

ESTUDIO COMPARATIVO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA DISPOSITIVOS SEMI-ACTIVOS DE CONTROL DE VIBRACIONES

Oscar Curadelli^{a, b,} , Marta Amani^a

^a *Grupo de Dinámica Experimental, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Centro Universitario, Parque Gral. San Martín, Mendoza, Argentina, ocuradelli@fing.uncu.edu.ar*

^b *Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, CONICET, <http://www.conicet.gov.ar>*

Palabras Clave: Control semi-activo, Control de vibraciones.

Resumen. Los dispositivos semi-activos son extensamente usados para controlar vibraciones en estructuras. Debido a que su comportamiento es altamente no lineal, es de principal interés el desarrollo de algoritmos de control adecuados en la aplicación de esta tecnología. En este trabajo se estudian diferentes tipos de algoritmos basados en la teoría de control óptimo para ser usados con dispositivos semi-activos. Por simulación, se evalúa el desempeño del sistema de control que resulta al implementar diferentes estrategias. Las ventajas y desventajas de cada algoritmo son discutidas. Los resultados demuestran que el desempeño del sistema de control es altamente dependiente del algoritmo empleado.

1 INTRODUCTION

Los dispositivos de control de vibraciones semi-activos son caracterizados por su capacidad de cambiar sus propiedades dinámicamente y generar fuerzas, usando el movimiento de la estructura, para controlar la respuesta del sistema con una cantidad reducida de energía (Housner, 1997; Spencer y Sain, 1997). Se clasifican en dos categorías: 1) Rigidez variable, y 2) Amortiguamiento variable. En el primer grupo, se encuentran aquellos dispositivos que modifican la rigidez de una parte de la estructura para evitar la condición de resonancia. El segundo grupo, se compone de aquellos dispositivos para disipar energía a los cuales se le modifican sus propiedades para lograr grandes reducciones de la respuesta estructural. De la misma manera que los sistemas activos, los sistemas semi-activos poseen un controlador que monitorea la salida del sistema y desarrolla señales adecuadas para seleccionar la rigidez y/o amortiguamiento de los dispositivos. Actualmente, han sido propuestos en la literatura científica una gran variedad de este tipo de dispositivos (Dyke et al. 1998; Gavin et al. 1996; Inaudi, 1997). Debido a que los dispositivos semi-activos solo pueden absorber o acumular la energía vibratoria de una estructura, poseen una estabilidad similar a la de los dispositivos pasivos con características de adaptabilidad comparables a los activos pero requiriendo menor energía para su funcionamiento. Sin embargo por su naturaleza no lineal, un aspecto importante para utilizar esta tecnología en estructuras reales, es diseñar adecuados algoritmos de control para alcanzar altos niveles de desempeño. Dyke y Spencer (1997) y Jansen et al. (2000) evaluaron diferentes estrategias de control semi-activo utilizando como dispositivo de control amortiguadores magneto-reológicos. Los resultados demostraron que del desempeño del sistema de control de vibraciones es altamente dependiente del algoritmo elegido. Evaluaciones experimentales fueron llevadas a cabo por Symans y Constantinou (1995), Dyke et al. (1998) y Yi et al. (2001). Varias estrategias, basadas en control óptimo recortado, han sido desarrolladas e implementadas para sistemas semi-activos (Yang et al. 1992; Sack et al. 1994; Dyke, 1996; Sadek y Mohraz, 1998). La selección adecuada de un algoritmo de control depende del tipo de no linealidad del dispositivo semi-activo, el número de dispositivos a ser instalados en la estructura y del sistema de medición disponible para obtener las señales de retroalimentación.

El objetivo de este trabajo es estudiar diferentes tipos de algoritmos basados en la teoría de control óptimo para ser usados en sistemas de control semi-activos de múltiples entradas (múltiples dispositivos de control distribuidos en determinados pisos de la estructura) compuestos por dispositivos con amortiguamiento variable. Se evalúan tres estrategias (algoritmos de control) entre las que se incluyen, control óptimo recortado, control óptimo generalizado recortado y asignación de polos. La eficiencia de cada algoritmo de control, para controlar la respuesta estructural, se evalúa a través de cuatro índices de desempeño. El estudio se lleva a cabo sobre un pórtico plano con seis pisos (seis grados de libertad) al cual se le modifica paramétricamente la rigidez de manera de obtener un intervalo de periodos fundamentales entre 0.6s y 2s. El sistema de control está compuesto por dos dispositivos semi-activos instalados en los pisos inferiores con coeficientes de amortiguamientos variables comprendidos entre dos valores límites, $C_{mín}$ y $C_{máx}$. A los efectos de comparación se incluyen los dos sistemas de control pasivos correspondientes, con valores constantes de coeficientes de amortiguamiento, $C_{mín}$ y $C_{máx}$. Como excitación se seleccionaron 4 registros sísmicos con propiedades diferentes.

