

MODELADO DE ENSAYOS DE IMPACTO INSTRUMENTADOS EN DISCOS DE PMMA UTILIZANDO ELEMENTOS COHESIVOS

Marcos San Martín, Valeria Pettarín y Adrián Cisilino

*INTEMA, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Mar del Plata – CONICET.
Av. Juan B. Justo 4302, 7600 Mar del Plata, Argentina, <http://www.intema.gov.ar>
cisilino@fi.mdp.edu.ar.*

Palabras clave: elementos finitos, elementos cohesivos; ensayo de impacto instrumentado; validación experimental; acrílico

Resumen. Se presenta en este trabajo una metodología para modelar el ensayo de “falling weight” sobre discos de polimetilmetacrilato (PMMA) utilizando el método de los elementos finitos con elementos cohesivos. Para esto se implementan las herramientas computacionales para la construcción de los modelos (inclusión de los elementos cohesivos en el modelo y la asignación de las propiedades del material) y se expone el procedimiento seguido para la determinación de las propiedades elásticas y de fractura del PMMA a partir de ensayos experimentales de tracción e impacto de probetas de flexión. La distorsión de los valores de la masa y rigidez de los modelos que resultan de la inclusión de los elementos cohesivos se compensa imponiendo la condición de que la masa total y los modos normales de oscilación de los modelos con elementos cohesivos sean iguales a las de los modelos sin elementos cohesivos. Esta compensación se realiza ajustando la densidad y el módulo elástico de los elementos. Los modelos así construidos reproducen los patrones de rotura y los registros fuerza vs desplazamiento obtenidos en ensayos experimentales de los discos sometidos al ensayo de impacto.

1 INTRODUCCIÓN

La utilización de polímeros de ingeniería y materiales compuestos de matriz polimérica en aplicaciones de alta prestación demanda una mejora constante en las prestaciones de estos materiales. En este marco, es de particular interés conocer la respuesta de los polímeros a altas velocidades de sollicitación, ya que en muchos casos, materiales que presentan fallas dúctiles y tenaces a bajas velocidades de deformación, pueden sufrir fractura frágil bajo cargas de impacto (Martínez et al, 1992; Kinloch et al, 1983).

Uno de los ensayos estándar para la caracterización mecánica de polímeros sometidos a carga de impacto es el “falling weight”. Este ensayo se caracteriza por su habilidad para detectar posibles problemas de fragilización o fractura en ausencia de un defecto de dimensiones significativas, y reproducir en buena aproximación el comportamiento real de los materiales en las condiciones de sollicitación Bucknal (2001). El ensayo de impacto utiliza una probeta en forma de disco circular plano sobre la cual impacta un dardo de acero a una velocidad controlada. Durante el ensayo se registra la fuerza ejercida sobre el dardo en función del tiempo. A partir de esta información luego se determina la energía disipada durante el impacto. Es de interés realizar la simulación numérica del ensayo de “falling weight” para verificar e identificar los mecanismos de falla del disco (secuencia de nucleación y propagación de las fisuras) y explorar el efecto de los parámetros de ensayo (energía y dimensión del dardo, tamaño de la probeta y condiciones de apoyo) sobre configuración de la falla del disco.

Los modelos de Zona Cohesiva MZC (Hillerborg et al, 1976 y Hillerborg, 1991) se encuentran entre los más extendidos para estudiar la fractura de materiales cuasi frágiles. Su hipótesis principal es la existencia de una fisura cohesiva, o ficticia, capaz de transmitir tensiones entre sus caras. Para la implementación de estos modelos se establece una relación entre la tensión transmitida entre las caras de la fisura cohesiva y su separación. Esta relación depende en general de dos propiedades del material: la tensión cohesiva y la energía específica de fractura, y es por lo tanto también una propiedad intrínseca del material. El mayor potencial de los MZC es la capacidad para describir el proceso de fractura completo.

Las soluciones analíticas de problemas utilizando el MZC se limita a geometrías sencillas y con alto grado de simetría. Por otro lado, la utilización del Método de Elementos Finitos (MEF) permite obtener soluciones numéricas para diversos materiales, geometrías y tamaños, resultando así un método de resolución muy versátil. La implementación del MZC utilizando el MEF se realiza introduciendo elementos cohesivos en el modelo. Estos elementos se colocan entre las interfaces de los elementos convencionales para permitir la iniciación y evolución del daño y la eventual falla del material (Guimatsia et al, 2008).

Se presenta en este trabajo una metodología para modelar el ensayo de “falling weight” sobre discos de polimetilmetacrilato (PMMA) utilizando el MEF. Para esto se implementan las herramientas computacionales necesarias para la construcción de los modelos (discretización, inclusión de los elementos cohesivos en el modelo y la asignación de las propiedades del material considerando su variación espacial) y la determinación de las propiedades del material a partir de ensayos experimentales. Como resultado se identifica y explica la secuencia de eventos durante el ensayo del impacto de discos, tales como la iniciación de las fisuras, sus orientaciones, velocidad de propagación, etc. Estos resultados sirven para el mejor entendimiento de los registros experimentales y enriquecer la información que se obtiene del ensayo.

2 MODELOS DE ZONA COHESIVA

Los Modelos de Zona Cohesiva (MZO) permiten describir todo el proceso de FRACTURA desde la nucleación de defectos hasta su coalescencia y propagación. La **Figura 1** ilustra el concepto de “falla cohesiva” para un caso de carga de tracción (Modo I). El MZO asume la existencia de dos zonas: una zona remota en la que el material tiene un comportamiento que se supone conocido, y una zona en proceso de fractura, cuyo comportamiento está definido por la función de ablandamiento.

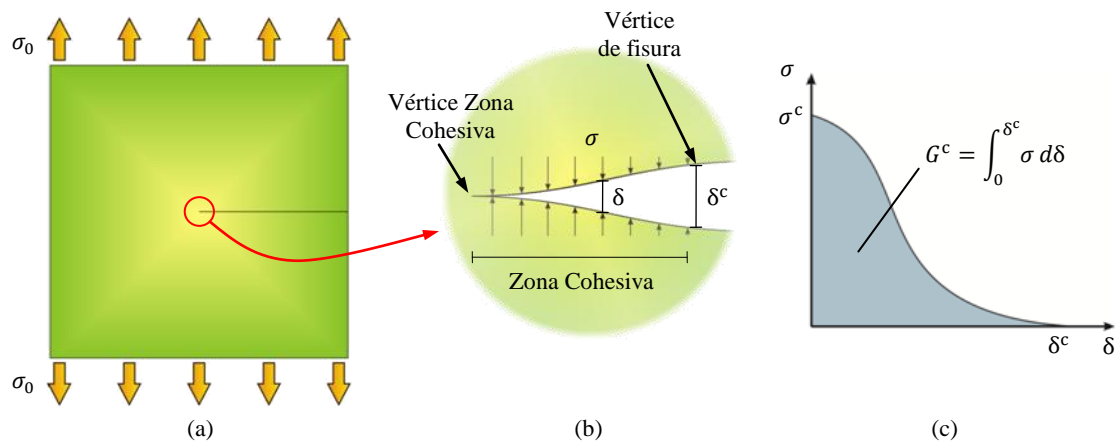


Figura 1: Representación esquemática de (a) concepto de zona cohesiva, (b) la tensión a lo largo de la superficie cohesiva en la proximidad del vértice de la fisura; y (c) esquema de función de ablandamiento tracción-separación.

