

## EFFECTO DE DISTINTAS GEOMETRIAS DE LA SUPERFICIE SUPERIOR EN LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UNA CAVIDAD TRIDIMENSIONAL (3D)

Ester S. Esteban<sup>a</sup>, Ana M. Aramayo<sup>b</sup>, Luis Cardón<sup>a</sup>

<sup>a</sup>INENCO–Instituto de Energía No Convencional, Universidad Nacional de Salta, Facultad de Ciencias Exactas. Av. Bolivia 5150-4400, [s.esteban593@gmail.com](mailto:s.esteban593@gmail.com)

<sup>b</sup>Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. UNSa, Av. Bolivia 5150 - 4400  
Tel: 0387-4255424 - fax 0387 – 4255888, [aaramayo@unsa.edu.ar](mailto:aaramayo@unsa.edu.ar)

**Palabras Claves:** geometría de la superficie superior, convección natural, transferencia de calor.

### Resumen:

En trabajos anteriores, se ha estudiado la transferencia de calor en régimen de convección natural en cavidades bidimensionales con geometrías: triangular, trapezoidal con superficies inferior y superior inclinadas simétricamente, tipo paralelogramo. El estudio numérico realizado pudo cubrir número de Rayleigh ( $Ra$ ) de hasta  $10^8$ , debido a la utilización de una formulación adimensional de las ecuaciones gobernantes. El comportamiento obtenido del coeficiente de transferencia de calor convectivo,  $h$ , coincide con los resultados encontrados en la literatura. Esto es, para  $Ra < 10^7$  alcanza un valor constante, en tanto que para  $Ra \geq 10^7$  se observa un comportamiento oscilatorio.

En la bibliografía, existen distintos trabajos con condiciones de bordes tipo periódica, para la temperatura; y la mayoría de ellos se refieren a cavidades limitadas por superficies planas, cuyo interior contiene un medio poroso.

En este trabajo se realiza la simulación numérica, utilizando OpenFOAM, del problema de convección natural en una cavidad tridimensional de sección transversal trapezoidal y base cuadrada, en la que se varía el ángulo de inclinación de la superficie superior de  $0^\circ$  a  $30^\circ$ .

Se considera, además, distintas geometrías de la superficie superior, tales como corte transversal plano, tipo diente de sierra y tipo acanalado.

La temperatura impuesta en la superficie inferior es mayor que la impuesta en la superior, mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. Se considera diferencia de temperatura entre la superficie inferior y superior de  $40^\circ\text{C}$  y  $90^\circ\text{C}$ .

Se analiza la influencia de las distintas superficies consideradas, en la transferencia de calor convectiva. Es de interés analizar la distribución de temperatura, desarrollada en las adyacencias de la superficie superior, ya que la misma influirá en el patrón de flujo que se establezca en toda la cavidad.

## 1 INTRODUCCIÓN

Existen numeros trabajos donde se estudia la transferencia de calor estacionaria en recintos bidimensionales con materiales porosos en su interior.

Khandelwal, et.al. (2012) realizan una investigación numérica de características de flujo y de transferencia de calor de un recinto rectangular poroso con todas sus paredes adiabáticas excepto la inferior. A ésta última se impone condición de borde tipo senoidal para la temperatura. Consideran medio hidrodinamicamente isotrópico y anisotrópico. Prestan especial atención al efecto de un parámetro de periodicidad de la función sinusoidal ( $N$ ) en el coeficiente de transferencia de calor local, como así también en el flujo desarrollado en el recinto. Los resultados obtenidos muestran que un aumento en el factor de periodicidad, produce un incremento en el valor absoluto del número de Nusselt, en la dirección  $x$  (esquina izquierda del recinto).

Du y Tong (2000) estudian la convección natural turbulenta en un recinto cilíndrico cuya base inferior y superior consisten en placas rugosas lleno de agua. Las mediciones del flujo de calor en el recinto con placas rugosas obedecen a la misma ley de potencia que un recinto con placa plana ( $Ra^{2/7}$ ) pero el coeficiente que lo acompaña se incrementa en más de un 76%. Este incremento no puede ser explicado solamente por el aumento de área introducido por la geometría de las placas rugosas. La visualización de flujo revela que la formación de plumas térmicas se modifica radicalmente en este tipo de placas, se forman vórtices secundarios en la región de los surcos. Estos vórtices secundarios junto con los de gran escala aumentan el distanciamiento de las capas límites térmicas cerca de las puntas de la placa rugosa.

Varol, et. al. (2008) realizan un análisis numérico de la convección natural estacionaria a través de un medio poroso inmerso en un recinto rectangular con condiciones de borde sinusoidal para la temperatura de la pared inferior. Los autores encuentran que la transferencia de calor incrementa con el aumento de la amplitud de la función senoidal y decrece con el aumento de la razón de aspecto del recinto. Este último efecto es significativo a valores altos de amplitud de la función senoidal.

En su trabajo Saeid N. (2005), analiza la convección natural en cavidad porosa en la que parte de la pared inferior es calentada no-uniformemente y la superior enfriada uniformemente, en tanto que las paredes restantes se mantienen adiabáticas. El autor encuentra que el número de Nusselt promedio incrementa con la longitud de la fuente de calor o el aumento de la amplitud de la variación de temperatura.