2 ALGORITMOS DE CONTROL SEMI-ACTIVOS

La ecuación diferencial de movimiento para n grados de libertad con matrices de masa, M ,

amortiguamiento, C , y Rigidez, K , con m dispositivos de control semi-activo y bajo una aceleración del suelo $x_g''(t)$ es dada por:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = Uu - M1\ddot{x}_g \quad (1)$$

en la cual x representa el vector de desplazamientos relativos, u representa el vector de fuerzas de control generadas por los amortiguadores semi-activos, 1 es el vector unitario y U define las posiciones de los dispositivos de control. Usando la representación en espacio-estado la Eq. (1) se puede escribir como:

$$\dot{z} = Az + Bu + H\ddot{x}_g \quad (2)$$

$$y = Cz + v \quad (3)$$

Siendo

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}U \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (7)$$

en la cual $z = [x^T, \dot{x}^T]$ es el vector de estado, y es el vector de la salida medida, A es la matriz de estado, B es la matriz de entrada, C es la matriz de salida, I es la matriz identidad y v es el vector que tiene en cuenta el ruido de medición, despreciado en este trabajo.

A partir de la definición de la matriz C , Eq.(7), se admite que es posible medir los desplazamientos y velocidades de todos los grados de libertad, es decir retroalimentación de salida completa.

A continuación se describen las tres estrategias de control semi-activo estudiadas entre las que se incluyen, control óptimo LQR recortado, control óptimo LQR generalizado recortado y asignación de polos.

2.1 Control óptimo LQR recortado

Este algoritmo de control, referido en este trabajo como algoritmo SA-1, es basado en el algoritmo de control LQR (linear quadratic regulator) clásico (Soong, 1990), en el cual la fuerza de control u es determinada minimizando, sobre la duración de la excitación, la siguiente función de costo cuadrática:

$$J = \int_0^{t_f} [z^T Q z + u^T R u] dt \quad (8)$$

en donde t_f es la duración de la excitación, Q y R son matrices de peso, positiva semidefinida y positiva definida, respectivamente, dadas por (Wu et al. 1995):

$$Q = q \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$R = rI \quad (10)$$

en las cuales q y r son escalares arbitrarios. Si los elementos de Q son mayores que los de R , entonces la reducción de z tiene prioridad sobre la reducción de u . Para una configuración de lazo cerrado, la minimización de la Eq. (8) bajo la restricción de la Eq.(2) resulta en una

fuerza de control u que es función del vector de estado z dada por:

$$u = -\frac{1}{2}R^{-1}B^T Pz = Gz \quad (11)$$

En la cual G es la matriz de ganancia y P es la solución de la ecuación clásica de Riccati, la cual despreciando los términos de la excitación se reduce a la siguiente expresión:

$$PA + A^T P - \frac{1}{2}PBR^{-1}B^T P + 2Q = 0 \quad (12)$$

El coeficiente de amortiguamiento del i ésimo amortiguador en el instante t se puede determinar como:

$$c_i^* = \frac{u_i}{\dot{x}_{ri}} = \frac{\sum_{j=1}^{2n} G_{i,j} z_j}{\dot{x}_{ri}} \quad i = 1, \dots, m \quad (13)$$

en la cual \dot{x}_{ri} es la velocidad relativa entre los extremos del i ésimo amortiguador.