Los criterios de iniciación y propagación de la fisura pueden resumirse como sigue:

- El daño se inicia cuando el valor de la tensión principal mayor alcanza el de la resistencia cohesiva del material, σ^c .
- La evolución del daño está gobernada por la función de ablandamiento (**Figura 1c**):

$$\sigma = f(\delta), \quad (1)$$

donde σ es la tensión en la dirección normal al plano de la fisura y δ es el desplazamiento relativo entre las caras de la fisura. El desplazamiento crítico del vértice de la fisura, δ^c , indica el punto en que se produce la separación del material y se forma la fisura. El área bajo la curva de ablandamiento es la energía específica de fractura, G^c , igual al trabajo externo necesario para generar una superficie de fisura de área unitaria.

3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO DE ZONA COHESIVA UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

El análisis con elementos finitos se realizó utilizando el programa **Abaqus/Explicit (2007)**. Los modelos fueron discretizados en todos los casos utilizando mallas de elementos tetraédricos lineales de cuatro nodos (C3D4), entre los que se insertaron elementos cohesivos de seis nodos (COH3D6), ver **Figura 2** y **Figura 3**.

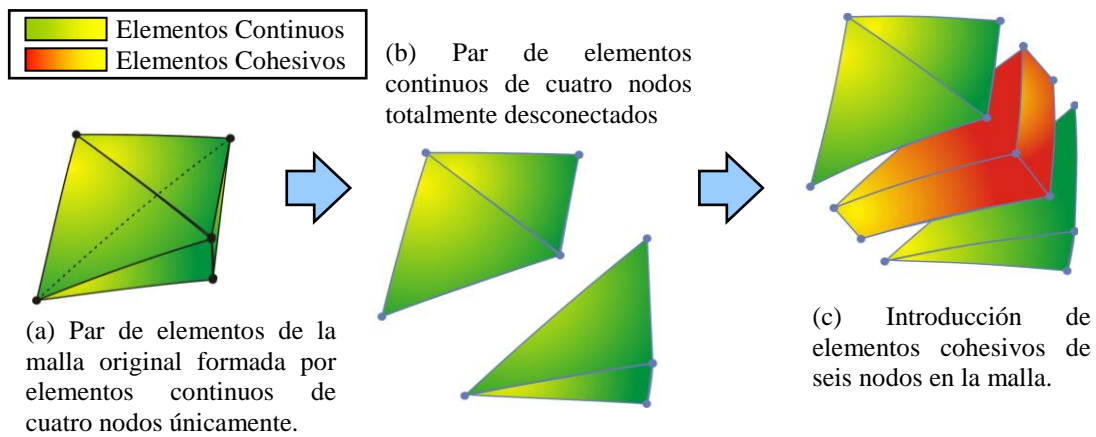


Figura 2: Proceso de transformación de la malla para la inclusión de los elementos cohesivos.

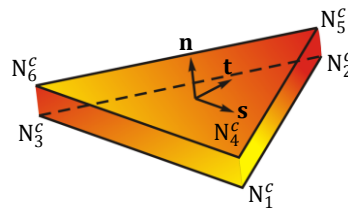


Figura 3: Elemento cohesivo de seis nodos (COH3D6).

El carácter tridimensional del problema, obliga a extender el concepto del MZC presentado en la Sección 2 para tener en cuenta la sollicitación en modo mixto de la zona cohesiva en las direcciones normal, n , y tangenciales s y t al plano de la fisura (ver Figura 3). Para esto se adoptó una función de ablandamiento del tipo bi-lineal con daño escalar para caracterizar la relación entre las tres componentes del vector tracción y los respectivos desplazamientos relativos entre las caras de la fisura (Abaqus option *DAMAGE EVOLUTION, TYPE=DISPLACEMENT, SOFTENING=LINEAR), ver Figura 4.

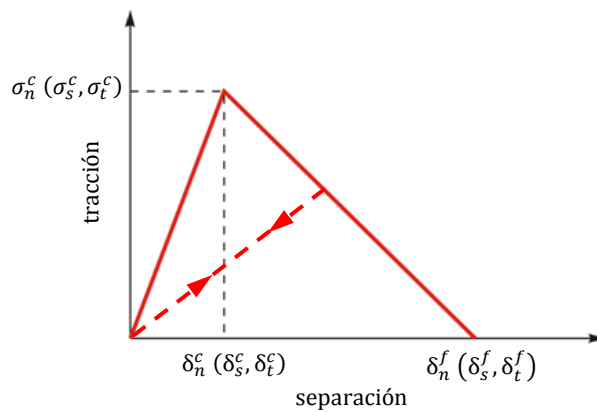


Figure 4: Función de ablandamiento.

Entre los varios criterios disponibles en Abaqus para el inicio del daño se adoptó el modo de interacción cuadrática (Abaqus option *DAMAGE INITIATION, CRITERION=QUADS) que establece la condición

$$\left\{ \frac{\langle \sigma_n \rangle}{\sigma_n^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\sigma_s}{\sigma_s^c} \right\}^2 + \left\{ \frac{\sigma_t}{\sigma_t^c} \right\}^2 = 1 \quad (2)$$

donde σ_n^c , σ_s^c y σ_t^c son los valores críticos de las tensiones. El símbolo $\langle \rangle$ se utiliza para indicar que un estado de compresión pura no inicia el daño.

Para representar el daño del material se utiliza una variable escalar, D . Esta variable tiene un valor inicial $D = 0$ (daño nulo) que crece en forma monótona hasta $D = 1$ cuando se produce la falla total del elemento. Las componentes de la función de ablandamiento son afectadas por el daño como sigue:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= \begin{cases} (1 - D) \bar{\sigma}_n, & \bar{\sigma}_n \geq 0 \\ \bar{\sigma}_n, & \bar{\sigma}_n < 0 \end{cases} \\ \sigma_s &= (1 - D) \bar{\sigma}_s \\ \sigma_t &= (1 - D) \bar{\sigma}_t \end{aligned} \quad (3)$$

donde $\bar{\sigma}_n^c$, $\bar{\sigma}_s^c$ y $\bar{\sigma}_t^c$ son los valores de tensiones previstas por el comportamiento elástico en ausencia de daño.

De acuerdo con el trabajo de Camacho y Ortiz (1996) el valor crítico de las tensiones de corte se toma

$$\sigma_s^c = \sigma_t^c = \beta \sigma_n^c. \quad (4)$$

El valor del parámetro β será discutido más adelante en esta misma sección.

La evolución del daño se caracteriza utilizando un criterio basado en la energía de fractura (Abaqus option *DAMAGE EVOLUTION, TYPE=ENERGY, MIXED MODE BEHAVIOR=POWER LAW, POWER= α) dado por

$$\left\{ \frac{G_n}{G_n^c} \right\}^\alpha + \left\{ \frac{G_s}{G_s^c} \right\}^\alpha + \left\{ \frac{G_t}{G_t^c} \right\}^\alpha = 1 \quad (5)$$

donde G_n , G_s y G_t son las energías específicas de fractura en las direcciones normal y tangenciales y G_n^c , G_s^c y G_t^c son sus respectivos valores críticos. El exponente se adoptó $\alpha=1$ para este trabajo.

