

## SIMULACIÓN NUMÉRICA DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN NATURAL Y RADIACIÓN COMBINADAS EN CAVIDADES CALENTADAS DESDE ABAJO

Daniel Rebollo<sup>a</sup>, Rodolfo Rodrigo<sup>b</sup> y Antonio Campo<sup>c</sup>

<sup>a</sup>*Instituto de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 oeste - 5400 – San Juan – Argentina, E-mail: [drebollo@unsj.edu.ar](mailto:drebollo@unsj.edu.ar)*

<sup>b</sup>*Departamento de Electromecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 oeste - 5400 – San Juan – Argentina*

<sup>c</sup>*Department of Mechanical Engineering, The University of Texas at San Antonio, San Antonio, TX 78249, USA*

**Palabras Claves:** convección natural laminar, radiación térmica, método de los volúmenes finitos, transferencia de calor combinada.

**Resumen.** En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinadas en una cavidad cuadrada bidimensional rellena de aire a diferentes temperaturas que absorbe, emite y dispersa isotrópicamente la radiación térmica. Se han considerado siete diferentes temperaturas de referencias  $T_0 = 300, 350, 400, 450, 500, 550, 600$  K, cuatro números de Rayleigh,  $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$  y seis coeficientes de absorción  $\kappa = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0 \text{ m}^{-1}$ . Todas las cavidades poseen la pared superior fría, a la temperatura de referencia, y la pared inferior caliente, la temperatura de referencia más 10 K. Las paredes laterales son adiabáticas. De esta manera, la diferencia de temperaturas entre la pared inferior y superior se mantiene constante a 10 K y solo se modifica la temperatura de referencia de la pared superior, fría. Además, desde el punto de vista de la radiación, las paredes se consideran opacas, grises y difusas. Las propiedades físicas del aire se han considerado variables con la temperatura de referencia. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos el cual ha sido extensamente usado en problemas de convección y solo recientemente se ha extendido su uso a problemas de radiación térmica. El procedimiento numérico ha sido implementado en un programa de computadora que fue utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo. Se ha analizado la influencia de la temperatura de referencia y del coeficiente de absorción en las isothermas, líneas de corriente, contornos de velocidad horizontal y vertical, perfiles de velocidad y temperatura en las secciones medias horizontal y vertical. También se han analizado las distribuciones de flujo de calor y los flujos de calor medio en la pared inferior. El dominio espacial bidimensional ha sido discretizado utilizando volúmenes de control cuadriláteros y el dominio angular se ha discretizado en un número finitos de ángulos de control. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con resultados publicados, el análisis muestra que las soluciones presentadas en este trabajo son correctas y pueden ser extendidas a situaciones más complejas con un amplio margen de seguridad.

## 1 INTRODUCCIÓN

Se puede afirmar, basados en la gran cantidad de trabajos publicados en las tres últimas décadas, que la convección natural en cavidades ha sido, y sigue siendo, un tema de mucho interés en nuestros días. Desde el punto de vista teórico, académico e industrial, el interés está justificado por sus muchas aplicaciones, entre las cuales se destacan el calentamiento y enfriamiento de edificios, secado y deshidratación de verduras, hortalizas y frutas, colectores solares, etcétera.

La mayoría de los trabajos relacionados con la convección natural en cavidades pueden ser clasificados en dos grandes grupos: (a) cavidades calentadas lateralmente y (b) cavidades calentadas desde abajo, también conocido como problema de Rayleigh-Benard. El primer grupo corresponde al caso de la cavidad con sus paredes laterales isotérmicas calentadas a diferentes temperaturas y sus paredes horizontales adiabáticas, mientras que el segundo grupo corresponde al caso de la cavidad con sus paredes verticales adiabáticas y sus paredes horizontales isotérmicas, con la pared inferior caliente y la superior fría.

El grupo de la cavidad calentada lateralmente es el caso más estudiado y existe una gran cantidad de trabajos publicados, una revisión bastante completa se puede encontrar en un trabajo previo del primer autor de este artículo (Rebollo, 2007). El segundo grupo, por el contrario, no ha recibido tanta atención y es bastante difícil encontrar trabajos, principalmente para el caso de cavidad cuadrada.

En las últimas dos décadas se han publicado algunos estudios, tanto numéricos como experimentales, referidos a la cavidad calentada desde abajo. Entre ellos se pueden destacar el de Mohamad y Viskanta (1993) quienes estudiaron la convección natural en cavidades angostas con relaciones de aspecto de 1/10 y 1/5 calentadas desde abajo y enfriadas desde arriba con o sin movimiento de líquido, y un número de Rayleigh de hasta  $8.3 \times 10^4$ , mostrando que el movimiento del líquido tiene un efecto significativo en la estructura térmica de la cavidad. Ganzarolli y Milanez (1995) realizaron un estudio numérico de la convección natural estacionaria en una cavidad calentada desde abajo y simétricamente enfriada en sus costados, usando la formulación función corriente – vorticidad con números de Rayleigh de  $10^3$  a  $10^7$  y relaciones de aspecto de 1 a 9. Pallarés et al. (1996) analizaron en forma numérica una cavidad cúbica calentada desde abajo con números de Rayleigh desde  $3.5 \times 10^3$  hasta  $10^4$ , encontrando cuatro estructuras características, tres vórtices simples con ejes de rotación horizontales y un vórtice de forma toroidal con el eje de rotación vertical y determinaron que el número de Nusselt varía con una potencia de 0.7 a 0.4 del número de Rayleigh. Sarris et al. (2004) analizaron numéricamente el fenómeno de convección natural en un tanque de fundición de vidrio calentado desde abajo por medio de una cinta de calentamiento, con números de Rayleigh desde  $10^2$  a  $10^7$ , relaciones de aspecto de 1, 3 y 7, ancho de cinta de 0.1 a 0.5. Calcagni et al. (2005) hicieron un análisis, tanto numérico como experimental, de la convección natural en una cavidad cuadrada calentada desde abajo con un calentador discreto, y enfriada desde las paredes laterales, rellena de aire, determinando la transferencia de calor en función de la longitud del calentador discreto, con números de Rayleigh de  $10^3$  a  $10^6$ . Cianfrini et al. (2005) estudiaron numéricamente cavidades cuadradas inclinadas con dos paredes adyacentes calientes, y las otras dos opuestas frías, usando el algoritmo SIMPLE, con Rayleigh desde  $10^4$  a  $10^6$  y ángulos de inclinación desde  $0^\circ$  hasta  $360^\circ$  dando correlaciones para el número de Nusselt en función del número de Rayleigh y el ángulo de inclinación. Basak et al. (2006) realizaron un estudio numérico de la convección laminar estacionaria en una cavidad cuadrada calentada en forma uniforme y no uniforme desde la pared inferior

manteniendo las paredes laterales isotérmicas y la pared superior adiabática, usando el método de los elementos finitos con números de Rayleigh desde  $10^3$  hasta  $10^5$  y números de Prandtl desde 0.7 hasta 10, y determinaron que el calentamiento no uniforme produce mayores velocidades de transferencia de calor en el centro de la pared inferior que el caso de calentamiento uniforme, en todo el rango del número de Rayleigh estudiado, presentando además, correlaciones entre el número de Nusselt y el número de Rayleigh. Crunkleton y Anderson (2006) estudiaron la influencia que tiene una pequeña inclinación en el crecimiento de cristales en una cuba de fundición por medio de una simulación numérica del problema de Rayleigh – Benard, para varios ángulos de inclinación, en cavidades cúbicas con un número de Prandtl de 0.008. Park y Heo (2006) analizaron los problemas de estabilidad hidrodinámica, lineal y no lineal, de la convección natural en una cavidad bidimensional calentada desde abajo, analizando el efecto de la forma de la cavidad sobre el número de Rayleigh crítico y los patrones de convección, por medio de un método pseudo espectral de Chebyshev. Cheikh et al. (2007) estudiaron numéricamente una cavidad cuadrada rellena con aire calentada desde abajo con diferentes condiciones de borde en las paredes laterales y superior, usando dos fuentes calientes del 20% y del 80% de la longitud de la pared inferior con números de Rayleigh de  $10^3$  a  $10^7$ . Corvaro y Paroncini (2007) realizaron un estudio experimental y numérico de la convección natural en una cavidad cuadrada, rellena de aire, calentada desde abajo con un calentador discreto y enfriada por las demás paredes, variando la posición del calentador. Ouertatani et al. (2008) aplicaron el método de los volúmenes finitos con aceleración multigrilla al problema clásico de Rayleigh – Benard, proponiendo soluciones tipo benchmark para números de Rayleigh desde  $10^3$  hasta  $10^6$ . Basak et al. (2009), ampliando su trabajo anterior, utilizaron el método de los elementos finitos para investigar, en una cavidad cuadrada con su pared superior en movimiento (lid driven cavity), la influencia del calentamiento uniforme y no uniforme desde la pared inferior en la convección natural combinada, manteniendo las paredes laterales isotérmicas y la pared superior adiabática, encontraron que la transición desde la conducción a la convección se inicia a partir de un número de Grashof de  $5 \times 10^3$  y un número de Reynolds de 1 para un número de Prandtl de 0.7.

En este trabajo se incluye el efecto de la radiación térmica en el medio participante que rellena la cavidad calentada desde abajo y enfriada desde arriba con paredes laterales adiabáticas, lo cual está justificado por el hecho de que existen muchas aplicaciones prácticas de conversión de energía donde la conducción y la convección de calor ocurren simultáneamente con una cantidad significativa de radiación térmica. Ejemplos concretos de estos sistemas son los motores de combustión interna, turbinas térmicas y hornos industriales. Por ejemplo, en hornos que queman combustibles fósiles, el dióxido de carbono y el vapor de agua, formados como productos de la combustión, absorben y emiten cantidades significativas de radiación térmica. La participación del medio también puede ser apreciable en las cámaras de combustión de los motores. Otros ejemplos de transferencia de calor por modos combinados se pueden encontrar en los hornos de fundición de vidrio, explosiones nucleares, propulsión de cohetes, fenómenos ambientales y procesos de enfriamiento en dispositivos electrónicos. En un artículo previo del primer autor de este trabajo (Rebollo, 2008) se puede encontrar un análisis bastante completo de la convección natural y radiación combinadas en cavidades cuadradas calentadas lateralmente y rellenas de aire.

Son escasos los trabajos existentes donde se incluye el efecto de la radiación térmica volumétrica en la convección natural en cavidades calentadas desde abajo, entre ellos se puede destacar el trabajo de Lan et al. (2003) quienes estudiaron la convección natural y radiación combinadas en cavidades tridimensionales rectangulares usando una combinación de un

método espectral y la formulación integral exacta determinando el número de Rayleigh crítico para el inicio de la convección en forma combinada. Cappelli D'Orazio et al. (2004) estudiaron numéricamente una cavidad rectangular, rellena de aire, calentada desde abajo y enfriada desde arriba con paredes laterales adiabáticas, usando el algoritmo SIMPLE-C para relaciones de aspecto de la cavidad entre 2 y 6 y números de Rayleigh entre  $10^3$  y  $2 \times 10^6$ . Mondal y Li (2010) estudiaron el efecto de la radiación volumétrica sobre la convección natural en una cavidad cuadrada calentada lateralmente rellena con un medio absorbente, emisor e isotrópicamente dispersante usando una combinación del método reticular de Boltzmann y el método de los volúmenes finitos.

En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación en forma combinada. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos como único método de cálculo. Se ha efectuado un análisis de los procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinados en cavidades bidimensionales y la implementación y validación del método de los volúmenes finitos para la simulación numérica de procesos de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinada.

