

ANÁLISIS DE TENSIONES EN LA PUNTA DE UNA FISURA PROPAGANTE EN MODO I UTILIZANDO UN MODELO DE PLASTICIDAD NO CONVENCIONAL.

Federico Langhi^a, Alfredo E. Huespe^b y Pablo J. Sánchez^{a,b}

^a*CIMEC-INTEC-UNL-CONICET, Güemes 3450, 3000 Santa Fe, Argentina,
cimec@santafe-conicet.gov.ar*

^b*GIMNI-UTN-FRSF, Lavaisse 610, 3000 Santa Fe, Argentina*

Palabras Clave: plasticidad no convencional, dinámica de dislocaciones discretas, propagación de fisura.

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo de plasticidad no convencional basado en la dinámica de las dislocaciones discretas. Representamos un dominio con una longitud de escala del orden de $100nm$, que representa un grano, en el cual se modela en forma bidimensional, la dinámica de las dislocaciones discretas.

El objetivo del modelo es capturar la interacción entre un elevado número de dislocaciones, y la región continua, donde se manifiestan los fenómenos de plasticidad cristalina para analizar los efectos que ocurren en la punta de una fisura que se propaga que abre en modo I (H.H.M. Cleveringa et. al., *J Mech Physics Solid*, 48:1133-1157(2000))

Se realiza además, un estudio sobre el comportamiento caótico que presenta el movimiento de un gran número de dislocaciones, interactuando entre si (V.S. Deshpande et. al., *Scripta Materialia*, 45:1047-1053(2001)). Para ésto, se analiza el error de posición de las dislocaciones en el tiempo con dos sistemas, uno de referencia y otro levemente perturbado.

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo, se presenta un modelo de plasticidad no convencional. El modelo está basado en simular el movimiento de un elevado número de dislocaciones y los efectos que la interacción entre ellas producen en un cristal. El modelo implementado es el propuesto por [Van der Giessen y Needleman \(1995\)](#), con el cual, se capturan los fenómenos que ocurren en un dominio con una longitud de escala del orden $\mathcal{O}(100nm)$, y que representa un grano de un material cristalino.

El objetivo de este modelo es capturar los fenómenos de plasticidad que ocurren en un material cristalino en la punta de una fisura que se propaga al abrirse en modo I . Varios trabajos dan cuenta de la relación que existe entre la tensión de fluencia, el tamaño de grano y la presencia de dislocaciones y la dinámica de las mismas, pueden citarse en este sentido los realizados por [Deshpande et al. \(2005\)](#), [Cleveringa et al. \(2000\)](#), [Wallin et al. \(2008\)](#) y [Deshpande et al. \(2001\)](#), es por ésto que se han seguido muy aproximadamente estos autores. Se busca contar con una herramienta computacional que nos permita predecir el comportamiento del material a esa longitud de escala, variando parámetros del mismo, como ser densidad de fuentes de dislocaciones, densidad de obstáculos en un grano, tamaño de grano, etc.

Se presentan aquí una serie de ejemplos donde se observa la influencia que tienen las dislocaciones y su interacción entre ellas. Se ve cómo varía, por ejemplo, la tasa de energía liberada para que la fisura avance en el cristal. Se realiza también, un análisis de la caoticidad del sistema de dislocaciones discretas interactuando entre sí.

Este trabajo, es una continuación de los trabajos presentados previamente por los autores en los congresos ENIEF 2009 ([Langhi et al. \(2009\)](#)) y MECOM 2010 ([Langhi et al. \(2010\)](#)).

2. LA DINÁMICA DE LAS DISLOCACIONES DISCRETAS ES CAÓTICA

Siguiendo el trabajo propuesto por [Deshpande et al. \(2001\)](#), en el cual se analiza la dinámica de las dislocaciones discretas con el fin de ver el carácter caótico que presenta el sistema, hemos realizado aquí un análisis similar. Se ha implementando un nuevo criterio para resolver el movimiento de las dislocaciones apiladas en un obstáculo dado que la solución de estos apilamientos es importante para la obtención de la tensión de fluencia del cristal y se ve afectada con el tamaño del paso de integración temporal. El efecto que tiene el comportamiento caótico del sistema sobre la respuesta de la curva tensión-deformación es pequeño, pero sí se ve afectada la resistencia al avance de una fisura que se propaga en modo I .

El modelo que se ha implementado para la solución de la dinámica de las dislocaciones discretas es el propuesto por [Van der Giessen y Needleman \(1995\)](#). Aquí se propone una modificación en cuanto a cómo se resuelve el movimiento de las mismas cuando se encuentran frenadas en un obstáculo, formando un apilamiento. En el modelo viscoso citado, se simula el movimiento de las dislocaciones sobre un plano de deslizamiento con la siguiente ley viscosa:

$$\Delta x = v \Delta t \quad ; \quad v = \frac{\tau}{B} \mathbf{b} \quad (1)$$

con v la velocidad de movimiento de la dislocación a lo largo del plano de deslizamiento, $\tau = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{s}$ la tensión de Peach-Koehler actuando sobre la dislocación, \mathbf{b} el vector de Burgers (en este caso se asume paralelo a \mathbf{s}), B un coeficiente de arrastre viscoso y Δt el paso de tiempo del problema.

Esta ley de movimiento se aplica a todas las dislocaciones, tanto a las que se mueven libremente como a las que se encuentran apiladas en un obstáculo. La posición final que ocupa cada dislocación, se evalúa a través de un esquema de integración explícito. Para las dislocaciones que se mueven libremente, el paso de tiempo de integración en el esquema explícito, no tiene

una influencia muy grande en la determinación de la posición ocupada por la dislocación y las tensiones resultantes en cada una de ellas durante el proceso de integración temporal. Sin embargo, sí hay una influencia importante de este parámetro al evaluar el apilamiento de las dislocaciones en un obstáculo. Esto se debe, principalmente, a las grandes fuerzas de repulsión que existen entre dislocaciones próximas, del mismo signo, en un apilamiento. En un trabajo previo del autor (Langhi et al. (2010)), se propuso un esquema de integración temporal en el que la posición final de las dislocaciones en un apilamiento se determinan mediante un esquema secante. Se pretende analizar si esta forma de resolver los apilamientos tiene un impacto en la naturaleza caótica del sistema. Hacemos referencia al trabajo de (Langhi et al. (2010)) donde se han expuesto los diferentes algoritmos de integración temporal que aquí estudiamos.

