

## INFLUENCIA DE ESTADOS DE TENSIÓN DE CORTE FUERA DEL PLANO DE LA CHAPA EN LA CURVA LÍMITE DE FORMABILIDAD

Claudio Schwindt<sup>a</sup>, María Bertinetti<sup>b</sup>, y Javier Signorelli<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Metalurgia, Universidad Nacional del Sur, Avenida Alem 1253 - Bahía Blanca(8000FTN), Argentina - CONICET, [claudio.schwindt@uns.edu.ar](mailto:claudio.schwindt@uns.edu.ar)

<sup>b</sup>Grupo de Física y Micromecánica de Materiales Heterogéneos, Instituto de Física Rosario, Universidad Nacional de Rosario, Bv. 27 de Febrero 210b, Rosario, Argentina – CONICET, [bertinetti@ifir-conicet.gov.ar](mailto:bertinetti@ifir-conicet.gov.ar); [signorelli@ifir-conicet.gov.ar](mailto:signorelli@ifir-conicet.gov.ar)

**Palabras Claves:** Curva Límite de Formabilidad, Textura, Anisotropía

**Resumen.** Durante las operaciones de conformado de productos planos se suele omitir en el análisis el efecto de tensiones de corte sobre el espesor de la chapa. En este trabajo se implementa una extensión, recientemente propuesta, del modelo de Marciniak-Kuczynski (Eyckens et al., *Int. J. of Plasticity* 27, 2011, 1577-1597) para tratar la presencia de efectos de corte en el espesor en el código MK-VPSC (Signorelli et al., *Int. J. of Plasticity* 25, 2009, 1-25). El modelo resultante conserva la posibilidad de tratar materiales anisótropos y simetrías de muestra sin ortotropía. Normalmente, la solución de las condiciones de equilibrio y compatibilidad entre la zona homogénea y la zona de localización involucra la resolución de un sistema de ecuaciones no lineales, el cual en este caso lleva a una menor robustez del modelo dada la complejidad en el cálculo del módulo tangente asociado al modelo policristalino. Se propone una resolución de las ecuaciones involucradas en un sistema solidario a la banda de localización, pudiéndose en ese caso resolver las condiciones de borde que observa la zona de localización en forma desacoplada del comportamiento de la zona homogénea. Se presentan detalles de la implementación numérica y se discuten los efectos sobre la formabilidad del material debido a la presencia de corte a través del espesor.

## 1 INTRODUCCIÓN

Durante los procesos de conformado de chapas, en particular cuando éstas son sometidas a procesos combinados de estirado y embutido, se presentan fenómenos de localización, los cuales pueden generar una limitación importante a la formabilidad. El término formabilidad es utilizado de diferentes modos, no existiendo una definición unívoca del mismo.

Un esquema ampliamente utilizado para la modelización de la Curva Límite de Formabilidad (FLC) es el método de defecto inicial introducido por [Marciniak y Kuczynski \(1967\)](#) (MK). Dentro de este marco de trabajo, se ha demostrado que el modelo constitutivo empleado para describir el comportamiento del material tiene una fuerte influencia sobre la FLC predicha. En particular, se ha establecido la existencia de una fuerte relación entre la textura cristalográfica desarrollada durante el proceso de deformación y la anisotropía inducida por ésta sobre la localización de la deformación ([Asaro y Needleman, 1985](#)). Es un hecho bien conocido que la FLC muestra una fuerte dependencia con la superficie de fluencia, anisotropía y sensibilidad a la velocidad de deformación del material ([Zhou y Neale, 1995](#); [Zhao et al., 1996](#); [Wu et al., 1997](#); [Wu et al., 1998](#); [Friedman y Pan, 2000](#); [Kuroda y Tvergaard, 2000](#); [Xu y Weinmann, 2000](#)). Más recientemente, [Signorelli et al. \(2009\)](#); [Signorelli y Bertinetti \(2009\)](#); [Serenelli et al. \(2010, 2011\)](#) y [Signorelli et al. \(2012\)](#) muestran las capacidades y limitaciones de considerar un modelo policristalino viscoplástico autoconsistente como descripción constitutiva del material. Los mencionados trabajos analizan el efecto de la textura cristalográfica y su evolución particularmente en el lado derecho del diagrama límite de formabilidad. [Yoshida et al. \(2009\)](#) realizan un análisis similar utilizando un modelo policristalino de condiciones totalmente impuestas.

La mayoría de los modelos desarrollados para el análisis y predicción de las deformaciones límite asumen que el proceso de conformado ocurre bajo condiciones que involucran solamente estados planos de tensión. En procesos tales como hidroconformado o conformado incremental esta suposición no es completamente válida. En particular en este último proceso el material presenta mayores deformaciones límite. [Allwood et al. \(2007\)](#) reportan que este tipo de procesos inducen un significativo corte a través del espesor (Through Thickness Shear- TTS) en la chapa.

En este trabajo se implementa la extensión del modelo de Marciniak-Kuczynski propuesta por [Eyckens et al. \(2009, 2011\)](#) en el código MK-VPSC ([Signorelli et al., 2009](#)), para tratar los efectos de corte en el espesor. Los resultados obtenidos muestran que la presencia de efectos de corte a través del espesor puede modificar apreciablemente las deformaciones límite del material dependiendo de su magnitud y dirección. Se realiza un análisis de sensibilidad del modelo en diferentes casos de estudio.

## 2 MODELO

El modelo convencional MK en conjunto con el modelo policristalino viscoplástico autoconsistente utilizado ha sido presentado en ediciones previas de este congreso, por ejemplo [Signorelli \(2006\)](#) y [Serenelli et al. \(2009\)](#). A continuación, se realiza una reseña antes de enfocar el análisis al caso MK-TTS.

El análisis MK asume la existencia de una imperfección en el material en la forma de una banda o canal a través del ancho de la chapa. La [Figura 1](#) muestra el esquema del modelo, donde la orientación de la banda se describe mediante el ángulo  $\psi_0$  formado con la dirección  $x_1$ . El ángulo  $\theta$  describe la ortotropía inicial del material respecto de los ejes principales del ensayo.