## 2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático está constituido por las ecuaciones (4-6), la ecuación diferencial de la conservación de la masa (1), la ecuación diferencial de la conservación de la cantidad de movimiento lineal (2) y la ecuación diferencial de la conservación de la energía (3) (Anderson et al. 1984; Ferziger y Peric, 1999; Fletcher, 1991):

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) - \rho \mathbf{g} + \nabla p + \mu \nabla^2 V = 0 \quad (2)$$

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{V}) \right] - \nabla \cdot (k \nabla T) - \nabla \cdot \mathbf{q}_r = 0 \quad (3)$$

donde  $\mathbf{V}$  es el vector de velocidad,  $t$  el tiempo,  $\rho$  la densidad,  $\mathbf{g}$  el vector de las fuerzas de masa,  $p$  la presión cinemática,  $\mu$  la viscosidad dinámica,  $c_p$  el calor específico a presión constante,  $T$  la temperatura,  $k$  la conductibilidad térmica,  $\mathbf{q}_r$  el flujo de calor por radiación térmica,  $\nabla$  el operador gradiente,  $\nabla \cdot$  el operador divergencia y  $\nabla^2$  el operador de Laplace.

La ecuación que describe la propagación de la radiación térmica en un dominio multidimensional con paredes grises y difusas, relleno con un medio participante gris, se puede escribir como (Brewster, 1992; Modest, 1993; Siegel y Howell, 1992):

$$\mathbf{s} \cdot \nabla i = -\beta i + S_r \quad (4)$$

siendo  $i$  la intensidad de radiación,  $\mathbf{s}$  el vector de dirección,  $\beta = \kappa + \sigma$  es el coeficiente de extinción,  $\kappa$  el coeficiente de absorción,  $\sigma$  el coeficiente de dispersión,  $S_r$  el término fuente de la radiación, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$S_r = \kappa i_b + \frac{\sigma}{4\pi} \int_{\omega=0}^{4\pi} i \Phi d\omega \quad (5)$$

donde  $\omega$  es el ángulo sólido,  $\Phi$  la función de dispersión y  $i_b$  es la intensidad de radiación del cuerpo negro.

La divergencia de la energía radiante se calcula como

$$\nabla \cdot q_r = \kappa \left( 4\gamma T^4 - \int_{\omega=0}^{4\pi} id \omega \right) \tag{6}$$

en la que  $\gamma$  es la constante de Stefan – Boltzmann.

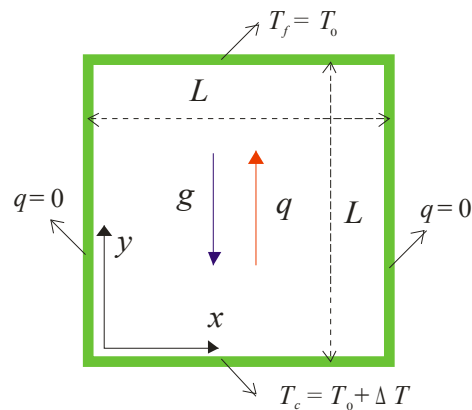


Figura 1: Geometría de la cavidad con sus condiciones de borde.

$Ra$	$T_0 = 300$	$T_0 = 350$	$T_0 = 400$	$T_0 = 450$	$T_0 = 500$	$T_0 = 550$	$T_0 = 600$
$10^3$	0.01020452	0.01302987	0.01583539	0.01889388	0.02206959	0.02532299	0.02867683
$10^4$	0.02198498	0.02807200	0.03411632	0.04070563	0.04754750	0.05455674	0.06178237
$10^5$	0.04736521	0.06047930	0.07350138	0.08769761	0.10243798	0.11753893	0.13310608
$10^6$	0.10204524	0.13029870	0.15835392	0.18893878	0.22069594	0.25322994	0.28676835

Tabla 1: Longitudes de las caras para las diferentes temperaturas de referencia

$T_0$	$\rho$	$c_p$	$\mu \times 10^5$	$k$
300 K	1.1774	1005.7	1.8462	0.02624
350 K	0.9980	1009.0	2.0750	0.03003
400 K	0.8826	1014.0	2.2860	0.03365
450 K	0.7833	1020.7	2.4840	0.03707
500 K	0.7048	1029.5	2.6710	0.04038
550 K	0.6423	1039.2	2.8480	0.04360
600 K	0.5879	1055.1	3.0180	0.04659

Tabla 2: Propiedades físicas del aire a las diferentes temperaturas de referencia

En este estudio se considera que el fluido es incompresible, el flujo es laminar, las propiedades físicas son constantes y solo se tiene en cuenta la variación de la densidad con la temperatura.

## 2.1 Método numérico

El método de los volúmenes finitos es usado para resolver el sistema de ecuaciones integro-diferenciales que componen el modelo matemático. Ha sido extensivamente utilizado para resolver problemas de difusión y convección (Jasak, 1996; Maliska, 1995; Patankar, 1980; Peric, 1985) y recientemente aplicado a problemas de radiación (Chai et al., 1994; Chai et al., 1995; Chui y Raithby, 1993; Raithby y Chui, 1990). En los últimos años el método de los volúmenes finitos se ha transformado en uno de los métodos numéricos más usados y con mayor futuro.

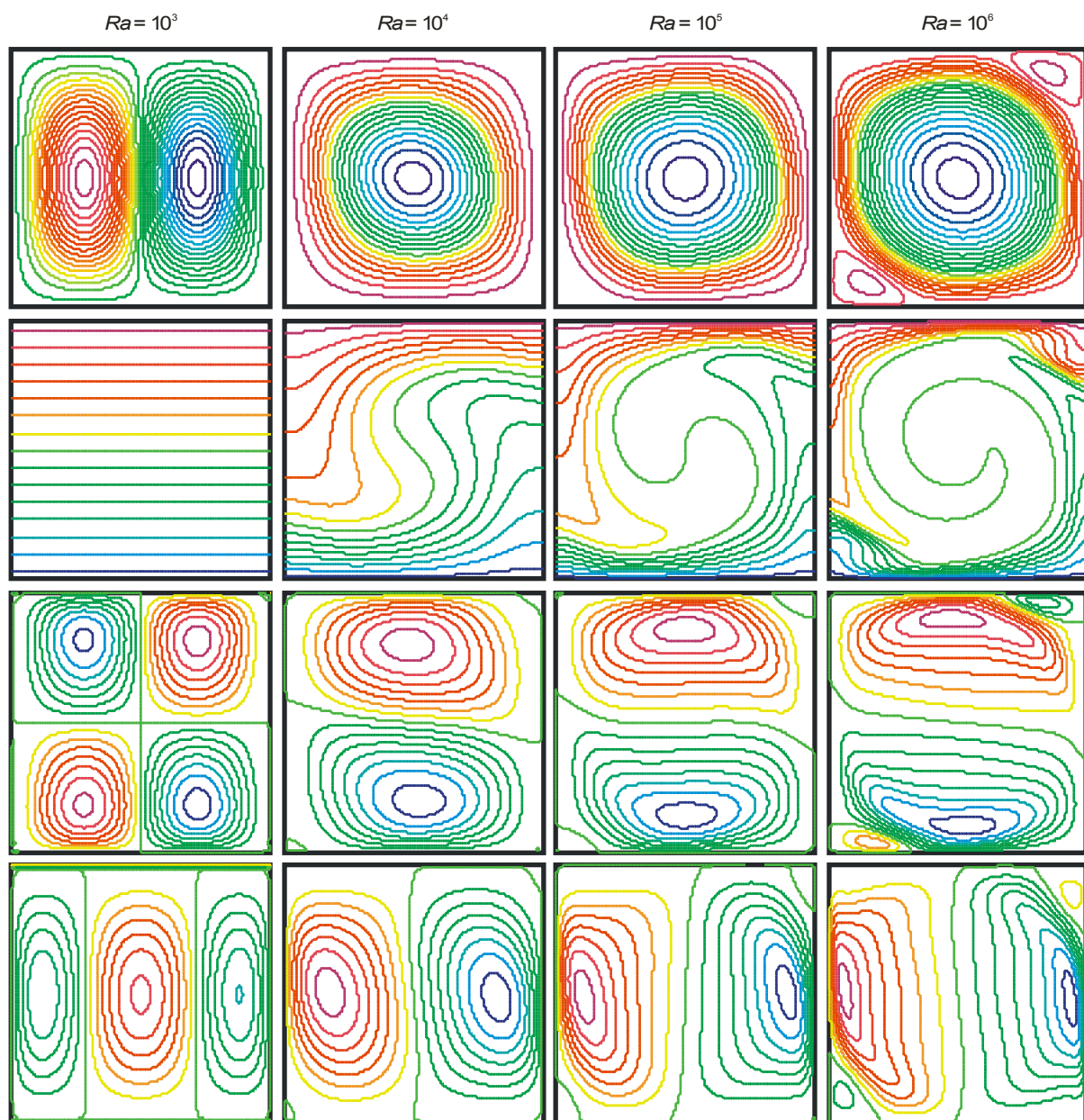


Figura 2: Líneas de corriente, isothermas y contornos de velocidad horizontal y vertical para convección pura.

Las cavidades han sido discretizadas con 230x230 celdas interiores y se ha usado una malla regular. El espacio angular se divide en 18x36 ángulos polares y azimutales respectivamente.

Las ecuaciones integro-diferenciales que integran el modelo matemático se resuelven en forma secuencial de manera segregada y el acoplamiento presión-velocidad se realiza a través del método *SIMPLE* (Ferziger y Peric, 1999; Maliska, 1995; Patankar, 1980) el cual se ha transformado en uno de los algoritmos de acople presión-velocidad más populares.

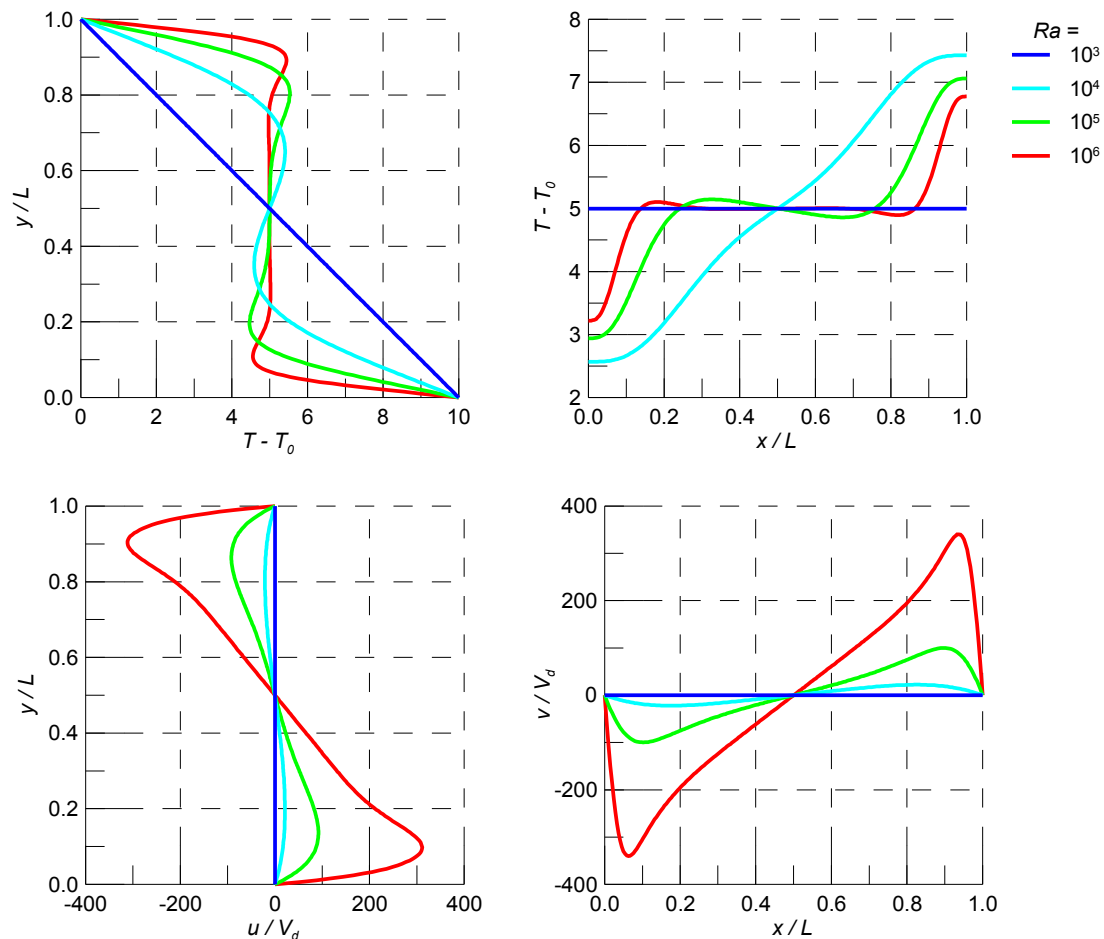


Figura 3: Distribuciones de temperatura y de velocidad en la sección media vertical y horizontal de la cavidad para convección pura.

