

INVESTIGAÇÃO NUMÉRICA SOBRE UM CORPO AXISSIMÉTRICO EM ESCOAMENTOS SUPERSÔNICOS

Gustavo Bono^a, Armando M. Awruch^b e Tales L. Popiolev^c

^a*Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC), Universidade Federal de Pernambuco,
Acadêmico Hélio Ramos S/N, 50740-530 Recife, PE, Brasil, bonogustavo@gmail.com,
<http://www.demec.ufpe.br>*

^b*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional (CEMACOM), Universidade Federal do Rio Grande
do Sul, Av. Osvaldo Aranha 99, 90035-190 Porto Alegre, RS, Brasil, amawruch@ufrgs.br,
<http://www.ufrgs.br>*

^c*Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Av. Itália km 8, Campus Carreiros, 96201-900 Rio
Grande, RS, Brasil, dmttales@furg.br, <http://www.furg.br>*

Palavras Chave: Dinâmica dos Fluidos Computacional, escoamento supersônico, interação onda de choque/onda de choque, Método dos Elementos Finitos, Aerodinâmica.

Resumo. As interações de origem viscosa e não viscosa podem induzir grandes alterações nos níveis de aquecimento e nas cargas de pressão na superfície dos veículos que voam no regime supersônico e hipersônico. Com o objetivo de entender os principais fenômenos deste tipo de interações emprega-se a Dinâmica dos Fluidos Computacional. Neste trabalho, emprega-se o Método dos Elementos Finitos para investigar a interação onda de choque/onda de choque (CC) sobre uma geometria definida por um conjunto cilindro hemisférico-cone-cilindro. O escoamento compressível é modelado empregando as equações de Euler para diferentes ângulos de ataque (10° e 20°) e números de Mach ($M = 2.95$ e 4.04) com elementos hexaédricos e tetraédricos. As principais características do escoamento são a complexa topologia do escoamento sobre a superfície com várias separações e suas interações, e a interação choque-choque para grandes ângulos de ataque. Finalmente, os resultados numéricos são comparados com dados experimentais.

1 INTRODUÇÃO

O estudo e predição das interações de origem viscosas e não viscosas em escoamentos supersônicos e hipersônicos são muito importantes no desenho e desenvolvimento de veículos espaciais, veículos lançadores, mísseis e projéteis, bocais de admissão (intake) e exaustão (nozzle) de sistemas propulsivos, entre outros. Nestas configurações, as interações têm uma forte influência nos seguintes itens: os níveis de aquecimento, as cargas de pressão, a separação da camada limite, o tamanho da região de recirculação, a perda de eficiência das superfícies de controle, etc.

A interação onda de choque/onda de choque (CC) acontece em escoamentos supersônicos e hipersônicos e ocorre quando duas ondas de choque se interceptam. Este tipo de interação influencia a aerodinâmica do veículo e pode incrementar a taxa de transferência de calor e pressão na superfície do veículo, mas especificamente perto da região onde acontece a interação. Edney (1968) descreveu seis tipos de interação CC que podem acontecer, e estes são definidos em função da posição e intensidade da onda de choque incidente (impinging shock) e da forma do corpo.

A interação onda de choque-camada limite (CCL) pode estar presente em escoamentos transônicos, supersônicos e hipersônicos e se dá quando uma onda de choque intercepta a camada limite. Os fenômenos físicos presentes no problema são muitos complexos, sendo os principais: a separação da camada limite induzida pela interação onda de choque/camada limite e os fortes gradientes gerados na região de recompressão. Os principais parâmetros que influenciam a interação CCL são: o número de Mach, o número de Reynolds, a temperatura da superfície, o tipo de escoamento (laminar e/ou turbulento), a geometria e o estado químico do gás.

As interações onda de choque/onda de choque (CC) e onda de choque/camada limite (CCL) são fenômenos muito comuns em escoamentos transônicos, supersônicos e hipersônicos. Devido a este fato, este tipo de interações vem sendo estudado durante décadas para uma grande variedade de configurações e em uma ampla faixa de números de Mach e números de Reynolds. Os principais estudos experimentais e/ou numérico estão resumidos em: Adamson e Messiter (1980); Settles e Dodson (1994); Détery (1999); Dolling (2001); Knight et al. (2003) e Edwards (2008).

Alguns dos principais exemplos que apresentaram estes fenômenos e incentivaram ainda mais as pesquisas foram: o avião hipersônico X15A-2 que sofreu graves danos estruturais no pílone do motor ramjet devido ao severo aquecimento produzido por uma interação CC (Watts, 1968), a perda de eficiência nas superfícies de controle de veículos de reentrada (Goldman et al., 1968), também pode-se mencionar que as primeiras configurações preliminares do veículo espacial Space Shuttle sofreram várias interferências originadas pelas combinações tanque-fuselagem, fuselagem-asa, etc. (Crawford, 1976).

Inicialmente, os primeiros estudos foram abordados do ponto de vista analítico e experimental (Hakkinen, et al., 1959; Keyes e Hains, 1973). A aplicação dos métodos analíticos, devido às simplificações que são adotadas, fica limitada a casos muito simples ou os resultados apresentam boa concordância para regiões bastante limitadas. Os ensaios experimentais em túneis de vento são importantes já que consideram o fluido verdadeiro e, portanto, permitem um melhor entendimento da física do escoamento. Entretanto, precisa-se trabalhar com modelos reduzidos, os tempos de ensaio podem demandar de dias até meses, os custos são elevados e certas condições de vôo são impossíveis de reproduzir.

Nos últimos quarenta anos, a Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC) começou a destacar-se como uma importante ferramenta para o estudo e análise de diferentes problemas nos campos da engenharia e em particular na área de engenharia aeronáutica e aeroespacial.

Devido a sua boa relação custo-benefício, flexibilidade, rapidez na comparação de diferentes configurações, possibilidade do estudo de fenômenos localizados e predição de fenômenos difíceis de simular experimentalmente, a simulação numérica tornou-se uma das principais ferramentas na indústria aeronáutica e aeroespacial.

Atualmente, o estágio de desenvolvimento alcançado pelos métodos numéricos de simulação, e computadores disponíveis na atualidade, possibilita o uso de modelos sofisticados, próximos da realidade, os quais permitem o estudo e análise de problemas complexos tais como as interações CC (Olejniczak et al., 1997, Druguet et al., 2005) e CCL (Wu e Martin, 2007; Edwards, 2008).

Neste trabalho, pretende-se analisar e contribuir através da simulação numérica ao entendimento das características físicas do problema de interação onda de choque/onda de choque sobre configurações tridimensionais. Outro objetivo é validar o esquema numérico de Taylor-Galerkin de um passo, implementado para malhas não estruturadas e estruturadas num escoamento não viscoso complexo. No contexto de malha não estruturada foi empregada uma técnica de refinamento adaptativa. O modelo estudado consiste em uma configuração assimétrica formada por um cilindro hemisférico-cone-cilindro, este corpo foi estudado experimental e numericamente por Houtman et al. (1995) para vários números de Mach e ângulos de ataque. Os resultados experimentais além de apresentar a distribuição de pressão no plano de simetria mostram a topologia do escoamento através de diversas técnicas de visualização (schlieren, shadowgraph).