Teniendo en cuenta que el coeficiente de amortiguamiento de cada amortiguador tiene que ser ajustado entre dos valores límites, C_{\min} y C_{\max} se debe recortar el valor dado por la Eq.(13) de acuerdo a:

$$c_i = \begin{cases} C_{\min,i} & c_i^* \leq C_{\min,i} \\ c_i^* & C_{\min,i} < c_i^* < C_{\max,i} \\ C_{\max,i} & c_i^* \geq C_{\max,i} \end{cases} \quad (14)$$

2.2 Control óptimo LQR generalizado recortado

Este algoritmo de control, referido en este trabajo como algoritmo SA-2, fue introducido por Yang et al. (1992) para control activo y es adaptado a control semi-activo en este trabajo. En este caso, la función de costo es aumentada imponiendo una penalidad sobre las aceleraciones absolutas de cada grado de libertad como se muestra a continuación:

$$J = \int_0^{t_f} [z^T Qz + \dot{x}_a^T Q_a \dot{x}_a + u^T Ru] dt \quad (15)$$

en la cual \dot{x}_a es el vector de aceleración absoluta y Q_a es una matriz de peso, positiva semidefinida, dada por:

$$Q_a = q_a I \quad (16)$$

en la cual q_a es un escalar arbitrario. Si los elementos de Q_a son mayores que los de Q , entonces la reducción de \dot{x}_a tiene prioridad sobre la reducción de z . La aceleración absoluta \dot{x}_a se puede determinar como:

$$\dot{x}_a = A_o z + B_o u \quad (17)$$

en la cual $A_o = [-M^{-1}K \quad -M^{-1}C]$ y $B_o = [-M^{-1}U]$

Minimizando la Eq.(15) bajo la restricción de la Eq.(2) resulta en una fuerza de control u que es función del vector de estado z dada por:

$$u = -\frac{1}{2}\hat{R}^{-1}(B^T \hat{P} + 2B_o^T Q_a A_o)z = \hat{G}z \quad (18)$$

en la cual \hat{G} es la matriz de ganancia y \hat{P} es la solución de la ecuación clásica de Riccati, la cual despreciando los términos de la excitación se reduce a:

$$\hat{P}\hat{A} + \hat{A}^T \hat{P} - \frac{1}{2}\hat{P}B\hat{R}^{-1}B^T \hat{P} + 2\hat{Q} = 0 \quad (19)$$

Siendo

$$\begin{aligned}
 \hat{R} &= R + B_o^T Q_a B_o \\
 \hat{Q} &= Q + A_o^T Q_a A_o - A_o^T Q_a B_o \hat{R}^{-1} B_o^T Q_a A_o \\
 \hat{A} &= A - B \hat{R}^{-1} B_o^T Q_a A_o
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

De la misma forma que en para el algoritmo *SA-1*, el coeficiente de amortiguamiento tiene que ser calculado y recortado por las Eqs. (13) y (14) respectivamente, substituyendo G por \hat{G} .

2.3 Asignación de polos

Este último algoritmo de control, referido en este trabajo como algoritmo *SA-3*, es también llamado localización de polos y constituye otro algoritmo dentro de la teoría de control moderno (Graham y Vincent, 1993). Se sabe que los autovalores (polos del sistema) de la matriz A , definida por la Eq.(4), determinan las características dinámicas del sistema de lazo abierto (frecuencias y amortiguamientos modales). Similarmente, los autovalores de la matriz $A_c = A - BG$ (Eqs.(2) y (11)) determinan las características dinámicas del sistema de lazo cerrado. Por lo tanto, teniendo en cuenta que las características dinámicas determinan el comportamiento y la respuesta del sistema a una determinada excitación externa, es posible seleccionar autovalores del sistema de lazo cerrado para lograr un comportamiento deseado, a partir de la selección adecuada de la matriz de ganancia, G . Esta estrategia de control para seleccionar la matriz de ganancia, G , de manera tal, que el sistema de lazo cerrado tenga los polos deseados, constituye el algoritmo llamado Asignación de Polos. Este algoritmo es muy útil en dinámica estructural, debido a que en la respuesta del sistema a cargas sísmicas o de viento, generalmente, participan pocos modos significativos (polos). Esto hace que los autovalores del sistema de lazo cerrado puedan ser fácilmente y claramente seleccionados para lograr un desempeño estructural deseado. El procedimiento utilizado en este trabajo para obtener la matriz de ganancia G , a partir de los polos seleccionados, es el propuesto por Kaustky et al. (1985) no reproducido aquí.