El acoplamiento entre la temperatura y la densidad se resuelve con la aproximación de *Boussinesq*, en la que la diferencia de densidad, la cual causa el movimiento de fluido, se aproxima como función de la temperatura solamente, es decir:

$$\rho_0 - \rho = \rho\beta(T - T_0) \quad (7)$$

siendo  $T_0$  la temperatura de referencia,  $\rho_0$  la densidad correspondiente a esa temperatura y  $\beta$  el coeficiente de de expansión térmica

### 2.2 Condiciones de borde

En este trabajo solo se consideran paredes sólidas, isotérmicas y adiabáticas. Para la radiación, debe agregarse la condición de paredes grises, opacas y difusas.

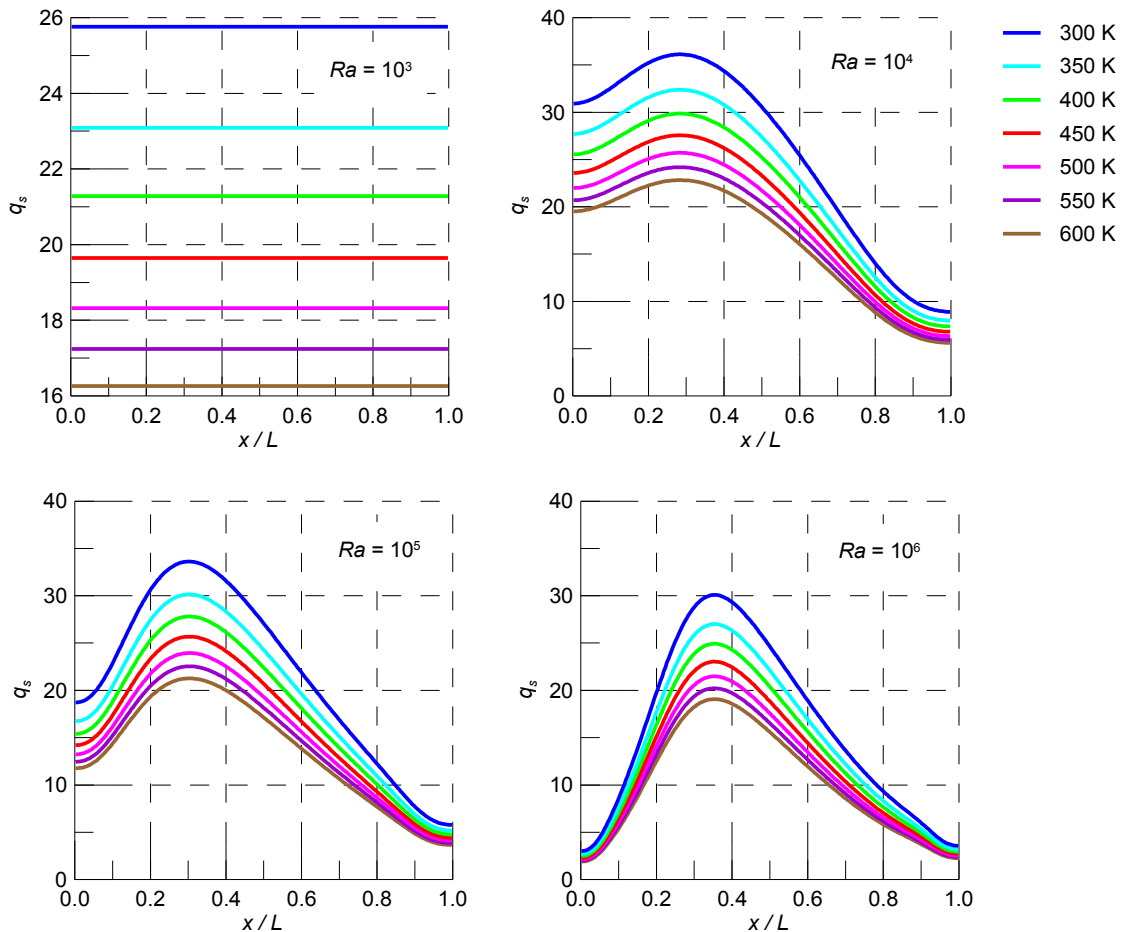


Figura 4: Distribuciones del flujo de calor en la pared sur de la cavidad para convección pura.

$Ra$	$T_0 = 300$	$T_0 = 350$	$T_0 = 400$	$T_0 = 450$	$T_0 = 500$	$T_0 = 550$	$T_0 = 600$
$10^3$	25.76337	23.08569	21.28185	19.64709	18.31998	17.23805	16.26497
$10^4$	25.78129	23.10202	21.29683	19.66043	18.33322	17.25027	16.27945
$10^5$	21.66443	19.40986	17.89081	16.51569	15.40057	14.49093	13.67717
$10^6$	16.21475	14.53187	13.39767	12.36915	11.53455	10.85368	10.24262

Tabla 3: Flujo de calor medio en la pared sur para convección.

La condición de borde para pared isotérmica se puede escribir, para la radiación, como:

$$i_w = \varepsilon_w i_{bw} + \frac{\rho_w H_w}{\pi} \tag{8}$$



en la que el subíndice  $w$  representa la pared,  $\epsilon$  es la emisividad,  $\rho$  la reflectividad,  $H$  es la irradiación hemisférica y  $i_{bw}$  es la intensidad de radiación de la pared negra, la cual depende de la cuarta potencia de la temperatura absoluta de la pared. Estos últimos se calculan como:

$$i_{bw} = \frac{\gamma T_w^4}{\pi} \qquad H_w = \int_{s \cdot n_w < 0} i_w |s \cdot n_w| d\omega \qquad (9a,b)$$

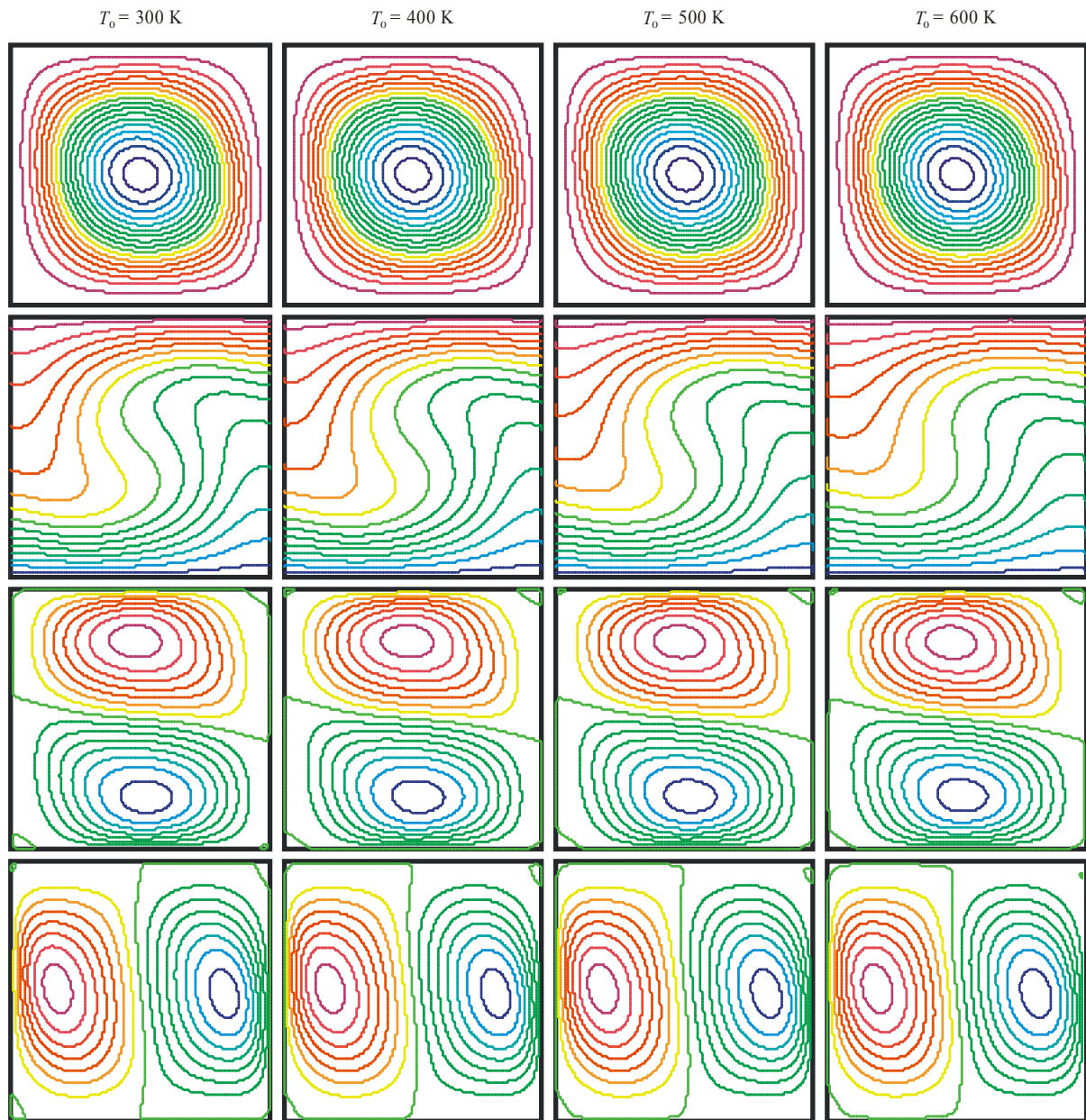


Figura 5: Isotermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para convección y radiación combinadas con  $Ra = 10^4$  y  $\kappa = 1.0$

siendo  $\mathbf{n}$  la normal unitaria a la pared. El flujo neto de calor radiante  $q_r$  que atraviesa la pared se calcula como:

$$q_r = \pi i_w - \varepsilon_w H_w \quad (10)$$

El flujo de calor por conducción  $q_c$  se calcula como:

$$q_c = k(\nabla T)_w \quad (11)$$

El flujo de calor total, normal a la pared isotérmica, es la suma del flujo de calor por conducción y radiación, es decir:

$$q_t = q_c + q_r \quad q_t = k(\nabla T)_w + \gamma \varepsilon_w T_w^4 - \varepsilon_w H_w \quad (12a,b)$$