2.1. Análisis del problema

El problema de condiciones de contorno impuestas es como se muestra en la Figura 1, éste consiste en una placa plana, de dimensiones $L = 16\mu m$ y $W = 4\mu m$, en la cual se impone un desplazamiento en el sentido longitudinal con una velocidad de deformación $\dot{\epsilon} = 10^3 s^{-1}$. Esto representa un cristal, con un módulo elástico $E = 70 GPa$ y una relación de Poisson $\nu = 0,33$. En el dominio se distribuyen en forma aleatoria puntos, que representan fuentes de Frank-Read (puntos a partir de los cuales se generan las dislocaciones) y obstáculos, que es donde se van a frenar y apilar las dislocaciones. Según nuestro modelo, una dislocación puede saltar este obstáculo sólo si la tensión de Peach-Koehler obrante en la misma supera un cierto valor: τ_{obs} . En caso contrario, la dislocación se bloquea y su movimiento se anula. El cálculo se realiza considerando dos sistemas de planos de deslizamientos activos, orientados $\theta = \pm 30^\circ$, el valor de los ángulos corresponde a los que utilizan en su trabajo los autores citados anteriormente (Deshpande et al. (2001)). El problema se analizó con los dos métodos de resolución de las dislocaciones apiladas, el método explícito para resolver la ecuación (1), y el que resuelve los apilamientos por el método de la secante (ver Langhi et al. (2010)).

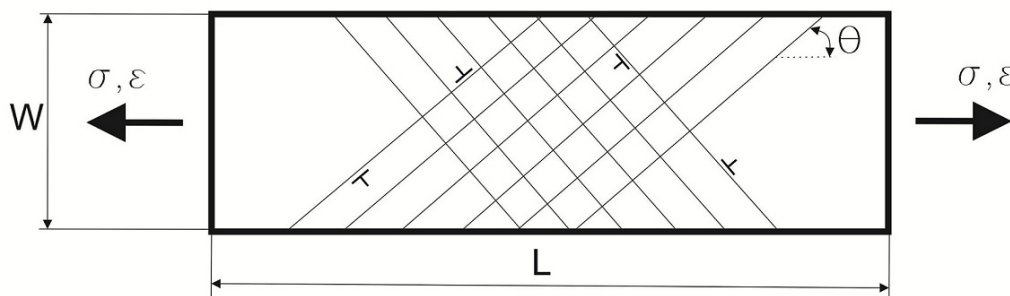


Figura 1: Placa plana con condiciones de borde impuestas.

Para observar la naturaleza caótica del sistema, se resuelve el problema de la Figura 1, en la configuración de referencia y con una configuración levemente perturbada de las fuentes, se analizan las trayectorias de las dislocaciones a lo largo de los planos de deslizamiento en ambos sistemas, el de referencia y el perturbado. Cada dislocación está numerada y se identifica respecto de la fuente que la generó y del plano al que pertenece. Luego se evalúa la separación que existe en la posición, como función del tiempo, entre dislocaciones equivalentes, con la

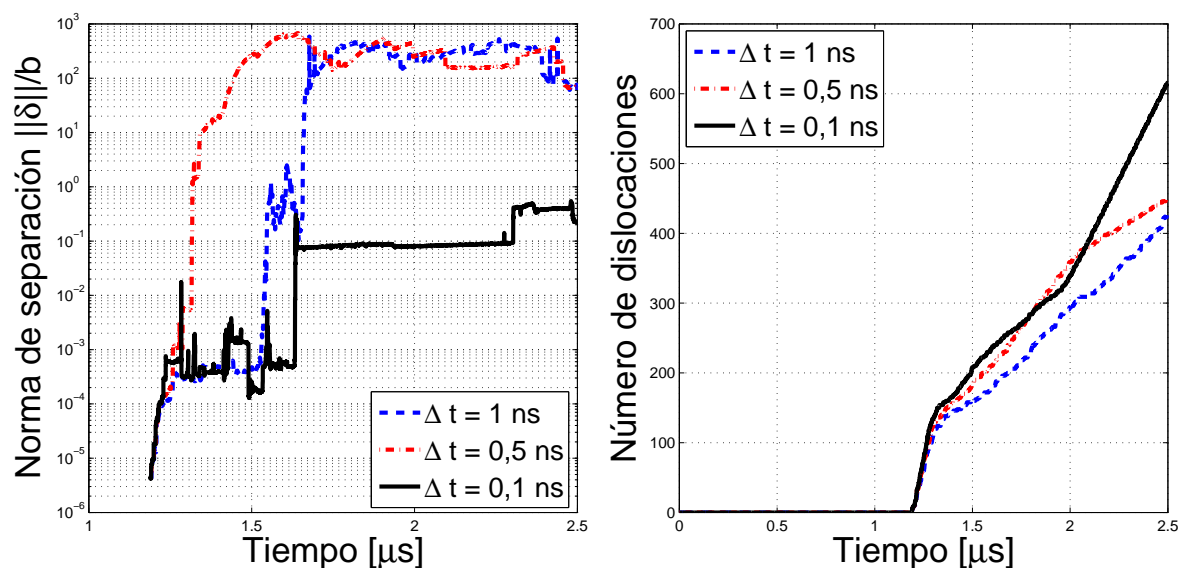


Figura 2: Norma del error de posición de las dislocaciones entre el sistema de referencia y el perturbado vs. tiempo de simulación. Resolución con esquema de integración EXPLÍCITO, velocidad de corte impuesta $V_{corte} = 20m/s$, con una perturbación máxima de $10^{-3}b$ (b vector de Burgers).

misma numeración, como sigue:

$$\|\delta(t)\| = \frac{1}{N} \sum_{I=1}^N \sqrt{(x_p^{(I)}(t) - x_u^{(I)}(t))^2 + (y_p^{(I)}(t) - y_u^{(I)}(t))^2}, \quad (2)$$

donde N es el número de dislocación (siempre se toma el menor número de dislocaciones, en caso de que para ambos análisis el número difiera), $x_u^{(I)}$ e $y_u^{(I)}$ son las posiciones en el sistema cartesiano de la dislocación I en la simulación de referencia, $x_p^{(I)}$ e $y_p^{(I)}$ son las posiciones en el sistema cartesiano de la dislocación I en la simulación perturbada.