2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E APROXIMAÇÃO

2.1 Equações governantes

As equações da continuidade, de quantidade de movimento e da energia (equações de Navier-Stokes) são as equações mais gerais para a descrição de um escoamento em um meio contínuo, viscoso e em regime transiente. Desprezando as forças de volume e a fonte/sumidouro de energia, as equações de conservação escritas em forma compacta e adimensionalizadas ficam da seguinte maneira

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \mathbf{G}_i}{\partial x_i} = 0 \text{ em } \Omega. \quad (1)$$

onde $\Omega \subset R^{n_{sd}}$ e $(0, T)$ são os domínios espacial e temporal, respectivamente, onde $n_{sd} = 3$ é o número de dimensões espaciais e Γ denota o contorno de Ω . As coordenadas espaciais e temporais são denotadas por \mathbf{x} e t . \mathbf{U} é o vetor de incógnitas das variáveis conservativas, \mathbf{F}_i e \mathbf{G}_i são, respectivamente, os vetores de fluxo não viscoso e difusivos dados por

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho v_i \\ \rho e \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{Bmatrix} \rho v_j \\ \rho v_i v_j + p \delta_{ij} \\ v_j (\rho e + p) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{G}_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\tau_{ij} \\ -\tau_{ji} v_i - q_j \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

com $i, j = 1, 2, 3$. Onde v_i é a componente da velocidade na direção da coordenada x_i , ρ é a massa específica, p é a pressão termodinâmica, τ_{ij} são as componentes do tensor de tensões viscosas, q_j é o vetor de fluxo de calor, e é a energia total específica e δ_{ij} é o delta de Kronecker. As seguintes adimensionalizações são empregadas

$$\begin{aligned}
 x_i &= \frac{\tilde{x}_i}{\tilde{L}_\infty} & v_i &= \frac{\tilde{v}_i}{\tilde{a}_\infty} & \rho &= \frac{\tilde{\rho}}{\tilde{\rho}_\infty} & e_i &= \frac{\tilde{e}_i}{\tilde{a}_\infty^2} \\
 p &= \frac{\tilde{p}}{\tilde{\rho}_\infty \tilde{a}_\infty^2} & i &= \frac{\tilde{c}_v \tilde{T}}{\tilde{a}_\infty^2} & t &= \frac{\tilde{t}}{\tilde{L}_\infty / \tilde{a}_\infty}
 \end{aligned} \quad (3)$$

onde o supra-índice \sim , indica as quantidades dimensionais, o sub-índice ∞ representa a corrente livre não perturbada, a é a velocidade do som e L é um comprimento característico.

Para um gás perfeito, a equação de estado e a energia interna i são dadas pelas seguintes equações

$$p = (\gamma - 1)\rho i, \quad i = c_v T = e - \frac{1}{2} v_i v_i. \quad (4)$$

onde p é a pressão, T é a temperatura e $\gamma = c_p/c_v$ com c_p e c_v sendo os coeficientes de calor específico a pressão e volume constantes, respectivamente. O tensor de tensões viscosas τ_{ij} e o vetor de fluxo de calor q_j são definidos como

$$\tau_{ij} = \lambda v_{k,k} \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i}), \quad q_j = -k_{ij} T_{,k}. \quad (5)$$

onde $k = 1, 2, 3$. k_{ij} representa as componentes de condutibilidade térmica, λ e μ são os coeficientes de viscosidade volumétrica e dinâmica, respectivamente. Em escoamentos com altos gradientes de temperatura, como é o caso dos escoamentos compressíveis, a viscosidade dinâmica e a condutividade térmica não podem ser consideradas constantes, e sim uma função da temperatura. Existem algumas leis empíricas para representar a dependência da viscosidade e condutibilidade térmica com a temperatura T , entre as quais a lei de Sutherland

$$\mu = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S_\mu}{T + S_\mu}, \quad k = \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T_{ref} + S_k}{T + S_k}. \quad (6)$$

onde T_{ref} é a temperatura de referência e $S_\mu = 110$ K e $S_k = 194$ K para ar.

Fazendo, $\mathbf{G}_i = 0$ na Eq. (1) obtêm-se as equações para um escoamento não difusivo (equações de Euler). Para definir totalmente o problema, devem-se adicionar ao sistema de equações, dado pela Eq. (1), as condições iniciais e de contorno para as variáveis.

2.2 Formulação numérica

As equações de Euler e Navier-Stokes são resolvidas empregando o método dos elementos finitos (MEF), usando uma série de Taylor e o clássico método de Bubnov-Galerkin para a discretização do tempo e do espaço, respectivamente. O método de Taylor-Galerkin pode ser interpretado como a versão em elementos finitos do método de Lax-Wendroff usado em diferenças finitas. Para a resolução do método de Taylor-Galerkin emprega-se um esquema numérico explícito iterativo de um passo. O esquema resultante é de segunda ordem no espaço e no tempo e experimenta oscilações espúrias perto da onda de choque, as quais são amortizadas com a adição de viscosidade artificial (Löhner, 2001).

Para discretizar a geometria emprega-se o elemento hexaédrico trilinear ou o elemento tetraédrico linear. A fim de reduzir o tempo de CPU e consumo de memória, no elemento hexaédrico utiliza-se integração analítica reduzida das matrizes em nível de elemento. O elemento tetraédrico além de dar uma maior flexibilidade na geração da malha emprega uma técnica de refinamento adaptativa com o objetivo de aprimorar a eficiência do código computacional.

2.3 Esquema de Taylor-Galerkin de um passo

O método de Taylor-Galerkin de um passo introduzido por Donea (1984) é aplicado sobre as equações que modelam o escoamento compressível de um fluido newtoniano. Em um primeiro momento, as variáveis de campo são expandidas no tempo segundo uma série de Taylor. Isto permite obter os valores das variáveis em um determinado passo de tempo $(n+1)\Delta t$, a partir do passo de tempo anterior $n\Delta t$. Posteriormente, o método de Galerkin standard (ou Bubnov-Galerkin) é aplicado para obter-se a aproximação espacial.

Desenvolvendo as variáveis de campo das equações de conservação por uma expansão no tempo em $t=t^{n+1}$, segundo uma série de Taylor incluindo primeira e segunda derivada, obtém-se

$$\Delta \mathbf{U}^{n+1} = \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right)^{n+s_1} + \frac{\Delta t^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} \right)^{n+s_2} + O(\Delta t^3). \quad (7)$$

onde, os sobrescritos n e $n+1$ indicam as posições no domínio do tempo t e $t+\Delta t$, respectivamente, sendo Δt o incremento de tempo. As variáveis s_1 e s_2 definem a forma de avanço no tempo de acordo com os valores adotados, tais que

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}^{n+s_1}}{\partial t} &= \frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + s_1 \frac{\partial \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t} & 0 \leq s_1 \leq 1 \\ \frac{\partial^2 \mathbf{U}^{n+s_2}}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} + s_2 \frac{\partial^2 \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t^2} & 0 \leq s_2 \leq 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Substituindo a Eq. (8) em Eq. (7), e adotando $s_1 = s_2 = 1/2$ obtemos

$$\Delta \mathbf{U}^{n+1} = \Delta t \left(\frac{\partial \mathbf{U}^n}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t} \right) + \frac{\Delta t^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{U}^n}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Delta \mathbf{U}^{n+1}}{\partial t^2} \right). \quad (9)$$

sendo, $\Delta \mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n$. A Eq. (9) é a expressão que define o esquema de avanço no tempo. Substituindo nesta expressão as derivadas primeiras e segundas de \mathbf{U}^n e $\Delta \mathbf{U}^{n+1}$ com relação ao tempo por expressões obtidas a partir das equações de conservação e eliminado os termos de ordem superior, obtém-se a seguinte equação para os incrementos das variáveis

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{U}_{I+1}^{n+1} &= \Delta t \left[-\frac{\partial \mathbf{F}_i^n}{\partial x_i} - \frac{\partial \mathbf{G}_i^n}{\partial x_i} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mathbf{A}_k^n \frac{\partial \mathbf{F}_i^n}{\partial x_i} \right) \right] + \\ &+ \frac{\Delta t}{2} \left[-\frac{\partial \Delta \mathbf{F}_{iI}^{n+1}}{\partial x_i} - \frac{\partial \Delta \mathbf{G}_{iI}^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\mathbf{A}_k^n \frac{\partial \Delta \mathbf{F}_{iI}^{n+1}}{\partial x_i} \right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

onde I é um contador de número de iterações, $\Delta \mathbf{F}_i^{n+1} = \mathbf{F}_i^{n+1} - \mathbf{F}_i^n$, $\Delta \mathbf{G}_i^{n+1} = \mathbf{G}_i^{n+1} - \mathbf{G}_i^n$ e \mathbf{A}_i é o jacobiano convectivo definido como $\mathbf{A}_i = \partial \mathbf{F}_i / \partial \mathbf{U}$ (Hughes e Tezduyar, 1984). Na Eq. (10), os incrementos das variáveis de campo $\Delta \mathbf{U}$ devem ser obtidos através de um processo iterativo, uma vez que estão definidos para o mesmo tempo que os incrementos do segundo termo do lado direito da equação.