El parámetro β introducido en la ecuación (4) se interpreta como la relación entre los valores críticos de los valores de fractoténacidad del material $\beta = K_{II}^c/K_I^c = K_{III}^c/K_I^c$. Considerando un material isótropo y lineal elástico se obtiene

$$G_s^c = G_t^c = \beta^2 G_n^c \quad (6)$$

De acuerdo con el trabajo de Pandolfi et al (2002), se adoptó el parámetro $\beta = 1$.

4 DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL Y CALIBRACIÓN DEL MODELO

4.1 Ensayos experimentales

Las propiedades del material se determinaron a partir de ensayos experimentales. Para

caracterizar el comportamiento elástico del material se practicaron ensayos de tracción según la ASTM D 638 utilizando probetas tipo “dumb bell” (ver Figura 5) para velocidades de carga entre 2 mm/min y 50 mm/min. Los resultados se ilustran en la Figura 6.a. Allí se observa que para todos los casos el material presenta una respuesta lineal hasta valores de tensión de 20 MPa, seguida de una respuesta no lineal que depende de la velocidad de carga. El comportamiento no lineal disminuye con el incremento de la velocidad de deformación. Esta tendencia se verificó con un ensayo realizado a muy alta velocidad, 3 m/s. Este se grafica en la Figura 6.b, donde puede verificarse el comportamiento lineal del material hasta la rotura.

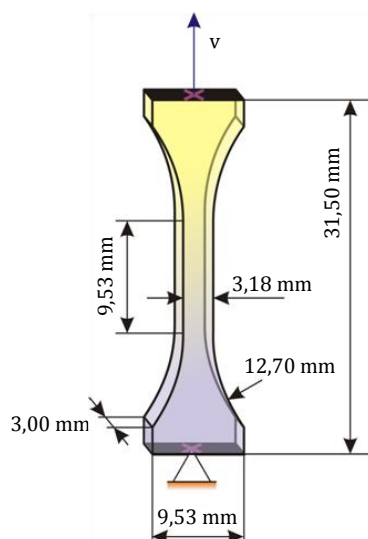


Figura 5: geometría y dimensiones de la probeta tipo “dumb bell”

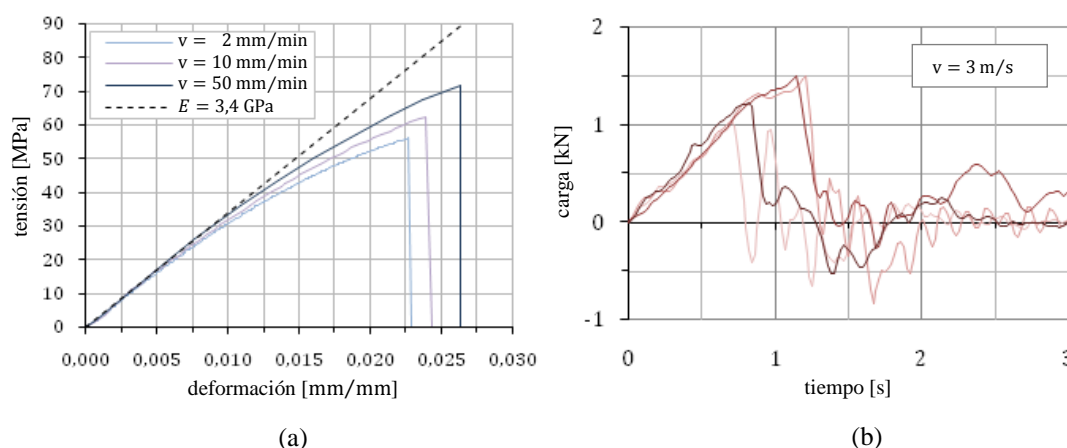


Figura 6: Resultados de ensayos de tracción del PMMA.

De acuerdo a los resultados del análisis anterior, y considerando que el alcance de este trabajo corresponde al modelado de ensayos de impacto, se optó por caracterizar al material con un comportamiento lineal elástico calculado utilizando un ajuste lineal en el tramo inicial de la curva tensión-deformación en el rango 0-20 MPa. El valor así determinado es $E = 3,4$ GPa.

La resistencia a la tracción del material σ_f , en función de la velocidad se reporta en la Tabla 1. En general, se observa un aumento de la tensión de falla con la velocidad del ensayo. La dispersión corresponde al promedio de tres probetas ensayadas en cada condición.

velocidad de ensayo, v [mm/min]	tensión máxima, σ_f [MPa]	dispersión, $\Delta\sigma$ [MPa]
2	62,3	5,18
10	63,3	7,10
50	65,3	10,40
180.000 *	73,6	12,49

Tabla 1: resultados del ensayo de tracción.

Para caracterizar el comportamiento a la fractura se realizaron ensayos de impacto en probetas de flexión en tres puntos del tipo SENB (Single Edge Notched Bend) como la que se ilustra en la **Figura 7**. Los ensayos se ejecutaron en un equipo instrumentado de impacto tipo “falling weight” siguiendo los lineamientos de la norma **ASTM D 5045**. El valor de la carga de impacto se fijó en $v = 1$ m/s. De estos ensayos se determinó que la energía específica de fractura del material es $G_c^I = 930 \pm 120$ N/m.

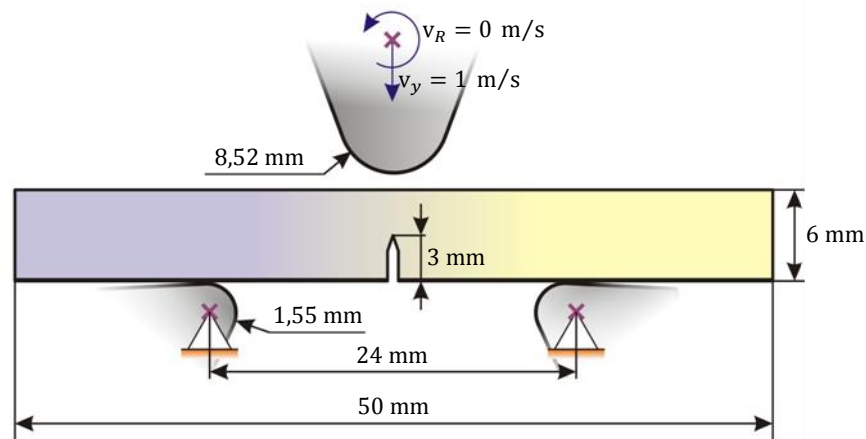


Figura 7: geometría y dimensiones de la probeta de flexión en tres puntos.

4.2 Calibración de los modelos

Para el modelado del ensayo de tracción se utilizaron los modelos con las discretizaciones que se ilustran y detallan en la **Figura 8**. La **Figura 9** ilustra las curvas tensión versus tiempo del ensayo en condiciones de impacto (3 m/s) obtenidas con las tres discretizaciones del modelo. Estos resultados fueron obtenidos luego del ajuste del valor de la tensión crítica para el inicio del daño, σ_n^c (ver ecuación 2) para los elementos cohesivos. Se encontró en ese análisis que el valor de σ_n^c depende del tamaño del elemento. El valor de σ_n^c en función del tamaño del elemento se grafica en la **Figura 10**, donde se observa que la tensión de falla de los elementos cohesivos tiende hacia el valor experimental σ_f con la reducción del tamaño del elemento.