El estudio se realiza, con una perturbación máxima de $10^{-3}b$, en la posición de las fuentes, se introduce una velocidades de corte para el movimiento de las dislocaciones de $V_{corte} = 20m/s$ (esto significa que si v de la ecuación (1) es mayor que V_{corte} , se toma V_{corte} para estimar la posición de la dislocación al final del paso de tiempo de integración). De la referencia bibliográfica, se sabe que este valor estabiliza el procedimiento de integración (ver Cleveringa et al. (1999)). Sin embargo, también se sabe, que para algunos casos particulares, afecta sensiblemente los resultados (ver Segurado et al. (2007)). Se resuelven ambos sistemas utilizando los esquemas EXPLÍCITO, tomado de la referencia Amodeo y Ghoniem (1990) y el SECANTE de Langhi et al. (2010). En las Figuras 2 y 3, se observan los resultados obtenidos para tres valores de paso de tiempo de integración, $\Delta t = 1ns$, $\Delta t = 0,5ns$ y $\Delta t = 0,1ns$. Se grafican para ambos casos los valores de la norma de la separación $\|\delta\|/b$ en función del tiempo t , también se grafica el número de dislocaciones presentes en el dominio conforme avanza el tiempo.

Este mismo problema se analiza imponiendo una velocidad de corte mayor $V_{corte} = 100m/s$. También se agrega en este caso un paso de tiempo de integración menor, $\Delta t = 0,01ns$. Estos casos se grafican en las Figuras 4 y 5.

También se simularon estos casos con una perturbación máxima de $10^{-1}b$, con una velocidad de corte de $V_{corte} = 100m/s$. Estos resultados se observan en las Figuras 6 y 7.

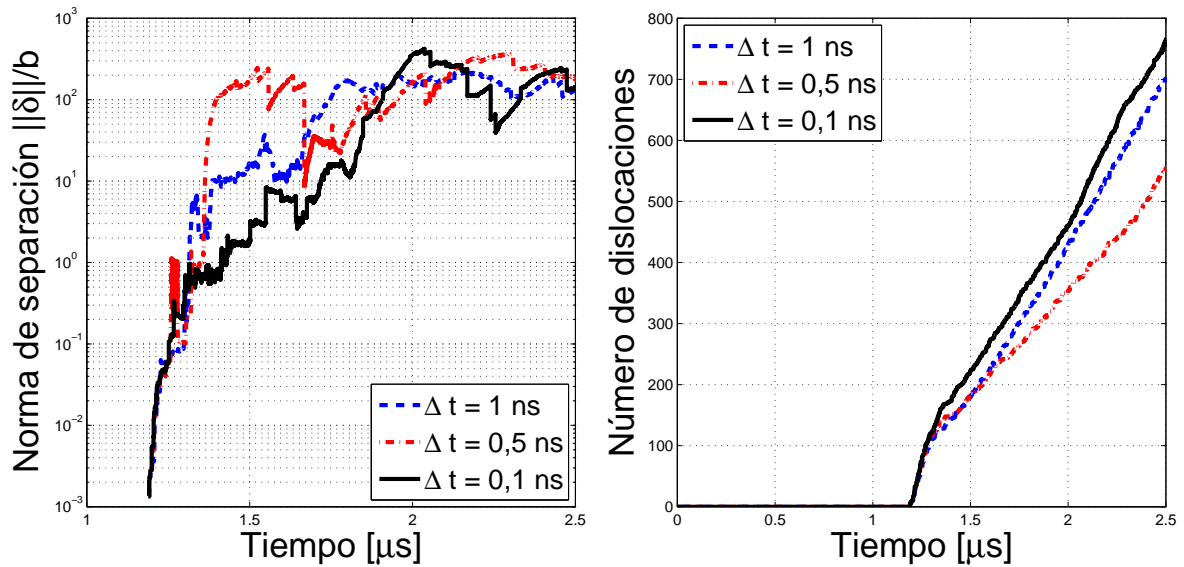


Figura 3: Norma del error de posición de las dislocaciones entre el sistema de referencia y el perturbado vs. tiempo de simulación. Resolución con esquema de integración SECANTE, velocidad de corte impuesta $V_{corte} = 20m/s$, con una perturbación máxima de $10^{-3}b$ (b vector de Burgers).

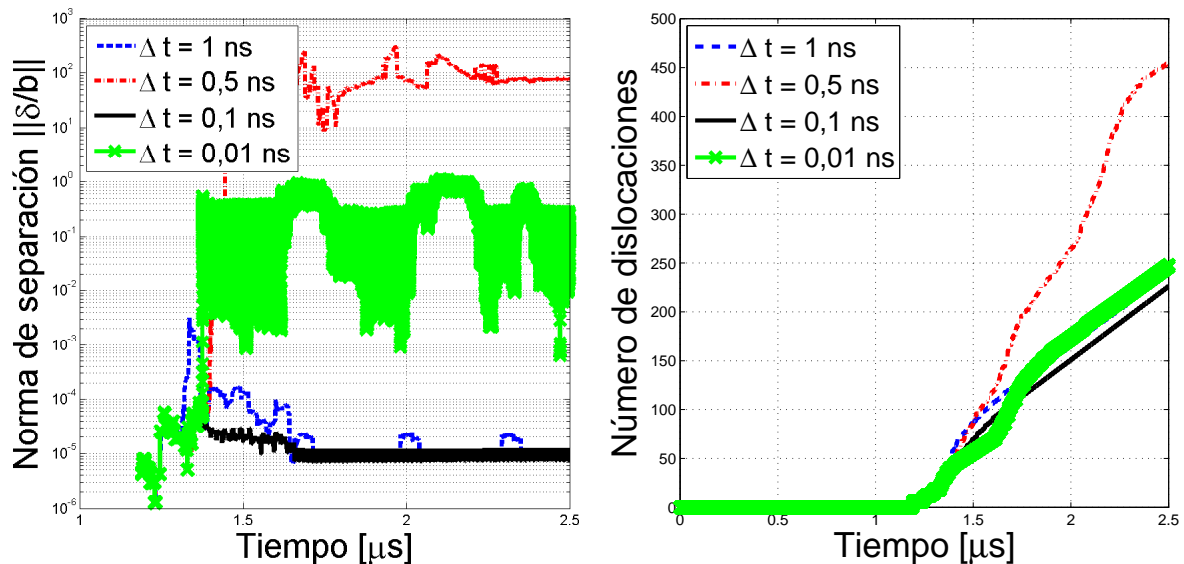


Figura 4: Norma del error de posición de las dislocaciones entre el sistema de referencia y el perturbado vs. tiempo de simulación. Resolución con esquema de integración EXPLÍCITO, velocidad de corte impuesta $V_{corte} = 100m/s$, con una perturbación máxima de $10^{-3}b$ (b vector de Burgers).