3 ESTRUCTURA ANALIZADA E ÍNDICES DE DESEMPEÑO

Para evaluar los algoritmos descriptos se considera un pórtico plano de un vano y seis (6) pisos en el cual se ha instalado dispositivos de control en los dos primeros (Figura 1). La masa de cada piso se estima en $m_i = 0.227$ kg, la rigidez de referencia es $k_i = 29700$ N/m y la relación de amortiguamiento propio de la estructura se admite en 0.5% en cada modo. Cada dispositivo de control es capaz de proveer un coeficiente de amortiguamiento que puede variar entre $C_{mín} = 246$ Ns/m y $C_{máx} = 1230$ Ns/m.

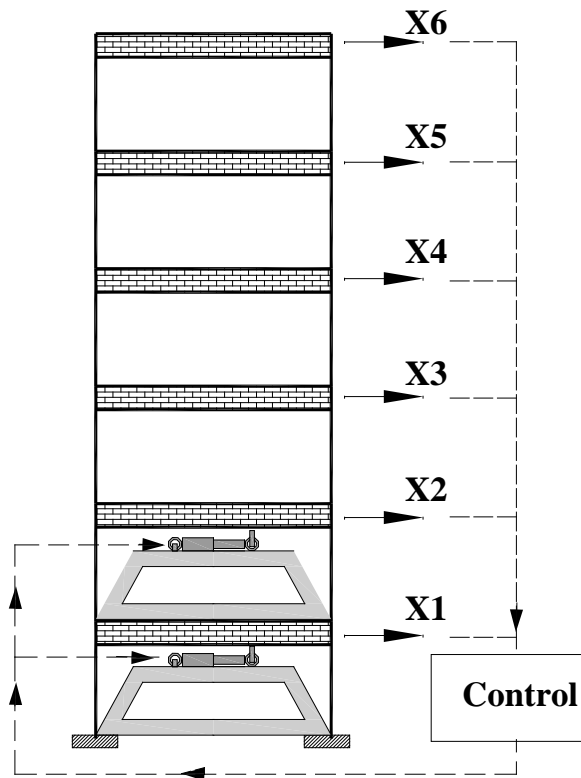


Figure 1. Estructura analizada.

A los efectos de realizar una evaluación robusta de la eficiencia de los algoritmos de control, en el estudio se contemplan estructuras “rígidas” y “flexibles”, para ello se consideraron cuatro (4) estructuras con periodos fundamentales igual a $T = 0.6s, 1s, 1.5s$ y $2s$ escalando la rigidez k_i adecuadamente.

La eficiencia de cada algoritmo de control estudiado fue evaluada a través de cuatro índices de desempeño definidos a continuación:

- 1) J_1 , definido como la relación máxima entre los desplazamientos máximos de la estructura controlada y no controlada expresado por:

$$J_1 = \max \left(\frac{\max |x_i^c|}{\max |x_i^{nc}|} \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (21)$$

- 2) J_2 , definido como la relación máxima entre las distorsiones máximas de piso de la estructura controlada y no controlada expresado por:

$$J_2 = \max \left(\frac{\max |d_i^c|}{\max |d_i^{nc}|} \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (22)$$

- 3) J_3 , definido como la relación máxima entre las aceleraciones absolutas máximas de la estructura controlada y no controlada expresado por:

$$J_3 = \max \left(\frac{\max |a_i^c|}{\max |a_i^{nc}|} \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (23)$$

- 4) J_4 , definido como la relación máxima entre las fuerzas de control máximas de la estructura controlada y el peso de la estructura expresado por:

$$J_4 = \max \left(\frac{\max |f_i^c|}{W} \right) \quad i = 1, \dots, n \quad (24)$$

en la cual $\max|*|$ indica el valor máximo que alcanza la variable analizada en el *i*ésimo piso, durante la duración del evento .

4 EXCITACIÓN

Para lograr resultados generales, en el análisis se consideraron los siguientes seis (6) acelerogramas con diferentes características, escalados a una amplitud pico igual a 1m/s^2 .

- Taft, CA, N21E, USA, 1952
- San Fernando, Pasadena, Cit Athenaeum, 000, USA, 1971.
- Loma Prieta, Halls Valley, 000, USA, 1989
- Lollelo, 010, Chile, 1985
- Caucete, San Juan, Argentina, 1977
- Imperial Valley, El Centro, 000, USA, 1979

Los índices de desempeño para cada estructura analizada fueron obtenidos como el promedio de los obtenidos con cada registro sísmico.