2.4 Discretização espacial

Aplicando o método dos resíduos ponderados de Bubnov-Galerkin no contexto do MEF no esquema de avanço no tempo dado pela Eq. (10), obtém-se a o modelo numérico de Taylor-Galerkin de um passo. O domínio computacional foi dividido num número finito de elementos hexaédricos trilineares (malha estruturada) ou elementos tetraédricos lineares (malha não estruturada).

A matriz de massa consistente \mathbf{M} é substituída pela matriz de massa diagonal ou discreta \mathbf{M}_L , a fim de obter um sistema de equações desacoplado. Esta transformação permite resolver o sistema de equações em forma explícita.

O esquema proposto é condicionalmente estáveis, o que significa dizer que devem cumprir alguma condição de estabilidade que limite o valor do incremento de tempo utilizado. No caso do esquema explícito de Taylor-Galerkin, a condição de estabilidade é a condição de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), que pode ser expressa por

$$\Delta t_E = CS \frac{L_E}{a + (v_i v_i)^{1/2}} . \quad (11)$$

onde, Δt_E é o incremento de tempo crítico do elemento E , CS é um coeficiente de segurança (neste trabalho foi adotado 0,1), L_E é um comprimento característico do elemento E (menor aresta) e a é a velocidade do som.

Em problemas envolvendo escoamentos compressíveis podem aparecer regiões com fortes gradientes na forma de ondas de choque. A solução direta através do esquema de Taylor-Galerkin para este tipo de problema conduz à aparição de oscilações de alta frequência nas proximidades dos choques, motivo pelo qual é necessária a adoção de algum método que permita capturar e suavizar tais efeitos locais (Nithiarasu et al., 1998). No presente trabalho, por simplicidade e eficiência em termos de tempo de CPU emprega-se o método de difusividade artificial, descrito por Argyris et al. (1990), no qual é adicionada explicitamente à solução não amortecida uma viscosidade artificial de segunda ordem. Uma vez obtidos os incrementos $\Delta \mathbf{U}^{n+1}$, os valores das variáveis de campo para o tempo $(n+1)\Delta t$ tornam-se

$$\mathbf{U}_s^{n+1} = \mathbf{U}^{n+1} + \mathbf{M}_L^{-1} \mathbf{D} . \quad (12)$$

onde \mathbf{M}_L é a matriz de massa diagonal ensamblada, \mathbf{U}_s^{n+1} e \mathbf{U}^{n+1} são as soluções suavizadas e não suavizadas em $t + \Delta t$, respectivamente. O vetor \mathbf{D} é dado por

$$\mathbf{D} = \sum_{ele} CFL CAF S_{ele} [\mathbf{M} - \mathbf{M}_L]_{ele} \mathbf{U}_{ele}^n . \quad (13)$$

onde ele é o índice referido ao elemento específico, $CFL = \Delta t / \Delta t_E$ é o número Courant-Friedrichs-Lewy local, CAF é o coeficiente de amortecimento artificial dado pelo usuario, S_{ele} é o sensor de pressão a nível de elemento obtido como uma média dos valores nodais S_i . Os valores de S_i são as componentes do seguinte vetor global ensamblado

$$S_i = \sum_{ele} \frac{|(\mathbf{M} - \mathbf{M}_L)_{ele} \mathbf{p}|_i}{\left[|\mathbf{M} - \mathbf{M}_L|_{ele} \mathbf{p} \right]_i} \quad (14)$$

onde \mathbf{p} é o vetor de pressão de um elemento específico e \mathbf{M} é a matriz de massa consistente a nível de elemento. O valor do coeficiente CAF deve ser ajustado cuidadosamente, já que um excesso de viscosidade artificial interfere na viscosidade física.

2.5 Refinamento adaptativo para malhas não estruturadas

A precisão de um esquema numérico pode aumentar notavelmente quando os elementos da malha são refinados na região onde acontecem fortes gradientes na solução. Também, outra vantagem que pode ocorrer é o aumento da eficiência computacional quando se compara a solução da malha adaptada com uma malha refinada sem uma estratégia de adaptação automática de malhas. Em definitiva, o objetivo final do processo de adaptação de malhas é prever as características da malha ótima. Esta pode ser definida como a malha na qual o número de graus de liberdade requeridos para atingir um nível específico de erro é mínimo.

Os fenômenos físicos locais do escoamento são determinados com os indicadores de erro. Neste trabalho, os simples indicadores de erro levam em consideração a mudança de direção de velocidade, os gradientes de velocidade, os gradientes de pressão e os gradientes de temperatura. O critério de adaptação está fundamentado estatisticamente no desvio padrão de distribuições normais. O processo de adaptação está baseado no método de refinamento h . Detalhes dos indicadores de erro, adaptação de malha e processo de refinamento podem ser encontrados em Popiolek e Awruch (2006).

O esquema de adaptação foi validado com relação a vários resultados experimentais e analíticos tanto para escoamentos incompressíveis e compressíveis (Popiolek and Awruch, 2006; Bono, Popiolek and Awruch, 2007; Bono, 2008).

3 GEOMETRIA DO MODELO, MALHAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

O modelo é assimétrico e consiste em um cilindro com uma ponta hemisférica, um cone com um ângulo de 30 graus e uma cola cilíndrica. O sistema de coordenadas empregado e as dimensões do modelo são dados na Figura 1.

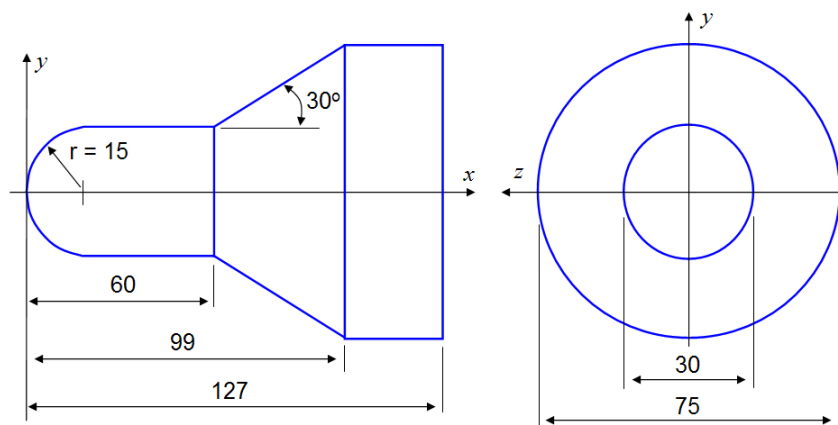


Figura 1: Geometria e dimensões do modelo

Os resultados experimentais de Houtman et al. (1995) apresentam a distribuição de pressão sobre a configuração para números de Mach variando entre 2,95 e 4,04 e ângulos de ataque até 20°. Neste trabalho, foram modelados os casos no qual o escoamento tem um número de Mach igual a $M_\infty = 2,95$ e 4,04 e ângulo de ataque de 10° e 20°. Na Tabela 1, apresentam-se a identificação de cada exemplo segundo o número de Mach e ângulo de ataque. Vale ressaltar que os exemplos resolvidos com as equações de Euler identificam-se como “eu”.

