

## MACROMODELO COLUMNA CON INTERACCIÓN FLEXION-AXIAL Y CORTE-AXIAL

Gonzalo S. Torrisi<sup>a</sup>, Francisco J. Crisafulli<sup>b</sup>

<sup>a</sup>*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo. Centro Universitario, Mendoza, Argentina,  
[gtorrisi@fing.uncu.edu.ar](mailto:gtorrisi@fing.uncu.edu.ar)*

<sup>b</sup>*Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo. Centro Universitario, Mendoza, Argentina,  
[jcrisa@uncu.edu.ar](mailto:jcrisa@uncu.edu.ar)*

**Keywords:** Modelo no lineal, interacción corte-flexión.

**Abstract.** Se presentan dos modelos simples de columna para representar la interacción entre la flexión y la carga normal y el corte con la carga normal en columnas solicitadas por estos esfuerzos. Los modelos constan de barras elásticas con resortes de flexión no lineales en los extremos y resortes no lineales de corte concentrados en el centro de la luz para uno de ellos y corte no lineal distribuido en el elemento en el segundo modelo; En todos los casos, los modelos histeréticos representan los efectos principales de flexión y corte y con envolventes obtenidas en forma simple por métodos conocidos. El acoplamiento entre ambos efectos se logra en la matriz de rigidez y la interacción con la fuerza axial se logra modificando las envolventes ante la variación de la misma. Se puede concluir que los modelos simples representan muy bien la interacción entre los esfuerzos de flexión y corte y la degradación de resistencia con los ciclos de carga/descarga y son de fácil implementación en programas de análisis no lineal.

## 1 INTRODUCCION

Las fallas de corte en elementos de hormigón armado son del tipo frágil. Si bien hoy en día se trata de evitar este tipo de fallas usando procedimientos de diseño por capacidad, existen estructuras que han sido diseñadas con anterioridad a la aplicación de estos criterios o bien, debido a que se consideraba un comportamiento diferente, se le daba poca importancia a los esfuerzos de corte. Esto último ocurre en las estructuras de mampostería encadenada, figura 1 a 3, donde si bien los encadenados, especialmente los verticales, están sometidos principalmente a esfuerzos axiales, los esfuerzos de flexión y corte tienen valores elevados en algunos casos (Combesure, 2006, Torrissi y Crisafulli, 2010).

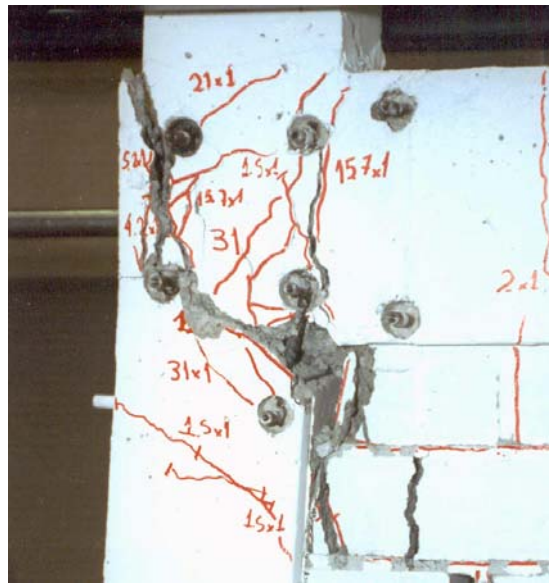


Figura 1: Falla de corte en columna (Crisafulli, 1997)

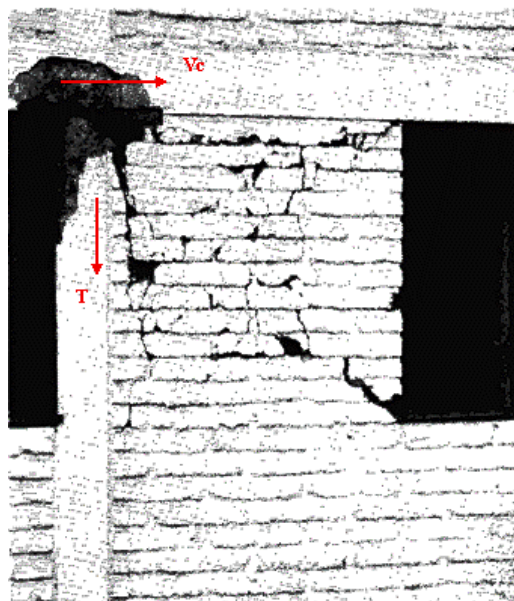


Figura 2: Falla de corte en columna de muro de mampostería. (Terremoto de Chile, 2010)

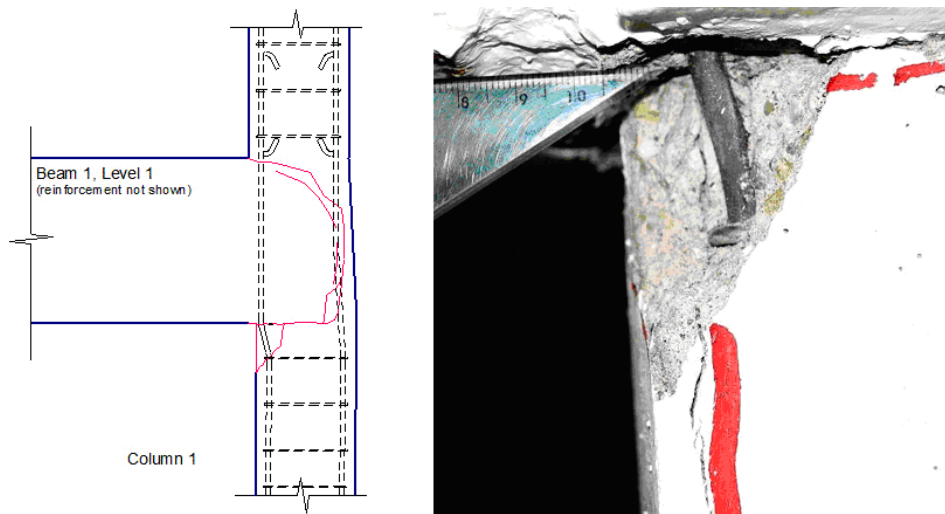


Figura 3: Falla de corte en columna de pórtico relleno de mampostería (Lanese et al 2009).

En muros de mampostería confinada y pórticos rellenos con mampostería esto se debe, principalmente, a la zona de contacto que se presenta entre el panel de mampostería actuando como una biela comprimida y los encadenados de hormigón armado, lo cual se muestra en la figura 4, mediante resultados de un modelo de elementos finitos.