5 COMPARACIÓN DE ALGORITMOS

Como se mencionó anteriormente, la evaluación de la eficiencia de los algoritmos de control semi-activos incluyendo los dos controles pasivos, se realiza a través de la comparación de los índices definidos en sección 3. En las Tablas 1-4 se muestran los promedios de cada índice, obtenidos a partir de cada conjunto de registros sísmicos y para cada estructura analizada.

Cabe aclarar que para lograr una comparación válida entre sistemas de control, la selección de las matrices Q y R de penalización en los algoritmos semi-activos SA-1 y SA-2 se realizó de manera tal de lograr similares reducciones en desplazamientos (índice J_1) al del caso pasivo con alto amortiguamiento, $C_{m\acute{a}x}$. En el procedimiento para determinar la matriz de ganancia G , en el tercer algoritmo, Asignación de Polos SA-3, se seleccionaron los mismos polos del sistema de lazo cerrado del algoritmo SA-2 por su significativa eficiencia.

Estructura1 - T=0.6s					
Índice	Algoritmos de Control				
	Pasivo $C_{m\acute{i}n}$	Pasivo $C_{m\acute{a}x}$	SA-1	SA-2	SA-3
J_1	0.739	0.459	0.459	0.474	0.462
J_2	0.750	0.480	0.482	0.494	0.484
J_3	0.757	0.714	0.528	0.567	0.568
J_4	0.015	0.041	0.041	0.041	0.041

Tabla 1: Índices de desempeño. Estructura 1. (T=0.6s).

Estructura2 - T=1.0s					
Índice	Algoritmos de Control				
	Pasivo $C_{m\acute{i}n}$	Pasivo $C_{m\acute{a}x}$	SA-1	SA-2	SA-3
J_1	0.684	0.460	0.455	0.457	0.457
J_2	0.692	0.532	0.526	0.526	0.529
J_3	0.669	0.951	0.575	0.532	0.535
J_4	0.012	0.045	0.038	0.039	0.039

Tabla 2: Índices de desempeño. Estructura 2. (T=1.0s).

Estructura3 - T=1.5s					
Índice	Algoritmos de Control				
	Pasivo $C_{mín}$	Pasivo $C_{máx}$	SA-1	SA-2	SA-3
J_1	0.657	0.389	0.388	0.389	0.387
J_2	0.640	0.507	0.491	0.482	0.492
J_3	0.544	0.745	0.672	0.467	0.494
J_4	0.013	0.058	0.034	0.034	0.034

Tabla 3: Índices de desempeño. Estructura 3. (T=1.5s).

Estructura4 - T=2.0s					
Índice	Algoritmos de Control				
	Pasivo $C_{mín}$	Pasivo $C_{máx}$	SA-1	SA-2	SA-3
J_1	0.617	0.387	0.384	0.385	0.384
J_2	0.637	0.517	0.511	0.493	0.515
J_3	0.499	0.708	0.673	0.523	0.578
J_4	0.014	0.076	0.033	0.033	0.032

Tabla 4: Índices de desempeño. Estructura 4. (T=2.0s).

En [Tabla 1](#), se muestran los índices de desempeño para la Estructura 1 con periodo fundamental $T=0.6s$. Se observa que con el sistema pasivo con $C_{mín}$ se logra una reducción de los desplazamientos máximos (J_1), respecto del sistema no controlado, del orden de 26%. Con el resto de los sistemas de control, la reducción que se alcanza es mayor al 52% con un índice J_1 similar para cada uno de ellos. Un comportamiento similar presenta al índice J_2 . Las aceleraciones absolutas (J_3) son reducidas, en el orden de 27% para ambos casos con control pasivo. Con cada uno de los controles semi-activos se logran reducciones similares mayores al 40%. Las fuerzas máximas desarrolladas por los sistemas semi-activos (J_4) son todas iguales a 4.1% del peso de la estructura.

Los índices de desempeño para la Estructura 2, con periodo fundamental $T=1s$, se presentan en [Tabla 2](#). Se observa que en desplazamientos (J_1), se logran reducciones del orden de 54% y 32% con los sistemas pasivos con $C_{máx}$ y $C_{mín}$, respectivamente. Por otro lado, en el sistema con mayor reducción en desplazamientos se observan mayores aceleraciones (reducciones en aceleraciones absolutas del orden de 5% en sistemas pasivos con $C_{máx}$ y del orden de 33% con $C_{mín}$). Las reducciones en desplazamientos, (J_1), con los sistemas semi-activos son del orden de la reducción alcanzada con el sistema pasivo con $C_{máx}$ como fue predeterminado. Las reducciones en aceleraciones absolutas, (J_3), con los sistemas semi-activos son mayores al 42%, logrando la mayor reducción (46.8%) el sistema SA-2. Las fuerzas máximas de control en los tres sistemas semi-activos son alrededor de 3.9% del peso de la estructura.