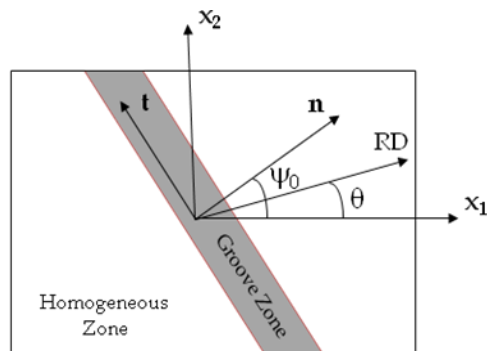


Figura 1: Esquema del modelo de Marciniak-Kuczynski.

Las cantidades en la zona homogénea y banda se notan utilizando un supraíndice a y b respectivamente. El espesor de la chapa en la zona de menor sección es  $h^b(t)$ , asumiendo un valor inicial igual a  $h^b(0)$ . El factor de imperfección inicial  $f_0$  se define como el cociente entre el valor del espesor en la zona de la banda respecto al valor inicial en la zona homogénea  $h^a(0)$ :

$$f_0 = \frac{h^b(0)}{h^a(0)} \quad (1)$$

Condiciones de equilibrio y compatibilidad deben verificarse en la interface entre ambas zonas. En el sistema  $x_i$ ,  $i=1,2,3$  el tensor gradiente velocidad de deformación  $\mathbf{L}^a$  adopta la forma siguiente:

$$\mathbf{L}^a = \begin{bmatrix} 1 & L_{12}/D_{11}^a & 0 \\ 0 & \rho_{22} & 0 \\ 0 & 0 & -(1+\rho_{22}) \end{bmatrix} D_{11}^a, \quad (2)$$

siendo  $\rho_{22} = D_{22}^a/D_{11}^a$ , el cual describe los diferentes caminos de deformación que involucran el diagrama límite de conformado. En la formulación original el valor de  $L_{12}$  es idénticamente nulo, ya que las condiciones de borde  $L_{12} = 0$  ó  $\sigma_{12} = 0$  son equivalentes si se asume que la anisotropía de la chapa presenta simetría ortotrópica y que sus ejes principales son paralelos a los ejes  $x_i$ . No obstante, en este caso se ha dejado la posibilidad de que el valor de  $L_{12}$  no necesariamente sea nulo, de forma de poder analizar efectos de la anisotropía planar del material. La imposición de corte nulo en la componente  $\sigma_{12}$  deja abierta la posibilidad de la aparición de una componente de rotación rígida en el material; contrariamente la imposición de  $L_{12} = 0$  puede generar la aparición de una tensión de corte  $\sigma_{12} \neq 0$ . Por su parte el tensor gradiente de velocidad de deformación asociado a la banda se calcula a partir del valor de  $\mathbf{L}^a$ , e incluso evoluciona con la deformación, aún bajo carga monotónicas. Asumiendo que durante un pequeño incremento éste puede ser considerado constante, es posible expresar el tensor  ${}_{[b]}\mathbf{L}^b$  en un sistema de referencia solidario a la banda en la forma siguiente:

$${}_{[b]}\mathbf{L}^b = \begin{bmatrix} L_{nn}^b & L_{nt}^b & 0 \\ L_{tn}^b & L_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & L_{33}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{nn}^b & D_{nt}^b + W_{nt}^b & 0 \\ D_{nt}^b - W_{nt}^b & D_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^b \end{bmatrix}, \quad (3)$$

donde se aprecia claramente que la banda sufre una rotación rígida en el plano de la chapa caracterizada por el valor de  ${}_{[b]}W_{nt}^b$ . Asumiendo la incompresibilidad del material se tiene que  $D_{33}^b = -D_{nn}^b - D_{tt}^b = -D_{11}^b - D_{22}^b$ .

La condición de equilibrio de fuerzas implica que se verifiquen las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} \sigma_{nn}^b h^b &= \sigma_{nn}^a h^a \\ \sigma_{nt}^b h^b &= \sigma_{nt}^a h^a \end{aligned} \quad (4)$$

Esta condición impone restricciones sobre ciertas componentes del tensor gradiente de velocidad de deformación (expresado éste en el sistema de referencia solidario a la banda):

$$\begin{aligned} L_{tt}^b &= L_{tt}^a \\ L_{nt}^b &= L_{nt}^a \end{aligned} \quad (5)$$

Las otras componentes del tensor  ${}_{[b]}\mathbf{L}^b$ ,  $L_{nn}^b$ ,  $L_{tn}^b$  y  $L_{33}^b$ , deben ser determinadas. Una vez dado un valor para  $\rho_{22}$  y para la inclinación  $\psi_0$  de la banda de localización, los valores desconocidos  $D_{nn}^b$ ,  $D_{tt}^b$ , y  $W_{nt}^b$  deben ser determinados. Utilizando la relación constitutiva que describe el material, el conjunto de cuatro ecuaciones (4-5) puede ser reducido a un sistema no lineal en términos de dos parámetros a determinar. Éstos permiten relacionar el tensor gradiente de velocidad de deformación en la zona homogénea y en la banda del siguiente modo:

$$\mathbf{L}^b = \mathbf{L}^a + \dot{\mathbf{c}} \otimes \mathbf{n} \quad (6)$$

siendo  $\dot{\mathbf{c}} = (\dot{c}_1, \dot{c}_2, 0)$  y  $\mathbf{n} = (n, t, 3)$ , respectivamente. Esquemas similares basados en la resolución de un sistema no lineal de ecuaciones son empleados en la mayoría de las implementaciones numéricas reportadas en la bibliografía. Un algoritmo de resolución basado en la Eq. (6), en el marco de una ley constitutiva policristalina, puede verse en [Signorelli et al. \(2009\)](#). Más recientemente, en [Serenelli et al. \(2011\)](#) se muestra cómo evitar la resolución del mencionado sistema no lineal al disponer de un módulo constitutivo que permita imponer condiciones de borde mixtas, es decir en cada paso incremental no se impone completamente el incremento de deformación  $\mathbf{D}\Delta t$  sino sólo se impone un conjunto de componentes del tensor gradiente de velocidad de deformación y las complementarias componentes del tensor de tensiones. En cada incremento, una vez determinado el estado de velocidad de deformación – tensión en la zona homogénea, se determina el correspondiente estado para la zona de la banda. Las condiciones de borde mixtas para la banda son resueltas en un sistema de referencia solidario a la banda de localización:

$${}_{[b]}\mathbf{L}^b = \begin{bmatrix} L_{nn}^b & L_{nt}^b & 0 \\ L_{tn}^b & L_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & L_{33}^b \end{bmatrix}, \quad {}_{[b]}\boldsymbol{\sigma}^b = \begin{bmatrix} \frac{1}{f}\sigma_{nn}^a & \frac{1}{f}\sigma_{nt}^a & \sigma_{n3}^b \\ & \sigma_{tt}^b & \sigma_{t3}^b \\ \text{sim.} & & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

De no existir efectos en el espesor, los valores desconocidos  $\sigma_{n3}^b$  y  $\sigma_{t3}^b$  deben resultar idealmente iguales a cero (valores pequeños en dichas componentes pueden deberse a errores, falta de estadística en la determinación de la textura del material, o en el proceso de discretización de la misma a partir de la función de distribución de orientaciones ODF).

La orientación de la zona de localización en el estado deformado, caracterizada por el ángulo  $\psi$ , puede diferir del valor inicial  $\psi_0$ . La orientación real de la banda puede ser calculada evaluando el vector normal a la banda (Kuroda y Tveergard, 2000):

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}} \begin{pmatrix} -F_{11} t_1^0 - F_{12} t_2^0 \\ F_{21} t_1^0 + F_{22} t_2^0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

donde  $\mathbf{F}$  es el tensor gradiente de deformación.

La determinación de la FLC involucra la realización del cálculo para varias trayectorias de deformación, definidas en términos de  $\rho_{22}$  en el rango  $-0.5 \leq \rho_{22} \leq 1.0$  (en el presente trabajo se adoptó un paso de 0.25). Paralelamente, para cada camino de deformación impuesto se analizan los valores de deformación límite para inclinaciones de la banda en el rango de  $0^\circ \leq \Psi_0 \leq 90^\circ$  cada 15 grados. El mínimo estado de deformación  $\varepsilon_{11}^*$ ,  $\varepsilon_{22}^*$  para varios valores de inclinación inicial fuera de la banda se define como el estado de deformación límite en la chapa. En el presente trabajo se considera que la condición de falla del material se alcanza cuando se cumple que  $|D_{33}^b| > 20 |D_{33}^a|$ . El factor 20 es arbitrario, ya que el valor de  $|D_{33}^b|$  se incrementa muy rápido con el inicio de la localización. Valores mayores de este parámetro tienen una influencia mínima en la deformación principal de la matriz.

## 2.1 Modelo MK-TTS

Siguiendo la idea propuesta en Eyckens et al. (2009, 2011), se describe la extensión del modelo MK a los fines de tener en cuenta el efecto de corte a través del espesor. Si bien en su forma más general el tensor gradiente de velocidad impuesto presenta 9 componentes independientes, es posible introducir algunas restricciones. Un grado de libertad es reducido al considerar sólo materiales plásticamente incompresibles. Asimismo, dadas las características del problema que se aborda, se puede pedir que la dirección  $x_3$ , normal a la chapa, permanezca normal durante el proceso de deformación, con lo cual se debe verificar:

$$L_{31}^a = \frac{\partial v_3^a}{\partial x_1} = 0 \quad , \quad L_{32}^a = \frac{\partial v_3^a}{\partial x_2} = 0 \quad (9)$$

Eyckens propone restringir las componentes del gradiente de velocidad de deformación  $L_{21}^a = L_{12}^a = 0$ . En este caso, se mantendrá lo expuesto en el caso clásico del modelo MK, abriendo la posibilidad para tratar materiales cuyos ejes de anisotropía no coincidan con los ejes principales del ensayo ( $L_{21}^a = 0, \sigma_{12}^a$  a determinar).

La parte simétrica y antisimétrica de  $\mathbf{L}^a$  son el tensor de velocidad de deformación  $\mathbf{D}^a$  y el tensor de rotación rígida  $\mathbf{W}^a$ , respectivamente. Ambos tensores, expresados en el sistema de referencia global  $x_i$ , adoptan la forma siguiente:

$$\mathbf{L}^a = \begin{bmatrix} 1 & L_{12}^a/D_{11}^a & 2\rho_{13} \\ 0 & \rho_{22} & 2\rho_{23} \\ 0 & 0 & -(1+\rho_{22}) \end{bmatrix} D_{11}^a \quad (10)$$

$$\mathbf{D}^a = \begin{bmatrix} 1 & D_{12}^a/D_{11}^a & \rho_{13} \\ & \rho_{22} & \rho_{23} \\ sim. & & -(1+\rho_{22}) \end{bmatrix} D_{11}^a, \quad \mathbf{W}^a = \begin{bmatrix} 0 & D_{12}^a/D_{11}^a & \rho_{13} \\ & 0 & \rho_{23} \\ antisim. & & 0 \end{bmatrix} D_{11}^a.$$

En la Eq. (10) las cantidades  $\rho_{13}$ ,  $\rho_{23}$  y  $\rho_{22}$  caracterizan el modo de deformación de la matriz:

$$\rho_{22} = \frac{D_{22}^a}{D_{11}^a}, \quad \rho_{13} = \frac{D_{13}^a}{D_{11}^a}, \quad \rho_{23} = \frac{D_{23}^a}{D_{11}^a}. \quad (11)$$

Los coeficientes  $\rho_{13}$  y  $\rho_{23}$  se corresponden a la extensión del modelo MK-TTS. De la Eq. (10) también se puede observar que la componente de rotación es completa, las componentes  $W_{13}^a$  y  $W_{23}^a$  pueden ahora ser no nulas.