Para a análise do problema, considera-se a metade da geometria, devido ao escoamento ser simétrico. Mostra-se na Figura 2, o domínio empregado para todos os exemplos estudados. Os casos analisados foram modelados considerando um escoamento não-viscoso. As condições

de contorno são dadas por: condição da corrente-livre $V_\infty = (M_\infty \cos \alpha; M_\infty \sin \alpha; 0)$, $\rho_\infty = 1,0$, $e_\infty = 6,13695$ ($M_\infty = 2,95$) ou $9,9465$ ($M_\infty = 4,04$) e $p_\infty = 0,71428$ e foram aplicadas no plano definidos pelas arestas $ABCD$. No plano $ABCHGFE$, colocam-se condições de simetria e no plano $DEIH$ as condições de contorno são livres. Finalmente, sobre a superfície do corpo prescreve-se a condição de velocidade normal nula ($\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} = 0$) e como condições iniciais, adotam-se os valores da corrente-livre e aplicam-se em todos os nós do domínio.

	$\alpha = 10^\circ$	$\alpha = 20^\circ$
$M = 2,95$	11	12
$M = 4,04$	21	22

Tabela 1: Identificação de cada simulação segundo o número de Mach e ângulo de ataque.

Para a resolução dos problemas, empregam-se uma malha estruturada de hexaedros (M1) e não estruturadas de tetraedros (M), conjuntamente com o esquema de adaptação de malhas. O valor empregado para o coeficiente de amortecimento fictício (CAF) foi 0,9 e o valor do coeficiente de segurança usado foi $CS = 0,1$.

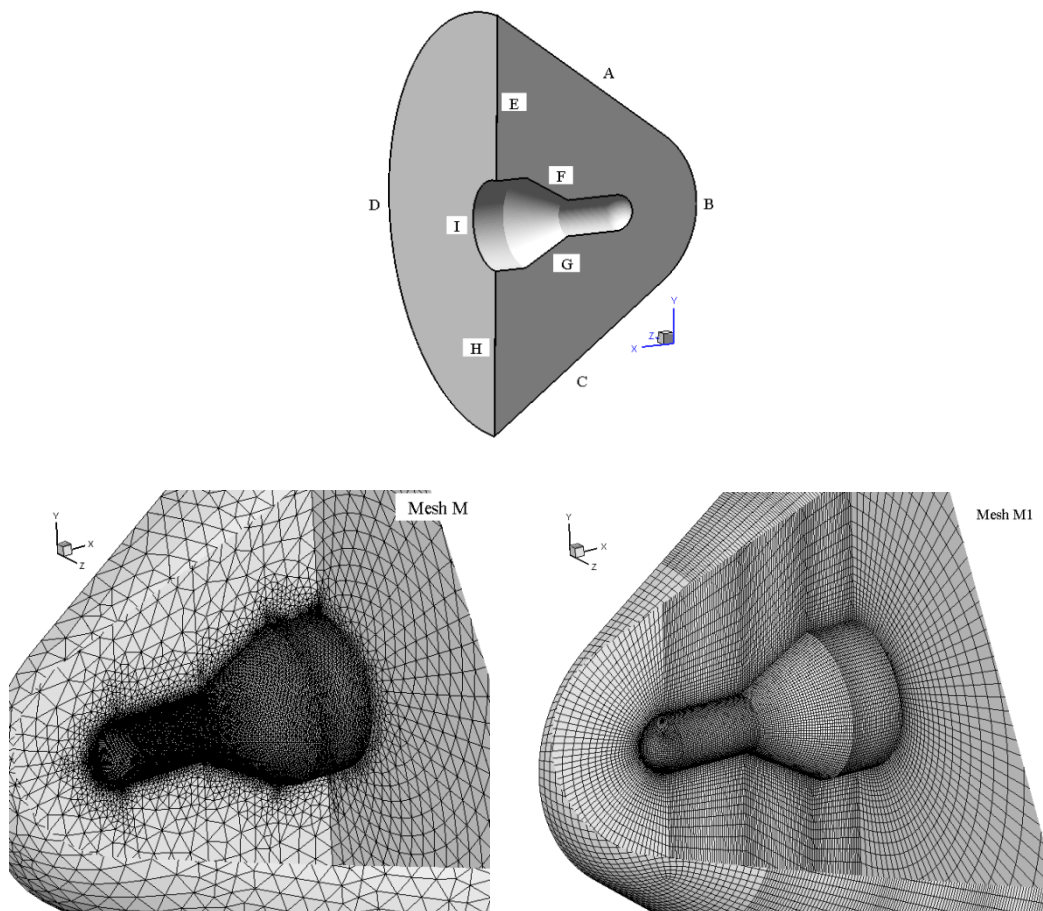


Figura 2: Domínio e malhas empregadas para a simulação numérica

Para as malhas de tetraedros, emprega-se o esquema de adaptação de malhas com os

seguintes indicadores: de mudança de direção da velocidade, de gradientes de velocidade, de pressão e de energia interna. O primeiro nível de refinamento é identificado como R1. Na Figura 2, são mostradas as malhas de hexaedros e tetraedros empregadas nas simulações.

Na Tabela 2, mostram-se para cada exemplo sua identificação, o número de nós (*nno*), o número de elementos (*nele*), o número de nós sobre o contorno sólido (*nnoCS*), o incremento de tempo (Δt), o coeficiente de sustentação (CL) e de arrasto (CD). Para os coeficientes aerodinâmicos adotam-se como superfície de referência a área frontal do modelo.

	Caso	<i>nno</i>	<i>nele</i>	<i>nnoCS</i>	Δt	CL	CD
malha tetraedro	M	39212	194111	9671	-	-	-
	MR1eu11	147374	808625	16238	$2,0 \times 10^{-3}$	0,2174	0,8112
	MR1eu21	146833	804129	16718	$2,0 \times 10^{-3}$	0,3678	0,9493
	MR1eu12	154556	848237	17482	$1,0 \times 10^{-3}$	0,2530	0,6967
	MR1eu22	149597	819625	17088	$1,0 \times 10^{-3}$	0,4105	0,8927
malha hexaedro	M1eu11	211146	198750	8121	$6,0 \times 10^{-3}$	0,1849	0,7492
	M1eu21	211146	198750	8121	$6,0 \times 10^{-3}$	0,3642	0,9162
	M1eu12	211146	198750	8121	$5,0 \times 10^{-3}$	0,2115	0,6229
	M1eu22	211146	198750	8121	$5,0 \times 10^{-3}$	0,3881	0,8438

Tabela 2: Dados das malhas e principais parâmetros.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em uma primeira etapa, estuda-se a configuração para um escoamento não-viscoso e validam-se os resultados obtidos com os valores experimentais apresentados por Houtman et al. (1995). Posteriormente, são apresentados alguns resultados obtidos em um escoamento viscoso. Assume-se que o escoamento tem uma relação de calor específico igual a 1,40.

4.1 Casos não viscosos

Para o estudo da configuração foram empregadas as malhas de tetraedros e hexaedros, sendo que no caso de malhas não estruturadas se faz um nível de refinamento com a técnica de adaptação de malhas. Na Figura 3, mostra-se a distribuição do coeficiente de pressão no plano de simetria x - y para as malhas iniciais e finais de tetraedros para os casos de $M = 2,95/\alpha = 10^\circ$ e $M = 4,04/\alpha = 20^\circ$. Nas figuras observa-se que a técnica de adaptação de malha melhora notavelmente os resultados, tanto nas regiões com ondas de choque quanto nas com leques de expansão. Devido a este fato, serão apresentados neste trabalho somente os resultados obtidos com um nível de refinamento.

A distribuição de massa específica para as diferentes combinações de número de Mach e ângulo de ataque são mostradas nas Figuras 4 e 5 para as malhas de tetraedros (MR1eu11, MR1eu21, MR1eu12 e MR1eu22) e hexaedros (M1eu11, M1eu21, M1eu12 e M1eu22).