La [Tabla 3](#) muestra los índices de desempeño obtenidos con la Estructura 3 de periodo fundamental $T=1.5s$. Se obtuvieron importantes reducciones en desplazamientos (del orden de 61%) con todos los sistemas semi-activos y con el pasivo con $C_{máx}$. Cabe resaltar que si bien hay una reducción en las aceleraciones absolutas respecto al sistema no controlado, con los sistemas pasivo con $C_{máx}$ y SA-1, éstas son mayores que con el sistema pasivo con $C_{mín}$. Es decir estos sistemas si bien reducen ampliamente los desplazamientos, no son tan eficientes en el control de aceleraciones. Sin embargo los algoritmos SA-2 y SA-3 presentan las mayores reducciones alrededor del 52%. Las fuerzas máximas de control en los tres sistemas semi-

activos son 3.4% del peso de la estructura.

Finalmente, los índices de desempeño para la Estructura 4 con periodo fundamental $T=2s$ se presentan en **Tabla 4**. Los resultados son similares al caso anterior. Es decir, se obtuvieron importantes reducciones en desplazamientos (61%) con los sistemas semi-activos inclusive con el pasivo con $C_{máx}$. Sin embargo todos los sistemas de control presentan aceleraciones superiores a la del sistema pasivo con $C_{mín}$. De los sistemas con control semi-activos el que logra mayor reducción (48%) es el SA-2. Las fuerzas máximas de control en los tres sistemas semi-activos son del orden de 3.3% del peso de la estructura.

6 CONCLUSIONES

El objetivo del presente trabajo fue evaluar la eficiencia de tres algoritmos de control semi-activos para controlar la respuesta estructural en los que se incluyen: 1) control óptimo recortado, 2) control óptimo generalizado recortado y 3) asignación de polos. Para el análisis se utilizó una estructura con 6 pisos, en la cual dos dispositivos de control fueron instalados en los dos pisos inferiores. Para obtener resultados en un intervalo de periodos fundamentales ($T=0.6s, 1s, 1.5s, 2s$) se modificó la matriz de rigidez de la estructura en forma paramétrica. Como excitación se seleccionaron 4 registros sísmicos con propiedades diferentes.

A partir de los resultados presentados en la sección anterior se puede concluir:

- Los sistemas de control con algoritmos semi-activos son altamente eficientes para reducir la respuesta estructural. Con energías muy bajas para modificar los coeficientes de amortiguamientos, se logra un importante control de la respuesta estructural.
- En sistemas rígidos con periodos menores a $T = 0.6s$, la utilidad de los sistemas semi-activos es relativa debido a que los sistemas pasivos con alto amortiguamiento logran una eficiencia en el control de los desplazamientos similar a la de cualquier sistema semi-activo sin acusar un deterioro importante en el control de las aceleraciones.
- En sistemas estructurales con periodos fundamentales igual o mayor a $T=1s$ en los cuales un incremento de amortiguamiento para controlar desplazamientos adversamente genera una pérdida de eficiencia en la reducción de aceleraciones absolutas, los sistemas semi-activos presentan ventajas respecto a los pasivos. Los sistemas semi-activos mantienen los mismos niveles de efectividad para controlar desplazamientos que poseen los sistemas pasivos con alto amortiguamiento, sin deteriorar la efectividad para controlar las aceleraciones absolutas que poseen los sistemas pasivos de bajo amortiguamiento. En este tipo de estructuras los algoritmos que mejor controlan las aceleraciones sin deterioro del control de desplazamientos son los SA-2 y SA-3 (tienen penalidad en las aceleraciones). Sobresaliendo aún más sus ventajas, en sistemas estructurales flexibles ($T \geq 1s$).

7 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el soporte financiero de CONICET y de la Universidad Nacional de Cuyo.