Zahmatkesh I., (2008), analiza la influencia de las condiciones de bordes térmicas de las paredes calentadas y enfriadas en la transferencia de calor y la generación de entropía dentro de un recinto poroso calentado por debajo. Compara tanto el calentamiento/enfriamiento uniforme y no uniforme. Concluyen que las condiciones de bordes térmicas tienen un papel importante en cómo se origina el flujo como también en las características de transferencia. La transferencia de calor es mayor en el caso de calentamiento/enfriamiento uniforme que el no-uniforme. Existe un caso óptimo respecto a la transferencia de calor y generación de entropía cuando se tiene calentamiento no-uniforme.

Dalal A. y Kumar Das M., (2005) realizan una investigación numérica de la convección natural en un recinto rectangular consistente de tres paredes planas y una ondulada. Una de las paredes presenta como condición de borde para la temperatura un perfil sinusoidal, mientras que la pared ondulada se mantiene a una temperatura constante fría. Los autores realizan simulaciones para diferentes ángulos de inclinación, amplitudes y número de Rayleigh. La pared ondulada presenta una, dos y tres ondulaciones. Sus resultados muestran que el ángulo de inclinación afecta tanto el flujo como la transferencia de calor en la cavidad. Con el aumento de la amplitud, el número de Nusselt promedio en la pared ondulada es

apreciablemente mayor a bajos valores de Rayleigh. El incremento del número de ondulaciones por arriba de dos, no es beneficioso. El comportamiento del número de Nusselt local es variable.

De los trabajos examinados vemos que, en general, se consideran variaciones de la condición de borde para la temperatura (cavidad porosa), análisis que resulta interesante ya que el mismo se acerca más a alguna situación real. No obstante ello, encontramos muy pocos trabajos que estudien variación de la geometría de una cavidad tridimensional donde se desarrolla el flujo.

En trabajos anteriores (Esteban, et.al.2003, Aramayo, et. al.2004, Esteban 2005) se ha estudiado la transferencia de calor en régimen de convección natural en cavidades bidimensionales con geometrías: triangular, trapezoidal con superficies inferior y superior inclinadas simétricamente, tipo paralelogramo.

En este trabajo se presenta un análisis de la transferencia de calor para una cavidad tridimensional, transitoria con distintas geometrías para la pared superior: lisa, ondulada y tipo diente de sierra. Se ha considerado también distintos ángulos de inclinación para las diferentes paredes: 0°, 5°, 10°, 20° y 30°. La temperatura impuesta en la pared inferior es mayor que la impuesta en la superior, mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. Se considera, en algunos casos, una diferencia de temperatura entre la pared inferior y superior de 40 °C y 90 °C.

Se analiza la influencia de las distintas superficies consideradas, en la transferencia de calor convectiva, a través del número de Nusselt, como así también la distribución de temperatura, desarrollada en las adyacencias de la superficie superior, ya que la misma influirá en el patrón de flujo que se establezca en toda la cavidad.

## 2 ECUACIONES GOBERNANTES

La convección natural transitoria en recintos está modelada por las siguientes ecuaciones:

De continuidad: 
$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

De momento:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{u} - \beta_T \mathbf{g}(T - T_{ref}) \quad (2)$$

De energía:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \alpha \nabla \cdot (\nabla T) \quad (3)$$

donde  $\mathbf{u}$ , es el campo de velocidad,  $T$  de temperatura,  $P$  de presión,  $\mathbf{g}$  es la aceleración de la gravedad,  $T_{ref}$  la temperatura de referencia,  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido,  $\rho$  es la densidad,  $\beta_T$  el coeficiente de expansión volumétrico y  $\alpha$  la difusividad térmica del fluido, evaluados en la temperatura de referencia. Se han considerado las siguientes condiciones de borde e iniciales:

- paredes verticales:  $u = 0, v = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0,$
- pared inferior:  $u = 0, v = 0, T = T_C,$  pared superior:  $u = 0, v = 0, T = T_F,$
- inicialmente todo el recinto se encuentra estanco y a  $T_0 = 20^\circ C.$

Las dimensiones de las cavidades estudiadas son: pared inferior (base) de 30cmx30cm,

altura mínima de 10cm y dependiendo del ángulo de inclinación de la pared superior tenemos a 5° una altura máxima de 12.6cm mientras que a 30° de 29.3cm, figura 1.

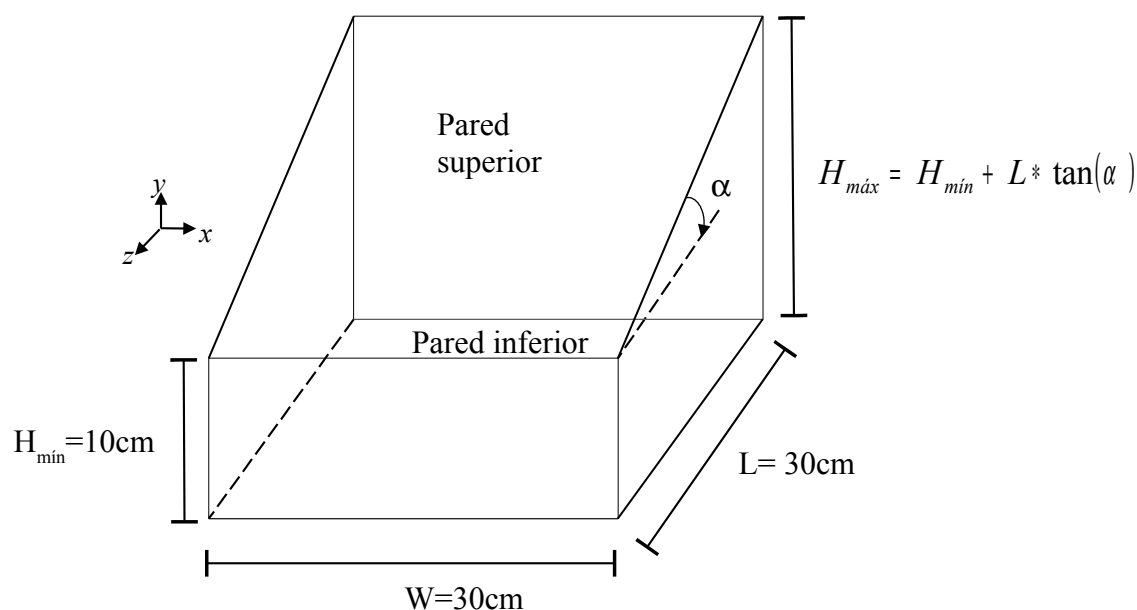


Figura 1. Dimensiones de la cavidad.

