

ESTUDO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO SOB ALTAS TEMPERATURAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Paulo Sérgio Baumbach Lemos^a, Américo Campos Filho^a, Mauren Aurich^b

^a*CEMACOM - Centro de Mecânica Aplicada e Computacional, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil,*
<http://www.ppgec.ufrgs.br/cemacom/>

^b*Faculdade de Engenharia, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Brasil,*
<http://www.pucrs.br/uni/poa/feng/>

Palavras Chave: Método dos Elementos Finitos, Concreto Armado, Altas Temperaturas.

Resumo. O concreto é visto, tradicionalmente, como um material resistente ao fogo por ser incombustível e apresentar elevada capacidade de isolamento térmico. Entretanto, quando submetido a altas temperaturas, experimenta três problemas principais: a deterioração das propriedades mecânicas, o dano causado pelas deformações térmicas e a possibilidade de ocorrência de deslocamentos explosivos.

Neste contexto, as modelagens computacionais, especialmente através do método dos elementos finitos, têm adquirido cada vez mais importância. Através da simulação do comportamento das estruturas de concreto sob altas temperaturas um dado problema pode ser estudado em diferentes cenários, geometrias, propriedades dos materiais, carregamentos e condições de vinculação. Isto pode ser realizado em um curto período de tempo, permitindo uma perfeita compreensão do funcionamento da estrutura submetida ao fogo até o colapso. Além disso, os programas computacionais podem simular as condições estruturais reais, o que é muito difícil de estudar em ensaios experimentais.

Assim, o presente trabalho visa apresentar um programa computacional que efetua análises termo-mecânica por elementos finitos de estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas. O programa pode analisar situações bidimensionais de problemas planos ou axissimétricos.

1 INTRODUÇÃO

O presente artigo descreve o desenvolvimento de uma rotina computacional termo-mecânica transiente não linear para estruturas de concreto submetidas a altas temperaturas, baseada na teoria dos meios contínuos. O programa é parte de uma dissertação de mestrado ainda em desenvolvimento e tem como principal objetivo o início do estudo de estruturas de concreto armado sob a ação de altas temperaturas.

Essa rotina computacional consiste na união de um programa de análise térmica com um programa de análise mecânica (elasto-viscoplástica). A cada laço de tempo, o programa térmico calcula o campo de temperaturas que serve como entrada para o programa mecânico (ver a seqüência de execução do programa na Figura 1). Normalmente, esse tipo de programa é visto como um acoplamento parcial ou semi-acoplado.

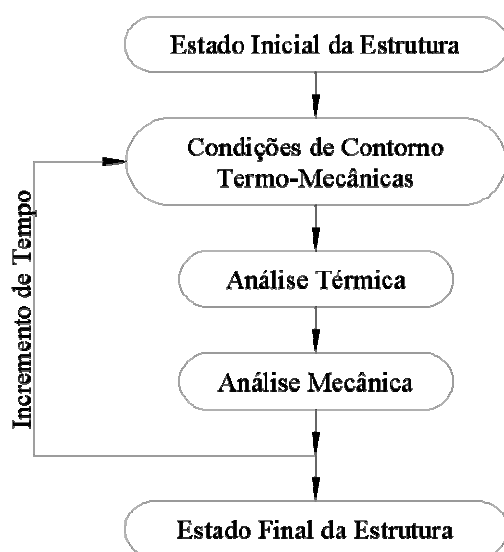


Figura 1: seqüência de execução do programa

A rotina é baseada na teoria dos elementos finitos e foi desenvolvida para situações bidimensionais (estado plano de tensão e deformação) e axissimétricas.

O programa prevê a deterioração das propriedades mecânicas bem como a evolução das propriedades térmicas dos materiais em função do aumento da temperatura da estrutura. Como exemplo para as propriedades mecânicas, cita-se o declínio da resistência do concreto e do aço em função do aumento da temperatura. Para as propriedades térmicas dos materiais, cita-se a variação da condutividade térmica dos materiais em função da temperatura.

Será apresentada nesse artigo uma breve visão sobre a teoria e formulação do problema térmico e mecânico bem como o desenvolvimento do programa juntamente com um exemplo.

2 FENÔMENO DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

2.1 Introdução

O primeiro passo para a avaliação do desempenho das estruturas de concreto armado sujeitas à altas temperaturas é a determinação do campo de temperaturas atuante. Devida a grande complexidade de geometrias e condições de contorno, dificilmente uma solução analítica fechada pode ser encontrada para as estruturas em análise. Para contornar tal

problema utilizam-se métodos numéricos (tal como o método dos elementos finitos) para se obter soluções aproximadas.

2.2 Conceitos Gerais

A transferência de calor é a energia em trânsito devido a uma diferença de temperatura. Sempre que existir diferença de temperatura em um meio ou entre meios diferentes, haverá, necessariamente, uma transferência de calor (Incropera e Dewitt, 2001). A transmissão de calor pode ocorrer de três maneiras distintas: por **condução**, **convecção** ou **radiação**.

A condução está relacionada à atividade atômica e molecular sob a forma de movimento de translação, rotação e vibração das moléculas de um material. Quanto mais energética uma molécula for, maior a intensidade dessas formas de movimento. A essa forma de transmissão devida ao movimento aleatório se dá o nome de **difusão**.

O processo de transferência de calor por condução pode ser quantificado em termos de uma equação diferencial. Essa equação é chamada de lei de Fourier para condução de calor. Na equação (1), apresenta-se a lei de Fourier para condução de calor no caso unidimensional estacionário (sem variação do campo de temperaturas com o tempo):

$$q_{cond,x} = -\lambda_x \frac{d\theta(x)}{dx} \quad (1)$$

Onde:

$q_{cond,x}$ é o fluxo de calor por condução por metro quadrado na direção x [W/m^2];

λ_x é a condutividade térmica na direção x [$W/m \cdot K$];

$\theta(x)$ é o campo de temperaturas [K];

x é a dimensão linear [m].

A convecção é o mecanismo de transferência de calor devida à diferença de temperatura entre uma superfície e um fluido em movimento. Segundo Incropera e Dewitt (2001), ela ocorre através da ação de dois mecanismos distintos: o primeiro é a **difusão**, devido ao movimento molecular aleatório do fluido sobre a superfície; o segundo é chamado de **advecção** e é devido ao movimento macroscópico coletivo de um grande número de moléculas do fluido sobre a superfície. Uma vez que as moléculas do fluido mantêm seus movimentos aleatórios, a transferência de calor total por convecção é composta então pela superposição da difusão com a advecção. Nesse trabalho o mecanismo de advecção será desconsiderado restando apenas a transferência de calor por convecção através do mecanismo de difusão.

O fluxo de calor transferido por convecção pode ser expresso matematicamente através da lei de resfriamento de Newton. Na equação (2), apresenta-se essa lei:

$$q_{conv,x} = \alpha_{c,x} (T_{inf} - T_{sup}) \quad (2)$$

Onde:

$q_{conv,x}$ é o fluxo de calor por convecção por metro quadrado na direção x [W/m^2];

$\alpha_{c,y}$ é o coeficiente de transferência de calor por convecção [$W/m^2 \cdot K$];

T_{inf} é a temperatura absoluta do fluido [K];

T_{sup} é a temperatura absoluta da superfície [K].

Para o caso da transferência de calor por radiação, definem-se dois mecanismos básicos: a irradiação (G) e a emissão (E). Tanto a irradiação quanto a emissão são taxas de energia por unidade de área (W/m^2).