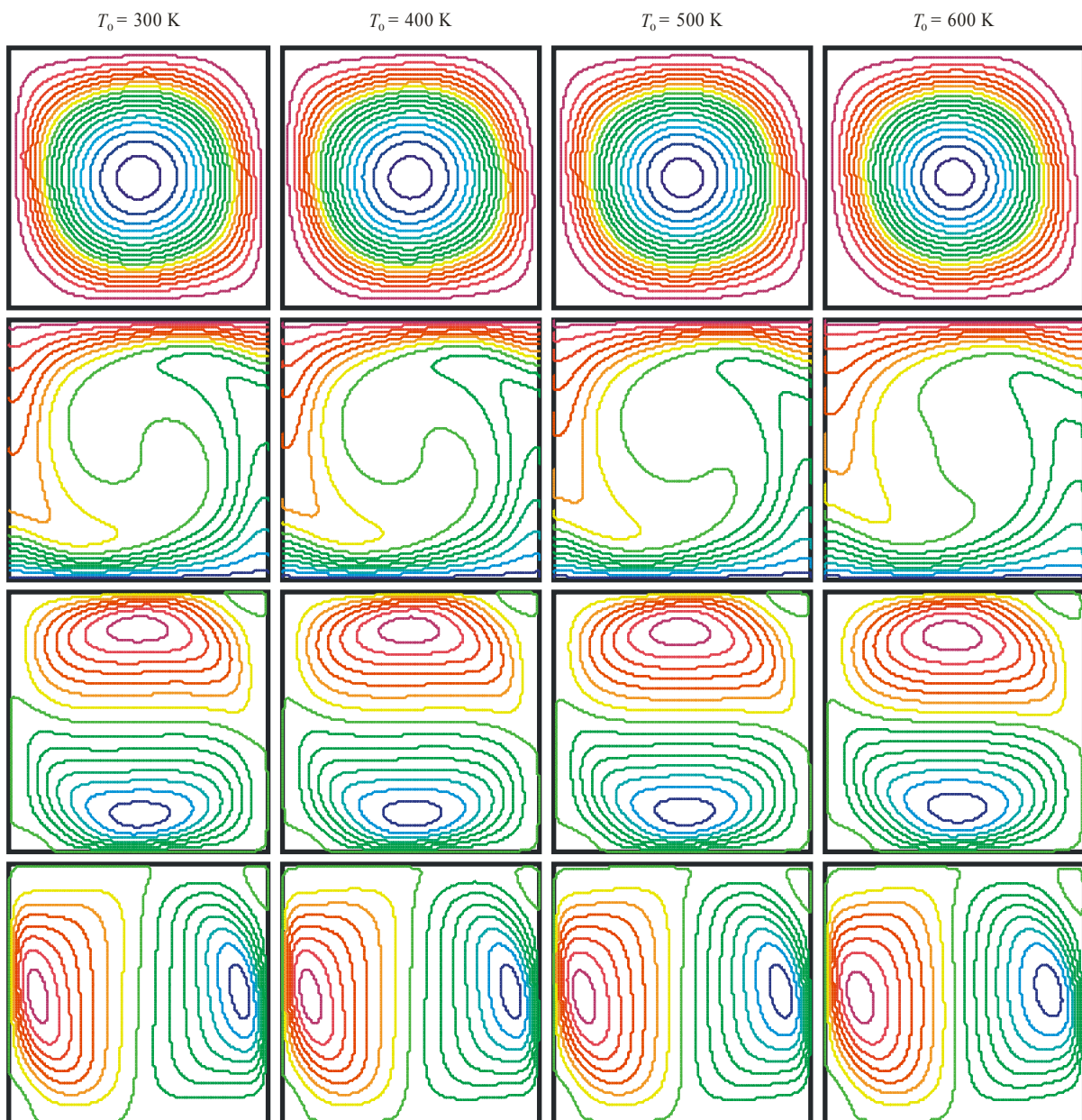


Figura 6: Isothermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para convección y radiación combinadas con  $Ra = 10^5$  y  $\kappa = 1.0$

Para paredes adiabáticas, el flujo de calor total  $q_t$  es nulo, y como los flujos de calor por conducción y radiación dependen de potencias diferentes de la temperatura, se genera una ecuación de cuarto orden para la temperatura:

$$k(\nabla T)_w + \gamma \varepsilon_w T_w^4 - \varepsilon_w H_w = 0 \quad (13)$$

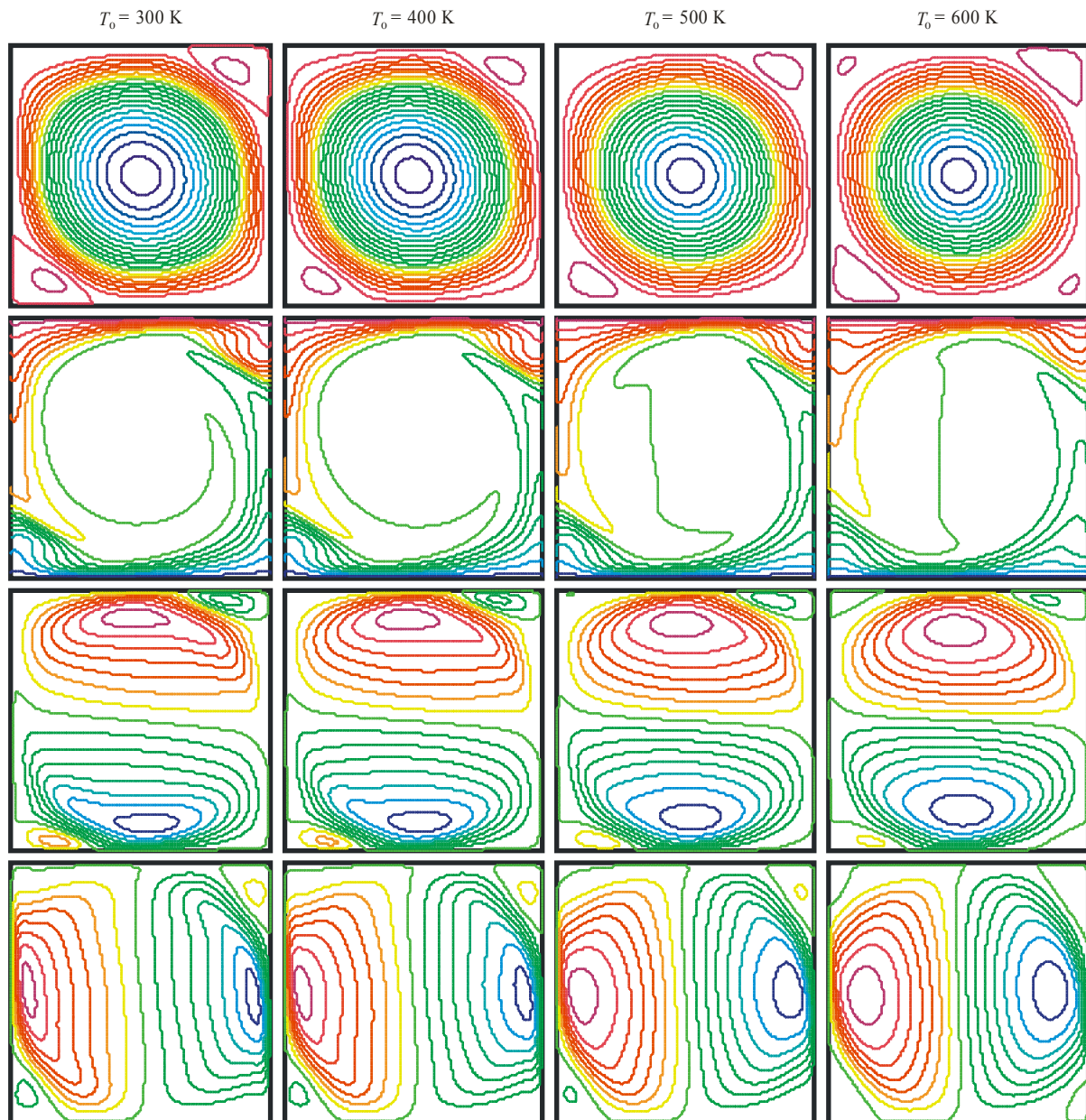


Figura 7: Isotermas, líneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical para convección y radiación combinadas con  $Ra = 10^6$  y  $\kappa = 1.0$

### 3 GEOMETRÍA Y CONDICIONES TÉRMICAS

Se estudia una cavidad bidimensional cuadrada la cual se muestran en la Figura 1. Las

paredes tienen una longitud  $L$ , la cual varía en función del número de Rayleigh  $Ra$  y de la temperatura de referencia  $T_0$  como se muestra en la Tabla 1. La cavidad está rellena con aire, cuya densidad  $\rho$ , calor específico  $c_p$ , viscosidad  $\mu$  y la conductividad térmica  $k$ , dadas en la Tabla 2 para cada temperatura de referencia  $T_0$ , se obtuvieron de Holman (1990). El número de Rayleigh  $Ra$ , el número de Prandtl  $Pr$  y el coeficiente de expansión térmica  $\beta$  se calculan como:

$$Ra = \frac{\rho^2 g \beta L^3 \Delta T Pr}{\mu^2} \quad Pr = \frac{c_p \mu}{k} \quad \beta = \frac{1}{T_0} \quad (14a, b, c)$$

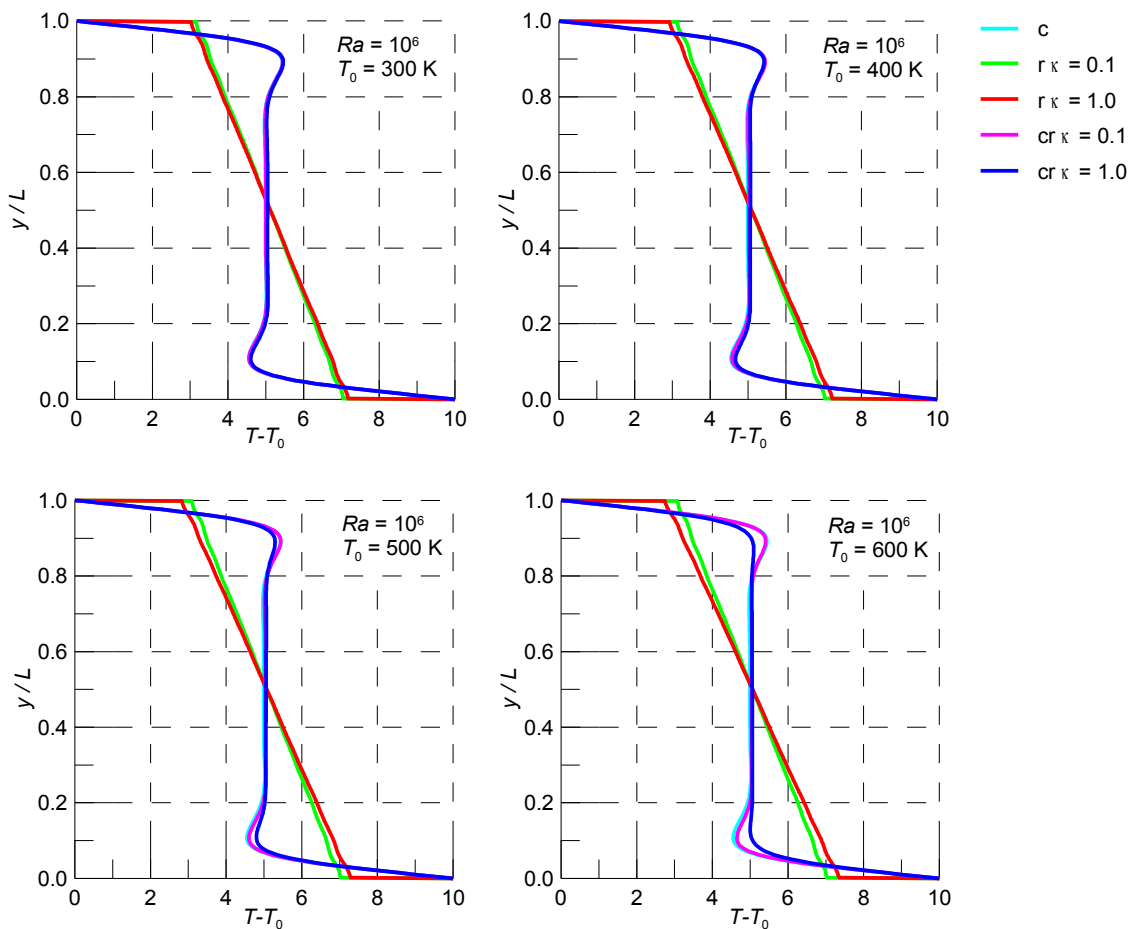


Figura 8: Distribuciones de temperatura en la sección media vertical de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^6$ .