REFERENCIAS

- Housner, G.W., Bergman, L.A., Caughey, T.K., Chassiakos, A.G., Claus, R.O., Masri, S.F., Skelton, R.E., Soong, T.T., Spencer, B.F. y Yao, J.T.P., Structural Control: Past, Present, and Future. *Journal of Engrg. Mech.*, 123,9:897–971, 1997.
- Dyke, S.J., Spencer Jr., B.F., Quast, P., Sain, M.K., Kaspari Jr., D.C. y Soong, T.T., Acceleration Feedback Control of MDOF Structures. *Journal of Engrg. Mech., ASCE*, 122,9: 907–918, 1996.

- Dyke, S.J., Spencer Jr., B.F., Sain, M.K., y Carlson, J.D., Experimental Verification of Semi-Active Structural Control Strategies Using Acceleration Feedback. *Proc. of the 3rd Intl. Conf. on Motion and Vibr. Control*, Chiba, JAPAN, 3:291–296, 1996.
- Dyke, S.J., *Acceleration Feedback Control Strategies for Active and Semi-Active Systems: Modeling, Algorithm Development and Experimental Verification*. Ph.D. Dissertation, University of Notre Dame, Notre Dame, IN, 1996.
- Dyke, S.J., Spencer Jr., B.F., Sain, M.K., y Carlson, J.D., An Experimental Study of MR Dampers for Seismic Protection,” *Smart Materials and Structures: Special Issue on Large Civil Structures*, 7:693–703, 1998.
- Dyke, S.J. y Spencer Jr. B.F., A Comparison of Semi-Active Control Strategies for the MR Damper. *Proc. of the IASTED Intl. Conf. on Intelligent Info. Systems*, Bahamas, 580–584, 1997.
- Grantham, W.J. y Vincent, T.L., *Modern Control Systems: Analysis and Design*, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- Gavin, H.P., Hanson, R.D. y McClamroch, N.H., Control of Structures Using Electrorheological Dampers. *Proc. 11th World Conf. on Earthquake Engrg.*, Mexico, 1996.
- Inaudi, J.A. Modulated Homogeneous Friction: A Semi-active Damping Strategy. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 26,3:361–376, 1997.
- Kautsky, J., Nichols, N.K. y Van Dooren, P., Robust Pole Assignment in Linear State feedback. *International Journal of Control*, 41:1129–1155, 1985.
- Sack, R.L., Kuo, C.C., Wu, H.C., Liu, L. y Patten, W.N., Seismic Motion Control via Semiactive Hydraulic Actuators. *Proc. of the U.S. Fifth National Conference on Earthquake Engineering*, Chicago, Illinois, 2: 311–320, 1994.
- Sadek, F. y Mohraz, B., Semiactive Control Algorithms for Structures with Variable Dampers. *Journal of Engrg. Mech.*, ASCE, 124,9: 981–990, 1998.
- Soong, T.T., *Active structural control: Theory and practice*. John Wiley & Sons, Inc, New York, NY., 1990.
- Spencer Jr., B.F., Dyke, S.J., y Deoskar, H.S., Benchmark Problems in Structural Control-Part I: Active Mass Driver System. *Proc. of the ASCE Struc. Cong. XV*, Oregon, 1997.
- Spencer Jr., B.F. y Sain, M.K., Controlling Buildings: A New Frontier in Feedback. *IEEE Control Systems Magazine: Special Issue on Emerging Technologies* (Tariq Samad Guest Ed.), 17,6:19-35, 1997.
- Symans, M. D y Constantinou, M.C., Development and experimental study of semi-active fluid damping devices for seismic protection of structures. *Report No. NCEER-95-0011*, State Univ. of New York at Buffalo, 1995.
- Wu, Z., Soon, T. T., Gattuli, V., y Lin R. C., Nonlinear control algorithms for peak response reduction. *Tech. Rep. No. NCEER-95-0004*, Nat. Ctr. for Earthquake Engrg. Res. Buffalo. N.Y., 1995.
- Yang, J.N., Li, Z. y Vongchavalitkul, S., A Generalization of Optimal Control Theory: Linear and Nonlinear Structures. *Report No. NCEER-92-0026*, State Univ. of New York at Buffalo, 1992.
- Yi, F., Dyke, S.J., Caicedo, J.M., y Carlson, J.D., Experimental Verification of Multi-Input Seismic Control Strategies for Smart Dampers,” *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 127, 11:1152–1164, 2001.