A irradiação corresponde a toda a energia térmica recebida pela matéria de alguma fonte

térmica de radiação. Ela pode ser decomposta em três parcelas: a reflexão (G_{ref}), a absorção (G_{abs}) e a transmissão (G_{trans}). A reflexão corresponde à radiação térmica que é refletida pela superfície da matéria; já a absorção corresponde à radiação térmica que realmente é absorvida pela matéria; e, por fim, a transmissão corresponde à radiação térmica que atravessa a matéria sem ser absorvida ou refletida. Dessa forma, apresenta-se, na equação (3), o balanço de radiação para o mecanismo de irradiação:

$$G = G_{ref} + G_{abs} + G_{trans} \quad (3)$$

No caso mais simples, considerando que o meio material seja opaco (tal como o concreto), a parcela de radiação transmitida é igualada a zero. A radiação absorvida pelo corpo é determinada através da equação (4):

$$G_{abs} = \alpha \cdot G \quad (4)$$

Onde:

α é a absorvidade da superfície [adimensional].

A absorvidade é uma propriedade radiante da superfície material e seu valor está no intervalo $0 \leq \alpha \leq 1$.

A emissão corresponde a toda energia térmica emitida pela matéria que se encontra a certa temperatura absoluta não nula. Ela pode ser quantificada segundo a equação (5):

$$E = e \cdot \sigma_0 \cdot T_{sup}^4 \quad (5)$$

Onde:

e é a emissividade da superfície [adimensional];

σ_0 é a constante de Stefan-Boltzmann [$\sigma_0 = 5,6704 \cdot 10^{-8} \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$];

T_{sup} é a temperatura absoluta da superfície [K].

A emissividade também é uma propriedade radiante da superfície e seu valor também está no intervalo $0 \leq e \leq 1$.

A taxa líquida de transferência de calor por radiação, expressa por unidade de área, a partir da superfície é apresentada na equação (6):

$$q_{rad} = \alpha \cdot G - e \cdot \sigma_0 \cdot T_{sup}^4 \quad (6)$$

Onde:

q_{rad} é a taxa líquida de transferência de calor por radiação [W/m^2].

Uma superfície que possua o valor da emissividade (e) igual ao da absorvidade (α) é chamada de **superfície cinza**. Segundo Incropera e Dewitt (2001), uma superfície cinza é aquela onde a emissividade e absorvidade são independentes do comprimento de onda ao longo das regiões espectrais de irradiação e emissão superficial. A condição para que essa hipótese seja verdadeira é que a irradiação incidente sobre a superfície seja **difusa**.

Aceitando a hipótese de superfície cinza, a equação (6) pode ser reescrita como:

$$q_{rad} = e \cdot \sigma_0 \cdot (T_{viz}^4 - T_{sup}^4) \quad (7)$$

Onde:

T_{viz} é a temperatura absoluta da fonte de radiação térmica [K].

2.3 Equações que governam o fenômeno de transferência de calor

Admitindo que o material obedeça à lei de Fourier para transferência de calor por

condução, tem-se (Bathe, 1996):

$$\begin{aligned} q_{cond,x} &= -\lambda_x \frac{\partial \theta(x,y)}{\partial x} \\ q_{cond,y} &= -\lambda_y \frac{\partial \theta(x,y)}{\partial y} \end{aligned} \quad (8)$$

Onde:

$q_{cond,x}$ e $q_{cond,y}$ são os fluxos de calor por condução por metro quadrado nas direções x e y [W/m^2];

λ_x e λ_y são as condutividades térmicas nas direções x e y [$W/m \cdot K$];

$\theta(x,y)$ é o campo de temperaturas [K];

x e y são as dimensões lineares [m].

Equacionando o equilíbrio térmico no interior do corpo, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial \theta(x,y)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial \theta(x,y)}{\partial y} \right) + H = 0 \quad (9)$$

Ou de forma mais simplificada:

$$div(\lambda \cdot \nabla \theta(x,y)) + H = 0 \quad (10)$$

Onde:

H é a taxa volumétrica de geração interna de calor [W/m^3].

Nas superfícies do corpo, as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$\theta(x,y)|_{\Gamma_\theta} = \theta_\Gamma \quad (11)$$

$$\lambda_n \cdot \frac{\partial \theta(x,y)}{\partial n} \Big|_{\Gamma_q} = q_\Gamma \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_\theta \cup \Gamma_q &= \Gamma \\ \Gamma_\theta \cap \Gamma_q &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Onde:

Γ_θ é a superfície do corpo sujeita ao campo de temperaturas θ_Γ [m^2];

Γ_q é a superfície do corpo sujeita ao fluxo de calor q_Γ [m^2];

n é o eixo coordenado na direção do vetor unitário normal à superfície;

Γ é a superfície total do corpo [m^2].

Para o caso transiente, o efeito de armazenamento de calor (capacitância térmica do material) deve ser incluído na equação de equilíbrio térmico no interior do corpo (da mesma forma que os efeitos inerciais na análise de tensões). Para tal efeito, a equação (10) assume a forma:

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \theta(x,y,z)}{\partial t} = div(\lambda \cdot \nabla \theta(x,y,z)) + H \quad (14)$$

Onde:

ρ é a densidade do material [kg/m^3];

c_p é o calor específico do material [$J/kg \cdot K$];

t é o tempo [s].

A equação de equilíbrio térmico no interior do corpo (caso geral, equação (14)) é uma equação diferencial de segunda ordem em relação às coordenadas espaciais e de primeira ordem em relação ao tempo. Assim, para cada coordenada espacial, duas condições de contorno devem ser fornecidas. Da mesma forma, uma condição de contorno deve ser fornecida em relação ao tempo.

Existem cinco tipos de condições de contorno na análise de transferência de calor: condição de temperatura, condição de fluxo de calor, condição de convecção, condição de radiação e condição inicial de temperatura.

A **condição de temperatura** refere-se à temperatura que pode ser prescrita em pontos ou superfícies do corpo (indicadas por Γ_θ na equação (11)). Normalmente, esse tipo de condição de contorno é referida como **condição de Dirichlet**.

A **condição de fluxo de calor** refere-se ao fluxo de calor que pode ser prescrito em pontos ou superfícies do corpo (indicadas por Γ_q na equação (12)). Normalmente, esse tipo de condição de contorno é referida como **condição de Neumann**. Quando há a presença do fenômeno de convecção, a equação (2) é somada ao fluxo de calor na equação (12). Esse tipo de condição normalmente é referida como **condição de Robin**. Da mesma forma, quando há a presença do fenômeno de radiação, a equação (7) é somada ao fluxo de calor na equação (12).

A **condição inicial de temperatura** aplica-se ao caso transiente, onde o campo de temperaturas deve ser fornecido em algum instante de tempo.

2.4 Abordagem Numérica pelo Método dos Elementos Finitos para o Problema Térmico

Partindo-se do princípio das temperaturas virtuais para o caso transiente, tem-se (Bathe, 1996):

$$\int_{\Omega} \bar{\theta}^T \cdot \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{\theta}^T \cdot \underline{\lambda} \cdot \theta' d\Omega = \int_{\Omega} \bar{\theta} \cdot H d\Omega + \int_{\Gamma_q} \bar{\theta}^{\Gamma_q} \cdot q_{\Gamma} d\Gamma + \sum_j \bar{\theta}^j \cdot q^j \quad (15)$$

Onde:

$$\theta'^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta}{\partial x} & \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\underline{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ 0 & \lambda_y \end{bmatrix} \quad (17)$$

A barra sobre θ significa uma distribuição virtual de temperaturas.

O princípio das temperaturas virtuais consiste em uma equação de equilíbrio de fluxos de calor. Para que o campo de temperaturas (θ) seja a solução, a equação (15) deve assegurar que a distribuição de temperatura virtual (contínua), que pode ser arbitrada, seja igual à zero em Γ_θ .