Las paredes horizontales inferior y superior, sur y norte, son isotérmicas, siendo la temperatura de la pared sur igual a la temperatura de referencia  $T_0$  más 10 K. La temperatura de la pared norte es igual a la temperatura de referencia  $T_0$ , de esta forma, siempre el  $\Delta T = 10 K$ . Este es el máximo permitido para el aire dentro de la aproximación de *Boussinesq* (Ferziger y Peric, 1999). Las paredes verticales laterales, oeste y este, son adiabáticas. Se estudian cuatro valores del número de Rayleigh  $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$  y  $10^6$ , siete valores de la temperatura de referencia  $T_0 = 300, 350, 400, 450, 500, 550$  y 600 K y cinco

valores del coeficiente de absorción  $\kappa = 0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  y  $1.0$ .

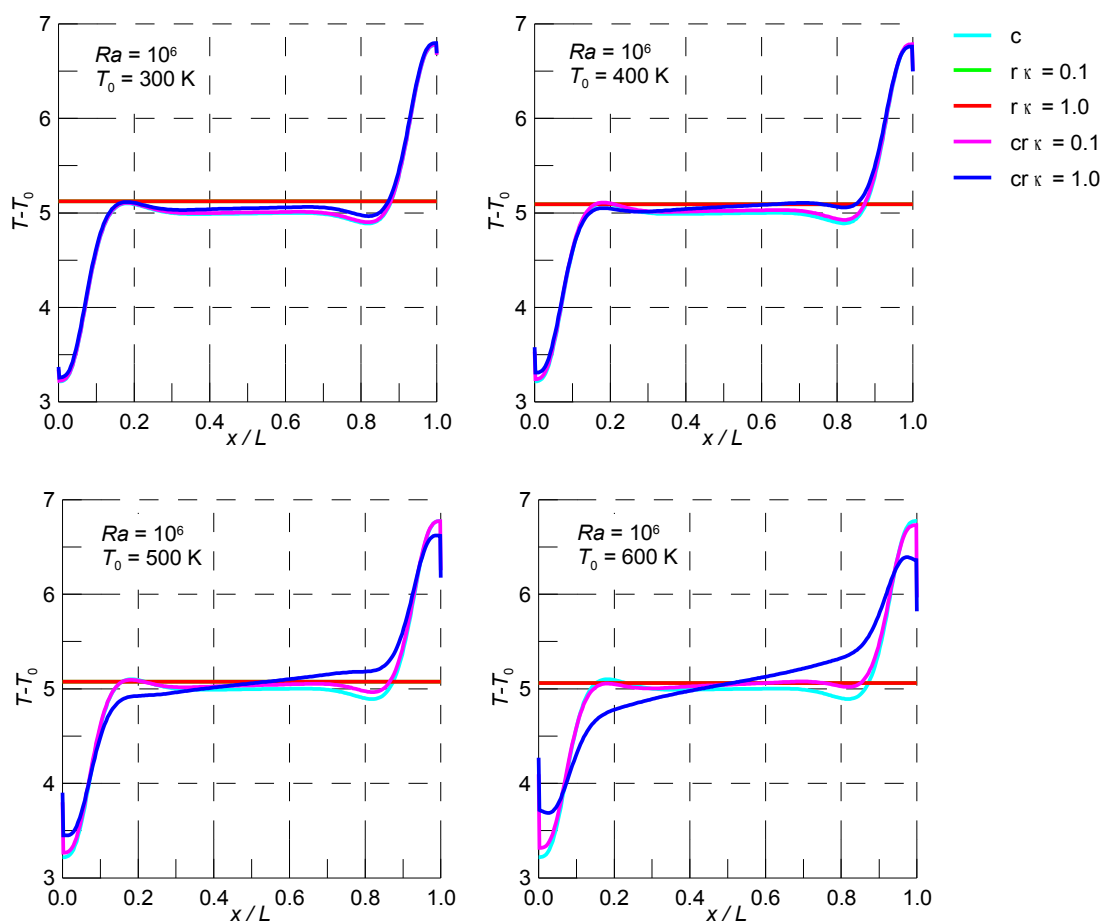


Figura 9: Distribuciones de temperatura en la sección media horizontal de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^6$ .

Se ha tomado una coordenada local  $l$  en la dirección de las caras, la cual está adimensionalizada con la longitud de la cavidad  $L$ . Las velocidades han sido referidas a una velocidad de difusión:

$$|V_d| = \frac{\mu}{\text{Pr} \rho L} \quad (15)$$

de manera que los resultados sean comparables a los existentes en la literatura. Los valores de la temperatura se dan referidos a la temperatura de referencia  $T_0$ , es decir,  $\Delta T = T - T_0$ .

Para tener en cuenta la transferencia total de energía térmica en la cavidad estudiada en este trabajo, se define el flujo de calor medio  $q_m$  como:

$$q_m = \frac{1}{L} \int_0^L q(l) dl \quad (16)$$

donde  $l$  es la coordenada local a lo largo de la pared considerada.

Todas las magnitudes usadas están expresadas en el sistema internacional de medidas.

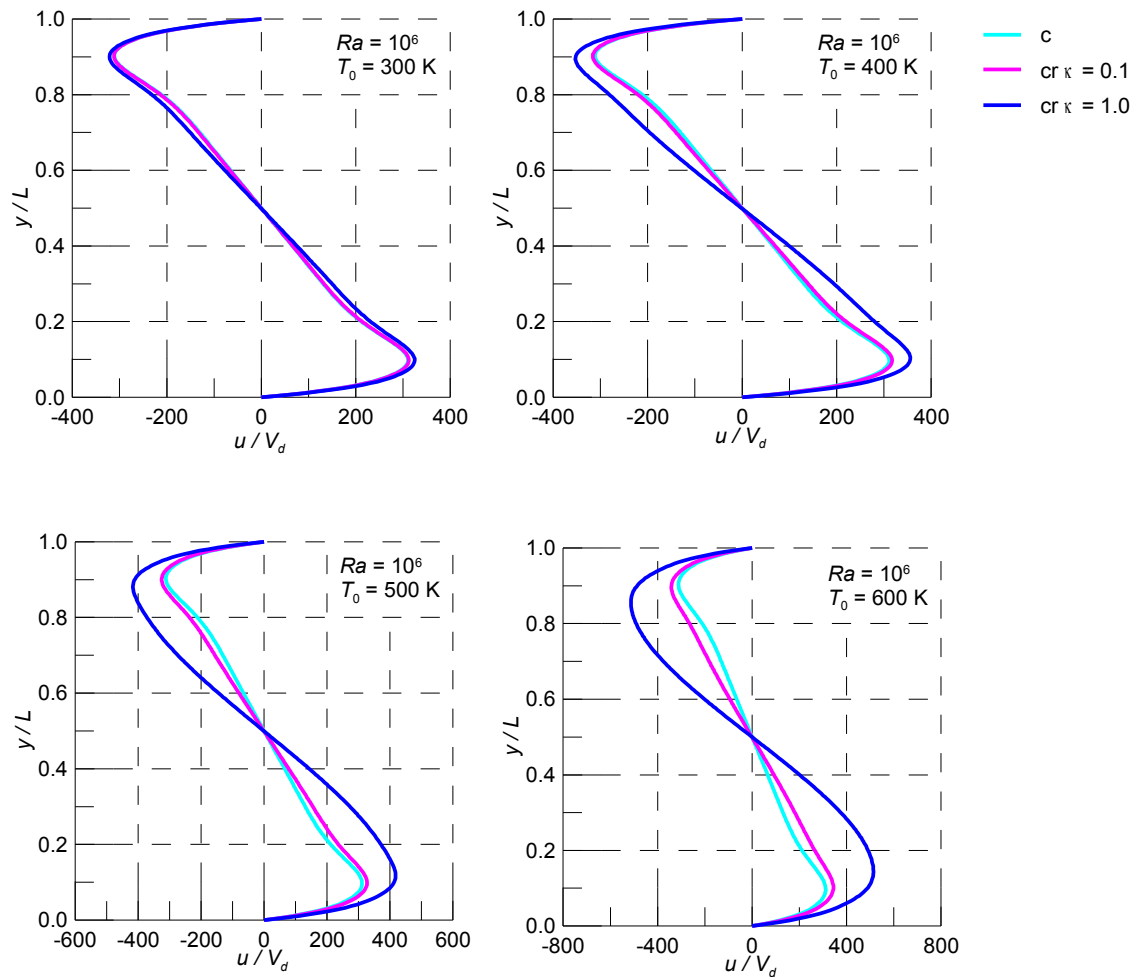


Figura 10: Distribuciones de velocidad horizontal en la sección media vertical de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^6$ .

## 4 RESULTADOS Y DISCUSIONES

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para convección y convección y radiación combinadas, en las distintas configuraciones térmicas estudiadas, para el caso del aire con flujo laminar en estado estacionario.

Los resultados se muestran en forma de líneas isotermas, líneas de función corriente, contornos de velocidad horizontal y vertical, perfiles de temperatura y distribución de flujo de calor y flujos de calor medio en la pared sur. Por razones de espacio, solo se muestran los contornos correspondientes a  $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$  y  $\kappa = 1.0$ . Para facilidad de comparación, en los perfiles se han incluidos los correspondientes a convección y radiación.

### 4.1 Convección

En la figura 2 se muestran las líneas de corriente, isotermas y contornos de velocidad horizontal y vertical correspondientes a los cuatro  $Ra$  considerados en este trabajo, las

estructuras mostradas son independientes de la temperatura de referencia debido a las condiciones de semejanza hidrodinámica impuestas. Las líneas de corriente muestran un solo vórtice central para  $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$ , sin embargo para  $Ra = 10^3$  aparecen dos vórtices con sus centros ubicados sobre la horizontal media y alargados en la dirección vertical. El sentido de circulación es anti horario. Para las isotérmicas, se advierte que para  $Ra = 10^3$  el aire que rellena la cavidad se encuentra estratificado, con una variación lineal de temperatura, como se observa en la sección media vertical de la Figura 3. Esto se debe a que corresponde al límite de difusión y todo el aire que rellena la cavidad se encuentra prácticamente en reposo.