La transferencia de calor en la pared superior se ha determinado mediante el número de Nusselt promedio, calculado de la siguiente manera:

$$\overline{Nu} = \frac{H}{A \cdot \Delta T} \iint_A \frac{\partial T}{\partial n} dS$$

donde  $H$  es la altura máxima del recinto,  $A$  es el área de la pared superior,  $\Delta T$  es el salto de temperatura impuesto entre las paredes inferior y superior,  $n$  es la dirección normal a la superficie considerada,  $dS$  el diferencial de superficie.

### 3 DISCRETIZACION DEL DOMINIO

Para las distintas geometrías de la pared superior se han considerado 2 y 4 períodos; con amplitudes de 2cm y 4cm. A fin de identificar estos casos se utiliza la siguiente denominación: “número de período\_tipo de geometría\_amplitud”, por ejemplo 2\_ondas\_02, se refiere a una pared superior ondulada de dos períodos y amplitud 2cm.

En la figura 2 se muestran, a modo de ejemplo, las redes utilizadas en cuatro cavidades con diferentes tipos de pared superior e inclinaciones.

La figura 2(a) corresponde a una cavidad con pared lisa con una inclinación de 30°, la 2(b) a una cavidad con pared ondulada (4\_ondas\_02) a 10°, la 2(c) a una cavidad con pared tipo sierra (4\_sierras\_02) a 30°; y la 2(d) a una cavidad con pared tipo sierra (4\_sierras\_04) a 20°.

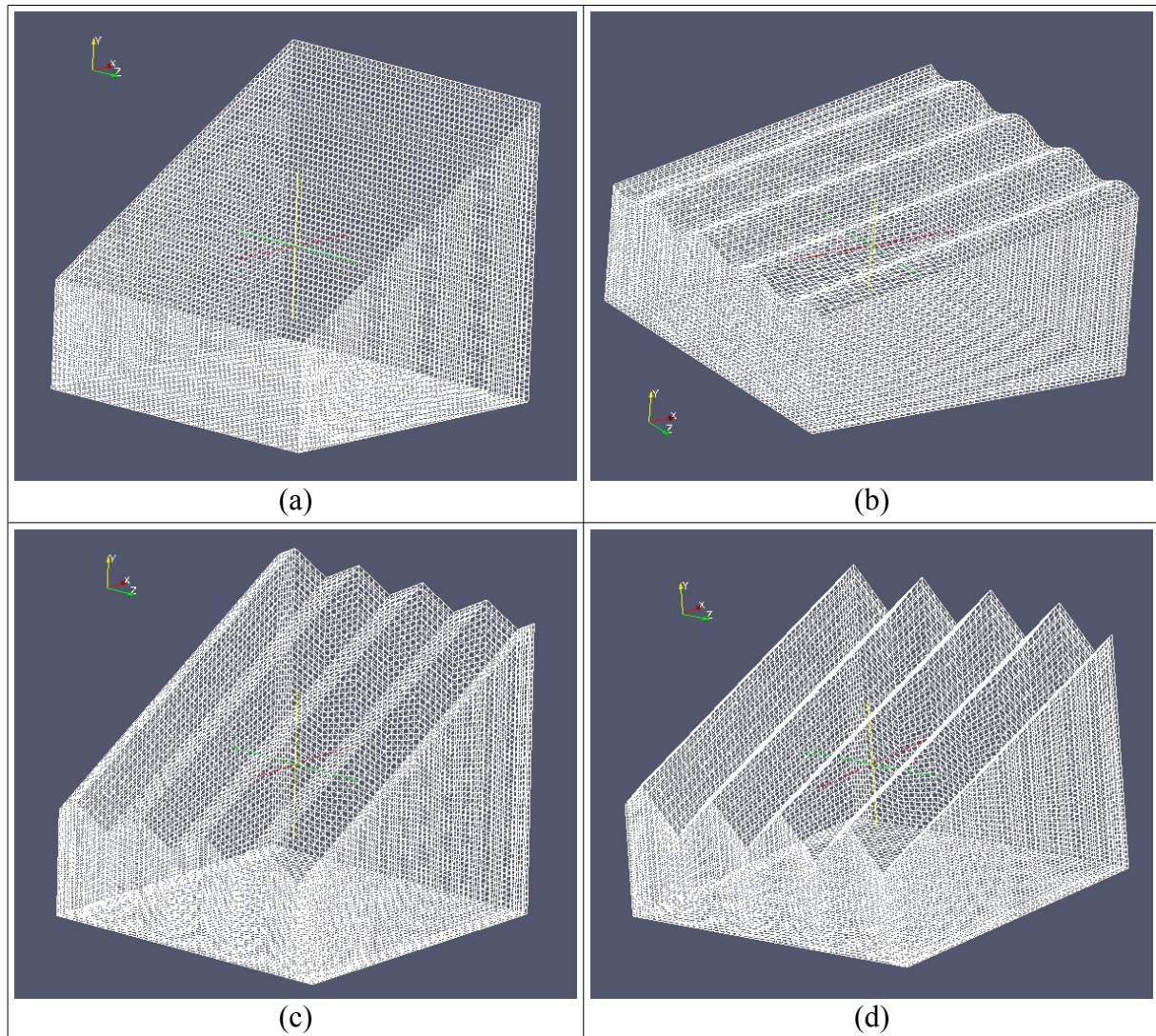


Figura 2. Redes para las distintas geometrías simuladas.