Para um esquema geral de solução (aplicável ao problema transiente), devem-se desenvolver equações de equilíbrio incrementais. Admite-se que a solução do problema para o tempo t já foi calculada e que o campo de temperaturas será determinado para o tempo $t+\Delta t$, onde Δt é o incremento de tempo.

Para o caso não linear, uma solução aproximada para o campo de temperaturas pode ser obtida através de:

$${}^{t+\Delta t}\theta^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\theta^{(i-1)} + \Delta\theta^{(i)} \quad (18)$$

Onde:

${}^{t+\Delta t}\theta^{(i-1)}$ é o campo de temperaturas no final da iteração (i-1) [K];

$\Delta\theta^{(i)}$ é o incremento de temperatura na iteração (i) [K];

${}^{t+\Delta t}\theta^{(0)} = {}^t\theta$.

A solução da equação (15), utilizando-se o método iterativo completo de Newton-Raphson, pode ser obtida utilizando-se a equação (18), recalculando todas as variáveis em cada iteração. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \bar{\theta}^T \cdot {}^{t+\Delta t}(\rho \cdot c_p)^{(i)} \cdot \frac{\partial \theta^{(i)}}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \bar{\theta}^T \cdot {}^{t+\Delta t} \lambda_{=}^{(i-1)} \cdot {}^{t+\Delta t} \theta^{(i)} d\Omega = \int_{\Omega} \bar{\theta} \cdot {}^{t+\Delta t} H d\Omega \\ & + \int_{\Gamma_q} \bar{\theta}^{\Gamma q} \cdot {}^{t+\Delta t} q_{\Gamma} d\Gamma + \sum_j \bar{\theta}^j \cdot {}^{t+\Delta t} q^j + \int_{\Gamma_{conv}} \bar{\theta}^{\Gamma_{conv}} \cdot {}^{t+\Delta t} \alpha_c^{(i-1)} \cdot ({}^{t+\Delta t} \theta_{inf} - {}^{t+\Delta t} \theta^{(i)}) d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_{rad}} \bar{\theta}^{\Gamma_{rad}} \cdot {}^{t+\Delta t} (e \cdot \sigma_0)^{(i-1)} \cdot ({}^{t+\Delta t} \theta_{viz}^4 - ({}^{t+\Delta t} \theta^{(i)})^4) d\Gamma \end{aligned} \quad (19)$$

Onde:

${}^{t+\Delta t}\theta_{inf}$ é a temperatura absoluta do fluido [K] (equivalente à T_{inf} na equação (2));

${}^{t+\Delta t}\theta$ é a temperatura absoluta da superfície do elemento [K] (equivalente à T_{sup} na equação (2));

${}^{t+\Delta t}\theta_{viz}$ é a temperatura absoluta da fonte de radiação térmica [K] (equivalente à T_{viz} na equação (7));

Γ_{conv} é a superfície sujeita à convecção de calor [m²];

Γ_{rad} é a superfície sujeita à radiação de calor [m²];

A equação (19) é usada para calcular o campo de temperaturas no tempo $t+\Delta t$ quando um método implícito de integração temporal é empregado.

A discretização da equação (19) é feita segundo o exposto por Bathe (1996). Admite-se que o corpo em estudo está inteiramente dividido em elementos finito, e, tem-se para o elemento m no tempo $t+\Delta t$:

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\theta^{(m)} &= N^{(m)} \cdot {}^{t+\Delta t}\theta \\ {}^{t+\Delta t}\theta^{S(m)} &= N^{S(m)} \cdot {}^{t+\Delta t}\theta \\ {}^{t+\Delta t}\theta^{(m)} &= B^{(m)} \cdot {}^{t+\Delta t}\theta \end{aligned} \quad (20)$$

Onde:

m é o número do elemento finito;

${}^{t+\Delta t}\theta^{(m)}$ é o campo de temperaturas no elemento m , no tempo $t+\Delta t$;

${}^{t+\Delta t}\theta$ é o vetor de temperaturas nodais, no tempo $t+\Delta t$;

${}^{t+\Delta t}\theta^{S(m)}$ é o campo de temperaturas na superfície do elemento m , no tempo $t+\Delta t$;

${}^{t+\Delta t}\theta^{(m)}$ é o vetor dos gradientes do campo de temperaturas do elemento m , no tempo $t+\Delta t$;

$N^{(m)}$ é o vetor de funções de interpolação do elemento m ;

$N^{S(m)}$ é o vetor de funções de interpolação na face do elemento m ;

$B^{(m)}$ é o vetor de interpolação dos gradientes de temperatura do elemento m .

Se o método implícito de integração temporal de Euler for empregado, as equações de equilíbrio do fluxo de calor que são utilizadas são obtidas diretamente pela equação que governa a condição transiente (equação (19)). Utilizando para o elemento m :

$$\frac{\partial \theta^{(m)}(x, y, t)}{\partial t} = N^{(m)}(x, y) \cdot \frac{\partial \theta^{(m)}(t)}{\partial t} \quad (21)$$

$${}^{t+\Delta t} \frac{\partial \theta(t)^{(i)}}{\partial t} = \frac{{}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} + \Delta \theta^{(i)} - {}^t \theta}{\Delta t} \quad (22)$$

Para análise não linear, utilizando-se o método iterativo completo de Newton-Raphson, substituindo as equações (18), (20) e (21) na equação (19), tem-se:

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} C^{(i)} \frac{\partial \theta(t)^{(i)}}{\partial t} + \left({}^{t+\Delta t} K^{k(i-1)} + {}^{t+\Delta t} K^{c(i-1)} + {}^{t+\Delta t} K^{r(i-1)} \right) \Delta \theta^{(i)} = {}^{t+\Delta t} Q \\ & + {}^{t+\Delta t} Q^{c(i-1)} + {}^{t+\Delta t} Q^{r(i-1)} - {}^{t+\Delta t} Q^{k(i-1)} \end{aligned} \quad (23)$$

Fazendo a linearização completa do termo temporal da equação (23), através da equação (22), tem-se:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{{}^{t+\Delta t} C^{(i-1)}}{\Delta t} + {}^{t+\Delta t} K^{k(i-1)} + {}^{t+\Delta t} K^{c(i-1)} + {}^{t+\Delta t} K^{r(i-1)} \right) \Delta \theta^{(i)} = {}^{t+\Delta t} Q \\ & + {}^{t+\Delta t} Q^{c(i-1)} + {}^{t+\Delta t} Q^{r(i-1)} - {}^{t+\Delta t} Q^{k(i-1)} - {}^{t+\Delta t} C^{(i-1)} \frac{{}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} - {}^t \theta}{\Delta t} \end{aligned} \quad (24)$$

Onde:

${}^{t+\Delta t} C^{(i)}$ é a matriz de capacitância térmica, dada por:

$${}^{t+\Delta t} C^{(i-1)} = \sum_m \int_{\Omega^{(m)}} {}^{t+\Delta t} (\rho c_p)^{(m)(i-1)} N^{(m)T} \cdot N^{(m)} d\Omega^{(m)} \quad (25)$$

${}^{t+\Delta t} K^{k(i-1)}$ é a matriz de condutividade térmica, dada por:

$${}^{t+\Delta t} K^{k(i-1)} = \sum_m \int_{\Omega^{(m)}} B^{(m)T} \cdot {}^{t+\Delta t} \underline{\lambda}^{(m)(i-1)} \cdot B^{(m)} d\Omega^{(m)} \quad (26)$$