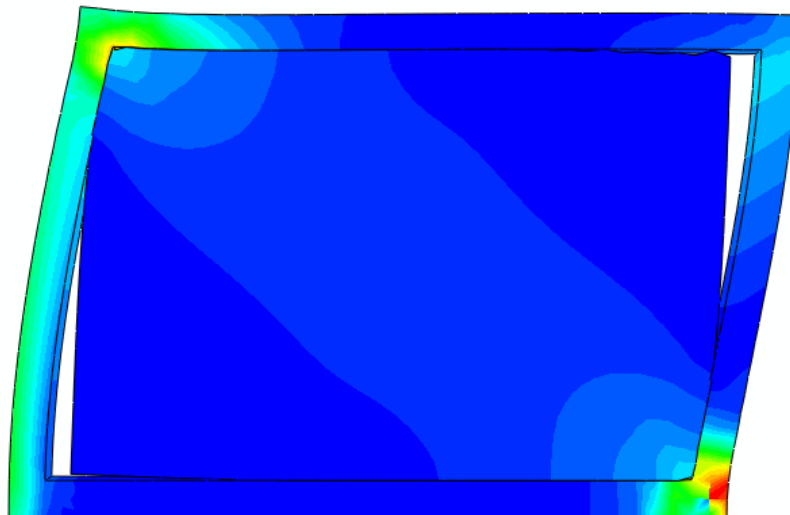


Figura 4: Zona de contacto entre panel y pórtico.

En la zona de contacto se generan esfuerzos de flexión y corte en los elementos de hormigón (Torrise y Crisafulli, 2010), como se ve en la figura 5a y 5b, y pueden llegar a producir una falla por causa de estos esfuerzos (Zabala et al, 2002, Crisafulli, 1997), lo que conduciría a una reducción de la ductilidad global del muro debido a la falla local del encadenado.

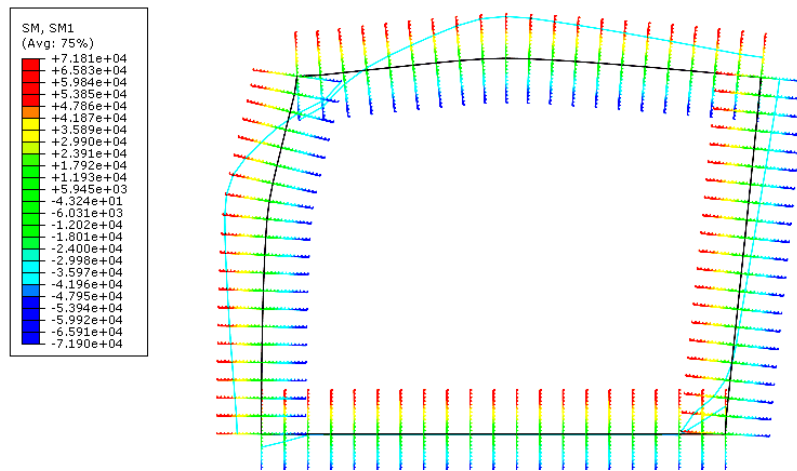


Figura 5a: Esfuerzos de flexión en encadenados

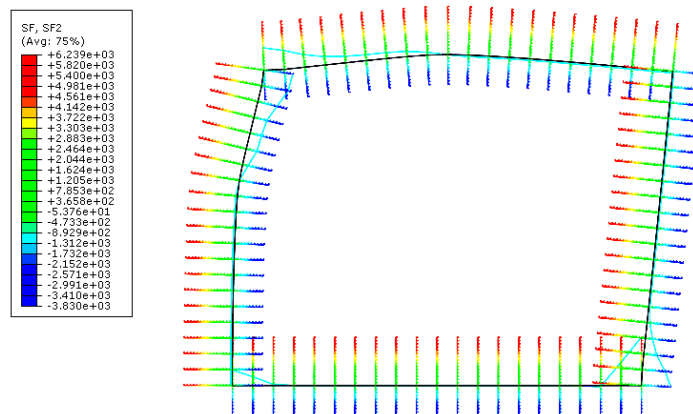


Figura 5b: Esfuerzos de corte en encadenados

Además, las fuerzas axiales actuantes, especialmente las de tracción, producen una reducción en la capacidad a corte y a flexión en los elementos de hormigón armado, lo que puede generar que la falla se produzca en forma mas temprana a la esperada.

Los macro modelos existentes para elementos de hormigón armado pueden representar las fallas por flexión y fuerzas axiales (Perera, 2005, Zarnic, 1994, Zarnic, 1995) y solo algunos de ellos pueden predecir la falla por corte. Sin embargo, para modelar una estructura de mampostería encadenada hace falta discretizar en varios tramos los elementos de hormigón armado para manifestar el esfuerzo de corte y de flexión. El modelo utilizado por Filippou y otros autores (D'ambrisi y Filippou, 1999, Filippou y Issa, 1988) tiene en cuenta el acoplamiento entre la flexión y el corte, sin embargo el comportamiento flexional se realiza usando modelos de fibras, con lo que hace falta definir las leyes del hormigón y del acero para obtener el comportamiento a nivel seccional, lo que involucra una gran cantidad de datos de entrada y un mayor costo computacional. También existen modelos de interacción entre los 3 esfuerzos (Mostafaei et al, 2009), planteada mediante la teoría del campo de compresión modificada, sin embargo requieren una discretización muy fina de la estructura y además un alto costo computacional. Debido a esto se propone un modelo de barra de 4 nodos que es

capaz de representar las fallas de flexión y corte en las zonas en donde estos esfuerzos son críticos, además de representar la falla por fuerzas axiales.

## 2 DESCRIPCION DEL MACRO ELEMENTO COLUMNA PROPUESTO

Para tener en cuenta este fenómeno se ha desarrollado un macroelemento columna que tiene en cuenta la interacción entre los esfuerzos de corte y la carga axial y de ésta última con los esfuerzos de flexión. Esta columna consta de 3 subelementos, dos de ellos con rótulas de flexión en sus extremos y un resorte de corte intermedio y el tercero, perteneciente al tramo central, que consta de un resorte axial. El acoplamiento entre los esfuerzos de corte y de flexión se realiza dentro de la matriz de rigidez del elemento, mientras que la interacción entre estos esfuerzos y la carga axial se realiza modificando las envolventes de falla para los distintos esfuerzos.

Como se menciona en la sección 1, el macroelemento columna, mostrado en la figura 6, consta de 3 subelementos. El primero de ellos, al igual que el tercero, es una viga de Euler-Bernoulli con energía de corte.