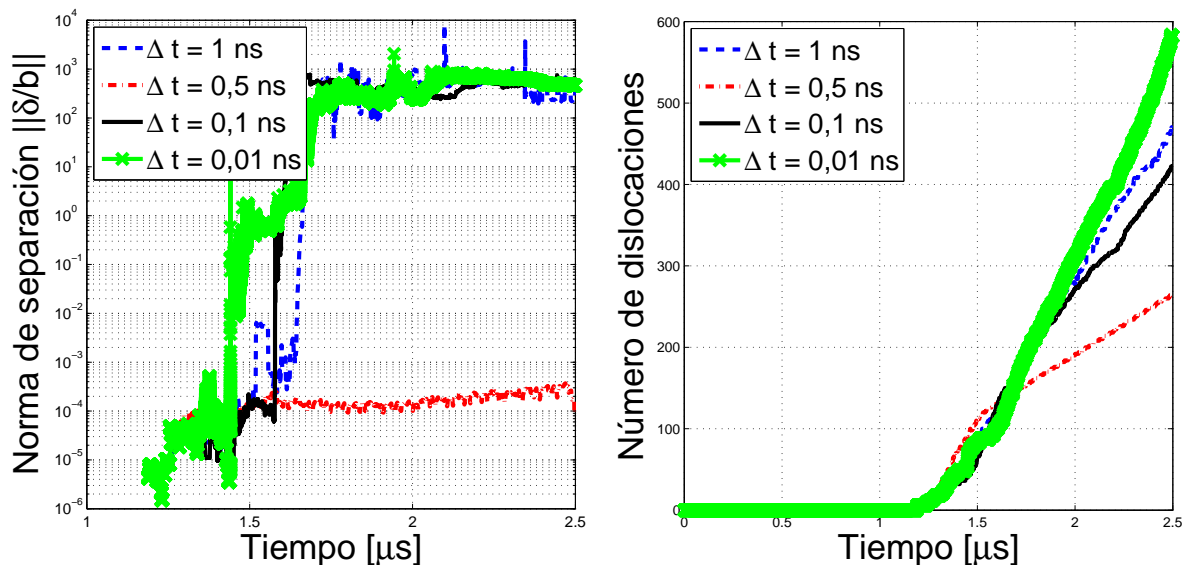


Figura 5: Norma del error de posición de las dislocaciones entre el sistema de referencia y el perturbado vs. tiempo de simulación. Resolución con esquema de integración SECANTE, velocidad de corte impuesta $V_{corte} = 100m/s$, con una perturbación máxima de $10^{-3}b$ (b vector de Burgers).

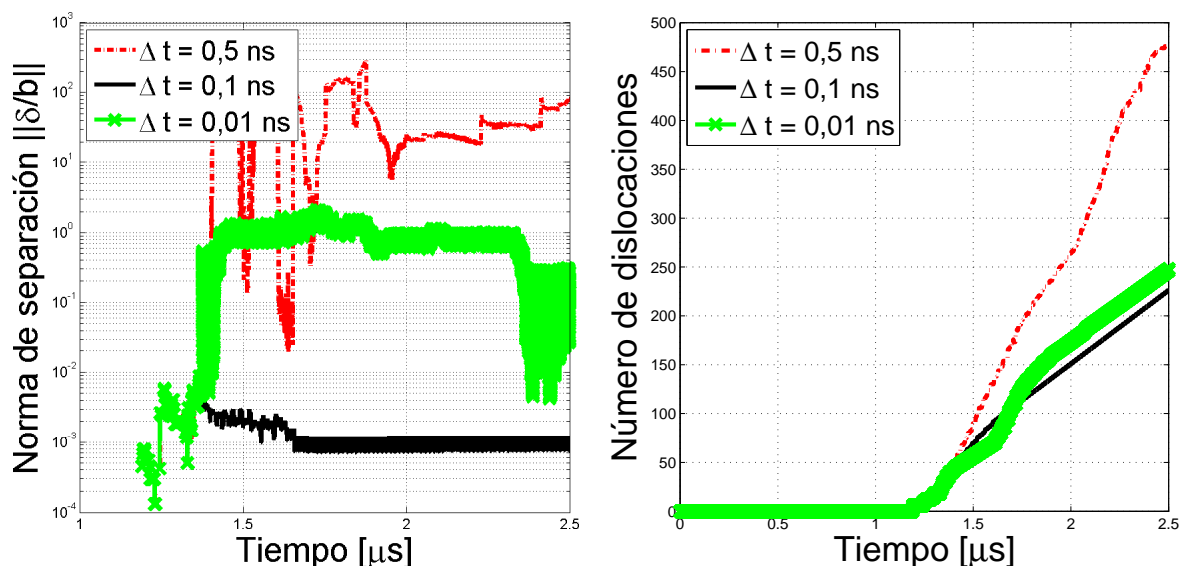


Figura 6: Norma del error de posición de las dislocaciones entre el sistema de referencia y el perturbado vs. tiempo de simulación. Resolución con esquema de integración EXPLÍCITO, velocidad de corte impuesta $V_{corte} = 100m/s$, con una perturbación máxima de $10^{-1}b$ (b vector de Burgers).