Apesar de a geometria ser simples o escoamento é complexo devido às diferentes interações que acontecem. Pode-se observar que quando se incrementa o número de Mach mantendo fixo o ângulo de ataque, se produz um aumento nos valores da massa específica na região de estagnação e na região inferior do cone onde acontece a interação onda de choque-onda de choque. Observa-se que quando o ângulo de ataque é máximo, na região inferior do cone o máximo valor da massa específica resulta da mesma ordem que no ponto de estagnação. A região de interação CC desloca-se para valores de x inferiores na medida em que aumenta o número de Mach e o ângulo de ataque.

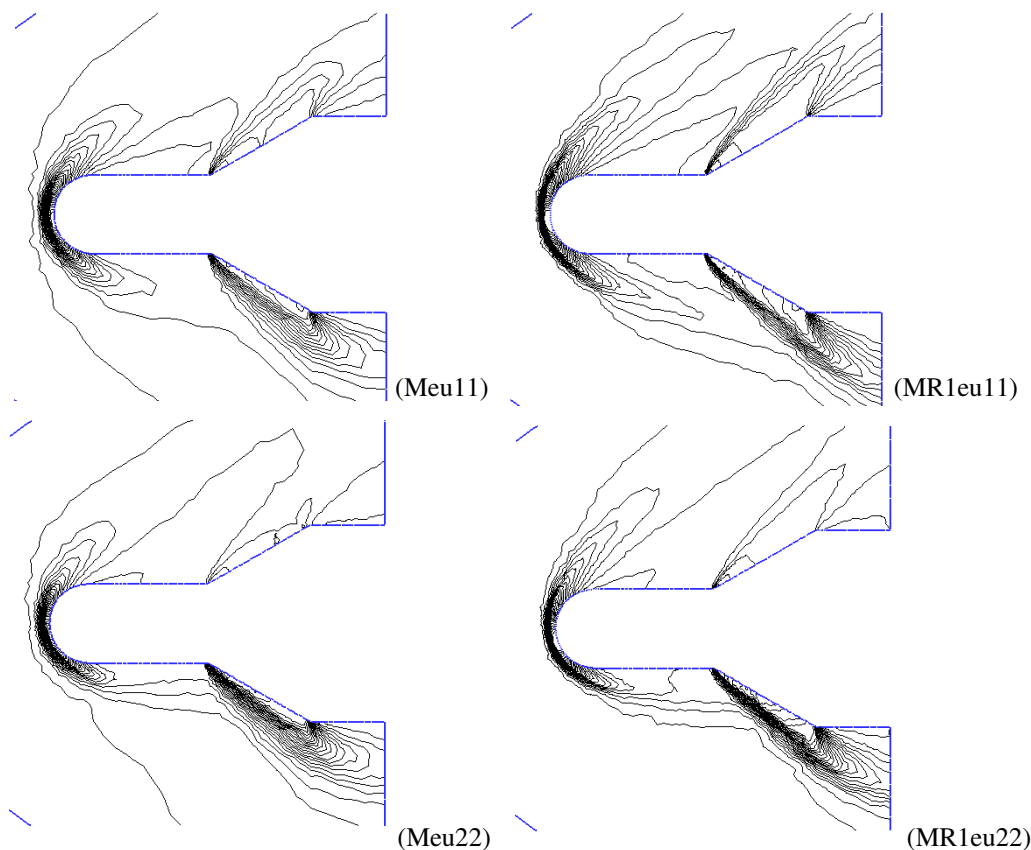


Figura 3: Distribuição do coeficiente de pressão no plano de simetria x - y para as malhas de tetraedros iniciais (Meu11, Meu22) e finais (MR1eu11, MR1eu22). $C_{p_{\min}} = -0,05$; $C_{p_{\max}} = 1,60$

Com relação ao escoamento pode-se observar que em ambas as figuras existem uma ótima concordância entre os resultados obtidos com as malhas de tetraedros com um nível de refinamento e hexaedros. Basicamente a topologia do escoamento não viscoso sobre a configuração estudada apresenta: na parte frontal da configuração observa-se a formação de uma onda de choque de forte intensidade a qual interage com a onda de choque que se forma na parte inferior da configuração. Inicialmente, na parte superior observa-se a expansão do escoamento (redução da massa específica), depois na região de interseção cilindro-cone temos a formação de uma onda de choque a qual é inexistente nos resultados experimentais e finalmente, a expansão do escoamento na região de interseção cone-cilindro.

Na parte inferior inicialmente pode-se observar uma leve expansão do escoamento e depois a formação de uma onda de choque intensa na região de interseção cilindro-cone. Finalmente, na região cone-cilindro observa-se uma expansão do escoamento.

Para determinar os valores das relações ρ_2/ρ_1 e p_{02}/p_1 no ponto de estagnação podem-se empregar as expressões analíticas do choque normal (Anderson, 1991). Na Tabela 3, mostram-se os valores obtidos no ponto de estagnação em forma analítica e numérica (malha de hexaedros). Observa-se que a concordância entre os valores é muito boa, existindo um erro porcentual entre os valores numéricos e analíticos de aproximadamente 1,8 a 4,5 %.

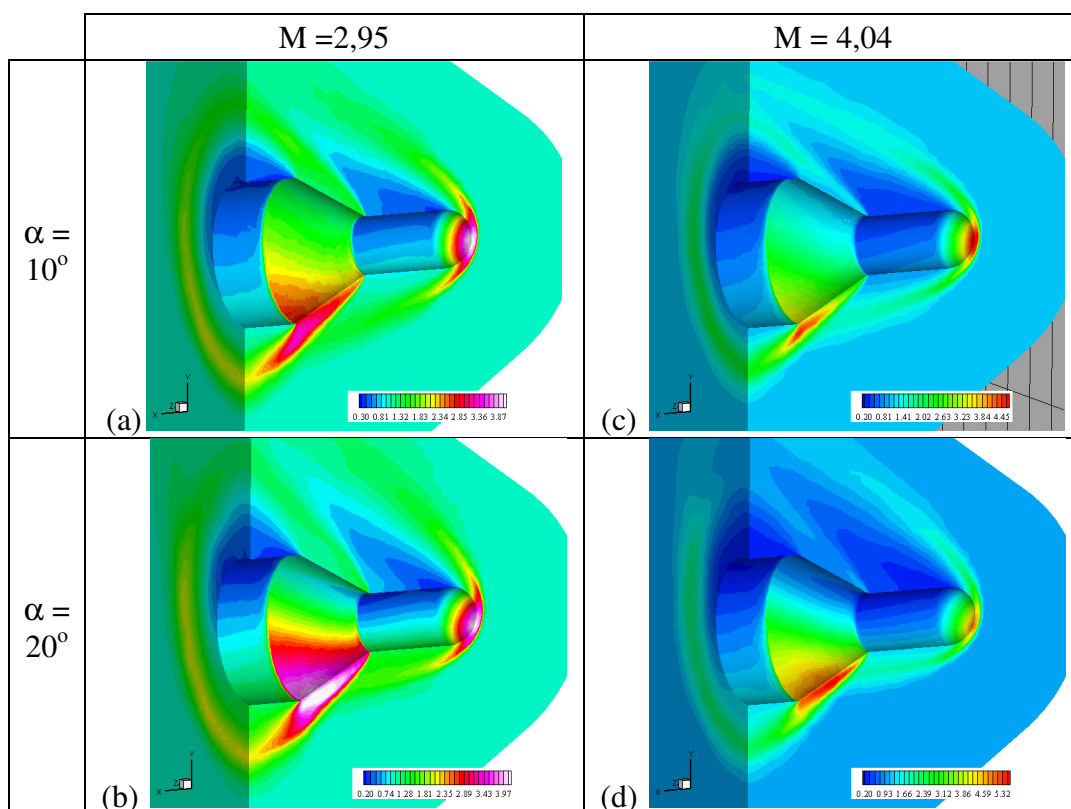


Figura 4: Distribuição de massa específica para a malha de tetraedros. Casos: (a) MR1eu11, (b) MR1eu21, (c) MR1eu12 e (d) MR1eu22