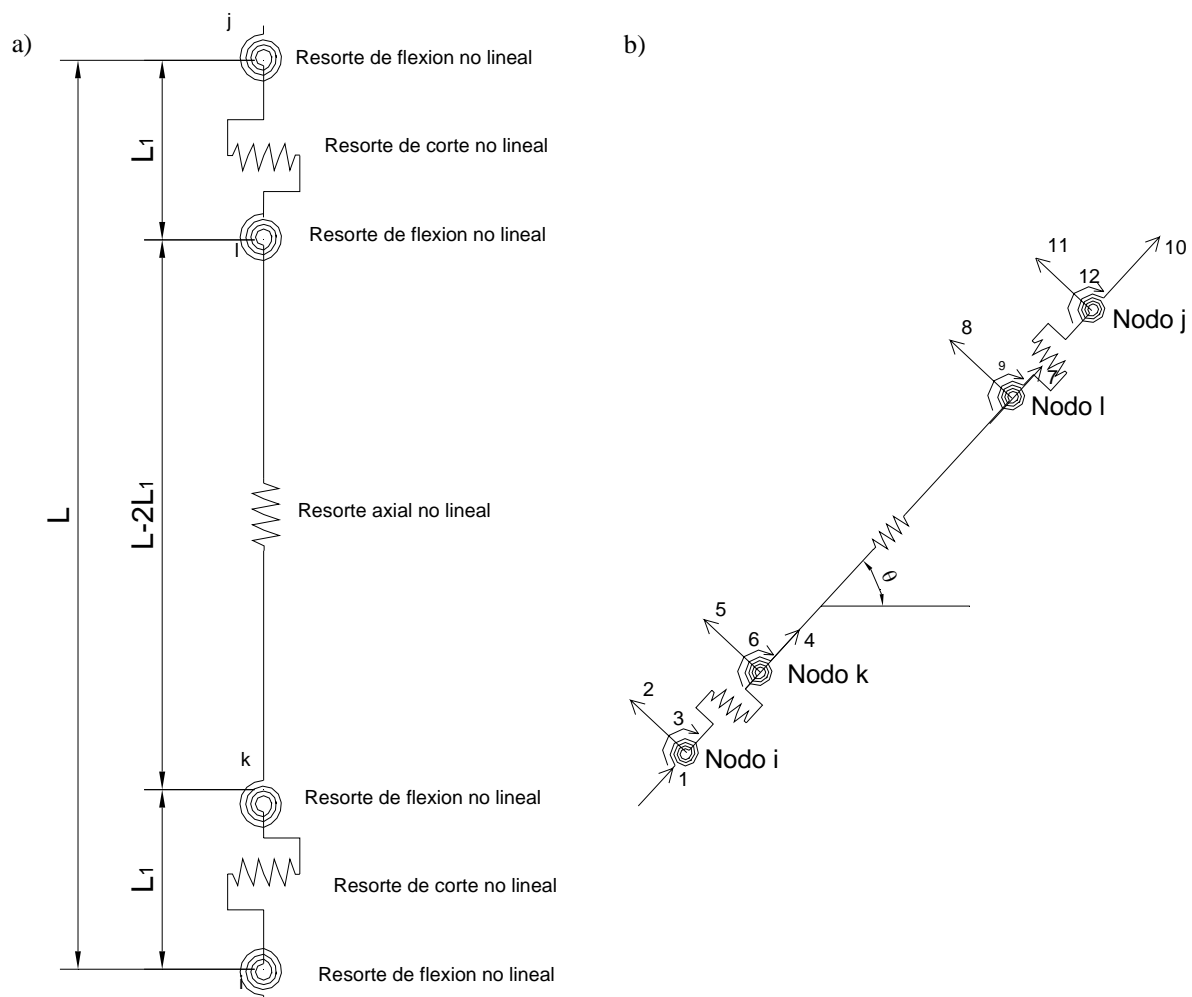


Figura 6: Macroelemento columna. a) Definición de resortes, b) Grados de libertad

Este subelemento, denominado desde ahora EMV1, posee dos resortes de flexión, una en cada extremo, los cuales son los encargados de tener en cuenta el comportamiento no lineal

en flexión. Para el comportamiento de corte se proponen dos modelos distintos, el primero considera que la barra posee dos resortes de corte en los extremos, subelemento EMV1a, figura 7a, y el segundo que posee un resorte central, que tiene un comportamiento no lineal para los esfuerzos de corte, subelemento EMV1b, mostrado en la figura 7b. En ambos modelos las leyes de flexión de los resortes extremos siguen una envolvente trilineal con un ciclo histeréticos de TAKEDA y para el corte se sigue una ley trilineal con comportamiento histerético con PINCHING.

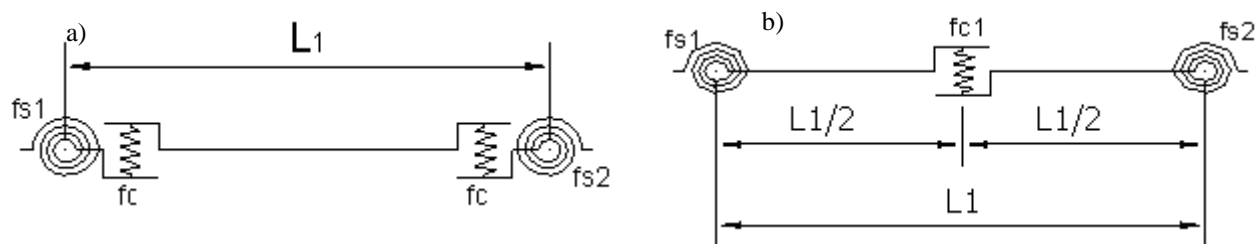


Figura 7: a) Subelemento EMV1a, b) Subelemento EMV1b

El elemento central, encargado de considerar el comportamiento Axial no lineal, es una barra de Euler-Bernoulli con energía de corte, la cual se degrada por causa de los esfuerzos axiales. Estos esfuerzos siguen una envolvente y ciclo bilineal con degradación en la descarga.

### 3 FORMULACIÓN DEL MACROELEMENTO

Se presenta a continuación la formulación del macro elemento con los modelos de corte descritos anteriormente.

#### 3.1 Modelo de corte distribuido – Subelemento EMV1a

El primer modelo planteado corresponde a una barra de Euler-Bernoulli con energía de corte. La formulación de este elemento se realiza en términos de flexibilidad (Flores-López, 1993, D'ambrisi y Filippou, 1999, Leu y Cheng, 2000, Al-Haddad, 1990, Thonson y Flores-Lopez, 2004, Filippou y Issa, 1988) debido a que resulta más sencillo el acoplamiento de los distintos comportamientos.

La matriz de flexibilidad elemental del modelo esta compuesta por 4 submatrices. La primera de ella corresponde a la formulación pura de Euler-Bernoulli,  $F_{eb}$ , obtenida aplicando momentos unitarios en los extremos de una viga simplemente apoyada, la segunda tiene en cuenta la energía de corte,  $F_{ec}$ , la cual se obtiene por el corte inducido al aplicar momentos unitarios en los extremos de la viga anteriormente mencionada. La tercer submatriz, denominada  $F_{bil}$  posee la contribución de las rótulas de flexión de los extremos, es decir, la flexibilidad del resorte de flexión y la cuarta submatriz, llamada  $F_{ci}$ , es la encargada de aportar el comportamiento no lineal por corte. La ecuación (1) muestra las distintas matrices de flexibilidad sumadas para obtener la matriz de flexibilidad elemental  $F$  del subelemento EMV1a.

$$[F] = [F_{eb}] + [F_{ec}] + [F_{bil}] + [F_{ci}] \quad (1)$$

La formulación de cada submatriz se presenta en Aguiar, 2003, y por las ecuaciones (2) a (5)

$$[F_{eb}] = \begin{bmatrix} \frac{L}{EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_1}{3EJ} & -\frac{L_1}{6EJ} \\ 0 & -\frac{L_1}{6EJ} & \frac{L_1}{3EJ} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[F_{ec}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{GA_c L_1} & \frac{1}{GA_c L_1} \\ 0 & \frac{1}{GA_c L_1} & \frac{1}{GA_c L_1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[F_{bil}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & f_{s2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[F_{ci}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_c & f_c \\ 0 & f_c & f_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

En las ecuaciones anteriores  $A$  es el área de la sección transversal del elemento y  $A_c$  el área de corte del mismo,  $J$  es el valor de momento de inercia de la sección transversal,  $E$  y  $G$  son los módulos de elasticidad y de corte del material. La longitud del tramo es  $L_1$ .