Es importante señalar que la incorporación de los elementos cohesivos resultan en un aumento ficticio de la masa del modelo (**Abaqus, 2007**). Para compensar este efecto se ajustó para cada modelo la densidad del material, de forma que la masa total del modelo se mantuviese constante e igual a la del modelo sin elementos cohesivos. Como resultado, se puede apreciar en la **Figura 9** que los resultados casi no muestran dependencia de la discretización del modelo. Es más, el comportamiento de los modelos que incluyen los elementos cohesivos no se diferencian de los del modelo sin elementos cohesivos (la curva roja en la figura) hasta el instante de la falla de la probeta.

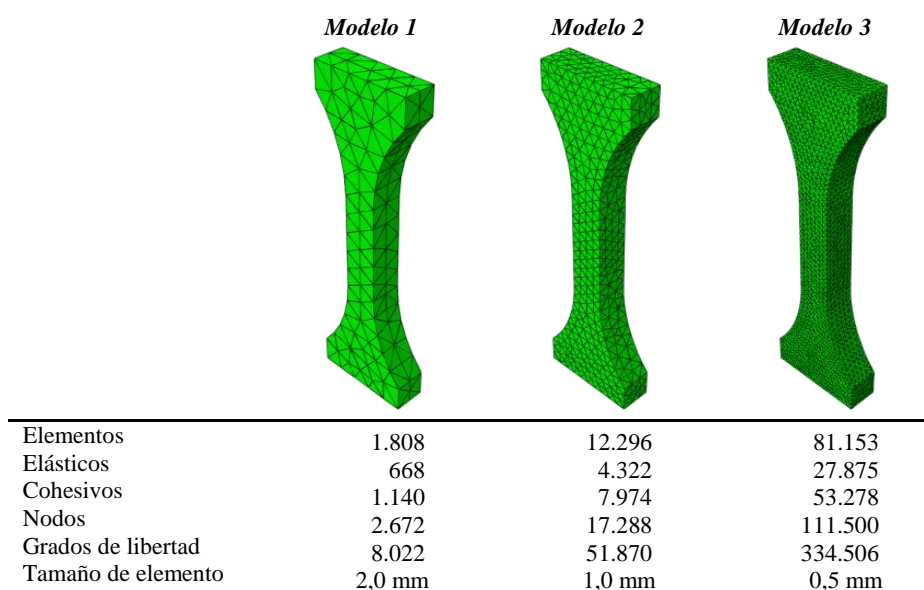


Figura 8: modelos utilizados para la simulación del ensayo uniaxial.

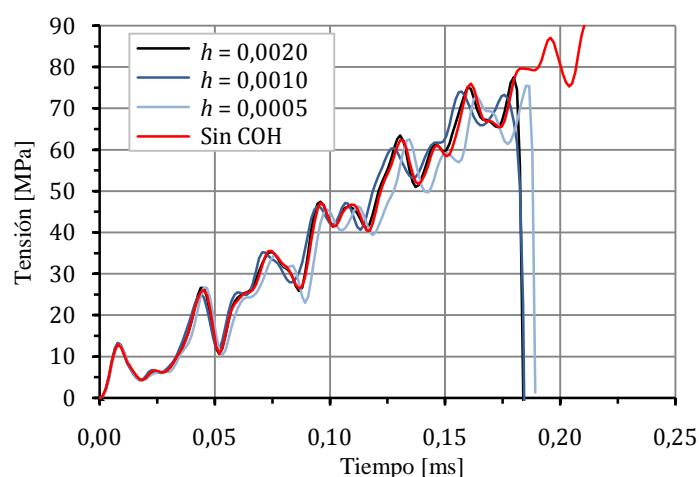


Figura 9: curvas tensión vs tiempo para el ensayo de tracción a 3 m/s.

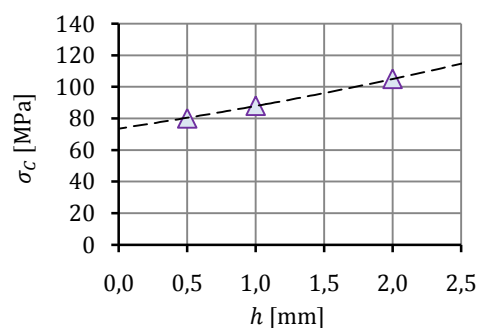


Figura 10: valores de la tensión crítica de los elementos cohesivos en función de su tamaño.

La discretización del modelado del ensayo de impacto se ilustra en la **Figura 11**. De forma similar a lo antes expuesto para el modelo del ensayo de tracción, en el modelado del ensayo de impacto fue necesario compensar no solo el efecto que la inserción de los elementos

cohesivos tiene sobre la masa del modelo, sino que también su efecto sobre la rigidez. La inserción de los elementos cohesivos flexibilizan el comportamiento global del modelo (Abaqus, 2007). Para compensar este efecto se ajustó para cada modelo la densidad del material y su rigidez de forma que sus tres primeros modos de oscilación libre coincidan con los del modelo sin elementos cohesivos.

En la Figura 12 se presenta la comparación entre los resultados fuerza versus tiempo calculados con las tres discretizaciones del modelo y los experimentales. Se observa que los resultados de FEM son casi independientes del tamaño del elemento para las dos discretizaciones más finas ($h = 0,3$ mm y $h = 0,1$ mm).

Finalmente se consideró el caso en que los valores de la energía de fractura y la tensión cohesiva responden a un campo aleatorio con distribución de Weibull. Quedó comprobado experimentalmente que la dispersión del modulo elástico es muy pequeña por lo que no se considera la aleatoriedad de esta propiedad. De esta forma, se analiza la sensibilidad de la respuesta mecánica con las propiedades aleatorias incorporadas en nueve modelos geoméricamente idénticos (INP#01 a INP#09). La Figura 13 muestra los resultados obtenidos considerando el campo de propiedades aleatorias en el Modelo 2, con un coeficiente de variabilidad del 13%. Se encuentra que la dispersión de los resultados se mantiene dentro de los límites observados experimentalmente, por lo cual se verifica que el campo aleatorio con distribución de Weibull reproduce correctamente el comportamiento a la fractura en impacto del PMMA.

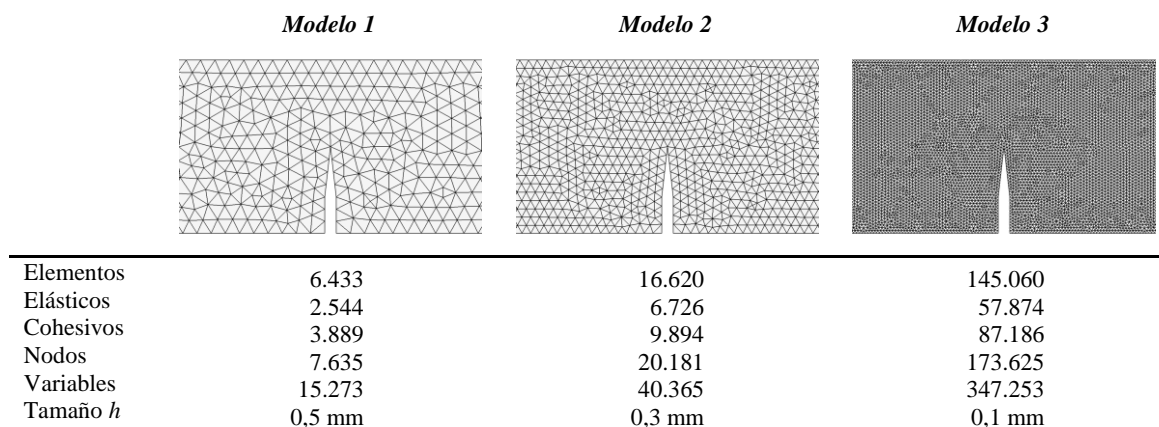


Figura 11: discretizaciones utilizadas para la simulación del ensayo uniaxial.