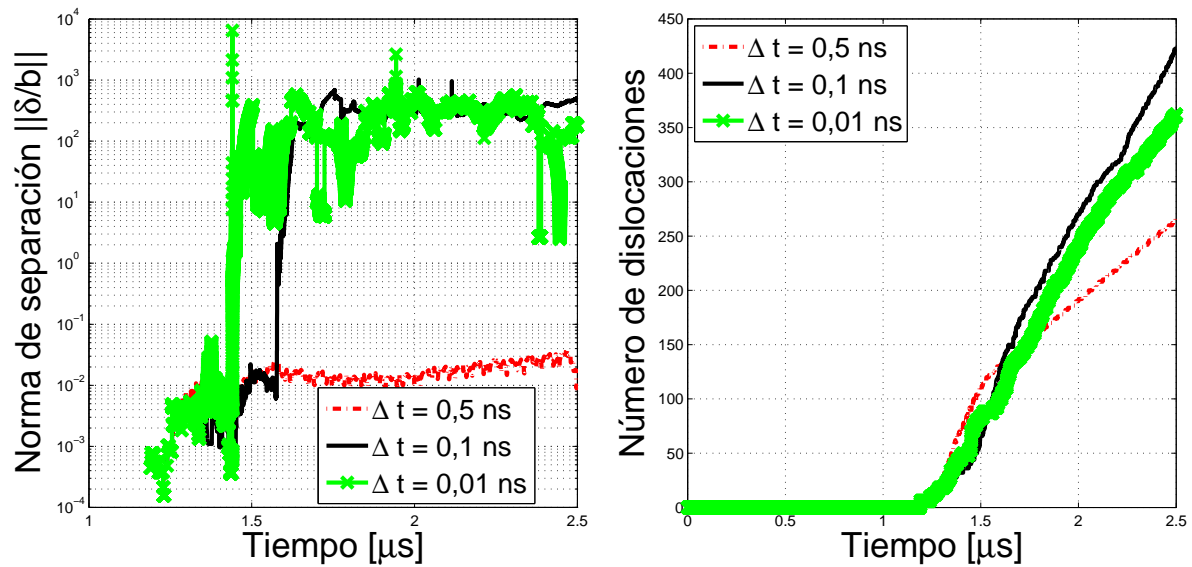


Figura 7: Norma del error de posición de las dislocaciones entre el sistema de referencia y el perturbado vs. tiempo de simulación. Resolución con esquema de integración SECANTE, velocidad de corte impuesta $V_{corte} = 100m/s$, con una perturbación máxima de $10^{-1}b$ (b vector de Burgers).

2.2. Resultados

Como se puede observar de los resultados obtenidos, el comportamiento del error de integración del sistema, en cuanto a la posición de las dislocaciones, muestra una etapa inicial donde se mantiene acotado y bajo. Luego de un cierto tiempo, este error aumenta abruptamente hasta llegar a un valor de saturación en el que se estabiliza el error. El incremento notable, exponencial, del error en tiempos muy cortos caracteriza el comportamiento caótico del sistema. Si analizamos por ejemplo la Figura 3, vemos que el salto del error de la posición de las dislocaciones es menor cuando el paso de tiempo de integración es $\Delta t = 0,5ns$, y se retrasa levemente, en el tiempo, para los pasos de integración $\Delta t = 0,1ns$ y $\Delta t = 1ns$. Asimismo, se ve que el esquema de integración SECANTE, genera un pequeño retraso en el salto de la norma del error.

3. ANÁLISIS DE LAS TENSIONES EN LA PUNTA DE UNA FISURA PROPAGANTE

Siguiendo el trabajo propuesto por Cleveringa et al. (2000) se analiza la distribución de tensiones que aparece en la punta de una fisura propagante, que abre en modo I en un material cristalino. La plasticidad convencional, se ve limitada a la hora de capturar la influencia que tienen ciertas longitudes características para modelar la fractura dúctil. Este fenómeno, está básicamente gobernado por efectos microscópicos o sub-microscópicos que se producen a nivel de grano y la interacción entre ellos. Por ello, es importante estudiar el problema con aproximaciones que consideren los fenómenos observados a esa escala de longitud (del tamaño de grano). Una aproximación que tiene esto en cuenta es el modelo que analiza la dinámica de dislocaciones discretas.

La relación que existe entre la tensión de fluencia y el tamaño del grano, lo cual pone de manifiesto la necesidad de capturar los fenómenos asociados con ciertas longitudes características, está dada por el efecto Hall Petch:

$$\sigma_y = \sigma_0 + \frac{k_y}{\sqrt{d}} \quad (3)$$

donde σ_y es la tensión de fluencia, σ_0 es la tensión necesaria para iniciar el movimiento de una dislocación (es un parámetro del material), k_y es el coeficiente de endurecimiento (es único para cada material) y d es el diámetro promedio del grano. Esta relación es conocida desde hace mucho tiempo en metalurgia y es la razón por la cual, en esta disciplina se utiliza el afinado de grano como un tratamiento de endurecimiento del material. Otro parámetro que interviene y que es capturado por esta implementación, es la interacción entre las dislocaciones y la influencia que tienen en la tensión de fluencia y asociado a esto la densidad de dislocaciones en un grano, juega un papel importante aquí.

3.1. Formulación del problema

El problema se resuelve asumiendo que los fenómenos de plasticidad, dominados por el movimiento de un gran número de dislocaciones, ocurren en una región cercana a la punta de la fisura que se propaga, de tamaño $L_p \times h_p$, como se representa en la Figura 8. En esta región, el problema se resuelve mediante el modelo de dislocaciones discretas antes mencionado. Las dislocaciones están confinadas en esta región, están representadas como defectos puntuales, las cuales se mueven a través de los planos de deslizamiento. Las dislocaciones se generan a partir de puntos, distribuidos de forma aleatoria en el dominio, los que representan fuentes de Frank-Read. Una fuente genera un dipolo si la tensión resuelta sobre el punto es mayor a una tensión: τ_{nuc} durante un intervalo de tiempo mayor que Δt_{nuc} . También se distribuyen en el dominio puntos en forma aleatoria que representan los obstáculos, en los cuales las dislocaciones se ven frenadas. Se modelan dos familias de planos de deslizamiento, orientados un ángulo $\theta = \pm 60^\circ$ respecto de la horizontal. La región que rodea a esta zona de plasticidad es tratada como un dominio elástico.

Para simular el avance de la fisura, se propone una interface cohesiva, en la cual, superada una cierta tensión normal a la misma, ésta no absorbe más carga. En esta interface, se representa una ley tracción-salto T vs. Δn predeterminada. Esta superficie cohesiva se extiende desde la punta de la fisura hacia adelante. Hacia adelante de esta superficie cohesiva, las condiciones son de no desplazamiento en la dirección paralela a la superficie y tracción impuesta nula ($u_2 = 0, T_1 = 0$). En el modelo se asume simetría a lo largo del eje horizontal que pasa por la fisura, lo que nos permite representar solamente la mitad del dominio, como se observa en la Figura 8.

Deben imponerse para la plasticidad de pequeña escala que se asume en este problema, condiciones de desplazamiento correspondientes a un modo I de apertura de fisura lejos de la zona de la punta de la fisura. En el contorno lejano de la punta de la fisura, para un sólido elástico isótropo, los desplazamientos están dados, en este caso, por:

$$u_1 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 2\nu + \text{sen}^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (4)$$

$$u_2 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \text{sen} \frac{\theta}{2} \left(2 - 2\nu - \text{cos}^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (5)$$

donde $x = [x_1, x_2]$ es el vector posición de un punto del dominio referido a la punta de la fisura,

$$r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \quad ; \quad \theta = \tan^{-1} \left(\frac{x_2}{x_1} \right) \quad ; \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (6)$$

siendo E en módulo de elasticidad, ν el coeficiente de Poisson, μ el módulo de corte y K_I es el factor de intensidad de tensión para el modo I de apertura de fisura.