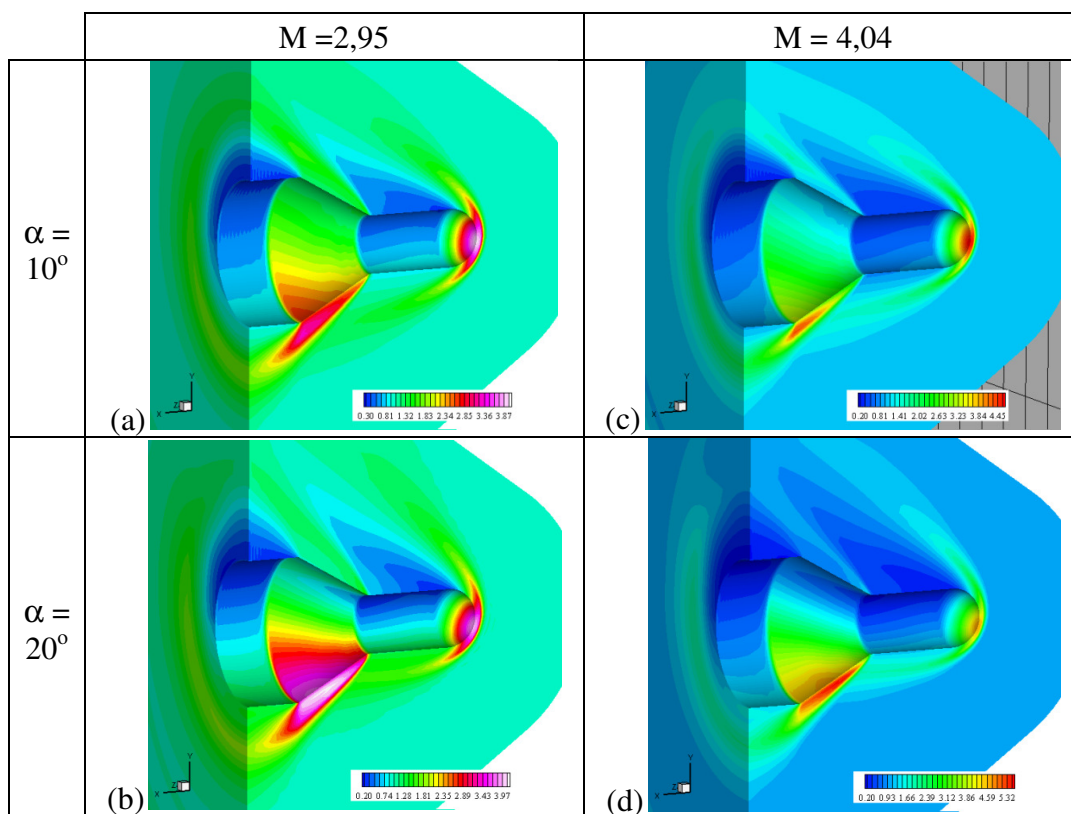


Figura 5: Distribuição de massa específica para a malha de hexaedros. Casos: (a) M1eu11, (b) M1eu21, (c) M1eu12 e (d) M1eu22

Mach	Método	Caso	ρ_2/ρ_1	p_{02}/p_1
2,95	Analítico	-	3,811	11,68
	Numérico	M1eu11	3,991	11,36
		M1eu21	3,952	11,21
4,04	Analítico	-	4,592	21,48
	Numérico	M1eu12	4,680	20,63
		M1eu22	4,703	20,91

Tabela 3: Comparação entre os resultados analíticos e numéricos para as relações ρ_2/ρ_1 e p_{02}/p_1 .

Na Figura 6, mostra-se a distribuição do coeficiente de pressão no plano de simetria x - y para as malhas de tetraedros (na esquerda) e hexaedros (na direita) nas diferentes combinações de número de Mach e ângulo de ataque. Tal como havia acontecido na distribuição de massa específica, para a distribuição de C_p observa-se uma ótima concordância entre os resultados obtidos com as malha não estrutura (tetraedros) e estruturada (hexaedros). Como era esperado o máximo pico de pressão está no ponto de estagnação, porém a interação CC incrementa o valor da pressão na parte inferior do cone.

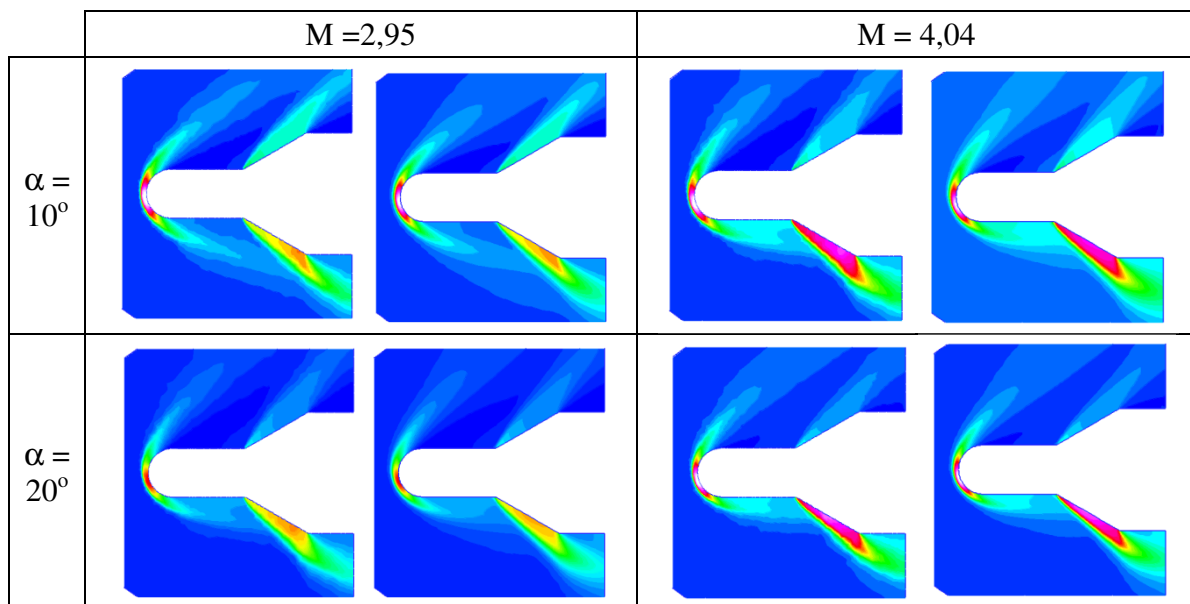


Figura 6: Distribuição do coeficiente de pressão no plano de simetria x - y para as malhas de tetraedros e hexaedros. $C_{p_{\min}} = -0,05$ (azul); $C_{p_{\max}} = 1,60$ (branco)

Uma comparação entre os resultados numéricos (malha de hexaedros) e experimentais (Houtman et al., 1995) da relação de pressão (p/p_{inf}) na superfície do corpo no plano de simetria x - y é mostrada na Figura 7 para a matriz de testes numéricos. Observa-se que em termos gerais, os principais fenômenos do escoamento (onda de choque e expansão) são eficientemente capturados, tanto em sua intensidade como em sua posição. Entretanto, resulta impossível capturar os fenômenos que tem uma origem viscosa com as equações de Euler. Devido a isto, não é possível prever a separação da camada limite que acontecem no início do cilindro na região superior (leeward side) da configuração como também a recirculação que acontece na interseção cilindro-cone na região inferior (windward side).

Apesar da interação choque-choque ser um fenômeno não viscoso, não foram capturados os efeitos das interações tipo V e VI na região inferior do cone. Possivelmente, a onda de

choque débil e a onda de expansão resultantes da interação choque-choque não foram capturadas devido à dissipação numérica.

Na Figura 8, é mostrada a relação de pressão p/p_{inf} no plano de simetria $x-y$ para as malhas de tetraedros e hexaedros para as diferentes combinações de número de Mach e ângulo de ataque.