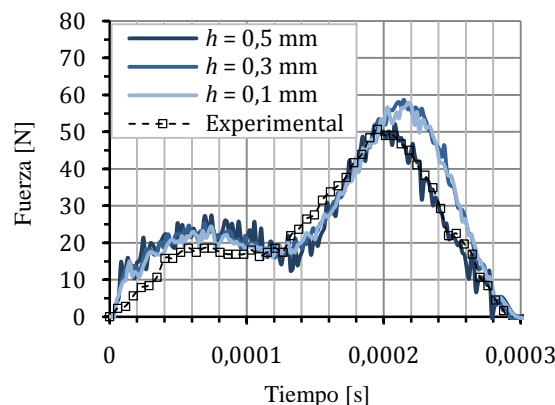


Figura 12: respuesta de fuerza versus tiempo de los modelos y experimentales

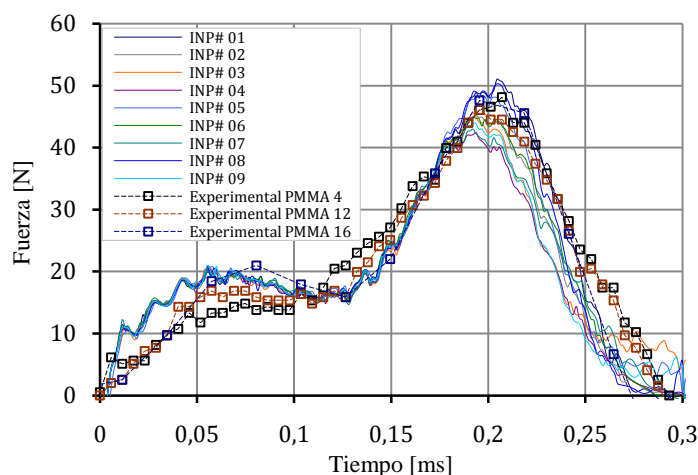


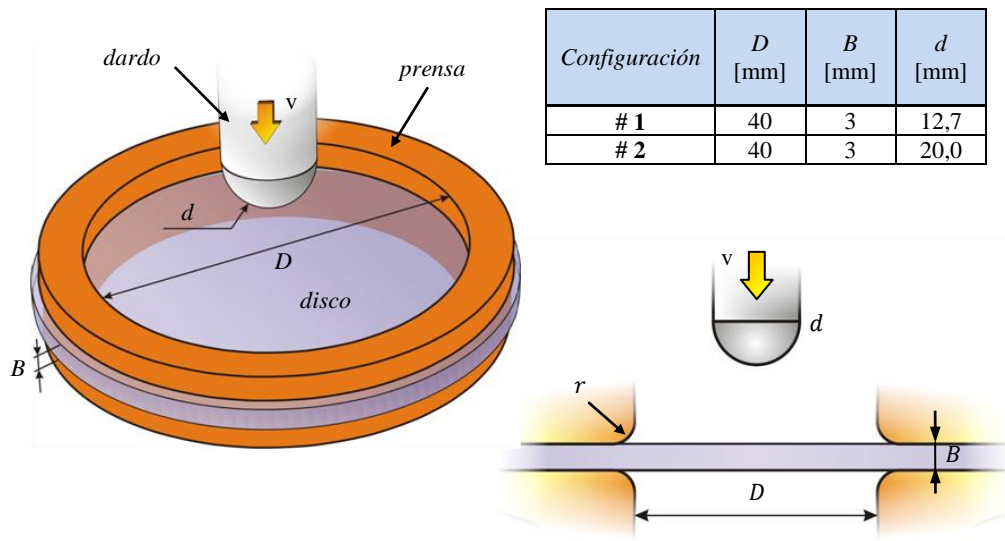
Figura 13: respuesta de fuerza versus tiempo de los modelos y experimentales considerando una distribución aleatoria de la energía específica de fractura y tensión cohesiva.

5 MODELADO DEL ENSAYO DE IMPACTO DE LOS DISCOS

La Figura 14 ilustra un esquema del ensayo de impacto en discos. El disco de diámetro D se encuentra fijado en su periferia por una prensa. El dardo es una barra cilíndrica de acero con extremo semiesférico de diámetro d . El espesor del disco es $B = 3$ mm. Los ensayos se realizaron para diferentes combinaciones d/D utilizando dardos de diámetro $d = 12,7$ mm y $20,0$ mm y una prensa de $D = 40$ mm de diámetro interno.

Los modelos de elementos finitos se ilustran en la Figura 15. En el Modelo 1 se utilizó un tamaño de elemento $h = 2$ mm con 2 elementos en la dirección del espesor, y en el Modelo 2 $h = 1$ mm permitiendo colocar 3 elementos en el espesor del disco.

El anillo exterior, coloreado en verde más oscuro, indica los elementos a los que se les restringieron los desplazamientos para modelar la restricción impuesta por la prensa. El dardo se modeló como un rígido. Las propiedades del material son las determinadas en la sección anterior. Siguiendo el mismo procedimiento indicado para el modelo de la probeta SENB, la rigidez y densidad del material de los modelos con elementos cohesivos fue compensada para que estos modelos tengan la misma masa y modos normales de oscilación que las de un modelo sin elementos cohesivos.



Configuración	D [mm]	B [mm]	d [mm]
# 1	40	3	12,7
# 2	40	3	20,0

Figura 14: esquema del ensayo de impacto del disco.

<p>Modelo 1</p> <p>Espesor del disco</p>	<p>Elementos: Convencionales: 6.265 Cohesivos: 8.587 Nodos: 19.524 G. de libertad: 58.572 Tamaño de elemento: 2 mm Nº elementos en el espesor: 2</p>	<p>14.852</p>
<p>Modelo 2</p> <p>Espesor del disco</p>	<p>Elementos: Convencionales: 40.245 Cohesivos: 52.413 Nodos: 114.076 G. de libertad: 342.228 Tamaño de elemento: 1 mm Nº elementos en el espesor: 3</p>	<p>92.658</p>

Figura 15: discretizaciones utilizadas para la simulación del impacto del disco.

En las **Figura 16** y la **Figura 17** se presentan los resultados de los modelos de elementos finitos y experimentales para los ensayos realizados con el punzones de diámetro $d = 12,7$ mm y $d = 20$ mm respectivamente.