### 3.1 Tamaño de las redes

Se realizaron algunas corridas previas con distintos tamaños de redes, para el caso de una cavidad con pared superior lisa con un ángulo de inclinación de 30°, tabla1.

Redes	nodos	$\Delta x = \Delta y, \Delta z$
30×30×30	27000	0.01×0.01×0.0033
40×40×40	64000	0.0075×0.0075×0.0025
45×45×45	91125	0.0066×0.0066×0.0022
50×50×50	125000	0.006×0.006×0.0020
55×55×55	166375	0.0054×0.0054×0.0018
60×60×60	216000	0.005×0.005×0.0016

Tabla 1. Distintos tamaños de redes

### 3.2 Casos estudiados

En todos los casos considerados el número de Rayleigh, tomando como longitud característica la máxima altura del recinto, se encuentra comprendido entre  $1.88 \times 10^3$  y  $8.63 \times 10^4$ , valores que indican que el régimen es laminar. La tabla 2 muestra los distintos casos simulados para una red de  $50 \times 50 \times 48$ .

Pared superior		Horizontal	5°	10°	15°	20°	30°
Lisa		×	×	×	×	×	×
Ondulada	2_ondas_02	×	×	×		×	×
	4_ondas_02	×	×	×		×	×
Diente sierra	2_sierras_02	×		×	×	×	
	4_sierras_02	×	×	×		×	×
	4_sierras_04	×		×		×	×

Tabla 2. Casos simulados.

## 4 RESULTADOS OBTENIDOS

### 4.1 Cavidad con perfil trapezoidal

Con el nombre cavidad con perfil trapezoidal, identificamos a la cavidad con pared superior lisa (liso). La figura 3 muestra la evolución temporal del número de Nusselt (Nu) para distintos ángulos de inclinación considerados.

En todos los casos analizados Nu aumenta con el incremento del ángulo de inclinación.

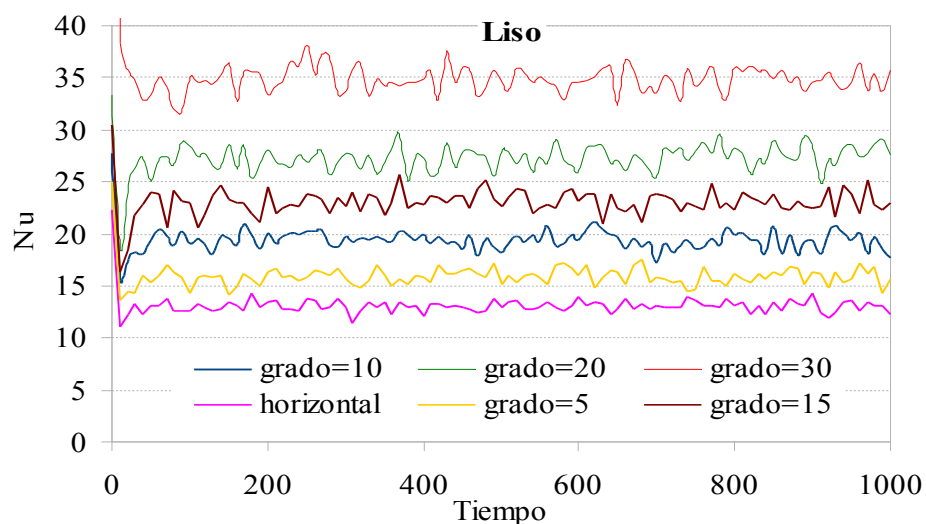


Figura 3 . Evolución temporal del número de Nusselt para distintas inclinaciones de una pared superior lisa.

### 4.2 Cavidad con perfil ondulado

Las distintas curvas de la figura 4 corresponden a una pared superior ondulada con dos períodos y amplitud 2cm. Esta figura muestra un comportamiento similar al obtenido en la figura 3, en cuanto al aumento del  $Nu$  con el incremento del ángulo de inclinación. El valor de  $Nu$  alcanzado en este tipo de cavidad no difiere sustancialmente del obtenido en la trapezoidal.