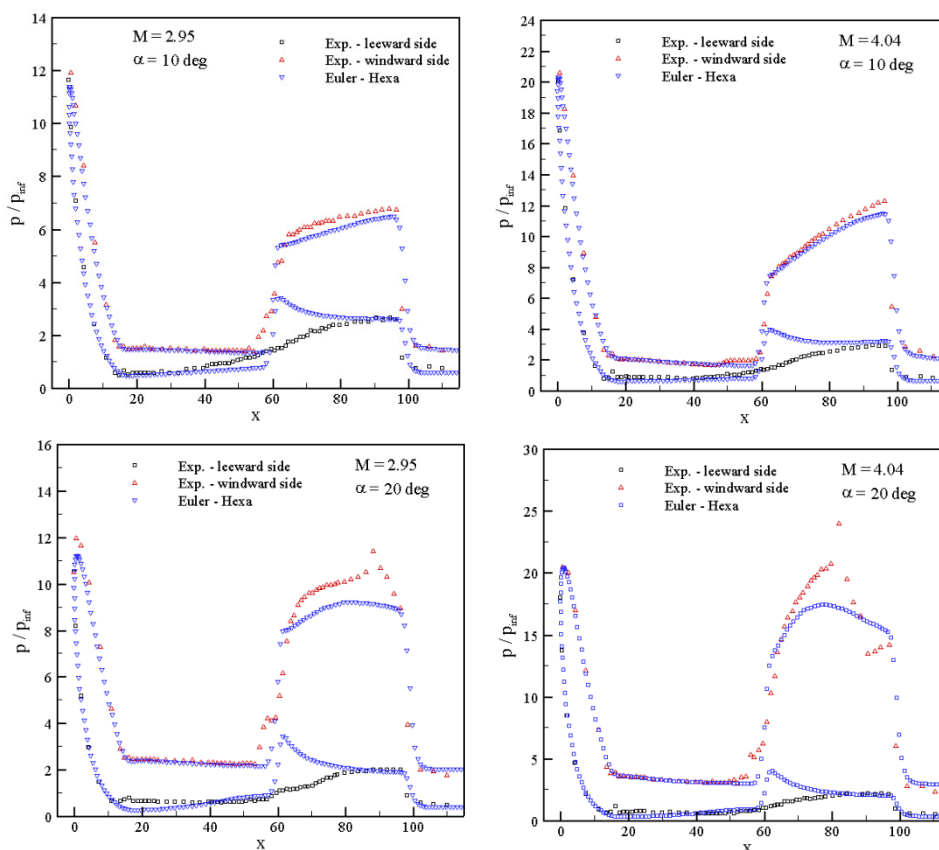


Figura 7: Distribuição da relação de pressão p/p_{inf} no caso experimental e numérico (malhas de hexaedros)

Observa-se que os resultados obtidos com as malhas não estruturadas e estruturadas apresentam uma leve diferença somente na região inferior do cone, nas outras regiões a coincidência é absoluta. Na região inferior do cone a malha de tetraedros superestima a relação p/p_{inf} no início do cone para os casos $M = 2.95$ ($\alpha = 10^\circ$ e 20°) e $M = 4.04$ ($\alpha = 10^\circ$).

A malha de tetraedros captura melhor os efeitos da interação choque-choque em comparação com a malha de hexaedros para o máximo ângulo de ataque. Pode-se observar o leve incremento na pressão em $x = 90$ ($M = 2.95$) e $x = 78$ ($M = 4.04$).

4.2 Casos viscosos

Neste trabalho foram apresentados os resultados obtidos no caso do problema de escoamentos não viscosos, porém a configuração também foi resolvida empregando as equações de Navier-Stokes.

Na Figura 9, mostra-se como a distribuição do número de Mach muda ao considerar os termos difusivos. Na figura comparam-se os resultados obtidos empregando as equações de Euler e de Navier-Stokes para o caso de $M = 2.95$ e $\alpha = 20^\circ$. Desconsiderando a condição de não deslizamento para Navier-Stokes, praticamente não existe diferença entre a distribuição do número de Mach para o caso não viscoso e viscoso na região inferior do corpo. Entretanto,

na região superior a discrepância é total, devido à separação da camada limite.

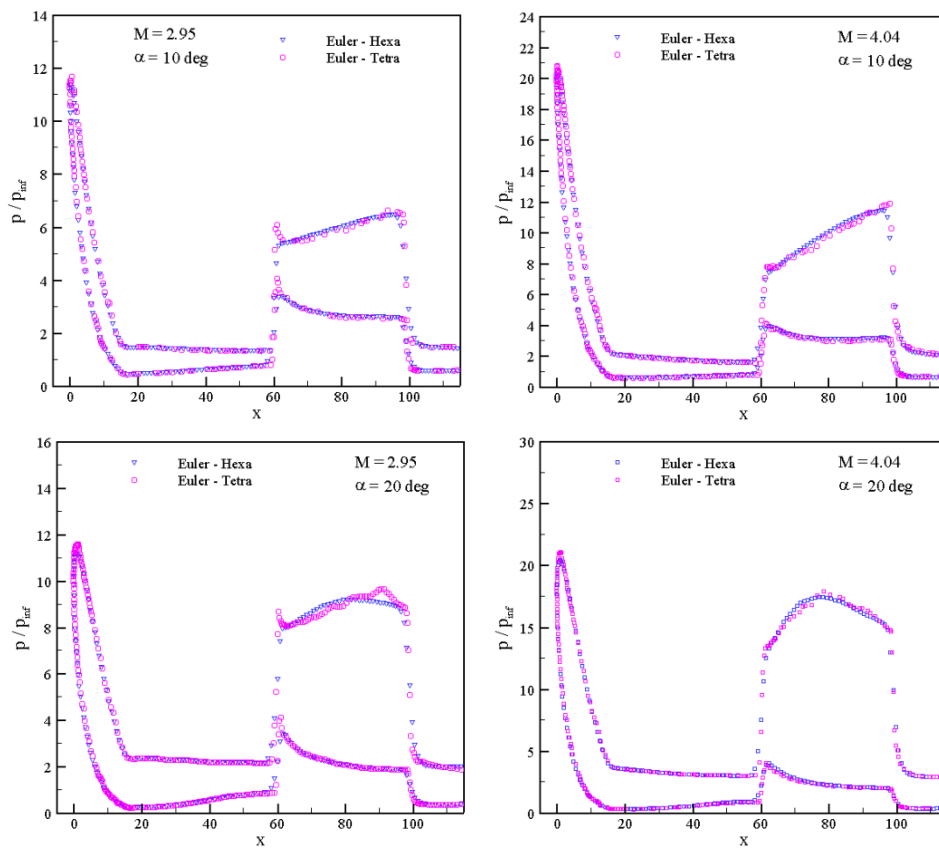


Figura 8: Distribuição da relação de pressão p/p_{inf} para as malhas de tetraedros e hexaedros

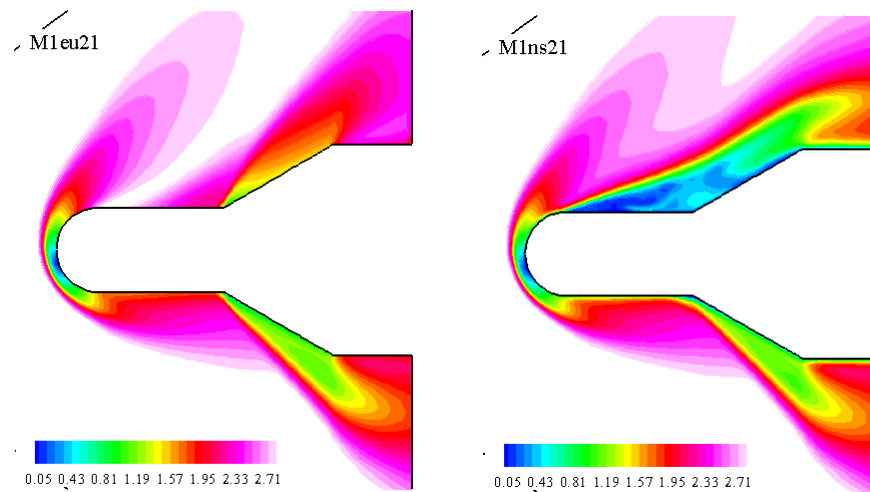


Figura 9: Distribuição do número de Mach obtida com as equações de Euler (M1eu21) e de Navier-Stokes (M1ns21)

As linhas de corrente para os exemplos mostrados acima são apresentadas na Figura 10. A recirculação na parte superior da região de interseção cilindro-cone fica evidente na malha M1ns21.