Debido a la presencia de efectos de cortes, la condición de equilibrio de fuerzas deberá incluir la relación:

$$\sigma_{3n}^b h^b = \sigma_{3n}^a h^a \quad (12)$$

La compatibilidad en deformación requiere:

$$\begin{aligned} L_{3t}^b &= L_{3t}^a = 0 \\ L_{t3}^b &= L_{t3}^a \\ L_{n3}^b &= L_{n3}^a \end{aligned} \quad (13)$$

Procediendo del mismo modo que en el caso clásico, una vez determinado el estado de velocidad de deformación – tensión en la zona homogénea en cada incremento, se determina el correspondiente estado para la zona de la banda. Las condiciones de borde mixtas para la banda son resueltas en un sistema de referencia solidario a la banda de localización:

$${}^{[b]}\mathbf{L}^b = \begin{bmatrix} L_{nn}^b & L_{nt}^a & L_{n3}^a \\ L_{tn}^b & L_{tt}^a & L_{t3}^a \\ L_{3n}^b & L_{3t}^a & L_{33}^b \end{bmatrix}, \quad {}^{[b]}\boldsymbol{\sigma}^b = \begin{bmatrix} \frac{1}{f}\sigma_{nn}^a & \frac{1}{f}\sigma_{nt}^a & \frac{1}{f}\sigma_{n3}^a \\ & \sigma_{tt}^b & \sigma_{t3}^b \\ sim. & & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Como se ve en la Eq. (14) las condiciones de borde a determinar en la resolución del estado del material en la zona de localización son:  $L_{nn}^b, L_{tn}^b, L_{3n}^b, L_{33}^b, \sigma_{tt}^b, \sigma_{t3}^b$ .

Es interesante presentar la nomenclatura propuesta por Eykens (Eykens et al., 2011) para la identificación de la sollicitación impuesta. Supongamos que se introduce un sistema de referencia  $x'_i$  obtenido rotando el sistema  $x_i$  en torno a la normal a la chapa ( $x_3$ ) en un ángulo  $\alpha$ . Asumiendo la presencia de corte a través del espesor,  $\rho_{13} \neq 0$  ó  $\rho_{23} \neq 0$ , puede demostrarse fácilmente que existe un ángulo  $\alpha$  llamado  $\alpha_{TTS}$  donde el valor de  $D_{2'3}^a = 0$ :

$$\tan(\alpha_{TTS}) = \frac{\rho_{23}}{\rho_{13}}. \quad (15)$$

Complementariamente para este ángulo  $\alpha_{TTS}$ , el corte  $D_{1'3}^a$  normalizado con el valor  $D_{11}^a$  permite definir  $\rho_{TTS}$ :

$$\rho_{TTS} \equiv \frac{D_{1'3}^a}{D_{11}^a} \Bigg|_{\alpha=\alpha_{TTS}} = \cos(\alpha_{TTS}) \rho_{13} + \sin(\alpha_{TTS}) \rho_{23}. \quad (16)$$

En resumen la definición de  $\rho_{13}$  y  $\rho_{23}$  resulta equivalente a la definición de  $\rho_{TTS}$  y  $\alpha_{TTS}$ :

$$\begin{aligned} \rho_{13} &= \cos(\alpha_{TTS}) \rho_{TTS} \\ \rho_{23} &= \sin(\alpha_{TTS}) \rho_{TTS} \end{aligned} \quad (17)$$

El procedimiento de determinación de la FLC en el caso MK-TTS es similar al caso MK clásico.

### 3 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis del modelo implementado se realiza sobre dos aceros galvanizados comerciales aptos para embutido, pero con diferencias en cuanto a su respuesta mecánica en carga e intensidad de la textura cristalográfica. La [Tabla 1](#) muestra las propiedades mecánicas obtenidas en ambas chapas según la dirección de solicitación. Como puede observarse las curvas de cargas no muestran una sensibilidad notoria en cuanto a la anisotropía planar del material, lo cual es esperable dado los valores de  $\Delta R$ : 0.44 y 0.49 respectivamente. No obstante, se observa una diferencia importante en cuanto a la resistencia mecánica, aunque ambos materiales presentan valores de endurecimiento muy próximos (*Mat1* – 0.202 y *Mat2* – 0.209).

| Material                               | <i>Mat1</i> |                |                         | <i>Mat2</i> |                |                         |
|--|-------------|----------------|-------------------------|-------------|----------------|-------------------------|
| Orientación / propiedad                | <i>n</i>    | <i>C</i> (MPa) | <i>R</i> <sub>15%</sub> | <i>n</i>    | <i>C</i> (MPa) | <i>R</i> <sub>15%</sub> |
| Longitudinal (RD)                      | 0.202       | 544.7          | 1,73                    | 0.214       | 225.8          | 1,63                    |
| Diagonal (DD)                          | 0.204       | 551.5          | 1,48                    | 0.206       | 219.7          | 1,24                    |
| Transversal (TD)                       | 0.198       | 531.0          | 2.12                    | 0.210       | 216.6          | 1,83                    |
| $(X_0 + 2X_{45} + X_{90})/4$           | 0.202       | 544.7          | 1,70                    | 0.209       | 218.5          | 1,49                    |
| $\Delta R: (R_0 - 2R_{45} + R_{90})/2$ |             |                | 0,44                    |             |                | 0,49                    |