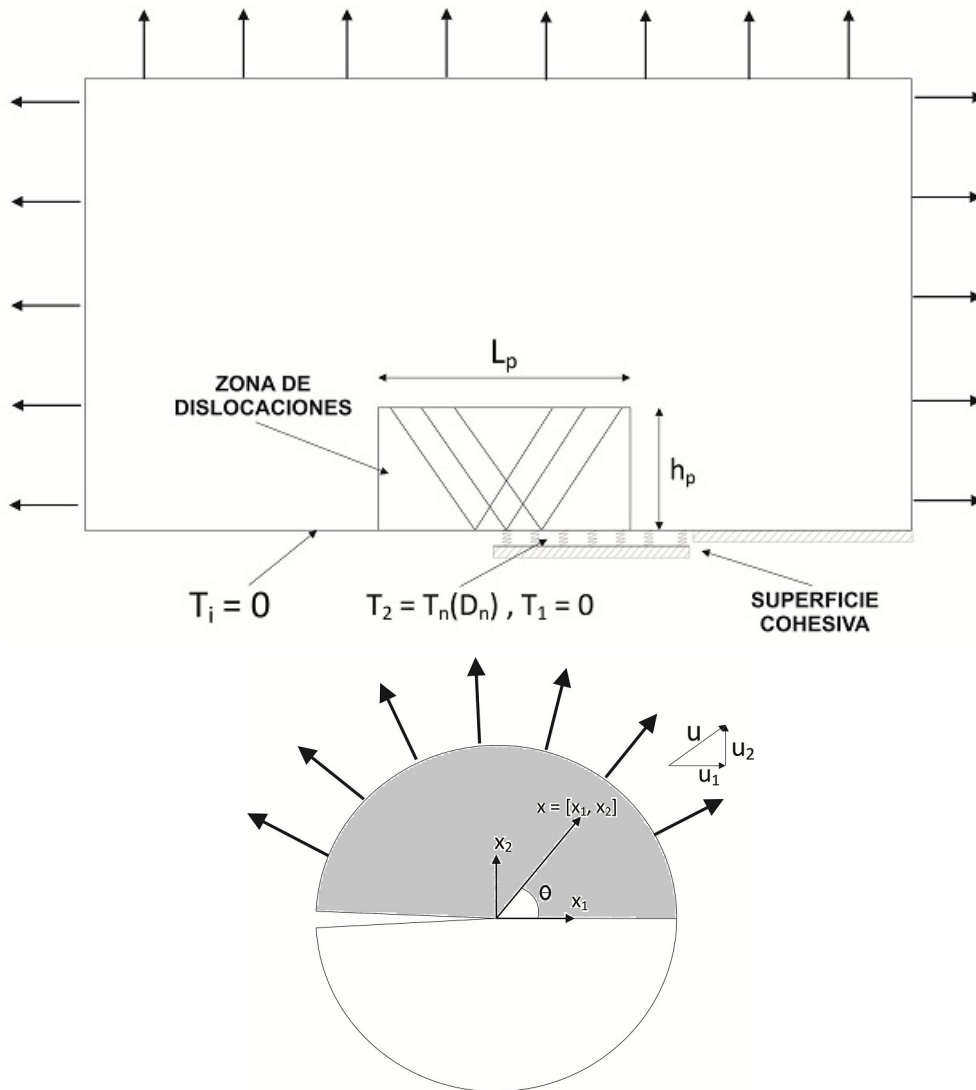


Figura 8: Problema de una fisura propagante. Esquema del dominio que se representa.

La relación constitutiva de la superficie cohesiva para la tracción normal es:

$$T_n(\Delta_n) = -\sigma_{max} \frac{\Delta_n}{\delta_n} \exp\left(-\frac{\Delta_n}{\delta_n} + 1\right) \quad \text{para } 0 < x_1 < x_c \quad (7)$$

siendo x_c la longitud de la superficie cohesiva, Δ_n la separación normal (vertical) de la superficie cohesiva, T_n la tracción correspondiente para esa separación y δ_n la separación para la cual se considera que la fisura se abre y pierde cohesión. La energía de fractura liberada está definida por la ley:

$$G_f = \frac{K_I^2}{E/(1-\nu^2)} = \int_{\Delta_n=0}^{\Delta_n=\infty} T d\Delta_n \quad (8)$$

3.2. Simulación

La región circundante de la punta de la fisura, que es donde se ponen de manifiesto los fenómenos de las dislocaciones discretas, tiene dimensiones $L_p = 12,5\mu m$ x $h_p = 10\mu m$. En esta zona, se introducen dos familias de planos de deslizamiento, es decir, se supone que

se activan estas dos familias de planos, orientados a $\theta = \pm 60^\circ$, cada familia se modela con 401 planos, igualmente espaciados a una distancia uno de otro de $86b$, con b vector de Burgers ($b = 0,25nm$). Tanto los ángulos de los planos de deslizamiento activos como la distancia entre ellos, responde a que se sigue muy aproximadamente el trabajo propuesto por Cleveringa et al. (2000), quienes toman estos valores para su trabajo. La punta de la fisura se encuentra inicialmente en la posición $x_1 = 0$ y $x_2 = 0$. Al momento de iniciar la simulación se asume que el dominio se encuentra libre de dislocaciones, solo existen en el dominio distribuidos aleatoriamente fuentes y obstáculos. En la Figura 9 se grafica la zona donde tienen lugar los fenómenos de las dislocaciones discretas con la distribución de planos.