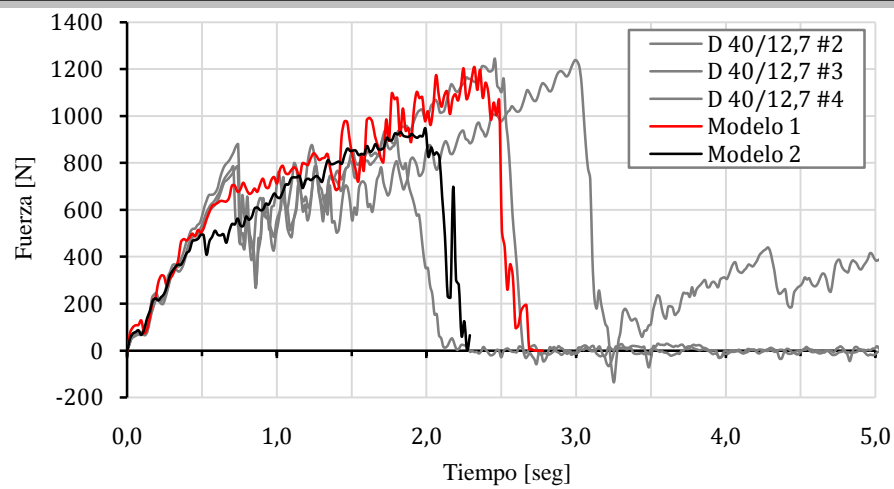
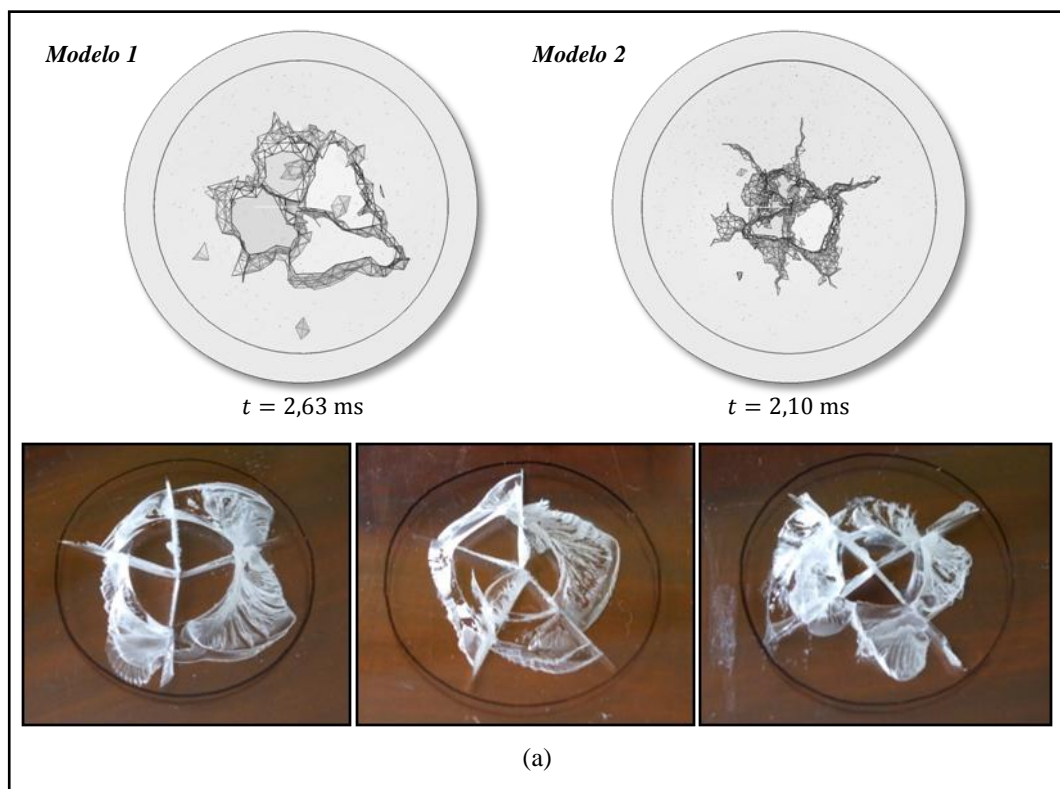


Figura 16: (a) patrones de rotura de los modelos de MEF y experimentales para el dardo de $d = 12,7$ mm y (b) comparación de los registros fuerza vs tiempo.

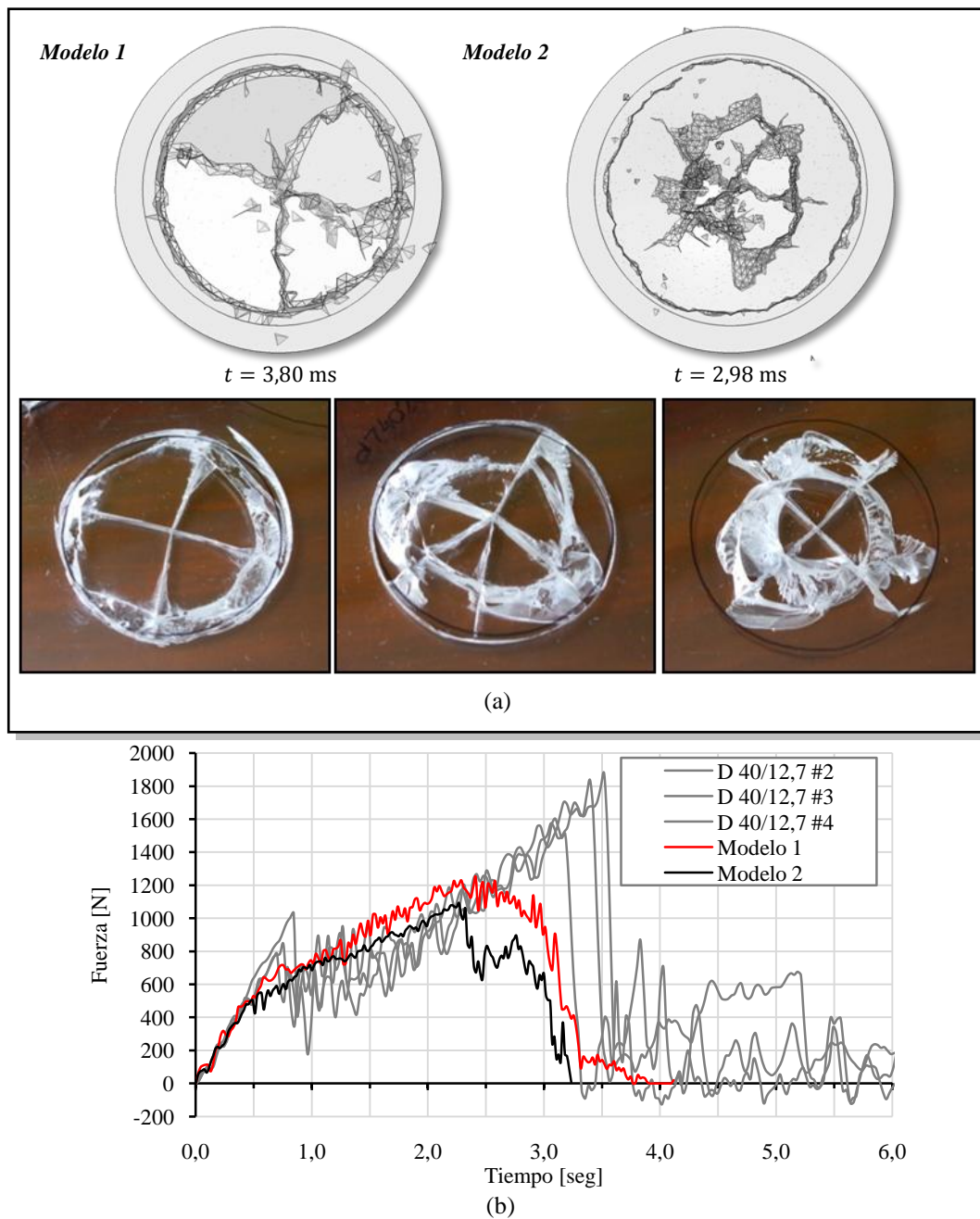


Figura 17: (a) patrones de rotura de los modelos de MEF y experimentales para el dardo de $d = 20$ mm y (b) comparación de los registros fuerza vs tiempo.