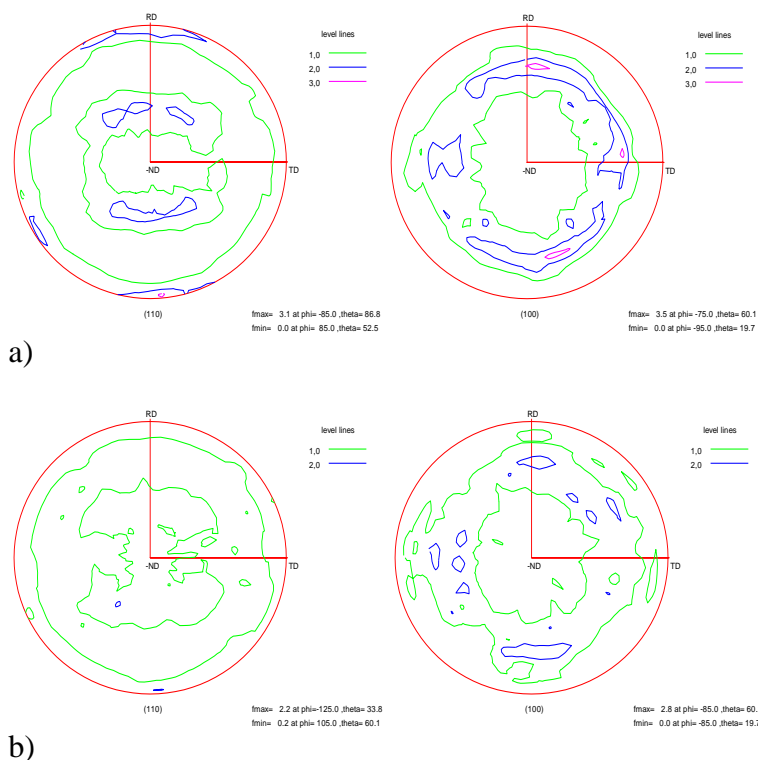
**Tabla 1:** Propiedades mecánicas. Los valores de *n* y *C* se corresponden a un ajuste de la ley de Hollomon en el rango de 10%-20% de elongación.

Las texturas cristalográficas se obtuvieron por difracción de rayos X, mediante un equipo Phillips X-Pert Pro-MPD. A partir de las figuras de polos incompletas {110}, {200} y {112} se calculó la función de distribución de orientaciones (ODF) siguiendo la metodología propuesta por [Van Houtte \(1995\)](#). En la [Figura 2a](#) se presentan las figuras de polos {110} y {100} obtenidas utilizando una discretización de 1000 orientaciones con igual peso. Para ambos materiales la textura es la típica de un acero laminado en frío y recocido. El análisis por componentes ideales de texturas (se asume una tolerancia en misorientación de 15°) muestra que el *Mat1* tiene aproximadamente un tercio de sus granos con sus planos {111}

paralelos a la superficie de la muestra, la mayoría de ellos orientados con su dirección  $\langle 110 \rangle$  paralela a la dirección de laminado; mientras que en el *Mat2* este porcentaje se reduce apreciablemente. Los porcentajes de las componentes principales de textura se detallan en la [Tabla 2](#).

| Material / Orientación | $\{001\}\langle 110 \rangle$ | $\{112\}\langle 110 \rangle$ | $\{111\}\langle 110 \rangle$ | $\{111\}\langle 112 \rangle$ | $\{554\}\langle 225 \rangle$ |
|------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <i>Mat1</i>            | 1.2%                         | 9.6%                         | 18.7%                        | 9.0%                         | 11.7%                        |
| <i>Mat2</i>            | 1.4%                         | 5.5%                         | 11.6%                        | 7.3%                         | 9.2%                         |

**Tabla 2 :** Análisis por componentes principales de textura de los materiales utilizados.



**Figura 2:** Figuras de polos  $\{110\}$  y  $\{100\}$  medidas en ambos materiales: a) *Mat1*; b) *Mat2*. En todos los casos las líneas de nivel se corresponden con múltiplos del valor correspondiente a una distribución aleatoria.

Para ambos materiales el modelo es calibrado de forma de reproducir el comportamiento correspondiente a un ensayo uniaxial de tracción para una dirección de carga paralela a la dirección de laminado de la chapa. La [Tabla 3](#) muestra los valores óptimos del ajuste, donde se asume que los valores de tensión crítica de los 3 diferentes modos de deformación son iguales. La forma de grano promedio se obtuvo a través de microscopía óptica (*Mat1*, [Serenelli et al., 2009](#) y *Mat2*, [Signorelli et al., 2012](#)).

| Material / Parámetro | $\tau_{\{110\}\langle 111 \rangle}$ | $\tau_{\{112\}\langle 111 \rangle}$ | $\tau_{\{123\}\langle 111 \rangle}$ | $m$  | $n$   | $h_0$    | Forma de grano |
|----------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------|----------|----------------|
| <i>Mat1</i>          | 60 MPa                              | 60 MPa                              | 60 MPa                              | 0.02 | 0.212 | 2900 MPa | 1.0:1.0:0.4    |
| <i>Mat2</i>          | 62 MPa                              | 62 MPa                              | 62 MPa                              | 0.02 | 0.222 | 2275 MPa | 1.5:1.0:1.0    |