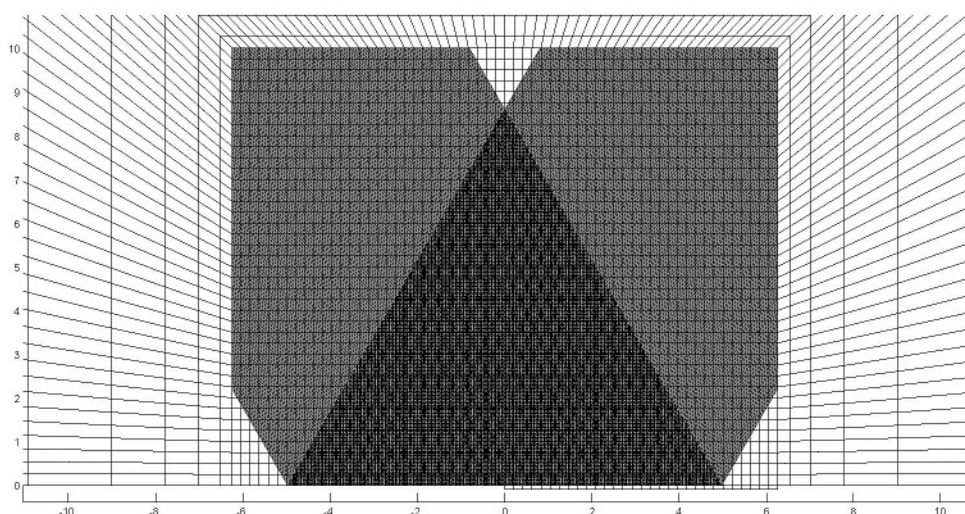


Figura 9: Distribución de los planos en la zona de plasticidad debida a las dislocaciones discretas.

Se toman para este análisis los valores correspondientes al aluminio. El valor del coeficiente de resistencia viscosa, en la ecuación (1) es $B = 10^{-4} Pa s$. La tensión a la cual una dislocación (un dipolo) se genera es de $\bar{\tau}_{nuc} = 50MPa$, con una distribución normal de $0,2\bar{\tau}_{nuc}$, el vector de Burgers es $b = 0,25nm$, el tiempo de nucleación, que es el tiempo que debe transcurrir desde que en una fuente se alcanza la tensión τ_{nuc} hasta que se que ésta se active y se genere una nueva dislocación, es $\Delta t_{nuc} = 0,01\mu s$, la tensión necesaria para que una dislocación salte un obstáculo es $\tau_{obs} = 150MPa$. Las constantes elásticas del material son, módulo elástico $E = 70GPa$ y $\nu = 0,33$.

Las propiedades de la superficie cohesiva son $\sigma_{max} = 0,6GPa$ y $\delta_n = 4b$. De la ecuación (8) se obtiene un trabajo de separación de $G_f = exp(1)\sigma_{max}\delta_n = 1,63J/m^2$. Considerando una fractura sin dislocaciones activas, tal que toda la energía interviniente es consumida por la superficie cohesiva, el crecimiento de la fisura ocurre para un factor de intensidad de tensiones:

$$K_0 = \sqrt{\frac{EG_f}{1-\nu^2}} \quad (9)$$

Con los parámetros del material anteriormente mencionados, da un valor de $K_0 = 0,385MPa m^{1/2}$. Los cálculos se realizan con una velocidad de carga de $\dot{K}_I = 50GPa m^{1/2}/s$.

Se fijó una densidad de fuentes de $\rho_{sou} = 49/\mu m^2$ con cuatro densidades de obstáculos diferentes, $\rho_{obs} = 49/\mu m^2$, $\rho_{obs} = 74/\mu m^2$, $\rho_{obs} = 98/\mu m^2$ y $\rho_{obs} = 123/\mu m^2$. De esta forma, se analiza la influencia que tiene en la apertura de la fisura, la densidad de fuentes y obstáculos en el dominio.

3.3. Resultados

En la Figura 10 se grafica el estado de tensiones que presenta el dominio, cuando en el mismo no hay dislocaciones, obteniéndose una respuesta elástica con superficie cohesiva.

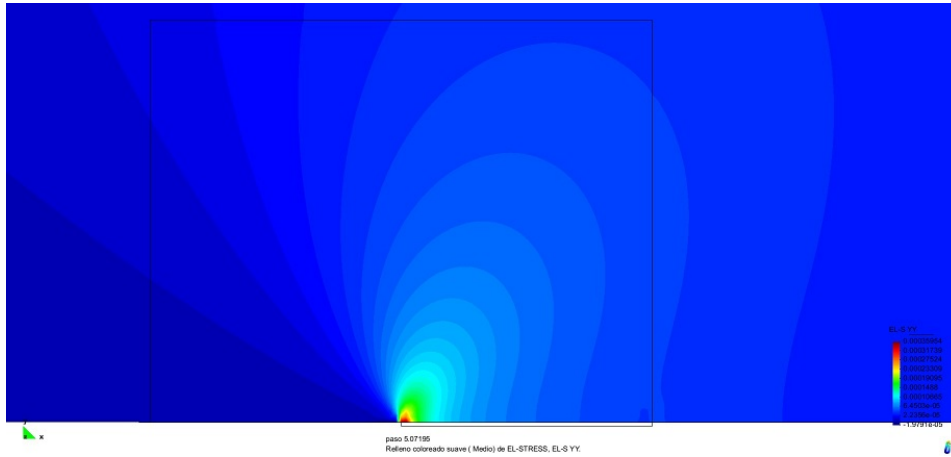


Figura 10: Estado de tensiones para un dominio libre de dislocaciones.

Por otro lado, tenemos el caso cuando hay un elevado número de dislocaciones activas, en la Figura 11 se muestra el estado tensional para un densidad de fuentes de $\rho_{sou} = 49/\mu m^2$ y de obstáculos de $\rho_{obs} = 98/\mu m^2$ y la deformación del dominio, donde se ve la apertura de la fisura, para un valor de $K_I/K_0 \approx 1,87$.

Las curvas K_I/K_0 vs Δa en la Figura 12, muestran la dependencia que hay entre el comportamiento de la fractura y su avance, con la densidad de fuentes y obstáculos presentes en el dominio.

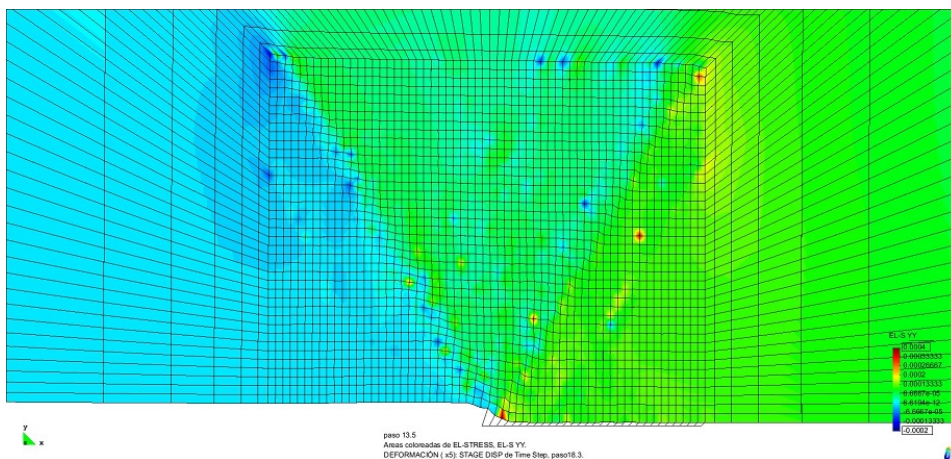


Figura 11: Distribución de los planos en la zona de plasticidad debida a las dislocaciones discretas.