Los factores  $f_{s1}$  y  $f_{s2}$  son las flexibilidades de los resortes de flexión y  $f_c$  la flexibilidad de corte y son definidos según las ecuaciones (6) y (7) (Carr, 2007).

$$f_{si} = \frac{(1-r_i) L_p}{r_i EJ} \quad (6)$$

$$f_c = \frac{(1-p_i)}{p_i} \frac{1}{GA_c L_1} \left( \frac{L_{cr}}{L_1} \right) \alpha_c \quad (7)$$

En las ecuaciones anteriores  $r_i$  y  $p_i$  son los factores bilineales para flexión y corte respectivamente, definidos como la rigidez tangente instantanea sobre la rigidez inicial. Además el factor  $\alpha_c$  es un factor que tiene en cuenta la variación del módulo de corte y el área de corte y fue calibrado con los ensayos experimentales. Cabe aclarar que el modelo histeréticos a utilizar no puede tener comportamiento plástico perfecto (Carr, 2007), es decir una pendiente igual a cero ya que el factor bilineal sería infinito, es por ello que se debe introducir un valor no nulo, positivo o negativo.

Una vez obtenida la matriz  $F$  se procede a invertir la misma para obtener la matriz  $K_o$ . Para obtener la matriz de rigidez del elemento  $K_e$ , debemos generarla a partir de la matriz  $K_o$  y de las matrices  $B$  definida en la ecuación 8.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L_1 & 0 & 0 & -1/L_1 & 1 \\ 0 & 1/L_1 & 1 & 0 & -1/L_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

La matriz de rigidez  $K_e$  se define como

$$[K_e] = [B]^T [K_o] [B] \quad (9)$$

La matriz  $K_e$  representa la matriz de rigidez del subelemento EMV1a, en coordenadas locales, con un orden de desplazamientos de la siguiente forma

$$\{u\} = [x_1 \quad y_1 \quad \theta_1 \quad x_2 \quad y_2 \quad \theta_2]^T \quad (10)$$

y los esfuerzos dados en el mismo orden.

$$\{Q\} = [N_1 \quad V_1 \quad M_1 \quad N_2 \quad V_2 \quad M_2]^T \quad (11)$$

### 3.2 Modelo con resorte de corte – Subelemento EMV1b

El segundo modelo planteado corresponde, al igual que el primero, a una barra de Euler-Bernoulli con energía de corte.

En este caso se analiza la matriz de flexibilidad de los tramos elásticos anterior o posterior al resorte de corte central y la contribución de los resortes flexionales extremos. Estas matrices se invierten para obtener las matrices de rigidez de cada tramo y se ensamblan con la matriz de rigidez del resorte colocado a mitad de longitud. La matriz de rigidez resultante posee 12 grados de libertad, los cuales hay que condensar para llevar a los grados de libertad de los nudos extremos (Ascheri, et al, 2009), quedando así una matriz de rigidez de 6x6.

La ecuación 12 expresa la matriz de flexibilidad elástica de cada tramo, de longitud  $L_1$ , del subelemento EMV1b, considerando que el resorte de corte se encuentra a mitad de longitud.

$$[F_e] = \begin{bmatrix} \frac{L_1}{2EA} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_1}{6EJ} & -\frac{L_1}{12EJ} \\ 0 & -\frac{L_1}{12EJ} & \frac{L_1}{6EJ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{GA_c L_1}{2} & \frac{GA_c L_1}{2} \\ 0 & \frac{GA_c L_1}{2} & \frac{GA_c L_1}{2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Las matrices de flexibilidad que tienen en cuenta la rigidez de los resortes de flexión extremos están dadas en las ecuaciones (13) y (14).

$$[F_{b1}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{s1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[F_{b2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{s2} \end{bmatrix} \quad (14)$$



Habiendo definido estas matrices, la matriz de rigidez elemental de cada tramo  $K_1$  y  $K_2$ , se obtiene invirtiendo las matrices  $F_{e1}$  y  $F_{e2}$ , definidas como

$$[F_{e1}] = [F_e] + [F_{b1}] \tag{15}$$

$$[F_{e2}] = [F_e] + [F_{b2}] \tag{16}$$

La matriz de rigidez en coordenadas locales de cada tramo se obtiene de la siguiente forma

$$[K_{e1}] = [B_1]^T [K_1] [B_1] \tag{17}$$

$$[K_{e2}] = [B_1]^T [K_2] [B_1] \tag{18}$$

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2/L_1 & 0 & 0 & -2/L_1 & 1 \\ 0 & 2/L_1 & 1 & 0 & -2/L_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

La matriz de rigidez del resorte central queda expresada como sigue

$$[K_v] = \begin{bmatrix} K_{xe} & 0 & 0 & -K_{xe} & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 & 0 & -K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_{\theta e} & 0 & 0 & -K_{\theta e} \\ -K_{xe} & 0 & 0 & K_{xe} & 0 & 0 \\ 0 & -K_y & 0 & 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & -K_{\theta e} & 0 & 0 & K_{\theta e} \end{bmatrix} \tag{20}$$

Siendo en este caso  $K_y$  la rigidez del resorte de corte y  $K_{xe}$  y  $K_{\theta e}$  las rigideces elásticas axial y de flexión definidas como sigue

$$K_{xe} = \frac{2EA}{L_1} \tag{21}$$

$$K_{\theta e} = \frac{12EJ}{L_1} \tag{22}$$

La rigidez  $K_y$  se obtiene como la inversa de la ecuación 7 para valores de  $p_i$  distintos de 1. Si el valor de  $p_i$  es igual a 1, comportamiento elástico, el valor de la rigidez se evalúa como  $V_{cr}/\gamma_{cr}$ , siendo  $V_{cr}$  el corte de agrietamiento y  $\gamma_{cr}$  la distorsión de corte correspondiente.

Las matrices  $K_{e1}$ ,  $K_{e2}$  y  $K_v$  se ensamblan en una matriz  $K_o$ , la cual se condensa para obtener la matriz de rigidez del elemento,  $K_e$ . Para realizar la condensación se procede a ordenar los grados de libertad en forma conveniente, como se indica en la ecuación (23), con las matrices  $C$ , definidas en la ecuación (24).

$$[K_d] = [C]^T [K_o] [C] \tag{23}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Luego, la matriz  $K_d$  queda dividida en 4 submatrices de 6x6, ecuación (25), las cuales se condensan para obtener la matriz de rigidez del elemento,  $K_e$ .

$$[K_d] = \begin{bmatrix} [K_{AA}] & [K_{AB}] \\ [K_{BA}] & [K_{BB}] \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[K_e] = [K_{AA}] - [K_{AB}] [K_{BB}]^{-1} [K_{BA}] \quad (26)$$

La matriz anterior queda ordenada de forma similar a la expuesta en la ecuación (9).