Para el punzón de $d = 12,7$ mm (ver Figura 16) los resultados experimentales muestran que el patrón de rotura del disco corresponde al de un orificio en la zona central (rotura por punzonado) y que existe propagación de la fisura en el plano paralelo a las superficies del disco. Los resultados de elementos finitos exhiben el mismo comportamiento, pero tienen una capacidad acotada para reproducir la propagación de la fisura en el plano paralelo a la superficie del disco (ver Figura 18). Esta diferencia se atribuye al reducido número de elementos colocados en la dirección del espesor del disco. Por su parte, se observa un muy buen acuerdo entre los registros fuerza versus tiempo de los modelos y los experimentales. Los resultados de los modelos se ubican dentro del rango de dispersión de los resultados experimentales.

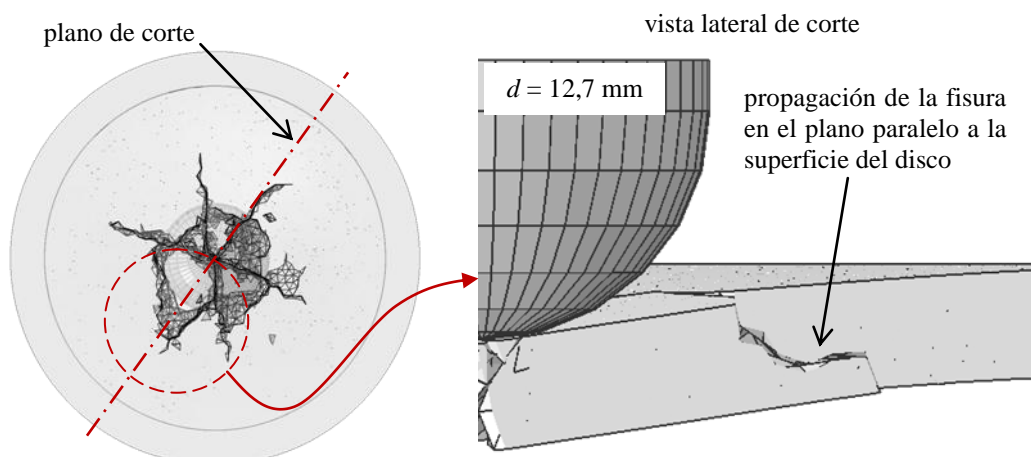


Figura 18: Crecimiento de la fisura en un plano paralelo a la superficie del disco.

El patrón de rotura para el ensayo realizado con el punzón de $d = 20$ mm (ver Figura 17) se compone de fisuras radiales y circunferenciales. La fisura circunferencial tiene un diámetro próximo al diámetro del disco y no atraviesan el espesor (ver Figura 19). En algunos casos esta fisura circunferencial se combina con un patrón de rotura del tipo punzonado en la zona central del disco. Se observa que los modelos de elementos finitos reproducen en forma adecuada estos patrones de rotura. Por su parte, el acuerdo entre los registros fuerza vs desplazamiento de los modelos y experimentales presentan un muy buen acuerdo. Los registros de los modelos predicen una falla más temprana que los resultados experimentales.

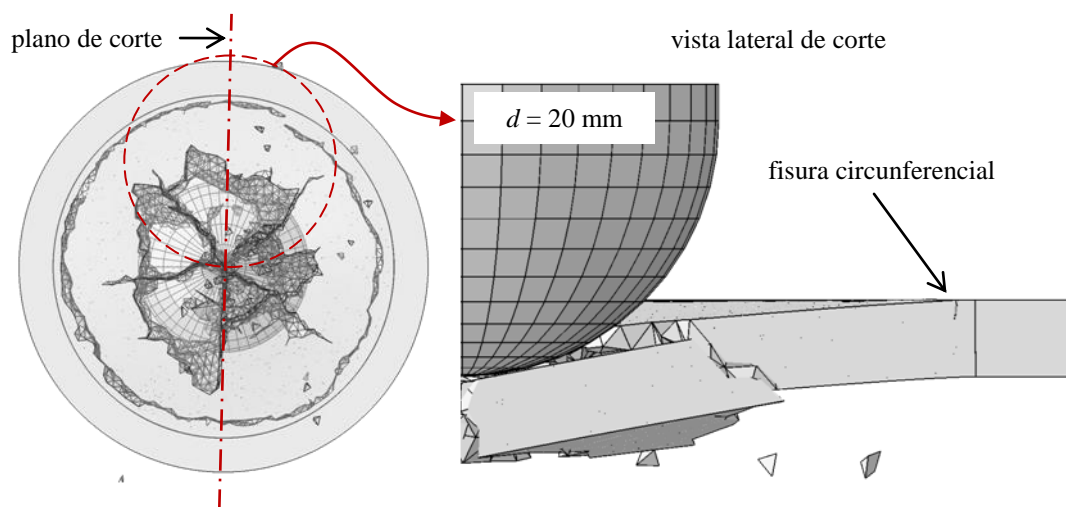


Figura 19: Fisura circunferencial producida para el caso de $d = 20$ mm.

En la Figura 20 se ilustra la secuencia de ruptura del disco para las dos configuraciones d/D (a) y su representación en las curvas carga vs desplazamiento (b). Estas curvas muestran un primer tramo de comportamiento lineal elástico hasta el punto A1 y A2, coincidente con la aparición de las primeras fisuras. Este valor puede ser considerado como la máxima resistencia a la penetración del disco y es independiente del tamaño del dardo. En este punto se produce un cambio de pendiente bien marcado (tramo A1-B1 y A2-B2) debido al crecimiento de las fisuras y disminución de la rigidez del disco.

En el caso del dardo de 12,7 mm las fisuras radiales se detienen en el punto B1 y con la aparición de las fisuras circunferenciales de diámetro próximo a 12,7 mm, se produce la falla total del disco (tramo B1-C1).

Para el dardo de 20 mm, el comportamiento a la falla es diferente. Las fisuras radiales se detienen en el punto B2 y se producen fisuras circunferenciales en el borde del disco (tramo B2-C2), pero estas no son pasantes por lo que el disco vuelve a soportar carga, tramo C2-D2. Finalmente, la falla total se produce con la aparición de las fisuras circunferenciales en un diámetro menor, de aproximadamente 20 mm (tramo D2-E2).