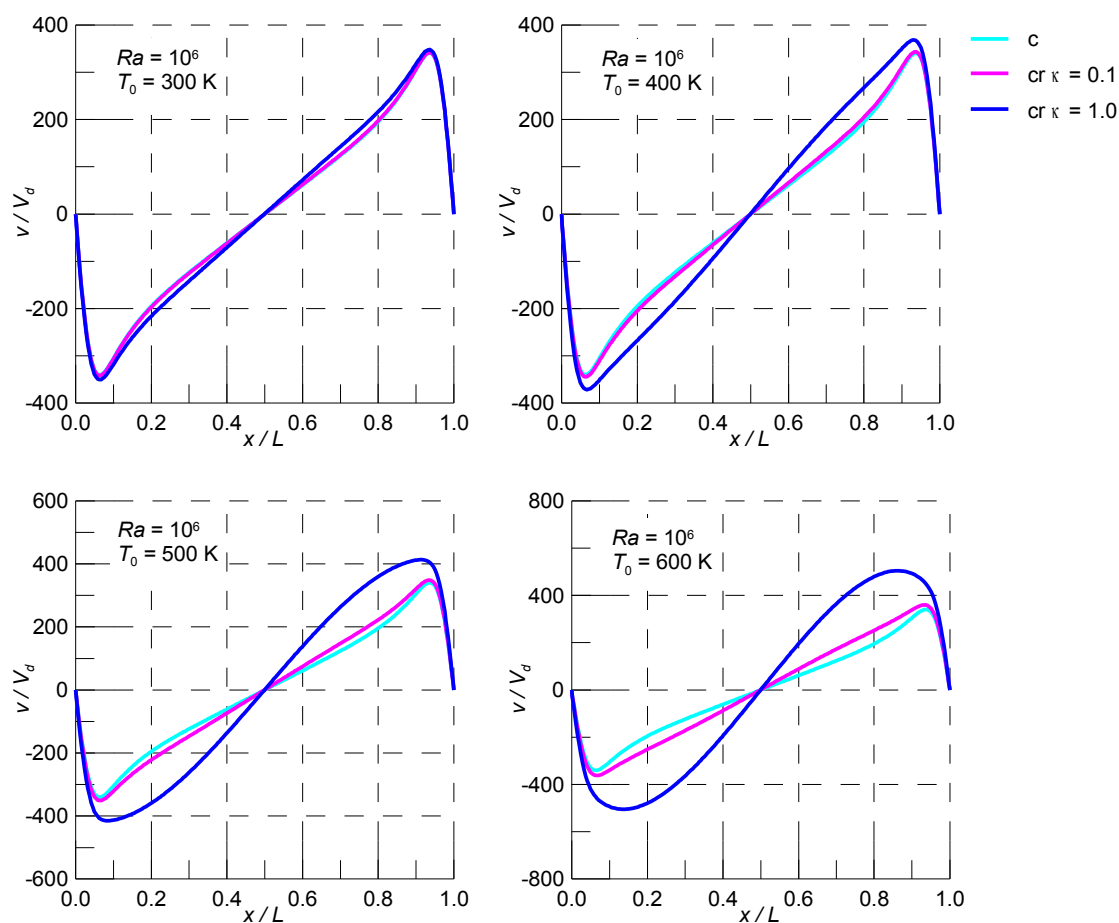


Figura 11: Distribuciones de velocidad vertical en la sección media horizontal de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^6$

Para  $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$  se puede advertir el sentido de circulación en el patrón mostrado por las isotermias. Se advierte un fuerte gradiente de temperatura en las cercanías de las paredes y un gran porcentaje de la zona media de la cavidad se mantiene isotérmica a la temperatura media. La componente horizontal de la velocidad muestra una zona de velocidades máximas (positivas) y otra velocidades mínimas (negativas) con sus centros ubicados en las inmediaciones de la vertical media, desplazándose hacia las paredes horizontales con el aumento del  $Ra$  y alargándose en la dirección horizontal. La componente vertical de la velocidad muestra una estructura similar pero rotada  $90^\circ$  en la dirección de circulación. Para  $Ra = 10^3$  se observan estructuras de las componentes de velocidad un poco

más complejas con dos máximos y dos mínimos para la componente horizontal y dos máximos y un mínimo para la componente vertical, en un todo de acuerdo con el sentido de circulación mostrado por el patrón correspondiente a las líneas de corriente. Los patrones mostrados en la Figura 2 se pueden comparar con los publicados por Ouertatani et al. (2008), con la diferencia que para ellos la circulación es en sentido horario.

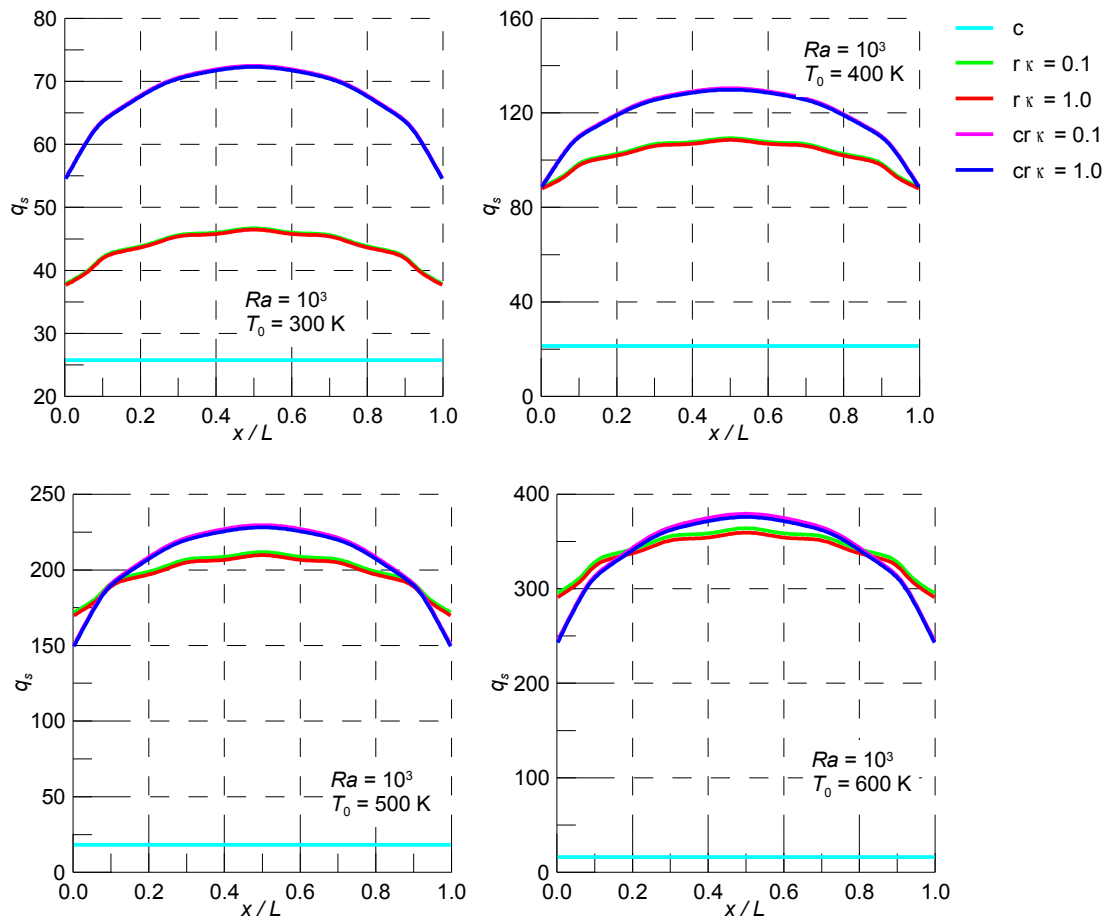


Figura 12: Distribuciones del flujo de calor en la pared sur de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^3$

La Figura 3 muestra los perfiles de temperatura y de componentes de velocidad horizontal y vertical, en las secciones medias vertical y horizontal de la cavidad. Para  $Ra = 10^3$  se observa una variación lineal de temperatura en la sección media vertical, y es constante en la sección media horizontal debido a que se encuentra en el límite difuso. Para  $Ra = 10^5$  y  $10^6$  la cavidad resulta prácticamente isotérmica a la temperatura media desde la coordenada 0.2 hasta la coordenada 0.8, para  $Ra = 10^4$  sucede algo similar en la sección vertical, pero en la sección horizontal muestra una variación lineal. Los perfiles de velocidad muestran que para  $Ra = 10^3$  el aire se encuentra prácticamente en reposo ya que se encuentra en el límite difuso, se observa como los máximos absolutos crecen fuertemente con el  $Ra$  desplazándose hacia las paredes, además, se advierte el sentido de circulación anti horario.

En la Figura 4 se presentan la distribución de los flujos de calor en la pared sur. Se advierte que el flujo de calor disminuye con el crecimiento de  $T_0$  en toda la longitud de la pared, esto se



explica porque la longitud de la pared aumenta con  $T_0$ , para  $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$  los máximos también disminuyen con  $T_0$  desplazándose hacia el centro de la cavidad. La distribución del flujo de calor es consecuente con el sentido de circulación del fluido y la formación de zonas de re circulación en el vértice inferior izquierdo correctamente capturados para  $Ra = 10^6$ .

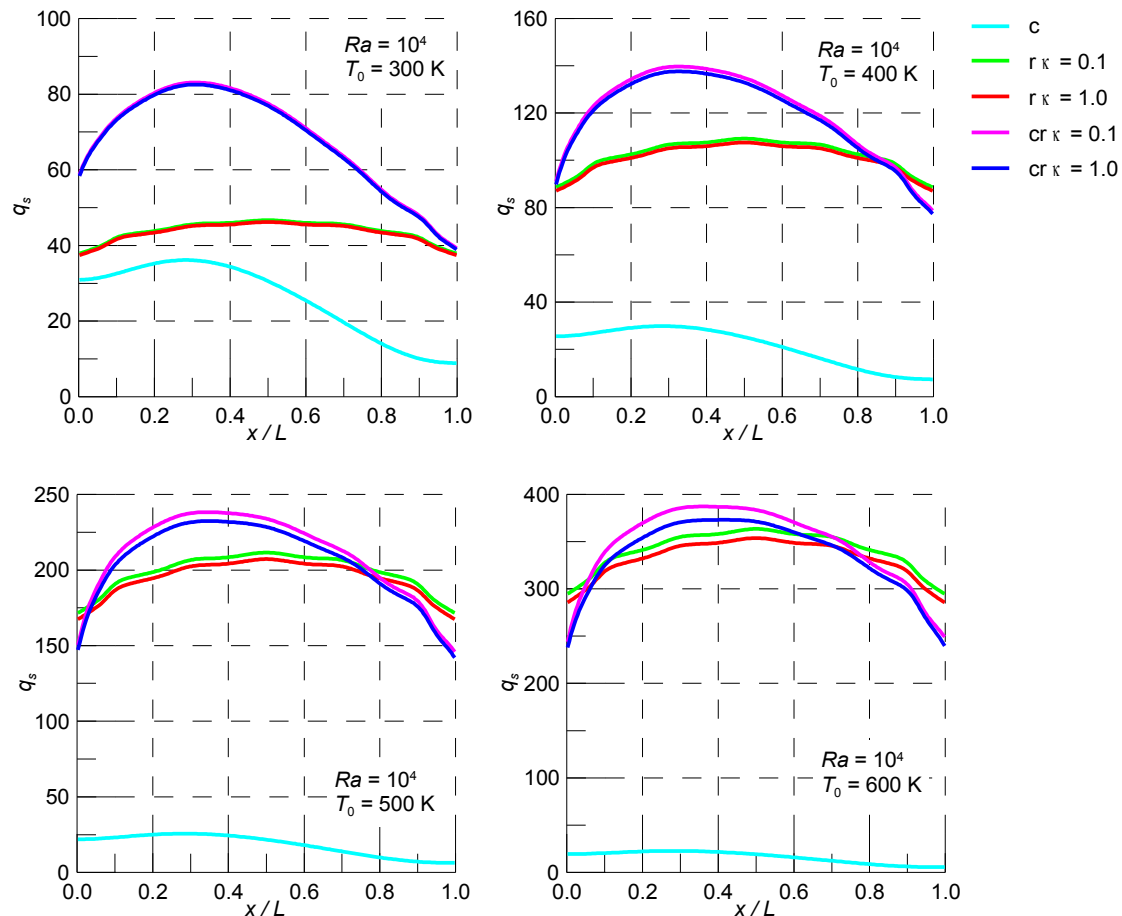


Figura 13: Distribuciones del flujo de calor en la pared sur de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^4$

