	6.9716
	$Z_3$ (MRayl)	--	1.3979
	$t_1$ (ms)	0.350	0.3103
	$t_2$ (ms)	0.630	0.6300
	$t_3$ (ms)	2.320	2.5140

Tabla 3: Valores estimados en los casos en que hay error en la aplicación del modelo.

Los valores iniciales para los retardos se obtuvieron de forma similar al caso del problema unidimensional, mediante la observación de las señales temporales simuladas. Los valores iniciales de las impedancias fueron elegidos aleatoriamente.

## 7 CONCLUSIÓN

En este trabajo hemos utilizado un circuito eléctrico equivalente para obtener las señales de tensión que aparecen en las interfaces de un material en capas mediante un experimento de transmisión de onda ultrasónica. La señal de tensión transmitida es el resultado de resolver el problema directo, el que toma una forma cerrada en el dominio de la frecuencia. La forma de onda en el dominio temporal se obtiene calculando numéricamente la Transformada Inversa de Fourier. Se mostró que el modelo equivalente ahorra tiempo computacional sin perder exactitud.

El objetivo de este trabajo fue investigar la posibilidad de identificar las propiedades acústicas de un material multicapa formulando un problema inverso para un experimento de transmisión ultrasónica.

El procedimiento propuesto se basa en el registro de una única forma de onda completa luego de que la misma viaja a través de las capas. El problema se planteó como un problema inverso en el que las incógnitas forman un conjunto reducido de parámetros relacionados con las propiedades mecánicas de la secuencia de capas. El modelo, que depende de los parámetros se utiliza para predecir la transformación de la forma de la forma de onda y compararla con la medición. Un funcional de costo escalar se definió para cuantificar la diferencia entre los datos, generados sintéticamente en este trabajo, y las formas de onda predichas numéricamente basándose en el modelo equivalente. Se analizaron aspectos como la existencia de una solución única y la estabilidad de la convergencia. Encontramos que hay una relación entre el rango de frecuencias usado para evaluar el funcional y la existencia de múltiples mínimos en la solución.

Se estudiaron materiales compuestos por tres capas de diferentes propiedades, y se consideraron mediciones perturbadas con ruido aleatorio y casos en los que el modelo utilizado en el algoritmo de inversión es aproximado.

Los valores de las impedancias características se calcularon con gran precisión para todos los casos en los que el modelo utilizado puede considerarse como exacto. Los tiempos de tránsito, también estimados de manera exacta, necesitaron una evaluación previa a partir de la observación de las reflexiones registradas en la señal transmitida.

En los casos en los que el error está en el hecho de utilizar un modelo aproximado, las estimaciones de los parámetros son menos precisas, aunque se obtienen valores aceptables para caracterizar la muestra, considerando que se parte de un total desconocimiento de las propiedades del material.

## REFERENCIAS

- Bochud, N. Procesado de señal para evaluación no destructiva ultrasónica. Tesis de Maestría en Sistemas Multimedios, Departamento de Teoría de Señales, Redes y Comunicaciones, Universidad de Granada, 2010.
- Bochud, N., Gomez, A., Rus, G., Carmona, J. L., Peinado, A., Robust parametrization for non-destructive evaluation of composites using ultrasonic signals. ICASSP-IEEE 2011, pp:1789-1792. Praga.
- Castillo, M., Acevedo, P. and Moreno, E., KLM model for lossy piezoelectric transducers, *Ultrasonics*, 41, 671, 2003.

- Cheeke, J. D. N., *Nondestructive Evaluation (NDE) of materials in Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*. CRC Press LLC, 2002.
- Fellah, Z.E.A., Mitri, F.G., Fellah, M., Ogun, E., Depollier, C., Ultrasonic characterization of porous absorbing materials: Inverse Problem. *Journal of Sound and Vibration*, 302, 746-759, 2007.
- Ghorayeb, S. R., Maione, E. and La Magna, V., Modeling of Ultrasonic Wave Propagation in Teeth Using PSpice: A Comparison with Finite Element Model, *IEEE Trans. on UFFC*, 48, 4, 1124, 2001.
- Hägglund, F., Carlson, J. E., Anderson, T., Ultrasonic classification of thin layers within multi-layered materials. *Meas. Sci. Thecnolog*, 21 015701 (9 pp), 2010.
- Kino, G.. *Acoustic waves: devices, imaging and analog signal processing*. Prentice-Hall, 1987.
- Maione, E., Tortoli, P., Lypacewicz, G., Nowicki, A. and Resid, J. M., Pspice modelling of ultrasonic transducers: comparison of software models to experiment, *IEEE Trans. on UFFC*, 46, 2, 399-406, 1999.
- Marquardt, D.. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11: 431-441, 1963.
- Rosenbaum, J. *Bulk acoustic waves theory and devices*, Artech House, Inc, Norwood, USA, 1988.
- Rus, G. and García-Martínez, J., Ultrasonic tissue characterization for monitoring nanostructured TiO<sub>2</sub>-induced bone growth. *Phys. Med. and Biol.*, 52, 3531-3547, 2007.