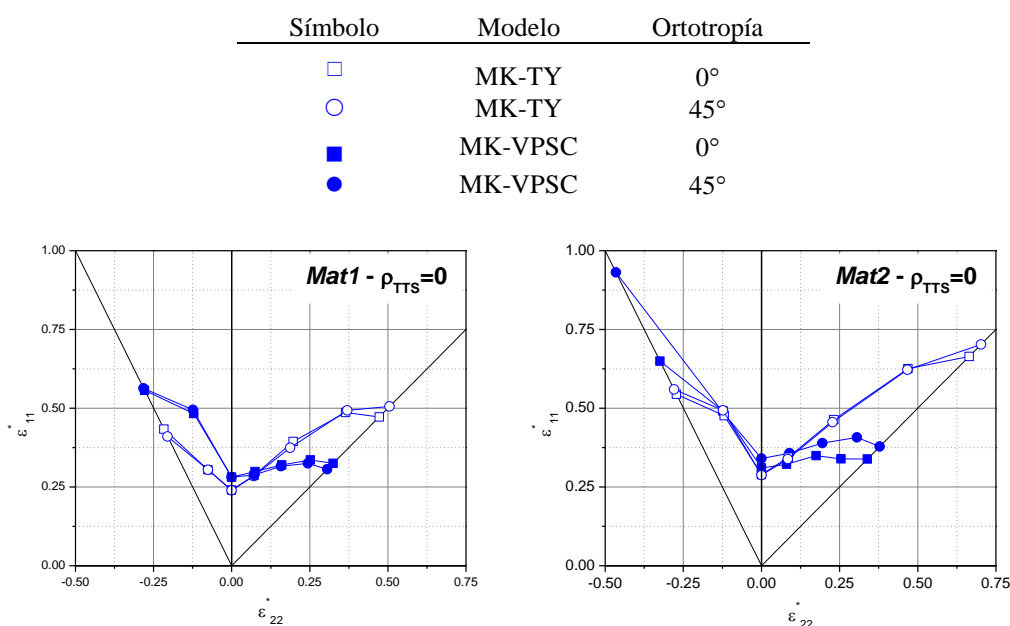
**Tabla 3:** Parámetros utilizados en la simulación para ambos materiales.



### 3.1 Modelización de la Curva Límite de Conformado

En las simulaciones que se muestran a continuación se utilizó un valor de imperfección inicial de 0.99 y 0.996 para el *Mat1* y el *Mat2*, respectivamente. El incremento de deformación varía en un valor mínimo de  $10^{-4}$  hasta un valor máximo de  $10^{-2}$  en función de la eficiencia de la convergencia del paso precedente.

La **Figura 3** muestra el caso de referencia en el cual se asume la no existencia de efectos de corte a través del espesor ( $\rho_{TTS} = 0$  y  $\alpha_{TTS} = 0^\circ$ ), el cual fue predicho utilizando un esquema de homogeneización de tipo Taylor (TY) o autoconsistente (VPSC).

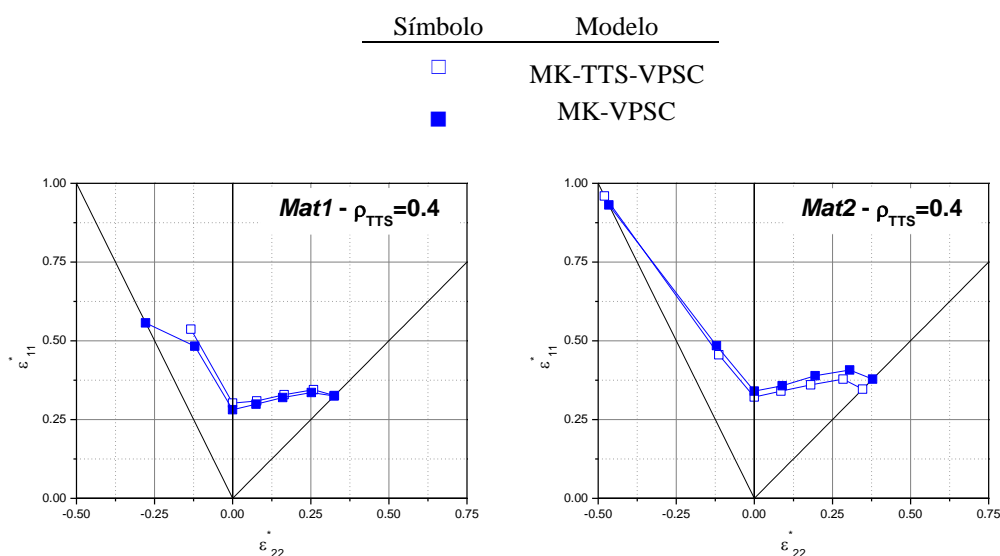


**Figura 3:** Curvas límites de conformado para los materiales *Mat1* y *Mat2* sin efectos de corte a través del espesor ( $\rho_{TTS} = 0$ ).

La inclinación de los ejes de anisotropía respecto de los ejes principales del ensayo no muestra ser de relevancia en los valores de deformación límite predichos, de acuerdo con lo observado experimentalmente para los materiales utilizados. No obstante, si bien ambos modelos reproducen este efecto, MK-TY sobreestima fuertemente los valores reportados en estos materiales ( $\sim 0.35$ ,  $\sim 0.40$  en expansión biaxial respectivamente).

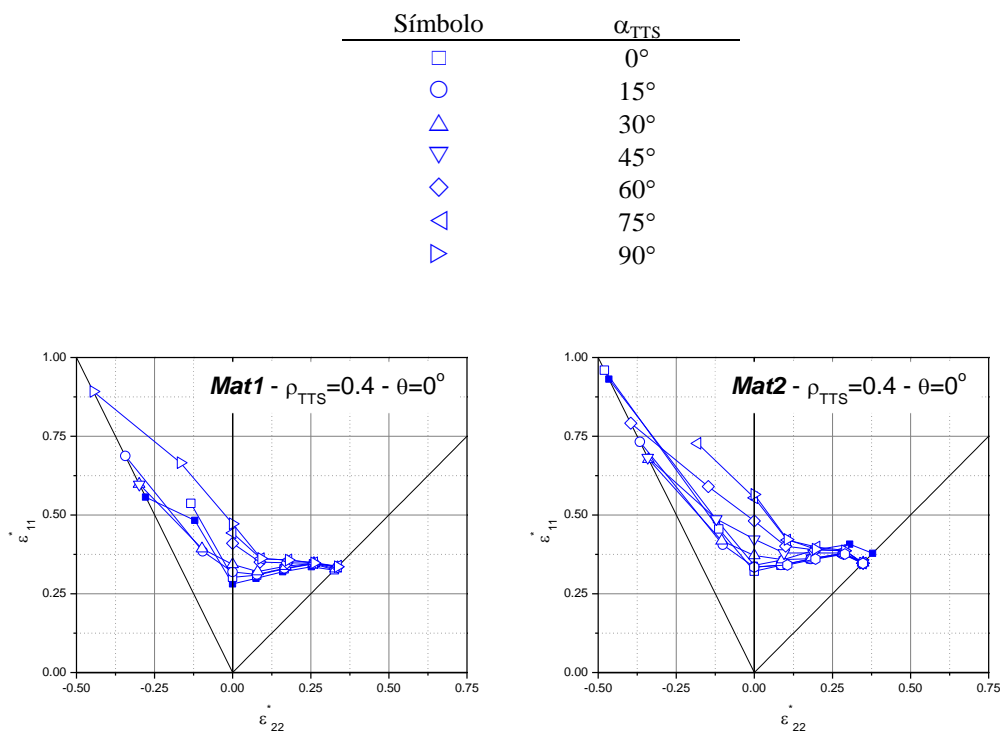
### 3.2 Efecto del corte fuera del plano de la chapa