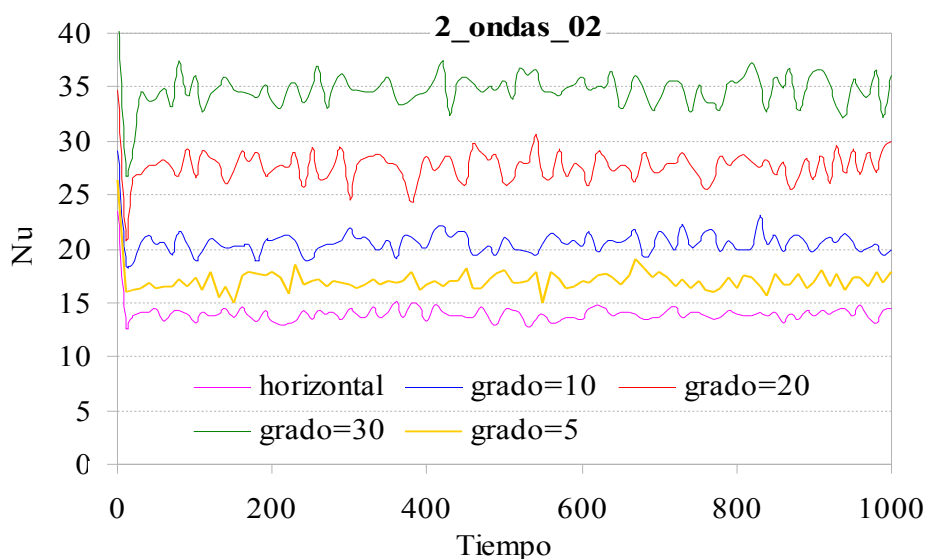


Figura 4. Número de Nusselt para una pared superior ondulada con 2 períodos, a distintas inclinaciones.

En la figura 5 se muestra la evolución temporal de  $Nu$  para una cavidad con pared superior ondulada con cuatro períodos. Se obtiene resultados similares a una pared de dos períodos, sin embargo, el valor de  $Nu$  alcanzado es inferior a los dos casos anteriores.

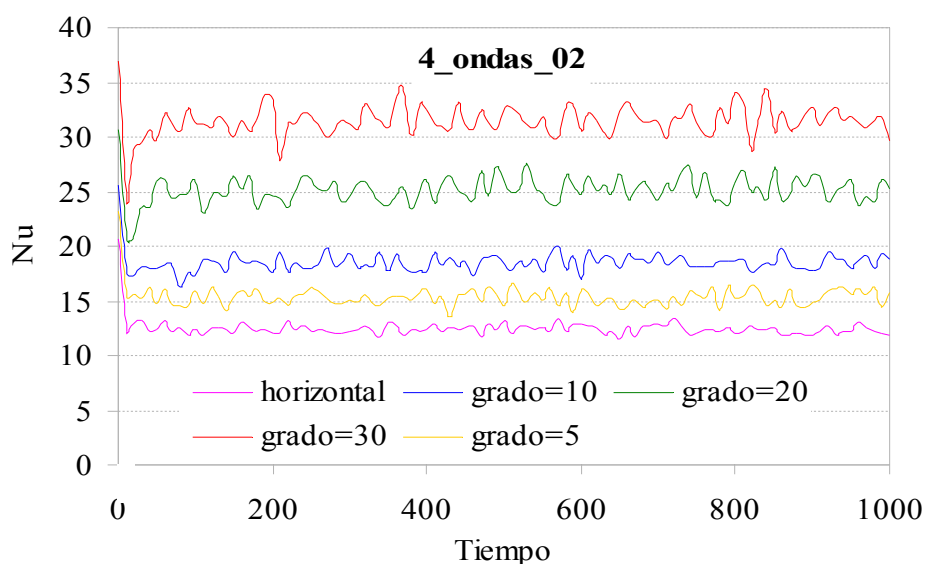


Figura 5. Número de Nusselt para una pared superior ondulada con 4 períodos, a distintas inclinaciones.

### 4.3 Cavidad con perfil tipo diente de sierra

En la figura 6 se muestra la evolución temporal de  $Nu$  para una cavidad con pared superior tipo sierra con cuatro períodos y amplitud de 2cm. Nuevamente en este tipo de cavidad se obtiene  $Nu$  mayores para un incremento en el ángulo de inclinación. Los valores de  $Nu$  son cercanos a los obtenidos para la cavidad trapezoidal.

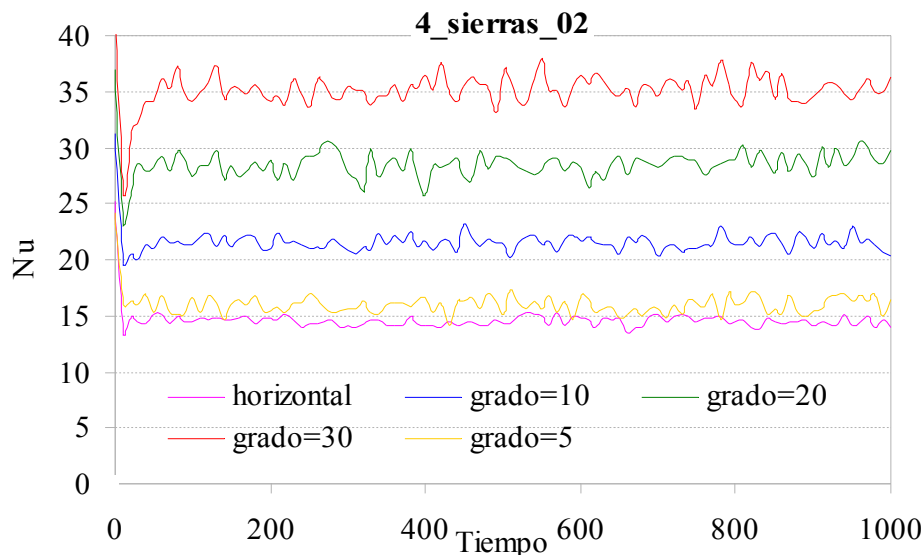


Figura 6. Número de Nusselt para una pared superior tipo diente de sierra a distintas inclinaciones.