4. CONCLUSIONES

Hemos realizado en el presente trabajo un análisis de la distribución de tensiones que se da en la punta de una fisura que se propaga, que abre en modo I , en un material cristalino. Fundamentalmente, se han analizado la influencia que presentan ciertos fenómenos que tienen

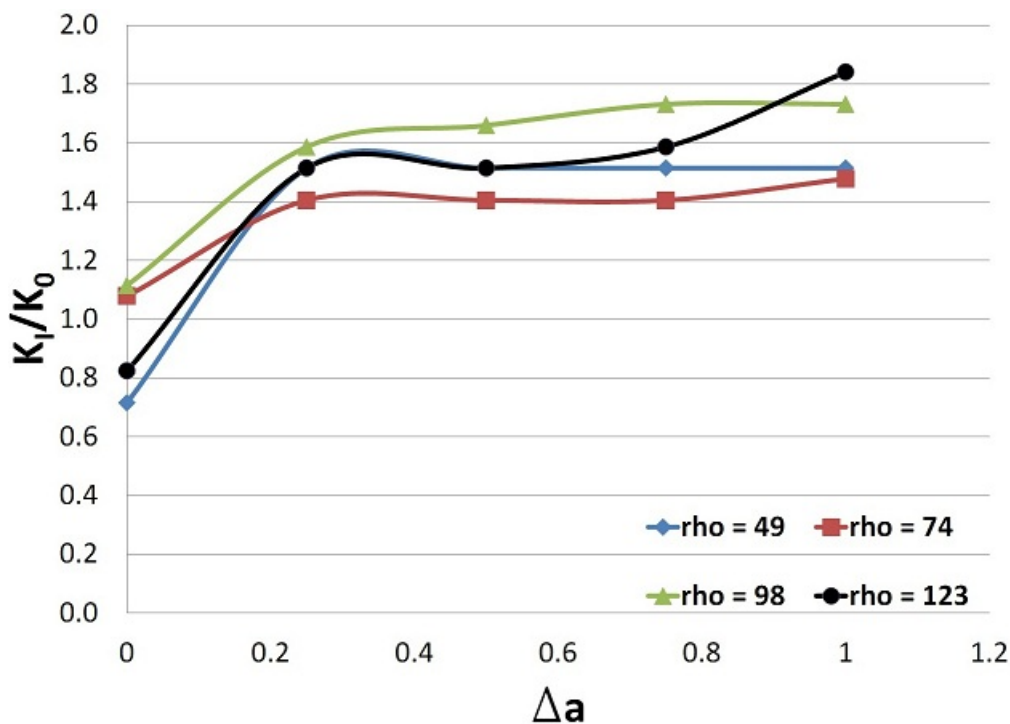


Figura 12: Factor de intensidad de tensión normalizado K_I/K_0 en función del avance de la fisura Δa .

lugar a longitudes de escala del orden por debajo de $\mathcal{O}(100nm)$ que se producen a la escala del nivel de grano.

De los resultados obtenidos se puede observar que las dislocaciones, y asociado a ellas, la densidad de fuentes y obstáculos que hay en un grano de un material cristalino, juegan un papel muy importante, ya que varían completamente la distribución de tensiones en la punta de la fisura. Mencionamos una solución aproximada de Rice (1987) a este problema.

También en este trabajo hemos visto cómo los fenómenos asociados con la dinámica de las dislocaciones presentan un comportamiento caótico. Se puede ver que el hecho de resolver en una forma más precisa los apilamientos de dislocaciones, genera un cierto retraso en el comportamiento exponencial creciente de la norma del error cuando surge una perturbación. De todas formas, y como es de esperar, esta metodología iterativa de resolución, tampoco resuelve la naturaleza inherentemente caótica del sistema.

REFERENCIAS

- Amodeo R.J. y Ghoniem N.M. Dislocation dynamics. part i. a proposed methodology for deformation micromechanics. *Physical Review B*, 41:6958–6976, 1990.
- Cleveringa H., Needleman A., y Van der Giessen E. A discrete dislocation analysis of mode i crack growth. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48:1133–1157, 2000.
- Cleveringa H., Van der Giessen E., y Needleman A. A discrete dislocation analysis of bending. *International Journal of Plasticity*, 15:837–868, 1999.
- Deshpande V., Needleman A., y Van der Giessen E. Dislocation dynamics is chaotic. *Scripta Materialia*, 45:1047–1053, 2001.
- Deshpande V., Van der Giessen E., y Needleman A. Plasticity size effects in tension and compression of single crystals. *J. of the Mech. Phys. of Solids*, 53:2661–2691, 2005.
- Langhi F., Huespe A.E., Sánchez P.J., Weyler R., y Ciaronetti A. Simulación numérica de la

- dinámica de dislocaciones discretas: efectos del paso de tiempo de integración. *Mecánica Computacional*, 29:2803–2817, 2010.
- Langhi F., Sánchez P.J., Huespe A.E., Weyler R., y Sonzogni V. Simulación numérica de la dinámica de dislocaciones discretas. *Mecánica Computacional*, 28:2199–2209, 2009.
- Rice J.R. Tensile crack tip fields in elastic-ideally plastic crystals. *Mechanics of Materials*, 6:317–335, 1987.
- Segurado J., Lorca J., y Romero I. Computational issues in the simulation of two-dimensional discrete dislocation mechanics. *Modell. and Simulat. in Mat. Sci. and Eng.*, 15:S361–S375, 2007.
- Van der Giessen E. y Needleman A. Discrete dislocation plasticity: a simple planar model. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 3:689–735, 1995.
- Wallin M., Curtin W.A., Ristinmaa A., y Needleman A. Multi-scale plasticity modeling: Coupled discrete dislocation and continuum crystal plasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56:3167–3180, 2008.