${}^{t+\Delta t} K^{c(i-1)}$ é a matriz de convecção térmica, dada por:

$${}^{t+\Delta t} K^{c(i-1)} = \sum_m \int_{\Gamma_c^{(m)}} {}^{t+\Delta t} \alpha_c^{(m)(i-1)} N^{S(m)T} \cdot N^{S(m)} d\Gamma^{(m)} \quad (27)$$

${}^{t+\Delta t} K^{r(i-1)}$ é a matriz de radiação térmica, dada pela linearização:

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} K^{r(i-1)} = \sum_m \int_{\Gamma_r^{(m)}} {}^{t+\Delta t} \tilde{\kappa}^{(m)(i-1)} \cdot N^{S(m)T} \cdot N^{S(m)} d\Gamma^{(m)} \\ & {}^{t+\Delta t} \tilde{\kappa}^{(m)(i-1)} = 4 \cdot {}^{t+\Delta t} (e \cdot \sigma_0)^{(m)(i-1)} \cdot \left({}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} \right)^3 \end{aligned} \quad (28)$$

${}^{t+\Delta t} Q^{c(i-1)}$ é o vetor oriundo da convecção, dado por:

$${}^{t+\Delta t} Q^{c(i-1)} = \sum_m \int_{\Gamma_c^{(m)}} {}^{t+\Delta t} \alpha_c^{(m)(i-1)} N^{S(m)T} \cdot N^{S(m)} \cdot \left({}^{t+\Delta t} \theta_{\text{inf}} - {}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} \right) d\Gamma^{(m)} \quad (29)$$

${}^{t+\Delta t} Q^{r(i-1)}$ é o vetor proveniente da radiação, dado pela linearização:

$$\begin{aligned} & {}^{t+\Delta t} Q^{r(i-1)} = \sum_m \int_{\Gamma_r^{(m)}} {}^{t+\Delta t} \kappa^{(m)(i-1)} N^{S(m)T} \cdot N^{S(m)} \cdot \left({}^{t+\Delta t} \theta_{\text{viz}} - {}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} \right) d\Gamma^{(m)} \\ & {}^{t+\Delta t} \kappa^{(m)(i-1)} = {}^{t+\Delta t} (e \cdot \sigma_0)^{(m)(i-1)} \cdot \left({}^{t+\Delta t} \theta_{\text{viz}}^2 + \left({}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} \right)^2 \right) \cdot \left({}^{t+\Delta t} \theta_{\text{viz}} + {}^{t+\Delta t} \theta^{(i-1)} \right) \end{aligned} \quad (30)$$

${}^{t+\Delta t}Q^{k(i-1)}$ é o vetor originário da condução, dado por:

$${}^{t+\Delta t}Q^{k(i-1)} = \sum_m \int_{\Omega^{(m)}} B^{(m)T} \cdot {}^{t+\Delta t}\underline{\lambda}^{(m)(i-1)} \cdot B^{(m)} \cdot {}^{t+\Delta t}\theta^{(i-1)} d\Omega^{(m)} \quad (31)$$

E por fim, ${}^{t+\Delta t}Q$ é vetor de fluxo de calor nodal, dado por:

$${}^{t+\Delta t}Q = {}^{t+\Delta t}Q_B + {}^{t+\Delta t}Q_S + {}^{t+\Delta t}Q_c \quad (32)$$

Sendo:

$${}^{t+\Delta t}Q_B = \sum_m \int_{\Omega^{(m)}} N^{(m)T} {}^{t+\Delta t}H d\Omega^{(m)} \quad (33)$$

$${}^{t+\Delta t}Q_S = \sum_m \int_{\Gamma_q^{(m)}} N^{S(m)T} {}^{t+\Delta t}q_{\Gamma q} d\Gamma^{(m)} \quad (34)$$

${}^{t+\Delta t}Q_c$ é vetor de fluxo de calor nodal concentrado.

3 FENÔMENO MECÂNICO ELASTO-VISCOPLÁSTICO

3.1 Modelo para um Material Elasto-Viscoplástico

Owen e Hinton (1980) apresentam um programa para análise de um material elasto-viscoplástico. Nesse programa, o modelo reológico adotado é apresentado na Figura 2:

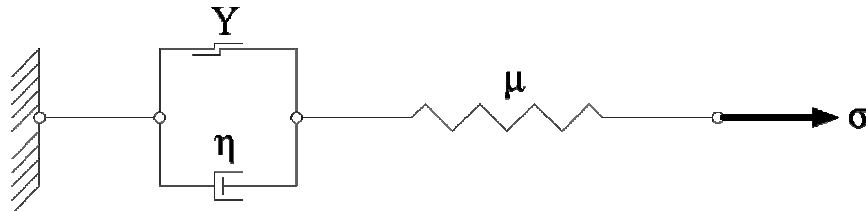


Figura 2: modelo reológico elasto-viscoplástico

A resposta elástica instantânea é proporcionada pela mola linear (componente elástica). Tendo em vista que o amortecedor (componente viscosa) não sofre deformação instantânea, o elemento de atrito (componente plástica) também apresentará deformação nula, pois ambos estão conectados em paralelo. O elemento de atrito torna-se ativo somente se a tensão corrente σ for maior que a tensão de plastificação σ_0 . Este excesso de tensão $(\sigma - \sigma_0)$ é absorvido gradativamente pelo amortecedor, caracterizando desta maneira, o comportamento elasto-viscoplástico do material.

3.2 Teoria Elasto-Viscoplástica dos Sólidos – Formulação Básica

Toda formulação apresentada aqui é baseada na teoria exposta por Owen e Hinton (1980).

De um modo geral, na formulação usual para problemas contínuos não-lineares, admite-se que as componentes de deformação total, em um dado ponto, são compostas por uma parcela elástica $\underline{\underline{\varepsilon_e}}$, e outra viscoplástica $\underline{\underline{\varepsilon_{vp}}}$:

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\epsilon}_e}} + \underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp}}} \quad (35)$$

Onde o ponto sobre os tensores representa a diferenciação em relação ao tempo. As tensões são produzidas unicamente pelas deformações elásticas são:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}_e}} \quad (36)$$

Onde:

$\underline{\underline{D}}$ é o tensor constitutivo elástico do material;

$:$ é o produto de dupla contração tensorial.

No espaço das tensões, tem-se uma superfície de plastificação expressa genericamente por:

$$F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\epsilon_{vp}}}) - F_0(\kappa) = 0 \quad (37)$$

Onde:

$F_0(\kappa)$ é a tensão de escoamento uniaxial do material;

κ é o parâmetro de endurecimento.

Considera-se que o fluxo viscoplástico ocorre se $F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\epsilon_{vp}}}) > F_0(\kappa)$.

É necessário estabelecer uma lei específica para determinar as deformações viscoplásticas a partir do estado de tensões. Uma forma explícita para essa lei é (Zienkiewics e Corneau, 1974 apud Owen e Hinton, 1980):

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp}}} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial Q(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\epsilon_{vp}}}, \kappa)}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (38)$$

Onde:

$\gamma = \frac{1}{\eta}$ é o coeficiente de fluidez que controla a taxa de fluxo plástico;

$Q(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\epsilon_{vp}}}, \kappa)$ é o potencial plástico;

$\Phi(F)$ é uma função monotônica crescente positiva;

$\langle \rangle$ é uma notação que implica em:

$$\begin{aligned} \langle \Phi(F) \rangle &= \Phi(F), \quad \text{para } F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\epsilon_{vp}}}) > F_0(\kappa) \\ \langle \Phi(F) \rangle &= 0, \quad \text{para } F(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\epsilon_{vp}}}) \leq F_0(\kappa) \end{aligned} \quad (39)$$

Limitando-se ao caso de plasticidade associada, na qual $F \equiv Q$, a equação (39) torna-se:

$$\underline{\underline{\dot{\epsilon}_{vp}}} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \underline{\underline{a}} \quad (40)$$

Onde:

$\underline{\underline{a}}$ é o vetor de fluxo plástico que define a direção do escoamento viscoplástico.