La **Figura 4** muestra los efectos producidos por un corte en la dirección de la deformación principal mayor,  $\rho_{TTS} = 0.4$ ,  $\alpha_{TTS} = 0^\circ$  y  $\theta = 0^\circ$  ( $\rho_{13} = 0.4$ ,  $\rho_{23} = 0$ ). Los resultados obtenidos utilizando un modelo autoconsistente como relación constitutiva están en acuerdo con los resultados reportados por [Eyckens et al. \(2011\)](#) utilizando un modelo - 8<sup>th</sup> order Facet - ([Van Houtte et al., 2009](#)) basado en una aproximación de tipo Taylor en cuanto al comportamiento del material. Se observa un efecto despreciable de la presencia del corte en las deformaciones límite en todo el rango de cargas que involucra el trazado de la curva límite de formabilidad para ambos materiales, excepto en condiciones de carga uniaxial para el *Mat1*. Los valores de deformación límite correspondientes al modelo MK-VPSC para  $\theta = 0^\circ$  (■) y  $\theta = 45^\circ$  (●) se utilizan como referencia.



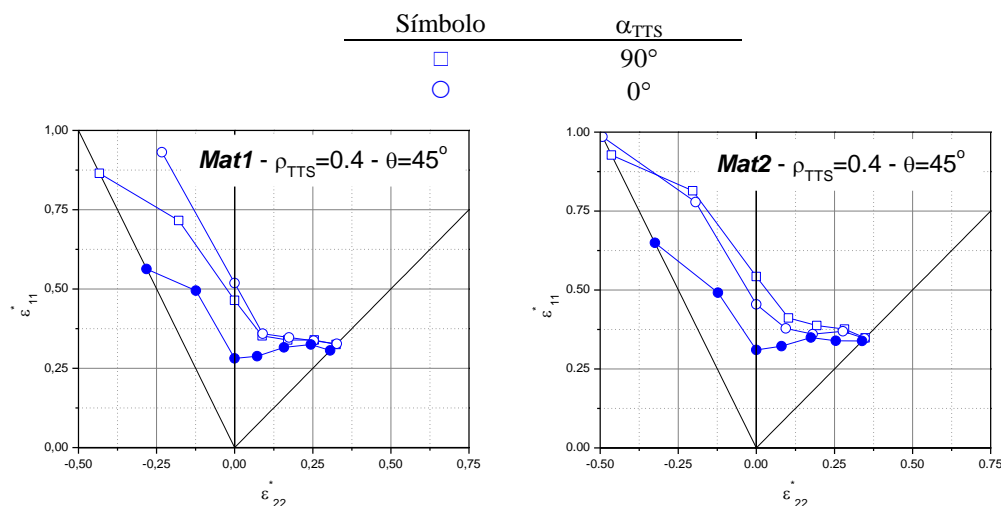
**Figura 4:** Curvas límites de conformado para los materiales *Mat1* y *Mat2* con efecto de corte alineado con la dirección mayor de estiramiento:  $\rho_{TTS} = 0.4$ ,  $\alpha_{TTS} = 0$  ( $\rho_{13} = 0.4, \rho_{23} = 0$ ).

La dirección del corte a través del espesor tiene una influencia decisiva en el valor de la deformación. La **Figura 5** muestra la curva límite de conformado predicha para un corte caracterizado por  $\rho_{TTS} = 0.4$  para un rango de dirección entre  $\alpha_{TTS} = 0^\circ$  y  $\alpha_{TTS} = 90^\circ$ , mostrando que su efecto es apreciable en condiciones de carga comprendidas entre  $\rho_{22} = -0.5$  y  $\rho_{22} \approx 0.2 - 0.3$ .



**Figura 5:** Curvas límites de conformado para los materiales *Mat1* y *Mat2* con efecto de corte según diferentes direcciones respecto la correspondiente a la del estiramiento mayor :  $\rho_{TTS} = 0.4$ ,  $\alpha_{TTS} = [0^\circ, 90^\circ]$ .

La **Figura 6** muestra la influencia de la presencia del efecto combinado de esfuerzos de corte a través del espesor en el caso que los ejes de ortotropía del material se ubiquen a  $45^\circ$  respecto de la dirección de laminado de la chapa. La combinación de ambos efectos,  $\rho_{TTS} = 0.4$  y  $\theta = 45^\circ$ , genera un cambio apreciable en el valor de las deformaciones límite, particularmente en el lado izquierdo de la FLC. Tal efecto, al igual que en los casos precedentes, es cualitativamente igual para ambos materiales, y no es sensible a pequeñas variaciones de la textura que diferencian a ambos materiales.