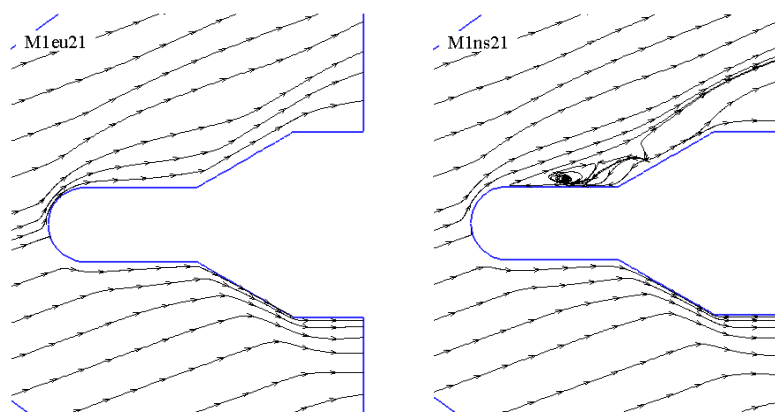


Figura 10: Linhas de corrente obtidas com as equações de Euler (M1eu21) e de Navier-Stokes (M1ns21)

5 CONCLUSÃO

A simulação numérica da interação onda de choque/onda de choque (CC) sobre uma configuração tridimensional foi estudada com um esquema explícito de Taylor-Galerkin de um passo no contexto de malhas não estruturadas e estruturadas. Os resultados numéricos apresentam uma boa concordância com relação aos resultados experimentais, entretanto, não foi possível capturar totalmente os picos de pressão originados da interação CC. Um maior refinamento da malha na região inferior do cone, conjuntamente com uma redução da viscosidade artificial, possibilitaria a captura eficiente dos principais fenômenos da interação CC.

Do estudo numérico, conclui-se que a intensidade dos fenômenos da interação CC aumenta na medida em que cresce o número de Mach e ângulo de ataque. Também se observou que a região de interação se move segundo seja a combinação $M - \alpha$. Estas informações são muito importantes para o dimensionamento do sistema estrutural e de proteção térmica.

As malhas de hexaedros apresentam um melhor rendimento no tempo de processamento em comparação com as malhas de tetraedros e um nível de refinamento, aproximadamente 35 % menos de tempo de CPU. No que se refere ao consumo de memória a diferença entre as malhas de hexaedros e de tetraedros com um refinamento é praticamente nula.

Em função dos resultados obtidos, futuros trabalhos verificarão se um maior refinamento da malha captura eficientemente a interação CC e qual é a influência que tem a viscosidade artificial. Também se simulará e analisará a configuração em um escoamento viscoso para diferentes números de Mach e ângulos de ataque. Alguns resultados preliminares foram mostrados no item 4.2.

REFERÊNCIAS

- Adamson, J. e Messiter, A., Analysis of two-dimensional interactions between shock waves and boundary layers. *Annual Review of Fluids Mechanics*, 12:103–138, 1980.
- Anderson, J.D., *Fundamentals of aerodynamics*. McGraw Hill, 1991.
- Argyris, J., Doltsinis, I.S. e Friz, H., Study on computational reentry aerodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 81:257–289, 1990.
- Bono, G., Popiolek, T.L. e Awruch, A.M., Estrategia de Adaptación de Mallas para Problemas Aeroespaciales y Aeronáuticos, *Mecánica Computacional*, 26, 3117-3133, 2007.
- Bono, G., *Simulação Numérica de Escoamentos em Diferentes Regimes utilizando o Método dos Elementos Finitos*, Teses de doutorado, PROMEC, UFRGS, Brazil, 2008.
- Crawford, D.H., *Shock interference heat transfer to tank configurations mated to a straight-*

- wing space shuttle orbiter at Mach number 10.3, TN D-8203, Langley Research Center Edwards, NASA, 1976.
- Délery, J.M., Shock phenomena in high speed aerodynamics: still a source of major concern. *The Aeronautical Journal*, 103:19–34, 1999.
- Donea, J., A Taylor-Galerkin for convective transport problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20:101–119, 1984.
- Dolling, D.S., Fifty years of shock-wave/boundary-layers interaction research: what next?. *AIAA Journal*, 39(8):1517–1531, 2001.
- Druguet, M.C., Candler, G.V. e Nompelis, I., Effect of numerics on Navier-Stokes computations of hypersonic double-cone flows. *AIAA Journal*, 43(3):616–623, 2005.
- Edney, B.E., Effects of shock impingement on the heat transfer around blunt body. *AIAA Journal*, 6(1):15–21, 1968.
- Edwards, J.R., Numerical simulations of shock/boundary layer interactions using time-dependent modeling technique: A survey of recent results. *Progress in Aerospace Sciences*, 44:447–465, 2008.
- Goldman, R.L., Morkovin, M.V. e Schumacher, R.N., Unsteady control surface loads of lifting re-entry vehicles at very high speeds. *AIAA Journal*, 6(1):44–50, 1968.
- Hakkinen, R.J., Greber, I., Trilling, L. e Abarbanel, S.S., *The interaction of an oblique shock wave with a laminar boundary layer*, Memo 2-18-59W, Massachusetts Institute of Technology, NASA, 1959.
- Houtman, E.M., Bannink, W.J. e Timmerman, B.H., *Experimental and computational study of a blunt-cylinder-flare model in high-supersonic flow*, report LR-796, Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, 1995.
- Hughes, T.J.R. e Tezduyar, T.E., Finite element methods for first-order hyperbolic systems with particular emphasis on the compressible Euler equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 45:217–284, 1984.
- Keyes, J.W. e Hains, F.D., *Analytical and experimental studies of shock interference heating in hypersonic flows*, TN D-7139, Langley Research Center, NASA, 1973.
- Knight, D., Yan, H., Panaras, A.G. e Zheltovodov, A., Advances in CFD prediction of shock wave turbulent boundary layer interactions. *Progress in Aerospace Sciences*, 39(2-3):121–184, 2003.
- Löhner, R. *Applied CFD Techniques. An Introduction based on Finite Element Methods*. John Wiley & Sons Ltd., England, 2001.
- Nithiarasu, P., Zienkiewicz, O.C., Satya Sai, B.V.K., Morgan, K., Codina, R., Vázquez, M., Shock Capturing Viscosities for the General Fluid Mechanics Algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 28:1325-1353, 1998.
- Olejniczak, J., Wright, M.J. e Candler, G.V., Numerical study of inviscid shock interactions on double-wedge geometries. *Journal of Fluids Mechanics*, 352:1–25, 1997.
- Popiolek, T.L. e Awruch, A.M., Numerical Simulation of Incompressible Flows using Adaptive Unstructured Meshes and the Pseudo-compressibility Hypothesis. *Advances in Engineering Software*, 37: 260-274, 2006.
- Settles, G.S. e Dodson, L.J., Supersonic and hypersonic shock/boundary-layer interaction database. *AIAA Journal*, 32(7):1377–1383, 1994.
- Watts, J.D., *Flight experience with shock impingement and interference heating on the X-15-2 research airplane*, TM X-1669, Flight Research Center Edwards, NASA, 1968.
- Wu, M. e Martin, M.P., *Analysis of shock motion in STBLI induced by a compression ramp configuration using DNS data*, paper 2007-1136, 45th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, Reno, AIAA, 2007.