Segundo Owen e Hinton (1980), as duas formas mais utilizadas para a função $\Phi(F)$ são:

$$\Phi(F) = e^{M \left(\frac{F-F_0}{F_0} \right)} - 1$$

$$\Phi(F) = \left(\frac{F-F_0}{F_0} \right)^N$$
(41)

Onde:

M e N são constantes arbitrárias prescritas.

3.3 Incremento de Deformação Viscoplastica

Através da regra de escoamento viscoplastico, expressa na equação (40), pode-se definir o incremento de deformação $\underline{\underline{\Delta \varepsilon_{vp}^n}}$ que ocorre no intervalo de tempo $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$, através de um esquema implícito de integração temporal (Kanchi et al., apud Owen e Hinton, 1980):

$$\underline{\underline{\Delta \varepsilon_{vp}^n}} = \Delta t_n \left((1-\beta) \underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^n}} + \beta \underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^{n+1}}} \right)$$
(42)

Onde:

β é o parâmetro que controla o esquema de integração temporal;

n é o número da iteração corrente.

Para β igual à zero, obtém-se um esquema de integração temporal totalmente explícito (esquema progressivo de Euler), uma vez que o incremento de deformação é completamente determinado a partir de condições existentes no tempo t_n . Para β igual a um, tem-se um esquema de integração temporal totalmente implícito (esquema regressivo de Euler), com o incremento da tensão a ser determinada a partir da taxa de deformação correspondente ao final do intervalo de tempo. O parâmetro β ainda pode assumir os valores 1/2 (esquema de Crank Nicolson) e 2/3 (esquema de Galerkin).

Para definir $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^{n+1}}}$ na equação (42), expande-se o termo em séries de Taylor (com truncamento dos termos de maior ordem):

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^{n+1}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^n}} + \underline{\underline{H^n}} : \underline{\underline{\Delta \sigma^n}}$$
(43)

Onde:

$\underline{\underline{\Delta \sigma^n}}$ é o incremento de tensão ocorrido no intervalo $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$;

$\underline{\underline{H^n}}$ é dado pela seguinte equação:

$$\underline{\underline{H^n}} = \left(\frac{\partial \left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^n}} \right)}{\partial \underline{\underline{\sigma^n}}} \right)^n = \underline{\underline{H^n}}(\underline{\underline{\sigma^n}})$$
(44)

Assim, pode-se reescrever a equação (42) como:

$$\underline{\underline{\Delta \varepsilon_{vp}^n}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}_{vp}^n}} \Delta t_n + \beta \Delta t_n \underline{\underline{H^n}} : \underline{\underline{\Delta \sigma^n}}$$
(45)

3.4 Incremento de Tensão

Utilizando a forma incremental da equação (36), obtém-se:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}}^n = \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}_e^n = \underline{\underline{D}} : \left(\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^n - \underline{\underline{\Delta\varepsilon}}_{vp}^n \right) \quad (46)$$

Expressando o incremento de deformação total em termos do incremento de deslocamentos, tem-se:

$$\underline{\underline{\Delta\varepsilon}}^n = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\Delta d}}^n \quad (47)$$

Onde:

$\underline{\underline{B}}$ é o tensor de relações deformações-deslocamentos;

$\underline{\underline{\Delta d}}^n$ é o tensor de primeira ordem (vetor) de deslocamentos nodais na iteração n.

Substituindo as equações (47) e (45) na equação (46), tem-se:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}}^n = \underline{\underline{\hat{D}}}^n : \left(\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\Delta d}}^n - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}^n \Delta t_n \right) \quad (48)$$

Onde:

$$\underline{\underline{\hat{D}}}^n = \left(\underline{\underline{D}}^{-1} + \beta \Delta t_n \underline{\underline{H}}^n \right)^{-1} \quad (49)$$

Para a solução de problemas elásticos lineares, utilizando um esquema explícito de integração ($\beta=0$), a equação (48) é simplificada:

$$\underline{\underline{\Delta\sigma}}^n = \underline{\underline{D}} : \left(\underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\Delta d}}^n - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}^n \Delta t_n \right) \quad (50)$$

3.5 Equações de Equilíbrio

A equação de equilíbrio a ser satisfeita em qualquer instante de tempo é:

$$\int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^n : \underline{\underline{\sigma}}^n d\Omega + \underline{\underline{f}}^n = \underline{\underline{0}} \quad (51)$$

Onde:

$\underline{\underline{f}}^n$ é o tensor de primeira ordem (vetor) com os carregamentos nodais equivalentes.

Durante cada incremento de tempo, a equação (51) deve ser satisfeita de forma incremental:

$$\int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^n : \underline{\underline{\Delta\sigma}}^n d\Omega + \underline{\underline{\Delta f}}^n = \underline{\underline{0}} \quad (52)$$

Substituindo a equação (50) na equação (52), o vetor de incremento de deslocamentos nodais pode ser calculado:

$$\underline{\underline{\Delta d}}^n = \left(\underline{\underline{K}}_T^n \right)^{-1} \cdot \underline{\underline{\Delta V}}^n \quad (53)$$

Sendo:

$$\underline{\underline{\Delta V}}^n = \int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^n : \underline{\underline{\hat{D}}}^n : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}^n \Delta t_n d\Omega + \underline{\underline{\Delta f}}^n \quad (54)$$

$$\underline{\underline{K}}_T^n = \int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^n : \underline{\underline{\hat{D}}}^n : \underline{\underline{B}}^T d\Omega \quad (55)$$

Onde:

$\underline{\underline{\Delta V}}^n$ é o tensor de primeira ordem (vetor) de pseudo-carregamento incremental;

$\underline{\underline{K}}_T^n$ é o tensor de rigidez tangencial (matriz de rigidez tangencial).

Quando, substituindo a equação (53) em (50), tem-se o incremento de tensões $\underline{\underline{\Delta \sigma}}^n$, e assim:

$$\underline{\underline{\sigma}}^{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}^n + \underline{\underline{\Delta \sigma}}^n \quad (56)$$

$$\underline{\underline{d}}^{n+1} = \underline{\underline{d}}^n + \underline{\underline{\Delta d}}^n \quad (57)$$

Utilizando as equações 56 e 57, tem-se:

$$\underline{\underline{\Delta \varepsilon}}_{vp}^n = \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{\Delta d}}^n - \underline{\underline{D}}^{-1} : \underline{\underline{\Delta \sigma}}^n \quad (58)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}^{n+1} = \underline{\underline{\varepsilon}}_{vp}^n + \underline{\underline{\Delta \varepsilon}}_{vp}^n \quad (59)$$

A chegada às condições estacionárias pode ser detectada pela monitoração da taxa de deformação, em particular quando $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_{vp}$ se torna tão pequeno quanto se queira.

3.6 Correção do Equilíbrio

O cálculo do incremento de tensão é baseado na forma linearizada da equação de equilíbrio incremental (equação (52)). Dessa forma, a tensão total (σ_{n+1}), obtida pela soma dos incrementos de tensão, não está necessariamente correta e pode não satisfazer a equação de equilíbrio (equação (51)). Uma forma simples para corrigir tal problema é calculando σ_{n+1} através das equações (50) e (56), e então calculando as forças residuais ψ :

$$\psi^{n+1} = \int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^{n+1} : \underline{\underline{\sigma}}^{n+1} d\Omega + \underline{\underline{f}}^{n+1} \neq \underline{\underline{0}} \quad (60)$$

Essas forças são então adicionadas ao incremento de forças no próximo incremento ($\underline{\underline{\Delta f}}^{n+1}$). Essa técnica diminui o número de iterações necessárias bem como o erro obtido.