#### 4.4 Efecto de las distintas geometrías en la transferencia de calor

La figura 7 compara la evolución temporal del número de Nusselt para cavidades con pared superior ondulada con dos y cuatro períodos, con amplitud de 2cm. La figura 7-a corresponde a una pared horizontal en tanto que la figura 7-b, a una inclinación de 30°; que corresponde a la mayor inclinación considerada en este trabajo. En ambos casos, la transferencia de calor aumenta con la disminución de la cantidad de período. Para el caso horizontal este aumento es del 12% mientras que para 30° el aumento es del 10%.

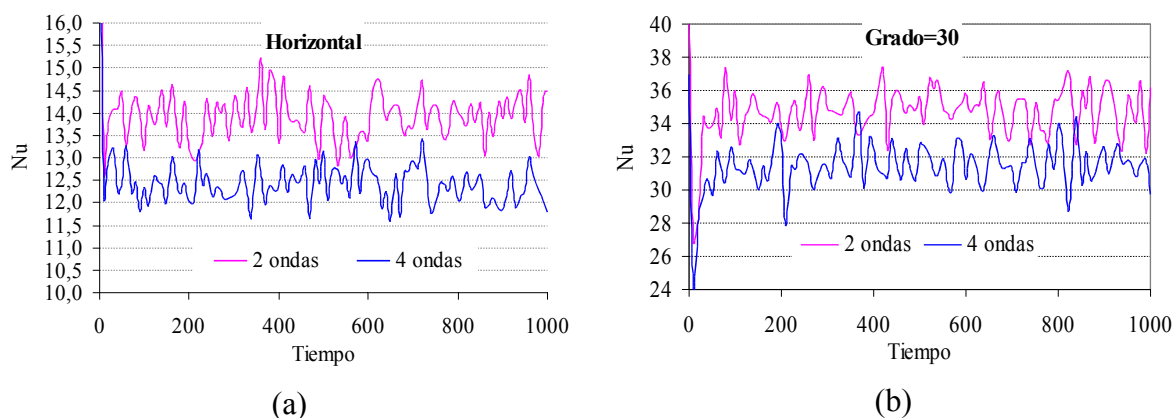


Figura 7. Evolución temporal de  $Nu$  para una pared ondulada con 2 y 4 períodos.

La figura 8 compara la evolución temporal de  $Nu$  para cavidades con pared superior tipo diente de sierra con dos y cuatro períodos, con amplitud de 2cm. La figura 8-a corresponde a una pared horizontal en tanto que la figura 8-b, a una inclinación de 30°. En ambos casos, la



transferencia de calor no se ve afectada por la cantidad de períodos. Este efecto es más notorio con el aumento de la inclinación. La mayor diferencia encontrada es del 8%, a 5° y la menor es de 0.1%, a 30°.

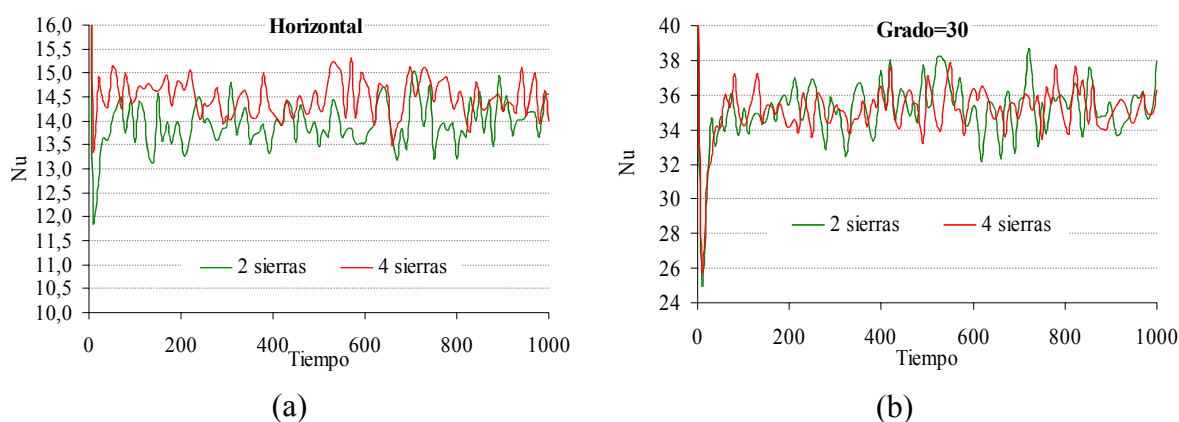


Figura 8. Evolución temporal de Nu para una pared tipo diente de sierra con 2 y 4 períodos.

La figura 9 muestra el efecto de la amplitud en el Nu, para cavidades con pared superior tipo diente de sierra con cuatro períodos, con amplitudes de 2cm y 4cm. La figura 9-a corresponde a una pared horizontal en tanto que la figura 9-b, a una inclinación de 30°. A medida que aumenta la inclinación la diferencia, entre una pared con amplitud de 2cm y una de 4cm, incrementa. Para el caso horizontal la diferencia encontrada es del 1% y a 30° esta diferencia es de 8.5%.