La Tabla 3 muestra los flujos de calor medio en la pared sur para convección, se observa que disminuyen con  $T_0$ , ya que  $L$  se incrementa con  $T_0$ , ver Tabla 1. Además, se advierte que prácticamente no existe diferencia entre los valores correspondientes a  $Ra = 10^3$  y  $10^4$ , solo se observa un pequeño incremento debido al incipiente comienzo del transporte macroscópico advectivo, pero a partir de  $Ra = 10^4$  el flujo de calor medio disminuye con el  $Ra$ , más precisamente con la raíz cúbica del  $Ra$ , ver ecuación (14a).

#### 4.2 Convección y radiación combinadas

En las figuras 5 a 7 se muestran las líneas de corriente, isoterms y contornos de velocidad horizontal y vertical correspondientes a  $Ra = 10^4$ ,  $10^5$  y  $10^6$  y  $T_0 = 300$ ,  $400$ ,  $500$  y  $600$  K para  $\kappa = 1.0$ . Para  $Ra = 10^6$  Se advierte como la presencia de la radiación junto con el incremento de  $T_0$  modifican las líneas de corriente generando un patrón de líneas bien circulares, centradas en el centro de la cavidad, y con zonas de re-circulación en los vértices de similar

extensión. Las isotermas muestran que la cavidad prácticamente se encuentra isotérmica, a la temperatura media, en toda la zona de circulación. Los patrones de las componentes de velocidad muestran que los contornos se van haciendo más redondeados, con curvas más suaves y los máximos absolutos se van alineando en la vertical y horizontal media de la cavidad.

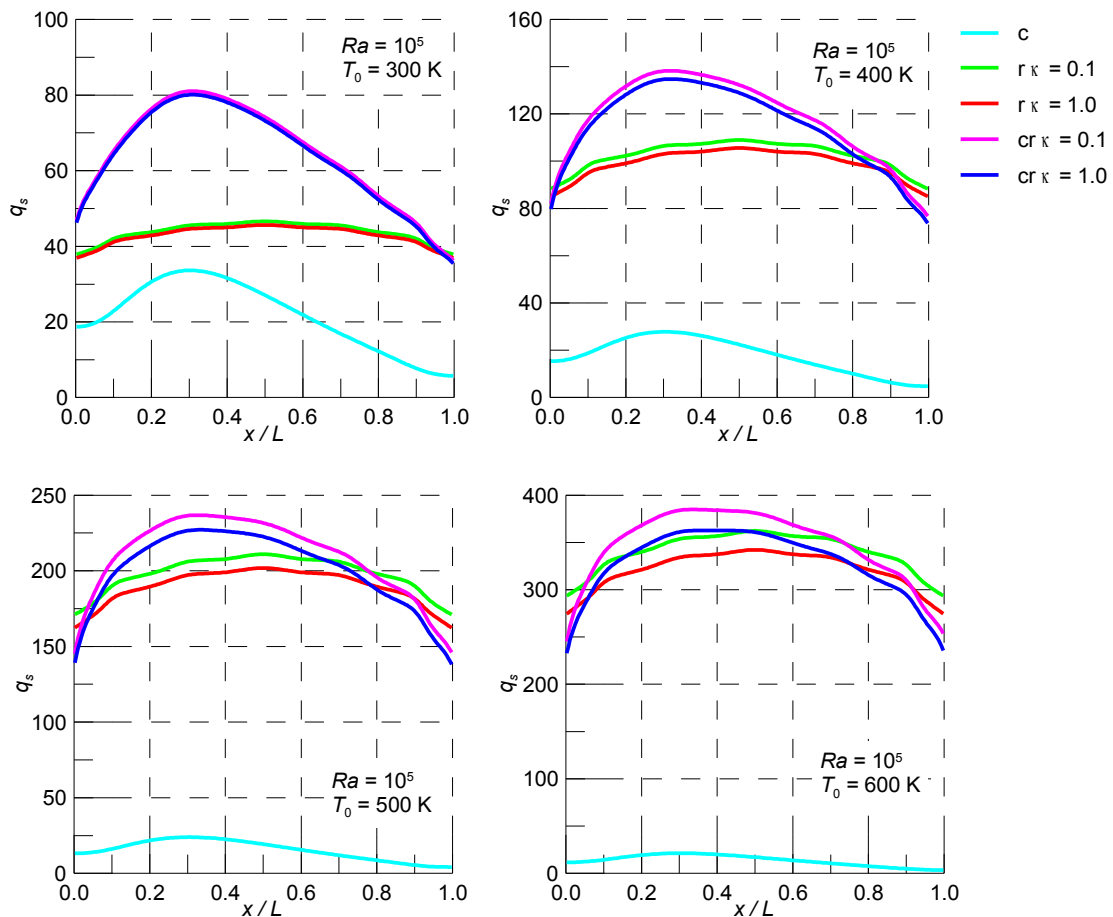


Figura 14: Distribuciones del flujo de calor en la pared sur de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^5$

En la Figura 8 se presentan los perfiles de temperatura en la sección media vertical de la cavidad para convección, radiación y convección y radiación combinadas correspondientes a  $Ra = 10^6$  y  $T_0 = 300, 400, 500$  y  $600$  K. Como ya se advirtió en el análisis de las curvas isotérmicas en la Figura 5, la vertical media de la cavidad, entre las coordenadas 0.1 y 0.9, resulta isotérmica a la temperatura media. Para  $T_0 = 300$  no se observa diferencia alguna entre los perfiles de convección y convección y radiación combinadas, para  $T_0 = 400$  comienza a separarse, más acentuado en la proximidad de la pared sur que el la norte, y para  $T_0 = 600$  se nota el efecto que el coeficiente de absorción, separando notablemente los perfiles correspondientes al modo combinado.

Los perfiles de temperatura en la sección media horizontal de la cavidad son mostrados en la Figura 9, allí puede verse una distribución semejante a la mostrada en la Figura 8, la sección media horizontal, entre la coordenada 0.1 y 0.9, se encuentra isotérmica con una

temperatura igual a la temperatura media. A partir de  $T_0 = 400$  se observa una separación entre los perfiles del modo combinado, y a partir de  $T_0 = 500$ , entre los perfiles de convección y el modo combinado con menor coeficiente de absorción. Se advierte las diferentes temperaturas en los extremos de las paredes adiabáticas, originadas por el sentido de circulación anti horario.

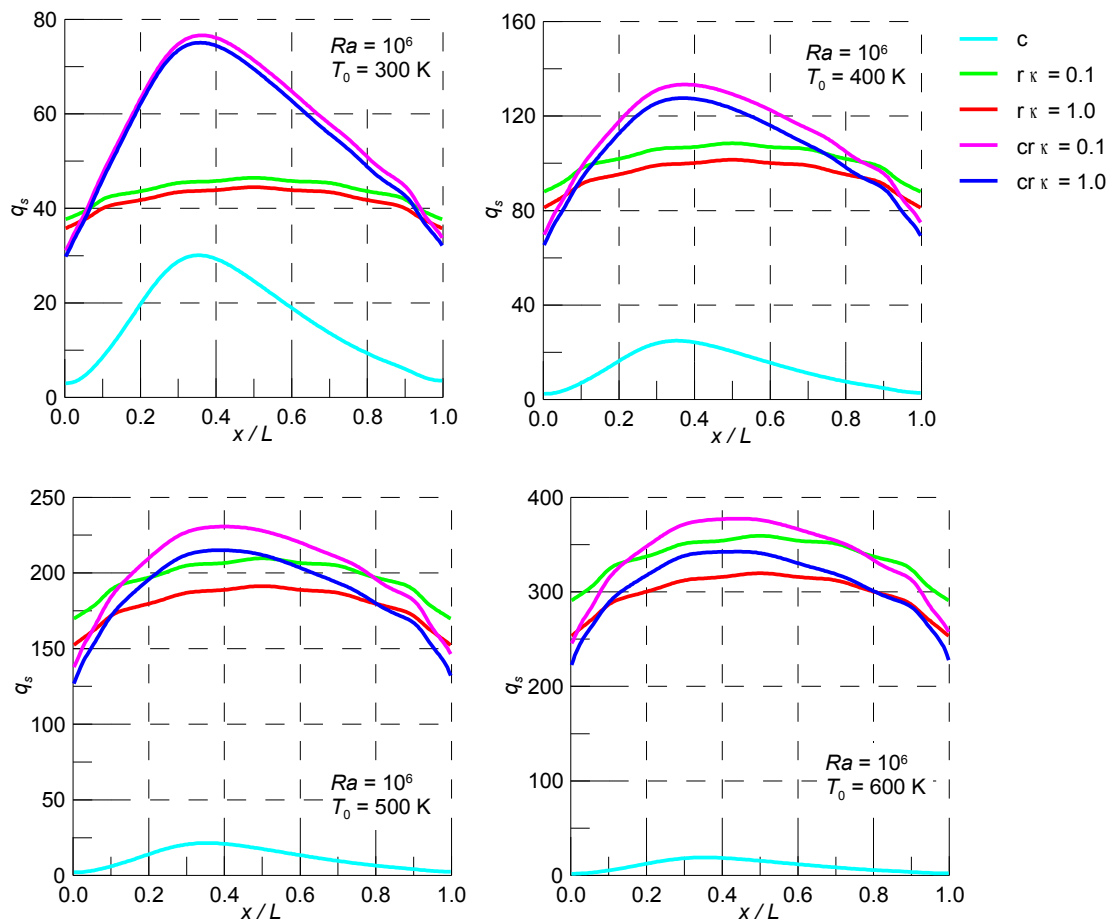


Figura 15: Distribuciones del flujo de calor en la pared sur de la cavidad para convección (c), radiación (r) y convección y radiación combinadas (cr) y  $Ra = 10^6$

La Figura 10 muestra los perfiles de velocidad horizontal en la sección media vertical de la cavidad, para  $Ra = 10^6$  y  $T_0 = 300, 400, 500$  y  $600$  K. La distribución de velocidad refleja el sentido de circulación, mostrado por las líneas de corriente en la Figura 5. El efecto de  $\kappa$  comienza a observarse ya para  $T_0 = 300$  y recién para  $T_0 = 400$  se comienza a observar el efecto de la radiación en el modo combinado. Se advierte el incremento en los máximos absoluto para  $\kappa = 1.0$  y un desplazamiento alejándose de las paredes horizontales.