Ambas matrices de rigidez de los elementos  $K_e$ , definidas por las ecuaciones (9) y (26), se ensamblan luego en la matriz de rigidez del macroelemento, el que será ensamblado en la matriz de rigidez global de la estructura, previo paso de coordenadas locales a coordenadas globales.

### 3.3 Subelemento EMV2

El elemento central, denominado desde ahora EMV2, del macroelemento columna, es una barra de Euler-Bernoulli que posee una rigidez axial degradable. La matriz de rigidez de este elemento esta dada por la ecuación (27).

$$[K_e] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 & -K_x & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EJ}{L_2^3} & \frac{6EJ}{L_2^2} & 0 & -\frac{12EJ}{L_2^3} & \frac{6EJ}{L_2^2} \\ 0 & \frac{6EJ}{L_2^2} & \frac{4EJ}{L_2} & 0 & -\frac{6EJ}{L_2^2} & \frac{2EJ}{L_2} \\ -K_x & 0 & 0 & K_x & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EJ}{L_2^3} & -\frac{6EJ}{L_2^2} & 0 & \frac{12EJ}{L_2^3} & -\frac{6EJ}{L_2^2} \\ 0 & \frac{6EJ}{L_2^2} & \frac{2EJ}{L_2} & 0 & -\frac{6EJ}{L_2^2} & \frac{4EJ}{L_2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

en donde  $K_x$  es la rigidez axial no lineal, definida en la ecuación (28) y  $L_2$  la longitud del tramo central. En la ecuación siguiente  $\eta$  es el facto bilineal para la respuesta axial, definido

como la rigidez tangente sobre la rigidez inicial.

$$K_{.xe} = \frac{EA}{L_2} \eta \quad (28)$$

### 3.4 Solución incremental y obtención de deformaciones internas.

Una vez ensamblada las matrices de rigidez de los subelementos en el macroelemento columna, se procede a resolver el sistema. Esta solución se realiza en forma incremental, obteniendo incrementos de desplazamientos para los nodos del macroelementos,  $\Delta u_m$ , y por consiguiente incrementos de desplazamientos para cada subelemento,  $\Delta u_e$ . Además se puede utilizar algún procedimiento tipo Newton-Raphson (Filippou et al, 1992), para verificar el equilibrio global y local. El incremento de fuerzas internas,  $\Delta Q$ , viene dado por la ecuación (29), donde  $\Delta u_e$  esta definido en la ecuación (30).

$$\{\Delta Q\} = [\Delta N_1 \quad \Delta V_1 \quad \Delta M_1 \quad \Delta N_2 \quad \Delta V_2 \quad \Delta M_2]^T = [K_e] \{\Delta u_e\} \quad (29)$$

$$\{\Delta u_e\} = [\Delta x_1 \quad \Delta y_1 \quad \Delta \theta_1 \quad \Delta x_2 \quad \Delta y_2 \quad \Delta \theta_2]^T \quad (30)$$

Conocido el incremento de fuerzas internas se calcula el incremento de deformaciones internas (Carr, 2007). El incremento de curvaturas se obtiene como se indica a continuación.

$$\Delta \phi_1 = \frac{\Delta M_1}{r_1 EJ} \quad (31)$$

$$\Delta \phi_2 = \frac{\Delta M_2}{r_2 EJ} \quad (32)$$

Si se trabaja con el subelemento EMV1a, el incremento de la distorsión de corte se calcula como dice la ecuación (33).

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta V_1}{pGA_c} \quad (33)$$

Sin embargo, si trabajamos con el subelemento EMV1b, el incremento de la distorsión de corte se obtiene como se explica a continuación. Primero se obtiene la matriz de desplazamientos internos  $K_i$  (ecuación 34), luego calculamos el desplazamiento en el resorte central, según la ecuación (35) (Ascheri et al, 2009) y posteriormente evaluamos el esfuerzo en dicho resorte con la ecuación (36), para finalmente obtener el valor buscado del incremento de distorsión de corte, ecuación (33).

$$[K_i] = -[K_{BB}]^{-1} [K_{BA}] \quad (34)$$

$$\{\Delta u_r\} = [K_i] \{\Delta u_e\} \quad (35)$$

$$\{\Delta Q\} = [K_v] \{\Delta u_r\} \quad (36)$$

Finalmente, el incremento de deformación axial se obtiene de obtener el esfuerzo axial en la barra central, utilizando las ecuaciones (29) y (30) aplicadas a dicha barra y la ecuación (37).

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta N_1}{\eta EA} \quad (37)$$

Con los valores incrementales de las deformaciones internas se entra en los diagramas histeréticos correspondientes y se obtienen los valores de rigidez tangente instantánea, factores bilineales y fuerzas internas. Si dichas fuerzas no son iguales, dentro de un margen de error establecido, a las externas, se procede a realizar iteraciones de equilibrio en el incremento para asegurar la convergencia.

Para tener en cuenta la interacción entre las fuerzas axiales y de corte y las fuerzas axiales y de flexión, se modifican las envolventes de dichos esfuerzos, corte y flexión con el valor de la fuerza axial en el elemento. Es por ello que se ingresa primero al modelo histeréticos para la fuerza normal y luego con ese valor se modifican las envolventes y se ingresa con los incrementos de curvatura y distorsión de corte.

#### 4 LEYES HISTERÉTICAS Y COMPORTAMIENTO DEL MODELO

Como se mencionó anteriormente, cada resorte no lineal posee su ciclo histeréticos correspondiente, el cuál relaciona la deformación interna (curvatura, distorsión de corte o deformación axial) con los esfuerzos característicos (Momento, Corte o Fuerza Axial). Estos ciclos histeréticos son definidos en función del comportamiento observado para cada esfuerzo. De esta manera se utiliza un modelo de Takeda (figura 8) para cuantificar el comportamiento de los resortes de flexión, un modelo trilineal con estrangulamiento de ciclo (*pinching*) (figura 9), para representar el comportamiento bajo esfuerzos de corte y una ley bilineal (figura 10), para la carga axial. Como parámetro común, en la definición de todos los modelos histeréticos se ha considerado una degradación de rigidez en la descarga.