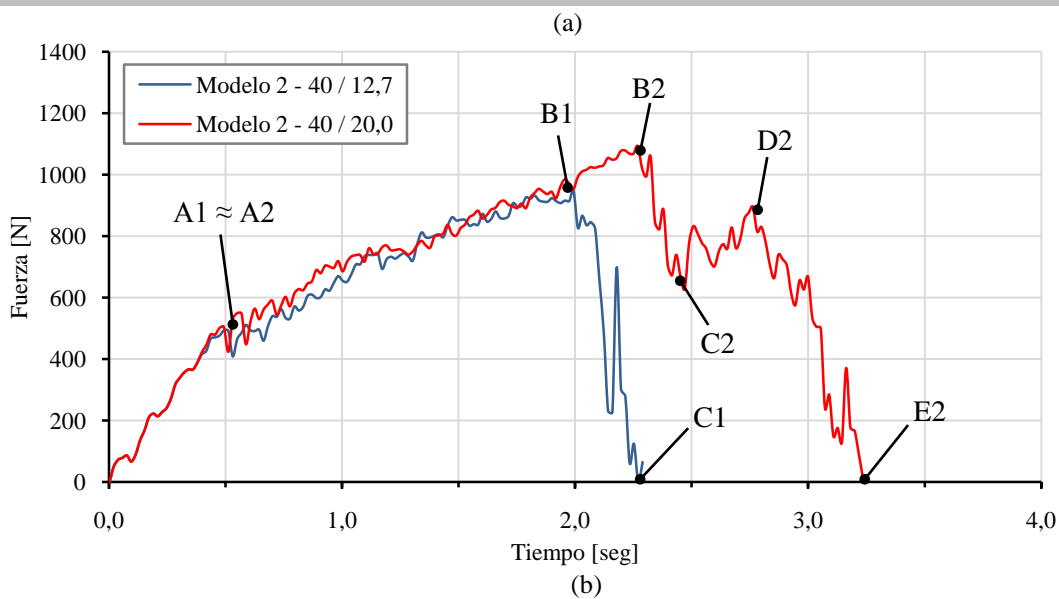
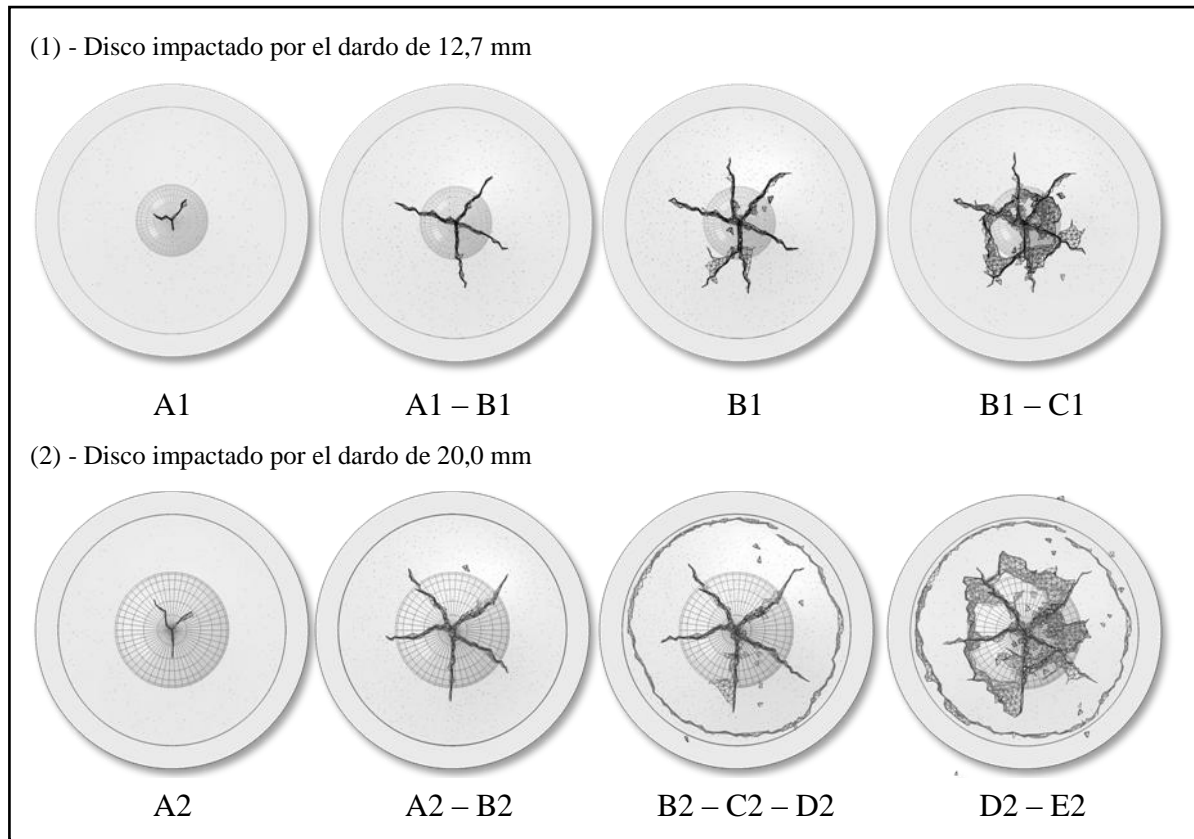


Figura 20: (a) secuencia de ruptura de los discos obtenidas en el Modelo 2 para el dardo de $d = 12,7$ mm y 20 mm, y (b) comparación de curvas carga vs desplazamiento para las configuraciones.

6 CONCLUSIONES

Se presenta en este trabajo una metodología para modelar el ensayo de “falling weight” sobre discos poliméricos frágiles utilizando el método de los elementos finitos con elementos cohesivos. Como material modelo se utilizó polimetilmetacrilato (PMMA)

Se propone una estrategia para determinar las propiedades elásticas y de fractura del PMMA a partir de ensayos experimentales de tracción e impacto de probetas de flexión.

En la calibración de los modelos de elementos finitos se compensa la distorsión sobre los valores de la masa y rigidez de los modelos que resultan de la inclusión de los elementos cohesivos. Para esto se ajustan la densidad y el módulo elástico de los elementos para verificar que la masa total y los modos normales de oscilación de los modelos con elementos cohesivos sean iguales a las de los modelos sin elementos cohesivos.

Los modelos así construidos reproducen los patrones de rotura y los registros fuerza vs desplazamiento obtenidos en ensayos experimentales de los discos sometidos al ensayo de impacto.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es financiado por los proyectos PICT-2007 N° 1154 de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Técnica y la Universidad Nacional de Mar del Plata.

REFERENCIAS

- Abaqus User Manuals, Version 6.7, Dassault Systèmes, Providence, RI, USA., 2007.
- ASTM D 638. *Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics*, 2003.
- ASTM D 5045. *Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness and Strain Energy Release Rate of Plastic Materials*, 1999.
- Bucknal, C.B. *Polymer Blends*, Vol 2 Ch 21: Characterizing toughness using standard empirical test. Paul, D.R. and Bucknal, C.B., editors. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- Camacho, G.T. y Ortiz, M. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of Solids and Structures* 33:2899-2938, 1996.
- Guimatsia I., Falzon B. G. y Davies G.A.O. Automatic Insertion of Cohesive Elements for Delamination Modelling. *Key Engineering Materials*, 383:53-66, 2008.
- Hillerborg, A. Modeer, M., y Petersson, P.E. Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements. *Cement and Concrete Research*, 6:773-782, 1976.
- Hillerborg, A. Application of the Fictitious Crack Model to Different Materials. *International Journal of Fracture*, 51:95-102, 1991.
- Kinloch, A. J. and Young, R.J. *Fracture Behaviour of Polymers*, Chapter 6: Impact and Fatigue, Applied Science Publishers Ltd., Essex, England, 1983.
- Martínez, A. B., Arnau, J., Maspocho, M. Ll., Pagés, P. Las técnicas de Impacto Instrumentado. *Fetraplast*, 4-11, 1992.
- Pandolfi, A., Ortiz M., *An efficient adaptive procedure for three dimensional fragmentation simulations*. *Engineering with computers*, 2002. 18: p 148-159.