3.7 Escolha do Comprimento do Passo de Tempo

O esquema de integração temporal adotado, mostrado na equação (42), é incondicionalmente estável para valores $\beta \geq 1/2$. Isso implica em estabilidade numérica ao longo do processo iterativo, mas não implica em acurácia da solução em qualquer estágio do processo. Dessa forma, mesmo para valores $\beta \geq 1/2$, o valor do comprimento do passo de tempo deve ser submetido a um valor limite.

Para $\beta < 1/2$, o esquema de integração é condicionalmente estável e o processo de integração temporal só pode prosseguir para valores do comprimento do passo de tempo inferiores a um

valor crítico.

Owen e Hinton (1980) apresentam uma equação para o cálculo do comprimento do passo de tempo máximo:

$$\Delta t_{n+1} \leq \tau \cdot \left(\frac{\overline{\varepsilon}^{-n+1}}{\overline{\dot{\varepsilon}}_{vp}^{-n+1}} \right)_{\min}^{\frac{1}{2}} \quad (61)$$

Onde:

Δt_{n+1} é o comprimento do passo de tempo da próxima iteração;

τ é um parâmetro com valor pré-definido;

$\overline{\varepsilon}^{-n+1}$ é o valor efetivo da deformação viscoplástica;

$\overline{\dot{\varepsilon}}_{vp}^{-n+1}$ é o valor da deformação efetiva total.

Esses valores são calculados para todos os pontos de Gauss da estrutura e o valor de Δt_{n+1} corresponde ao menor valor calculado.

3.8 Modelo de Camadas

Para muitos materiais com comportamento complexo, como no caso do concreto, o modelo reológico, descrito anteriormente, pode ser muito simples para representar a história de deformações ao longo do tempo.

Pande et al. (1977) sugeriram representar tais materiais, dividindo-os em um número conveniente de camadas, as quais se deformam igualmente. Cada camada possui propriedades mecânicas distintas e contribui com uma parcela da tensão total.

No caso mais geral (Figura 2), o modelo reológico é formado por um conjunto de elementos compostos por uma mola (componente elástica), em série com um elemento de atrito (componente plástica) em paralelo com um amortecedor (componente viscosa). Têm-se como parâmetros as espessuras das camadas, t_i , os módulos de elasticidade, E_i (representado por μ na Figura 2), as constantes dos amortecedores, γ_i (representado por η na Figura 2), e as tensões de plastificação, F_{0i} (representado por Y na Figura 2), a partir das quais começam a atuar os elementos de atrito. O modelo bidimensional de camadas é exposto na Figura 3:

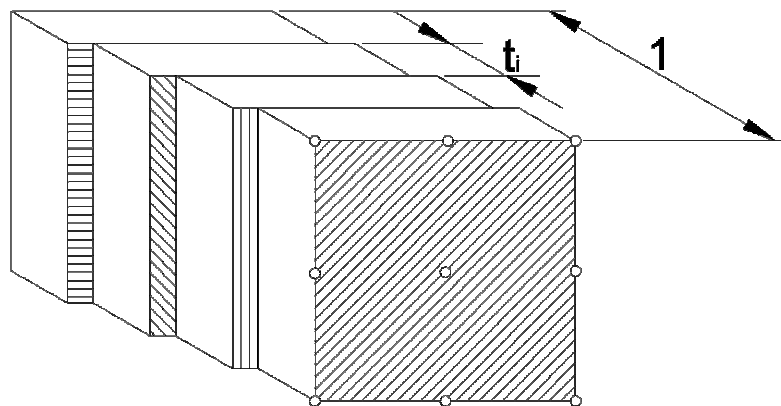


Figura 3: modelo bidimensional de camadas

As camadas podem ter espessuras e propriedades mecânicas distintas. Como a posição dos

nós em cada camada coincide, elas partilham das mesmas deformações. Disso resultam distintos campos de tensão nas camadas que contribuem para o campo total de tensão, conforme a espessura das camadas:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sum_{j=1}^k \underline{\underline{\sigma}}_j t_j \quad (62)$$

Onde:

$\underline{\underline{\sigma}}$ é o campo total de tensão;

$\underline{\underline{\sigma}}_j$ é o campo de tensão na camada j;

t_j é a espessura da camada j;

k é o número de camadas.

E:

$$\sum_{j=1}^k t_j = 1 \quad (63)$$

A equação de equilíbrio (equação (51)) assume a forma:

$$\int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^n : \left(\sum_{j=1}^k \underline{\underline{\sigma}}_j t_j \right) d\Omega + \underline{\underline{f}}^n = \underline{\underline{0}} \quad (64)$$

O tensor de rigidez tangencial (matriz de rigidez tangencial, equação (55)) é dado pela equação:

$$\underline{\underline{K}}_T^n = \sum_{j=1}^k \int_{\Omega} (\underline{\underline{B}}^T)^n : (\underline{\underline{D}}^n)_j : \underline{\underline{B}}^T d\Omega \quad (65)$$

4 PROGRAMA DE ANÁLISE NÃO-LINEAR TERMO-MECÂNICA

O programa de análise não-linear termo-mecânica foi criado em linguagem FORTRAN. Ele é baseado no método dos elementos finitos aplicado à mecânica dos meios contínuos.

Apresenta como características principais a análise bidimensional de problemas em estado plano de tensão, estado plano de deformação e axissimétricos.

Utiliza, em sua formulação, elementos finitos isoparamétricos retangulares de quatro, oito e nove nós, com integração numérica de Gauss-Legendre de primeira, segunda e terceira ordem.

O programa apresenta duas grandes estruturas de programação. A primeira parte, relativa à análise elasto-viscoplástica, é inspirada no programa apresentado por Owen e Hinton (1980). A segunda parte, relativa à análise térmica, é inspirada no programa apresentado por Huang e Usmani (1994).

4.1 Algoritmo Termo-Mecânico

O algoritmo do programa termo-mecânico é exposto, resumidamente, na Figura 4:

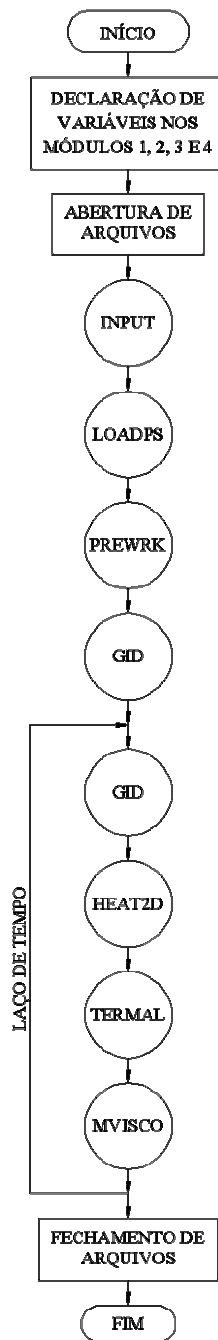


Figura 4: algoritmo termo-mecânico

Os retângulos, na Figura 4, representam os processos enquanto que os círculos representam as funções.

De uma forma geral, as rotinas foram mantidas com os nomes originais referentes aos programas que serviram como base para o programa termo-mecânico.