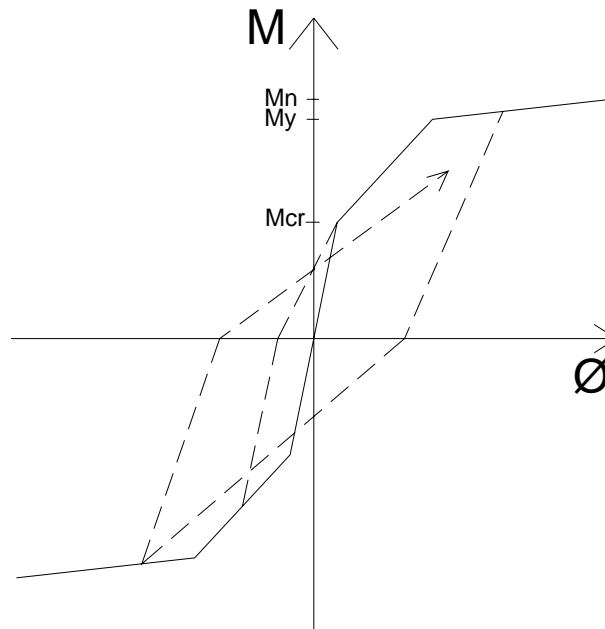


Figura 8: Modelo de Takeda para los resortes de flexión.

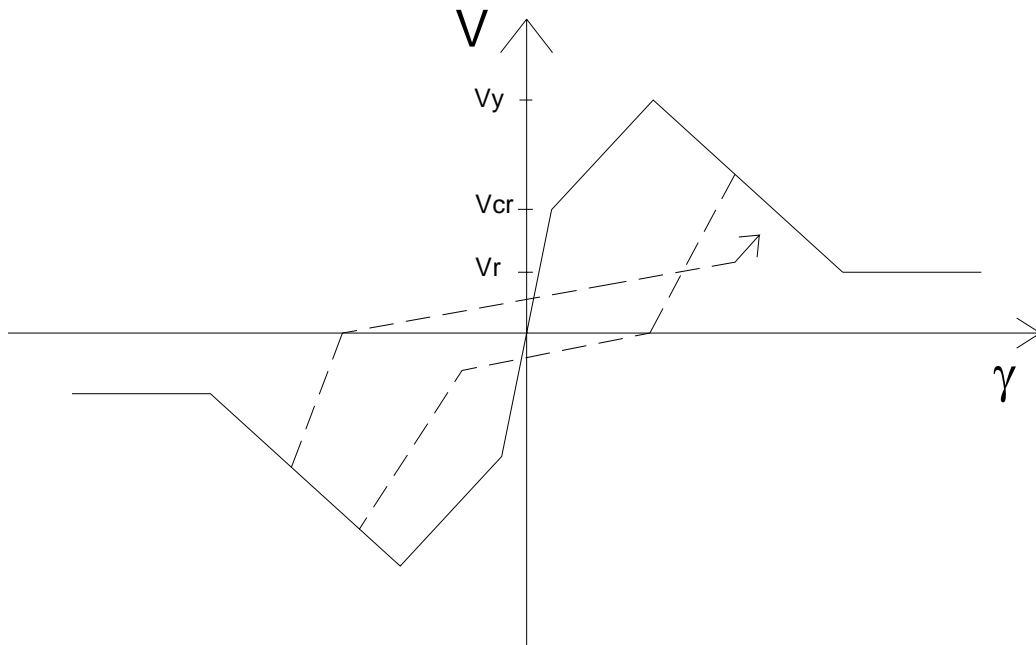


Figura 9: Modelo trilineal con pinching para los esfuerzos de corte.

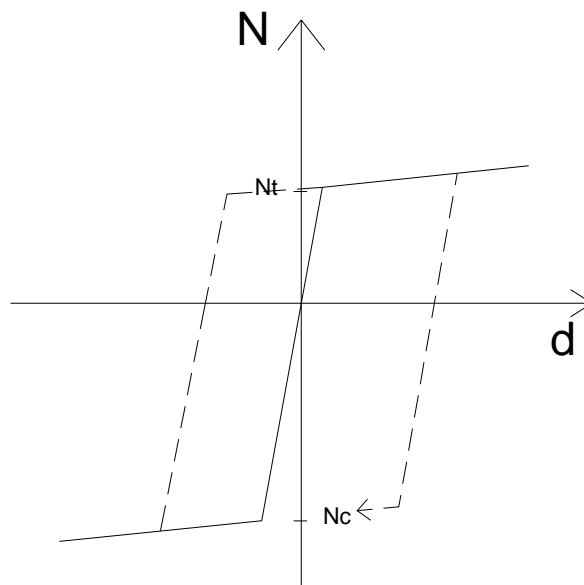


Figura 10: Modelo bilineal para los esfuerzos axiales.

Para un estado de deformación dado, y considerando el estado anterior, se puede calcular la rigidez instantánea, la cuál se toma como porcentaje de la rigidez inicial  $K_0$ , figura 11, mediante los factores  $r_i$  para flexión,  $p_i$  para corte y  $\eta$  para la carga axial. Con los valores de rigidez instantánea y la definición de la flexibilidad de los resortes es posible conocer la matriz de flexibilidad y por lo tanto la matriz de rigidez, de cada elemento en cada paso de carga.

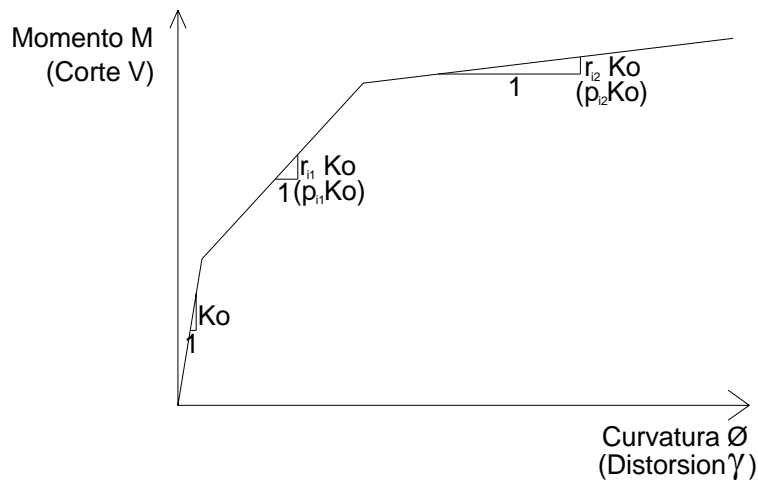
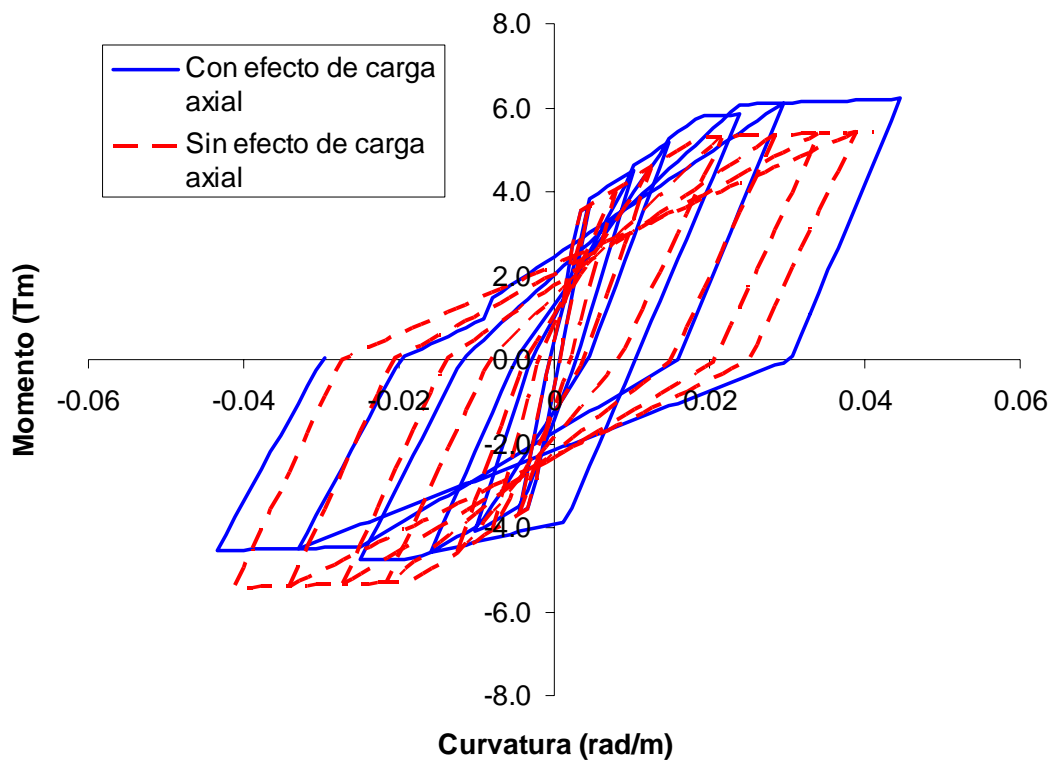