En la Figura 11 se presentan los perfiles de velocidad vertical en la sección media horizontal de la cavidad, para  $Ra = 10^6$  y  $T_0 = 300, 400, 500$  y  $600$  K. Se observa una distribución semejante a la mostrada en la Figura 10 con iguales características, incremento de los máximos absolutos con la temperatura, desplazamiento de los máximos absolutos

alejándose de las paredes verticales y una fuerte influencia del coeficiente de absorción.

$T_0 =$	$\kappa$					
	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
300	67.65252	67.63087	67.59174	67.55570	67.52128	67.48779
350	89.07025	89.03187	88.96262	88.89699	88.83279	88.76936
400	119.19737	119.13527	119.01930	118.90646	118.79477	118.68370
450	158.44686	158.34967	158.16269	157.97820	157.79454	157.61127
500	208.08466	207.93829	207.65168	207.36662	207.08173	206.79670
550	269.18875	268.97772	268.55973	268.14134	267.72152	267.30015
600	342.78439	342.49298	341.91021	341.32267	340.72989	340.13204

Tabla 4: Flujo de calor medio en la pared sur para convección y radiación combinadas y  $Ra = 10^3$ .

$T_0 =$	$\kappa$					
	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
300	68.41371	68.35357	68.23826	68.12619	68.01566	67.90618
350	90.23966	90.12309	89.89684	89.67445	89.45604	89.24039
400	120.90646	120.69913	120.29437	119.89780	119.50470	119.11466
450	160.83894	160.48892	159.80469	159.12786	158.45770	157.79417
500	211.31849	210.75818	209.65071	208.55794	207.47998	206.41654
550	273.43243	272.56402	270.85174	269.17240	267.52566	265.90204
600	348.20889	346.90860	344.36366	341.88671	339.45728	337.09353

Tabla 5: Flujo de calor medio en la pared sur para convección y radiación combinadas y  $Ra = 10^4$ .

Las Figuras 12 a 15 muestran la distribución del flujo de calor en la pared sur para convección, radiación y convección y radiación combinadas, en general se puede advertir como, al aumentar la temperatura, se produce una separación entre los flujos de calor por convección y los de radiación y convección y radiación combinados, para  $T_0 = 600$  estos dos últimos muestran una distribución bastante semejante. También se observa la influencia de  $\kappa$  con el aumento de  $T_0$ , separando los flujos de calor tanto de radiación como de convección y radiación combinados. Puede verse además como, a partir de  $Ra = 10^4$ , el flujo de calor para el modo combinado muestra una distribución semejante al de convección y con el aumento de la temperatura adopta la distribución correspondiente al de radiación. El máximo de convección y del modo combinado, desplazado hacia la izquierda del centro de la pared sur, refleja el sentido de circulación anti horario mostrado por las líneas de corriente y los perfiles de velocidad. Finalmente se destaca el incremento del flujo de calor, a lo largo de toda la pared sur, con el aumento de la temperatura para radiación y el modo combinado, contrariamente a

lo que ocurre en convección, como se observa en la Figura 4.

Finalmente, en las Tablas 4 a 7 se presentan los flujos de calor medio en la pared sur para el modo combinado, se puede observar que para cada  $Ra$  disminuyen con  $\kappa$  y aumentan con  $T_0$  y a partir de  $Ra = 10^4$  disminuyen con  $Ra$  para cada  $T_0$  y  $\kappa$ . El incremento de  $\kappa$  hace al medio más participativo, y por lo tanto, absorbe más energía radiante, la cual es irradiada desde el medio reduciendo el flujo neto en la pared emisora. Para los valores correspondientes a  $Ra = 10^3$  y  $10^4$  sucede lo mismo que en convección debido a las mismas razones ya expuestas.

$T_0 =$	$\kappa$					
	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
300	64.74179	64.64048	64.43464	64.23445	64.03448	63.83663
350	87.24204	87.03140	86.61747	86.20904	85.80888	85.41419
400	118.50989	118.12715	117.37376	116.63616	115.91459	115.20870
450	159.09250	158.43584	157.15217	155.90723	154.69696	153.51783
500	210.24930	209.18749	207.13334	205.15678	203.24314	201.38598
550	273.07318	271.44283	268.32014	265.33486	262.46282	259.68940
600	348.61644	346.21665	341.66294	337.35032	333.22760	329.26281

Tabla 6: Flujo de calor medio en la pared sur para convección y radiación combinadas y  $Ra = 10^5$ .

$T_0 =$	$\kappa$					
	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
300	58.46700	58.26838	57.88219	57.50645	57.14115	56.78566
350	81.10225	80.70795	79.94151	79.20140	78.48535	77.79198
400	112.23709	111.53496	110.17501	108.86798	107.61116	106.40191
450	152.59669	151.42825	149.17430	147.02454	144.97112	143.00693
500	203.45550	201.62639	198.12059	194.79828	191.64249	188.63900
550	265.96297	263.24609	258.06417	253.17545	248.54131	244.12962
600	341.23030	337.35644	329.98054	323.00506	316.35038	309.97849

Tabla 7: Flujo de calor medio en la pared sur para convección y radiación combinadas y  $Ra = 10^6$ .

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha estudiado el proceso de transferencia de calor por conducción, convección y radiación combinadas en una cavidad cuadrada bidimensional rellena de aire a diferentes temperaturas que absorbe, emite y dispersa isotrópicamente la radiación térmica. El estudio fue realizado numéricamente utilizando, como único método numérico, el método de los volúmenes de finitos para resolver las ecuaciones del transporte convectivo y radiante.

Los resultados para convección se comparan bien con los pocos datos disponibles en la literatura, para el modo combinado no se han encontrado trabajos que analicen el modo combinado en una cavidad cuadrada calentada desde abajo.

Del análisis anterior se puede concluir que la presencia de la radiación térmica tiene un efecto importante en la modificación de los campos de temperatura y velocidad del fluido.

Para convección, el aumento de el número de Rayleigh y de la temperatura de referencia tiene un efecto negativo en el flujo de calor medio, la máxima eficiencia térmica convectiva se obtiene con  $Ra = 10^4$  en todo el rango de temperaturas ensayado.

Para el modo combinado, el flujo de calor medio disminuye con el coeficiente de absorción y el número de Rayleigh, pero aumenta considerablemente con la temperatura, debido a que depende de su potencia cuarta.

Las mayores tasas de transferencia de calor en el modo combinado, en todo el rango de temperatura ensayado, ponen en evidencia el error cometido al despreciar la radiación en problemas de transferencia de calor a bajas temperaturas.

## REFERENCIAS

- Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H., *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Hemisphere Publishing, 1984.
- Basak T., Roy S., Balakrishnan A. R., Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 49, Issues 23-24, Pages 4525-4535, November 2006.
- Basak T., Roy S., Sharma P. K., Pop I., Analysis of mixed convection flows within a square cavity with uniform and non-uniform heating of bottom wall, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 48, Issue 5, Pages 891-912, May 2009.
- Brewster M. Q., *Thermal radiative transfer and properties*, John Wiley & Sons, 1992.
- Calcagni B., Marsili F., Paroncini M., Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Applied Thermal Engineering*, 25:16:2522-2531, 2005.
- Cappelli D'Orazio M., Cianfrini C., Corcione M., Rayleigh-Bénard convection in tall rectangular enclosures, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 43, Issue 2, Pages 135-144, February 2004.
- Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 8:419-425, 1994.
- Chai J. C., Parthasarathy G., Lee H. S., Patankar S. V., Finite Volume Radiative Heat Transfer Procedure for Irregular Geometries, *Journal of Thermophysics and Heat Mass Transfer*, 9:410-415, 1995.
- Cheikh N. B., Beya B. B., Lili T., Influence of thermal boundary conditions on natural convection in a square enclosure partially heated from below, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 34, Issue 3, Pages 369-379, March 2007.
- Chui E. H., Raithby G. D., Computation of radiant heat transfer on a non-orthogonal mesh using the finite-volume method, *Numerical Heat Transfer*, B, 23:269-288, 1993.
- Cianfrini C., Corcione M., Dell'Omo P. P., Natural convection in tilted square cavities with differentially heated opposite walls, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 44, Issue 5, Pages 441-451, May 2005.
- Corvaro F., Paroncini M., Experimental analysis of natural convection in square cavities heated from below with 2D-PIV and holographic interferometry techniques, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Volume 31, Issue 7, Pages 721-739, July 2007.

- Crunkleton D. W., Anderson T. J., A numerical study of flow and thermal fields in tilted Rayleigh–Bénard convection, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Volume 33, Issue 1, Pages 24-29, January 2006.
- Ferziger J. H., Peric M., *Computational Methods for fluids dynamics*, Springer-Verlag, 1999.
- Fletcher C. A. J., *Computational techniques for fluid dynamics*, vol. I y II, Springer – Verlag, Berlin Heidelberg, 1991.
- Ganzarolli M. M. , Milanez L. F, Natural convection in rectangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from the sides, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 38:6:1063-1073, 1995.
- Holman J. P., *Heat transfer*, McGraw-Hill, 1990.
- Jasak H., *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*, PhD Thesis, 1996.
- Lan C. H., Ezekoye O. A., Howell J. R., Ball K. S., Stability analysis for three-dimensional Rayleigh–Bénard convection with radiatively participating medium using spectral methods, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 46, Issue 8, Pages 1371-1383, April 2003.
- Maliska R. C., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, 1995.
- Modest M. F., *Radiative heat transfer*, Mc Graw-Hill, 1993.
- Mohamad A. A. , Viskanta R., Flow and thermal structures in a lid-driven cavity heated from below, *Fluid Dynamics Research*, 12:3:173-184, 1993.
- Mondal B., Li X., Effect of volumetric radiation on natural convection in a square cavity using lattice Boltzmann method with non-uniform lattices, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, In Press, Corrected Proof, Available online 25 June 2010.
- Ouertatani N., Cheikh N. B., Beya B. B., Lili T., Numerical simulation of two-dimensional Rayleigh–Bénard convection in an enclosure, *Comptes Rendus Mécanique*, Volume 336, Issue 5, Pages 464-470, May 2008.
- Pallarés J. ,Cuesta I. ,Grau F. X. , Giralt F., Natural convection in a cubical cavity heated from below at low rayleigh numbers, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39:15:3233-3247, 1996.
- Park H. M., Heo Y. M., Rayleigh–Bénard convection in two-dimensional arbitrary finite domains, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 45, Issue 7, Pages 697-705, July 2006.
- Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw - Hill, New York, 1980.
- Peric M., *A Finite Volume Method for the Prediction of Three – Dimensional Fluid Flow in Complex Ducts*, Ph.D. Thesis, Imperial College, University of London, London, 1985.
- Raithby G. D., Chui E. H., A Finite-Volume Method for Predicting Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media, *Journal of Heat Transfer*, 112:415-423, 1990.
- Rebollo Daniel, Soluciones Benchmark para el Problema de la Transferencia de Calor por Convección Natural en Cavidades Bidimensionales a Diferentes Temperaturas, XVI Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, Córdoba, Argentina, 2007.
- Sarris I. E. , Lekakis I. , Vlachos N. S. , Natural convection in rectangular tanks heated locally from below, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 47:3549-3563, 2004.
- Siegel R., Howell J. R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Taylor & Francis, 1992.