O primeiro processo do algoritmo consiste na declaração das variáveis utilizadas no programa nos módulos um, dois, três e quatro. O primeiro módulo foi destinado às variáveis simples de controle global do programa (número de nós da malha, número de elementos, número de nós por elementos, etc.). O segundo módulo foi destinado àquelas variáveis do tipo array que são de uso comum às funções (tais como array de coordenadas, conectividades, propriedades dos materiais, etc.). O terceiro módulo foi destinado às variáveis (comuns ou

arrays) de uso mecânico. E o quarto módulo foi destinado à declaração das variáveis (comuns ou arrays) de uso térmico.

O segundo processo do algoritmo consiste na abertura do arquivo com os dados do problema e criação dos arquivos de saída (três arquivos de saída). O arquivo de entrada fornece todos os dados relativos à análise. Ele possui nome e extensão de arquivo fixos (Dados_Entrada.ent). O primeiro arquivo de saída fornece ao usuário o relatório de resultados em cada passo de tempo e/ou iteração do processo de convergência. Ele também possui nome e extensão de arquivo fixos (Dados_Saida.sai). Os outros dois arquivos de saída correspondem aos arquivos de resultados que são fornecidos ao programa de pós-processamento (um deles com os dados da malha de elementos finitos e o outro com os resultados em cada passo de tempo, em termos de deslocamentos nodais, temperaturas nodais e tensões nos pontos de Gauss). Assim como os outros, eles também possuem nome e extensão de arquivo fixos (GID.post.msh e GID.post.res).

A primeira função do algoritmo (denominada INPUT) objetiva a leitura dos dados fornecidos no arquivo de entrada e posterior alocação dos valores nas variáveis do programa.

A segunda função do algoritmo (denominada LOADPS) tem como objetivo a avaliação das forças nodais consistentes devidos à ação da gravidade e ao carregamento distribuído ao longo dos elementos finitos.

A terceira função do algoritmo (denominada PREWRK) tem como objetivo a avaliação dos fluxos nodais térmicos consistentes devidos às condições de contorno de Neumann e ao armazenamento das temperaturas nodais devidas as condições de contorno de Dirichlet.

A função denominada GID tem como objetivo, nesse estágio do algoritmo, a impressão dos dados do problema nos arquivos de saída. No estágio seguinte do algoritmo, dentro do laço temporal, a função GID tem como objetivo a impressão dos resultados relativos a cada passo de tempo.

A função HEAT2D tem como objetivo a análise transiente do problema térmico.

A função TERMAL calcula as forças nodais equivalentes devidas ao campo de temperaturas atuante. Hinton e Owen (1977) apresentam a expressão matricial para o cálculo dessas forças equivalentes:

$$\begin{bmatrix} Fx \\ Fy \end{bmatrix} = - \sum_{j=1}^k \int_{\Omega} [B_j]^T \sigma^0 d\Omega = - \sum_{j=1}^k \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_j}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial N_j}{\partial y} & \frac{\partial N_j}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x^0 \\ \sigma_y^0 \\ \tau_{xy}^0 \end{bmatrix} d\Omega \quad (66)$$

Onde:

Fx e Fy são as forças na direção x e y [N];

[B] é a matriz dos gradientes de deslocamentos;

N_j são as funções de forma no nó j;

σ₀ é o vetor de tensões devidas à dilatação térmica [Pa], calculado através das deformações, dadas por:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x^0 &= \alpha \cdot \Delta T \\ \varepsilon_y^0 &= \alpha \cdot \Delta T \\ \gamma_{xy}^0 &= 0 \end{aligned} \quad (67)$$

E:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^0 &= (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \Delta T \\
 \varepsilon_y^0 &= (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \Delta T \\
 \gamma_{xy}^0 &= 0 \\
 \sigma_z^0 &= -E \cdot \alpha \cdot \Delta T
 \end{aligned}
 \tag{68}$$

Onde:

α é o coeficiente de dilatação térmica do material [K^{-1}].

A equação (67) corresponde ao caso de estado plano de tensão enquanto a equação (68) corresponde ao caso de estado plano de deformação.

A função MVISCO tem como objetivo a análise elasto-viscoplástica.

Por fim, o processo de fechamento de arquivos encerra a leitura e gravação dos arquivos utilizados.

4.2 Pré e Pós-Processamento

Tanto o pré quanto o pós-processamento são executados por meio do software GID versão 10.0. O software foi adquirido gratuitamente na internet.

A etapa de pré-processamento é executada rapidamente com a geração de malha do software. As condições de contorno termo-mecânicas também são feitas através da interface gráfica do software.

O pós-processamento é feito através dos arquivos de saída do programa termo-mecânico. Esses arquivos foram configurados para servirem diretamente de entrada no pós-processamento.

Os resultados obtidos através do programa termo-mecânico são: o campo de temperaturas nodais, o campo de deslocamentos nodais e o campo de tensões nos pontos de Gauss. No programa termo-mecânico não é calculada nenhuma extrapolação nodal das tensões nem suavização de tensões nodais. Esses processos são realizados no próprio pós-processador (GID). A extrapolação nodal das tensões é feita através da matriz de extrapolação.

O programa GID fornece três maneiras distintas de efetuar a suavização nodal: a média aritmética dos valores de tensão concorrentes ao nó, utilização do valor máximo da tensão concorrente ao nó e utilização do valor mínimo da tensão concorrente ao nó.

5 EXEMPLO NUMÉRICO

Como demonstração do funcionamento do programa termo-mecânico, é proposta a análise elástica de uma seção transversal de um pilar sujeito a um carregamento térmico:

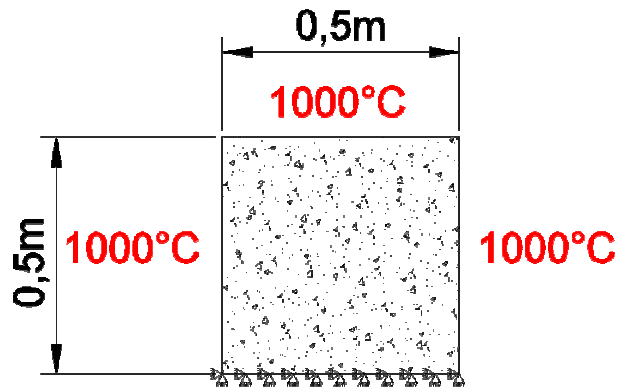


Figura 5: seção transversal do pilar

O material da estrutura possui inicialmente a temperatura de 25°C e é submetido a um carregamento fixo de temperatura, com o valor de 1000°C, em três faces. A quarta face é restringida a deslocamentos nos dois sentidos e não apresenta condições de contorno de temperatura (ficando livre para variar).

O problema será analisado apenas qualitativamente, visto que o programa termo-mecânico ainda está em fase de construção e testes. Para tal, foram avaliadas apenas as simetrias dos campos expostos.

Na Tabela 1, apresenta-se os dados do problema:

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade	E	34.52	GPa
Poisson	ν	0.18	-
Tensão de compressão	f_c	60	MPa
Tensão de tração	f_t	6	MPa
Densidade aparente	ρ	2564	kg/m ³
Calor específico	c_p	855	J/kgK
Condutividade térmica	λ	1.92	W/mK
Coef. dilatação térmica	α	0.000011	K ⁻¹
Coef. de convecção	α_c	18	W/m ² K
Emissividade	e	0.9	-

Tabela 1: dados do problema

A análise foi realizada durante trinta minutos, com um intervalo de tempo fixo de dez segundos.