Figura 11: Factores bilineales para conocer la rigidez instantánea.

En la figura 12a se puede ver el comportamiento del modelo histeréticos de flexión cuando se tiene en cuenta la variación de la carga axial y cuando se considera constante. Por otro lado, la figura 12b muestra el comportamiento del modelo histeréticos de corte cuando se considera la variación de la carga axial y cuando se considera constante. En ambos casos se supuso que la carga axial aumenta su valor de compresión para desplazamientos positivos y aumenta su valor en tracción para desplazamientos negativos.

a)



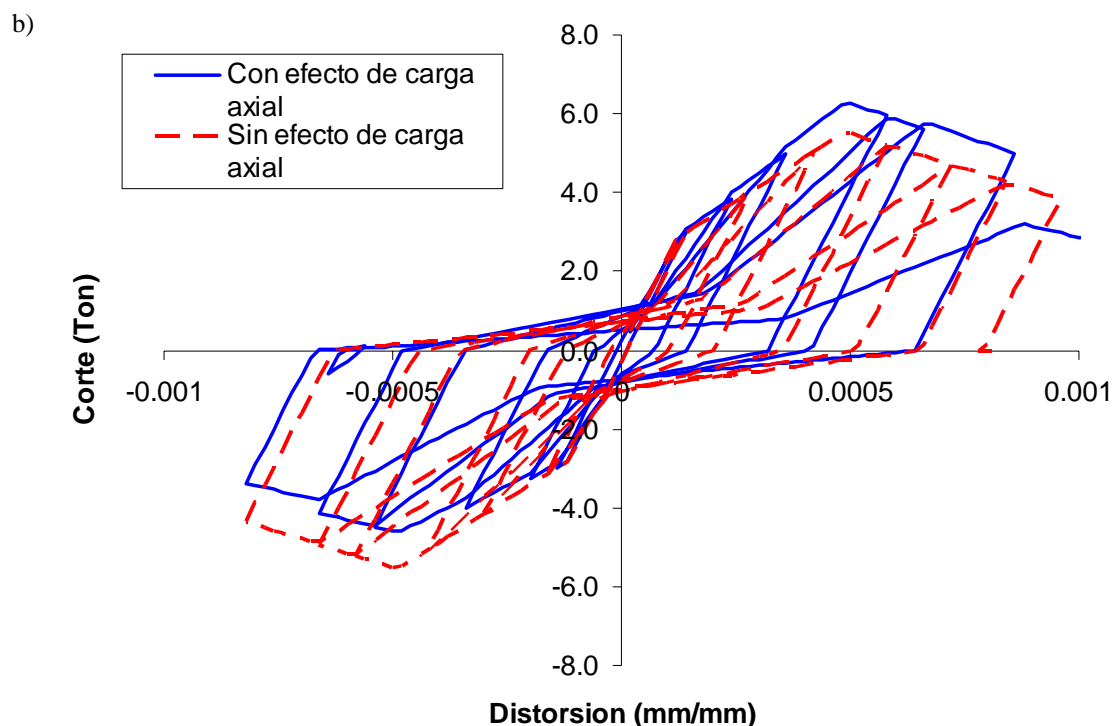


Figura 12: Respuesta histerética de flexión (a) y de corte (b), comparando el efecto de la carga axial en los ciclos.

Se puede apreciar que el modelo capta la variación de la carga axial sin cambios bruscos (saltos de carga) en el comportamiento, sino que se modifica la rigidez instantánea con dicha variación de carga.

## 5 VALIDACION DEL MODELO

La validación del modelo, la cuál se encuentra en la tesis desarrollada por el autor, (la cual todavía no se ha publicado) y se lleva a cabo para cada subelemento y posteriormente se verifica la estabilidad del modelo global. En la figura 13 se muestra la comparación entre la respuesta experimental y la respuesta analítica dada por el elemento EMV1a y en la figura 14 la misma comparación para el elemento EMV1b. Los resultados experimentales corresponden a [Calvi et al, 2005](#).

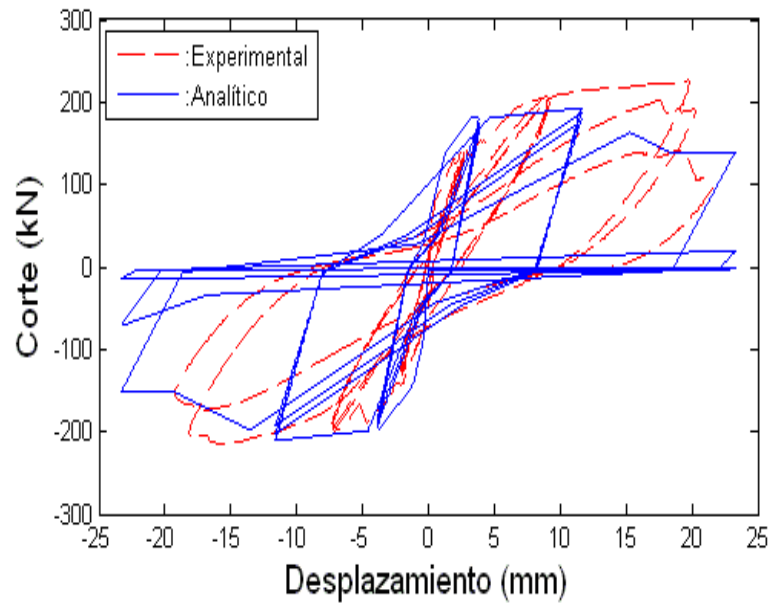


Figura 13: Comparación de resultados para el modelo EMV1a.