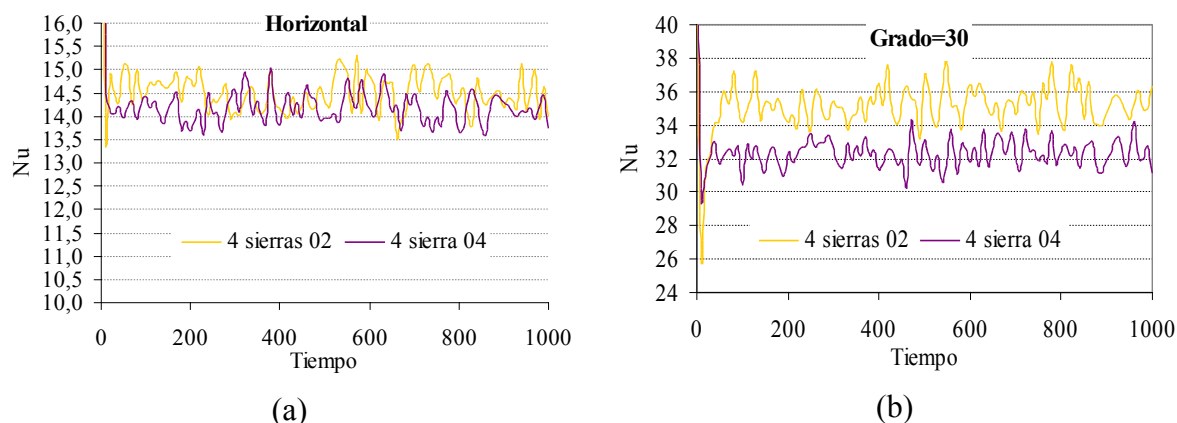


Figura 9. Evolución temporal de Nu para una pared tipo diente de sierra con 4 períodos y amplitudes de 2cm y 4cm.

La figura 10 muestra el efecto de los tipos de geometrías, en el número de Nusselt. Se grafica las curvas obtenidas para cavidades con pared superior ondulada y tipo diente de sierra, con cuatro períodos y amplitud de 2cm. La figura 10-a corresponde a una pared horizontal en tanto que la figura 10-b, a una inclinación de 30°. A medida que aumenta la inclinación la diferencia, entre una pared ondulada y tipo diente de sierra, disminuye. Para el caso horizontal la diferencia encontrada es del 17%, en tanto que a 30° es del 12%.

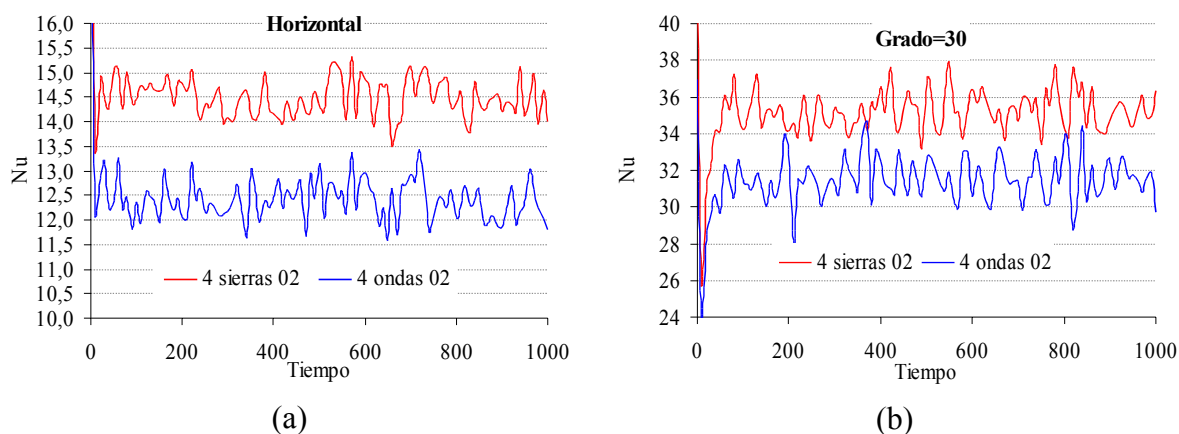


Figura 10. Evolución temporal de Nu para una pared con diferentes de geometrías, con 4 períodos y amplitud de 2cm.

De la observación de los flujos desarrollados en cada uno de los casos, se puede decir que no se forman vórtices definidos y que las plumas convectivas presentan un movimiento a través de la cavidad. Esto último requiere un análisis más minucioso de los campos de velocidad desarrollado dentro de la cavidad.

La figura 11-a y 11-b muestra el campo de velocidad y de temperatura, para una cavidad de pared superior tipo diente de sierra (4\_sierras\_02) a una inclinación de 30°, para la última iteración. La figura 11-a muestra la magnitud de la velocidad en distintos planos de la cavidad, en tanto que la figura 11-b el campo de temperatura y una iso-superficie  $T=312^{\circ}\text{K}$ . Como se puede apreciar no se observa la formación de vórtices.