Na Figura 6, apresenta-se o modelo de elementos finitos para a estrutura:

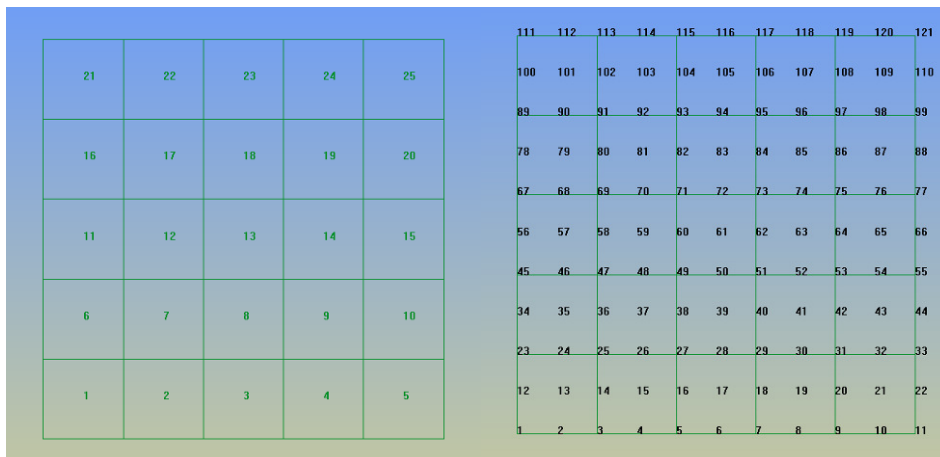


Figura 6: discretização da estrutura

Na Figura 7, apresenta-se o campo de temperaturas para os tempos $t=0$, $t=15$ e $t=30$ minutos:

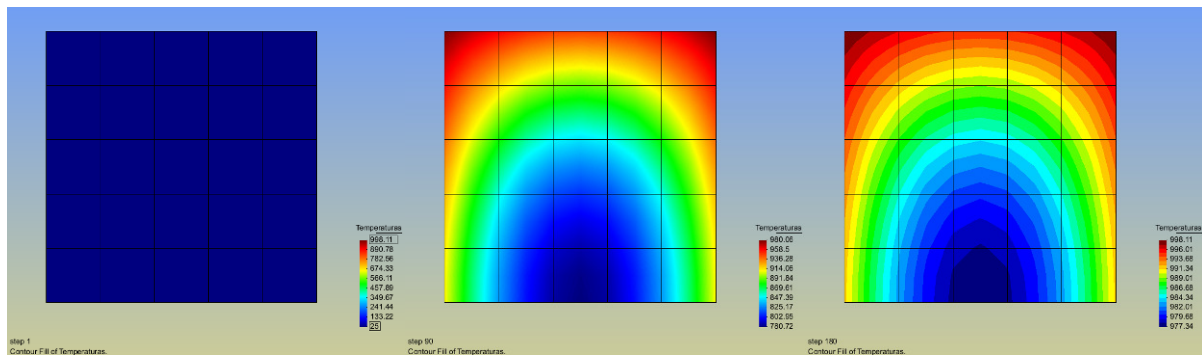


Figura 7: campo de temperaturas para $t=0$, $t=15$ e $t=30$ minutos

Na Figura 8, apresenta-se o campo do vetor resultante dos deslocamentos para os tempos $t=0$, $t=15$ e $t=30$ minutos:

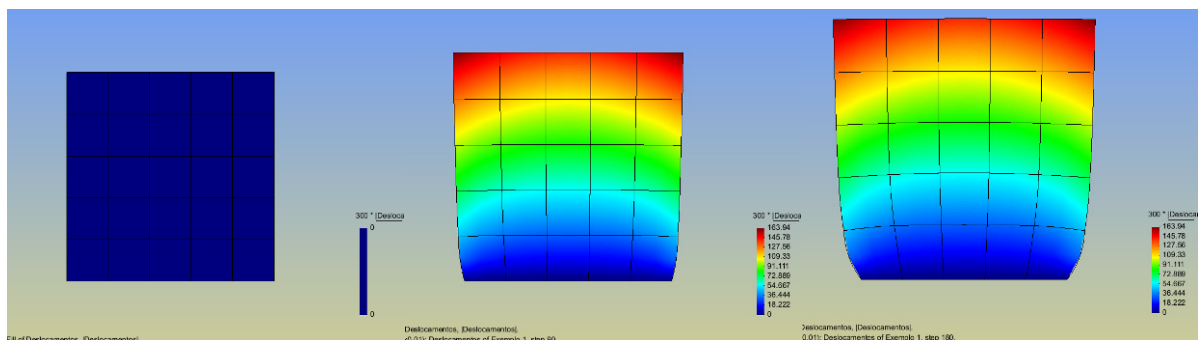


Figura 8: campo do vetor resultante dos deslocamentos para $t=0$, $t=15$ e $t=30$ minutos

Na Figura 9, apresenta-se o campo de tensões σ_{xx} para os tempos $t=0$, $t=15$ e $t=30$ minutos:

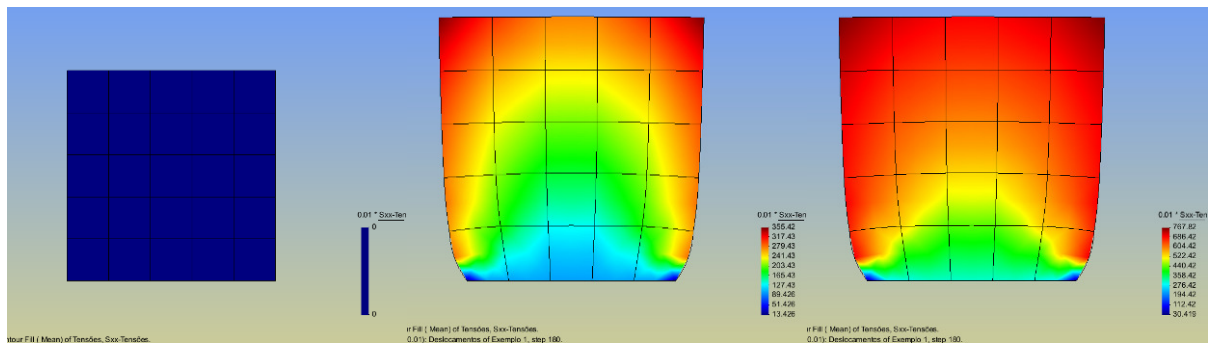


Figura 9: campo de tensões σ_{xx} para $t=0$, $t=15$ e $t=30$ minutos

6 CONCLUSÃO

O programa termo-mecânico ainda encontra-se em fase de construção e testes. No entanto os resultados obtidos estão de acordo com o esperado visto que os campos de temperaturas, deslocamentos e tensões σ_{xx} resultaram simétricos.

Os próximos desenvolvimentos do programa objetivam a implementação computacional de um modelo para o concreto fissurado e de um modelo de armadura incorporada.

REFERÊNCIAS

- Bathe, K. J., Finite Element Procedures. Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice Hall. (Edição revisada de Finite Element procedures in Engineering Analysis, 1982). 1996.
- Hinton, E.; Owen, D. R. J., Finite element programming. London: Academic Press, 1977. 305p.
- Huang, H.-C.; Usmani, A. S. Finite Element Analysis for Heat Transfer – Theory and Software. London, Springer-Verlag, 1994.
- Incropera, F. P.; Dewitt, D. P. Introduction to heat transfer. New York, John Wiley & Sons, Inc. 2001.
- Owen, D. R. J.; Hinton, E. Finite elements in plasticity – Theory and Practice. Swansea: Pineridge Press, 1980. 594p.
- Pande, G. N.; Owen. D. R. J.; Zienkiewicz, O. C. Overlay models in time-dependent non-linear material analysis. Computers and Structures, v.7, n.3, p. 435-443, 1977.