**Figura 6:** Curvas límite de conformado para los materiales Mat1 y Mat2 mostrando el efecto combinado de un corte a través del espesor y de la inclinación relativa de los ejes ortotropía del material respecto de los ejes principales de deformación

Es interesante destacar que en función de las simulaciones realizadas, y en acuerdo con los resultados presentados por [Allwood et al. \(2007\)](#) y [Eyckens et al. \(2009 y 2011\)](#) utilizando diferentes marcos constitutivos, se observa que la curva límite de formabilidad presenta una marcada sensibilidad a efectos de corte, particularmente si éstos no se alinean con la dirección principal de estiramiento.

#### 4 CONCLUSIÓN

En el presente trabajo se utiliza el esquema propuesto originalmente por Marciniak-Kuczynski para modelizar las deformaciones límite del material. Siguiendo los lineamientos definidos por [Eyckens et al. \(2011\)](#) se implementó una extensión al modelo MK-VPSC de forma de tener en cuenta simultáneamente efectos originados por la presencia de esfuerzos de corte a través del espesor y los ligados a la textura cristalográfica del material (MK-TTS-VPSC).

La extensión realizada resuelve el estado mecánico asociado a la banda sin necesidad de resolver un sistema de ecuaciones no-lineales, expresando las ecuaciones en el sistema coordinado solidario a la misma y utilizando una relación constitutiva con condiciones de borde en tensión y deformación simultáneamente.

La presencia de efectos de corte a través del espesor puede modificar apreciablemente las deformaciones límite del material dependiendo de su magnitud y dirección. En particular aumentan los valores mínimos de deformación límite en la zona de deformación plana ( $\rho_{22} = 0$ ) en el caso de combinarse con una desorientación de los ejes de ortotropía del material respecto de los ejes principales de estirado.

## REFERENCES

- Allwood, J.M., Shouler, D.R., Tekkaya, A.E. The increased forming limits of incremental sheet forming processes. Shemet 2007. Palermo, Italy. 1–4 October, 2007.
- Asaro, R.J., Needleman, A., Texture Development and Strain-Hardening in Rate Dependent Polycrystals, *Acta Metal.* 33, 923-953, 1985.
- Eyckens, P., Van Bael, A., Van Houtte, P., Marciniak–Kuczynski type modelling of the effect of through-thickness shear on the forming limits of sheet metal. *Int. J. of Plast.* 25, 2249–2268, 2009.
- Eyckens, P., Van Bael, A., Van Houtte, P., An extended Marciniak–Kuczynski model for anisotropic sheet subjected to monotonic strain paths with through-thickness shear, *Int. J. of Plast.* 27, 1577–1597, 2011.
- Friedman, P.A. and Pan, P., Effect of plastic anisotropy and yield criteria on prediction of forming limit curves, *Int. J. Mech. Sci.* 42, 29-48, 2000.
- Kuroda, M. and Tvergaard, V., Forming limit diagrams for anisotropic metal sheets with different yield criteria. *Int. J. Solids Structures.* 37, 5037-5059, 2000.
- Marciniak, Z. and Kuczynski, K. Limits Strains in The Processes of Stretch-Forming Sheet Metal, *Int. J. Mech. Sci.*, 9, 609-620, 1967.
- Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Signorelli, J.W., Effect of crystallographic texture on formability of BCC sheet metals, *Mecánica Computacional Vol. XXVIII*, 1077-1087, 2009.
- Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Signorelli, J.W., Investigation of the dislocation slip assumption on formability of BCC sheet metals. *Int. J. Mech. Sci.* 52, 1723-1734, 2010.
- Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Signorelli, J.W., Study of limit strains for FCC and BCC sheet metal using polycrystal plasticity. *Int. J. Solids Struct.* 48, 1109-1119, 2011.
- Signorelli, J.W. Predicción de la curva límite de formabilidad utilizando un modelo autoconsistente viscoplastico, *Mecánica Computacional Vol. XXV*, 2082-2096, 2006.
- Signorelli, J.W., Bertinetti, M.A., Turner, P.A., Predictions of forming limit diagrams using a rate-dependent polycrystal self-consistent plasticity model. *Int. J. Plast.* 25(1), 1-25, 2009.
- Signorelli, J.W., Bertinetti, M.A., On the role of constitutive model in the forming limit of FCC sheet metal with cube orientations. *Int. J. Mech. Sci.* 51, 473-480., 2009.
- Signorelli, J.W., Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Experimental and numerical study of the role of crystallographic texture on the formability of an electro-galvanized steel sheet, *J. of Mat. Proc. Tech.* 212, 1367– 1376, 2012.
- Van Houtte, P., Manual of the MTM-FHM software, K.U.Leuven: Department MTM, 1995.
- Van Houtte, P., Yerra, S., Van Bael, A. The facet method: a hierarchical multilevel modelling scheme for anisotropic convex plastic potentials. *Int. J. of Plast.* 25, 332–360, 2009.
- Wu, P.D., Neale, K.W. and Van der Giessen, E., On crystal plasticity FLD analysis. *Proc. R. Soc. Lond. A* 453, pp. 1831-1848, 1997.
- Wu, P.D., Neale, K.W. and Van der Giessen, E., Jain, M., Makinde, A. and MacEwen, S., Crystal Plasticity forming limit diagram analysis of rolled aluminum sheets. *Metallurgical and Materials Transactions.* 29A, 527- 35, 1998.
- Xu, S. and Weinmann, K., Effect of deformation-dependent material parameters on forming limits of thin sheets. *Int. J. Mech. Sci.* 42, 677-92, 2000.
- Yoshida, K., Tadano, Y., Kuroda, M., Improvement in formability of aluminum alloy sheet by enhancing geometrical hardening. *Comp. Mater. Sci.* 46, 459-468, 2009.
- Zhao, L., Sowerby, R., Sklad, M.P., A theoretical and experimental investigation of limit strains in sheet metal forming. *Int. J. Mech. Sci.* 38, 1307–1317, 1996.
- Zhou, Y., Neale, K.W., Predictions of forming limit diagrams using a rate-sensitive crystal plasticity model. *Int. J. Mech. Sci.* 37, 1-20, 1995.