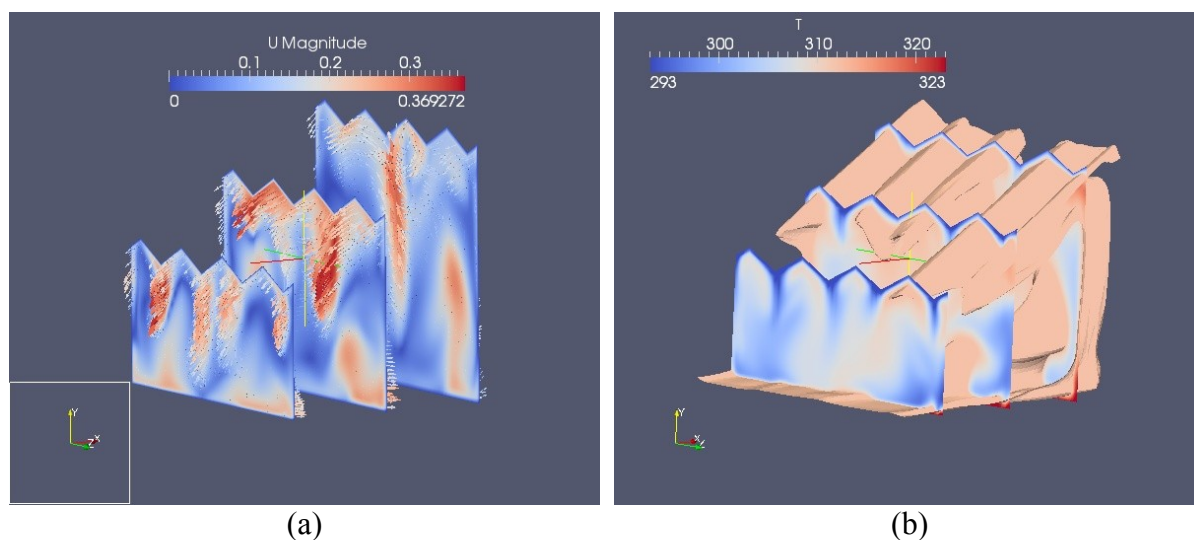


Figura 11. Campos de velocidad y temperatura para una pared con 4 períodos y amplitud de 2cm con inclinación de 30°.

El comportamiento general del número de Nusselt está relacionado *parcialmente* con el área considerada. Esto se evidencia en el hecho que, a una determinada inclinación, a medida que aumenta el área disminuye el número de Nusselt. No se puede generalizar la observación anterior, ya que a mayor la inclinación de la pared superior, incrementa su área y aumenta el valor de Nu. La variación del número de Nusselt está relacionada con las características de

flujo desarrollado dentro de la cavidad y, en particular, en la zona adyacente a la pared superior, la que cambia con las distintas geometrías consideradas.

	4sierras		2sierras	Ondas		Liso
				4ondas	2ondas	
	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	
<b>horizontal</b>	14,51	14,74	14,16	12,61	14,14	13,25
<b>grado5</b>	18,24	16,17	17,49	15,53	17,24	16,09
<b>grado10</b>	21,58	21,80	20,95	18,69	20,79	19,59
<b>grado20</b>	27,40	28,83	28,22	25,40	27,95	27,54
<b>grado30</b>	32,78	35,53	35,58	31,79	35,10	35,75

Tabla 3 . Promedio temporal de Nu para las cavidades estudiadas.

La tabla 3 muestra los valores promedios de Nu para todas las cavidades analizadas. Para el caso de la pared ondulada encontramos dos situaciones: para 2\_ondas\_02 el Nu es mayor respecto de la cavidad con pared lisa (tomada como referencia), esta diferencia es menor a uno salvo para el caso de la cavidad a 10°; y para 4\_ondas\_02 el Nu es inferior, y esta diferencia se incrementa con el aumento del ángulo de inclinación. En cuanto al número de onda, vemos que al aumentar la cantidad de ondas la transferencia de calor disminuye.

Para la pared del tipo diente de sierra el valor promedio de Nu es superior a la cavidad con pared lisa, hasta un ángulo de inclinación de 10°; un aumento en la inclinación provoca en algunos casos una disminución de Nu. Respecto a la variación de la amplitud de la sierra, si comparamos 4\_sierras\_02 con 4\_sierras\_04; se observa que el aumento de la misma produce una disminución en el valor de Nu.

## 5 CONCLUSIONES

Se ha simulado la convección natural Rayleigh-Bénard transitoria en distintos tipos de cavidades tridimensionales, variando la inclinación y la geometría de la pared superior. Las paredes superiores consideradas fueron: lisa, ondulada y tipo diente de sierra; y los ángulos de inclinación de: 0°, 5°, 10°, 20° y 30°.

Se ha calculado el promedio espacial y temporal del número de Nusselt, que permite analizar la transferencia de calor en la pared superior.

Los resultados muestran que la transferencia de calor aumenta a medida que se incrementa la inclinación de pared superior, para todas las geometrías consideradas, hasta 30°. Restaría continuar con este análisis, aumentando el ángulo de inclinación, para determinar si existe un valor crítico a partir del cual la transferencia de calor sea independiente de dicho ángulo.

Respecto a las distintas geometrías, en el intervalo de Ra considerado (valores de Rayleigh bajos), para una inclinación dada no presentan variaciones significativas. Esto propone continuar con el estudio en un intervalo de Ra mayor, aumentando la altura del recinto. Lo que permitirá analizar la influencia, en la transferencia de calor, de una mayor amplitud y de la cantidad de períodos.

## 6 REFERENCIAS

- Dalal A. , Kumar Das M. , (2005), "Laminar natural convection in an inclined complicated cavity with spatially variable wall temperature". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 2986–3007
- Du Y., Tong P., (2000), "Turbulent thermal convection in a cell with ordered rough boundaries". *Journal Fluid Mechanic*, 47, pgs: 57-84.
- Khandelwal M. , Bera P., Chakrabarti A., (2012), "Influence do periodicity of sinusoidal botton boundary condition on natural convection in porous enclosure". *International Journal of Heat and Mass Flow*, 55, pgs: 2889-2900.
- Saeid N., (2005), "Natural convection in porous cavity with sinusoidal bottom wall temperature variation". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 32, pgs: 454-463.
- Varol Y. , Ostop H., Pop I., (2008), "Numerical analysis of natural convection for a porous rectangular enclosure with sinusoidally varying temperature profile on the bottom wall". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 35, pgs: 56-64.
- Zahmatkesh I., (2008), "On the importance of thermal boundary conditions in heat transfer and entropy generation for natural convection inside a porous enclosure". *International Journal of Heat and Mass Flow*, 55, pgs: 2889-2900.