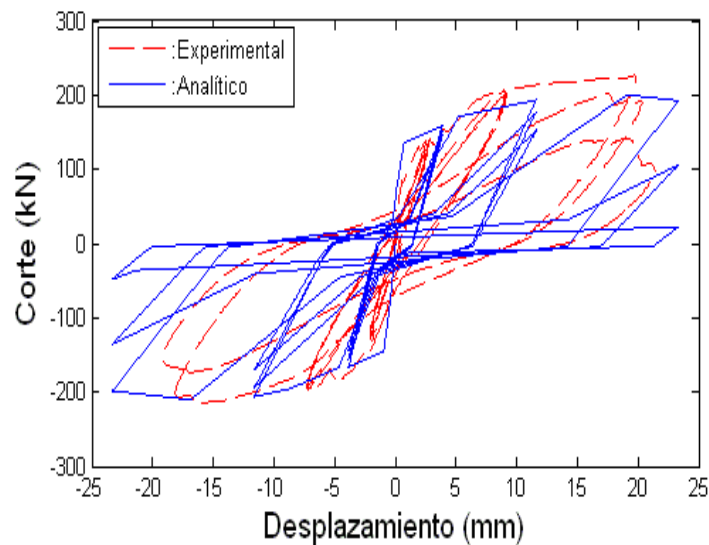


Figura 14: Comparación de resultados para el modelo EMV1b.

Se puede observar en las figuras anteriores que la respuesta de ambos subelementos es muy buena, representando adecuadamente la degradación de rigidez y resistencia obtenida en la respuesta experimental.

## 6 CONCLUSIONES

Se ha presentado un macroelemento columna para analizar elementos de hormigón armado sometidos a fuerzas axiales, de corte y de flexión, y que posee una interacción entre los esfuerzos axiales y de corte y entre los esfuerzos normales y de flexión. Dicho macroelementos esta compuesto de varios subelementos. El primero de ellos con resortes no



lineales de flexión de corte en los extremos, denominado EMV1a, y el segundo con dos resortes de flexión en los extremos y un resorte central de corte, llamado EMV1b. Además existe un tercer elemento que posee un comportamiento no lineal axialmente.

Cada resorte posee leyes histeréticas que se modifican por efecto de la carga axial y se ha probado la bondad de los subelementos mediante comparaciones con ensayos experimentales.

Este subelemento es apto para analizar columnas de encadenado donde se espera que existe un esfuerzo predominantemente axial pero también pueden haber esfuerzos de corte y flexión importantes inducidos por el contacto entre el panel de mampostería actuando como biela comprimida y el pórtico de hormigón armado.

## 7 REFERENCIAS

Al-Haddad, M.S., "Mathematical model for cyclic loading of a R.C. beam with relocatable plastic hinges", *J. King.Soud Univ., vol.2, Eng. Sci. ,pp. 213-228,1990.*

Aguiar Falconi, R.A., "Análisis sísmico por desempeño", *primera edición. Centro de investigaciones científicas. Escuela politécnica del ejército, Ecuador. 329p, 2003.*

Ascheri, J.P., Moller, O. y Rubinstein, M., "Implementación de un elemento no lineal para modelización del comportamiento de un dissipador de energía por fluencia de acero.", *memorias ENIEF, 2009.*

Carr, A., "Ruaumoko theory and user manual", *University of Canterbury, New Zealand. 2007.*

Crisafulli, F. J. , "Seismic Behaviour of Reinforced Concrete Structures with Masonry Infills", *PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, 404 . 1997.*

Combesure, D., "Some contributions of physical and numerical modelling to the assessment of existing masonry infilled RC frames under extreme loading", *first european conference on earthquake engineering and seismology, Geneva, Switzerland, 2006.*

Calvi, G.M., Pavese, A., Rasulo, A. and Bolognini, D., "Experimental and numerical Studies on the seismic response of R.C. hollow bridge piers." *Bulletin of Earthquake Engineering, Volume 3, Number 3, 267-297, 2005.*

D'ambrisi, A. And Filippou, F.C., "Modeling of cyclic shear behavior in RC members", *journal of structural engineering. Vol. 125, N° 10, October 1999, pp.1143-1150, 1999.*

Filippou, F.C, y Issa, A., "Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals", *Report No. UCB/EERC-88/12, Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering, University of California, Berkeley, 1988.*

Filippou, F.C, D'ambrisi, A. y Issa, A., "Nonlinear static and dynamic analysis of reinforced concrete subassemblages", *Report No. UCB/EERC-92/08, Earthquake Engineering Research Center. College of Engineering, University of California, Berkeley, 1992.*

Flores López, J., "Modelos de daño concentrado para la simulación numérica del colapso de pórticos planos", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Vol. 9, 2, 123-139, 1993.*

Lanese, I., Crisafulli, F. J. and Pavese, A., "NEARB-OPCM3274: Shake table test of a R.C. building designed for gravity load only, seismic response and frame-panel interaction" *COMPdyn 2009, 2nd Internacional Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Greece, 2009.*

Leu, L.J. and Cheng, J.C., "Flexibility based formulation for nonlinear analysis of reinforced concrete frames considering the effects of finite length inelastic zones", *journal of the chinese institute of engineers, vol.23, n°1, pp. 97-108, 2000.*

Mostafaei, H., Vecchio, F.J. and Kabeyasawa, T., "A Simplified Axial-Shear-Flexure

Interaction Approach for Load and Displacement Capacity of Reinforced Concrete Columns”, *Applied Technology Council and the Structural Engineering Institute of ASCE, San Francisco, December 9-11, 2009, pp. 12, 2009.*

Perera, R., “Performance evaluation of masonry-infilled RC frames under cyclic Loading based on damage mechanics”, *Engineering Structures* 27, 1278–1288, 2005.

Thomson, E. and Florez-Lopez, J., “A simplified damage model for shear dominated reinforced concrete walls under lateral forces”, *13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B.C., Canada, 2004.*

Torrison, G. y Crisafulli, F., “Modelación refinada de muros de mampostería encadenada”, *Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, San Juan Argentina, 2010.*

Zabala, F., Bustos, J.L., Masanet, A.R. y Santalucia, J.R., “Aspectos del diseño de muros de mampostería encadenada bajo cargas sísmicas”, *Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estructural. Brasilia, 2002.*

Zarnic, R., “Experimentally based inelastic models of masonry infilled R.C. frames”, *[Proceedings of the] Fifth US National Conference on Earthquake Engineering; July 10-14, 1994, Chicago, Illinois. Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, CA, 1994, volume II, pages 161-170, 1994.*

Zarnic, R., “Modelling of response of masonry infilled frames”, *10th european conference on earthquake engineering, Duma. Vol. 3, 1995.*