

ESTUDIO COMPARATIVO DE DOS FORMULACIONES DE ELEMENTOS FINITOS EN LA MODELIZACIÓN DE LA ESTRICCIÓN EN PROBETAS RECTANGULARES DE METALES TIPO J2

Claudio A. Careglio^{a,b}, Diego J. Celentano^c, Carlos G. García Garino^{a,b} y Anibal E. Mirasso^{a,b}

^aLAPIC, ITIC, Instituto Tecnológico Universitario & Universidad Nacional de Cuyo, Casilla de Correo 947, 5500 Mendoza, Argentina, ccareglio@uncu.edu.ar, cgarcia@itu.uncu.edu.ar, aemirasso@uncu.edu.ar

^bFacultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Campus Universitario, Parque General San Martín, 5500 Mendoza, Argentina

^cDepartamento de Ingeniería Mecánica y Metalúrgica, Pontificia Universidad Católica de Chile, PUC. Av. Vicuña Mackenna 4680, Santiago, Chile, dcelentano@ing.puc.cl

Palabras Clave: Estricción, Ensayo de Tracción Simple, Plasticidad, Grandes Deformaciones.

Resumen. Las simulaciones computacionales cada vez cobran mayor importancia en el ámbito de la tecnología. En el caso particular de grandes deformaciones plásticas de metales es necesario contar con ecuaciones constitutivas adecuadas que permitan obtener resultados fiables a partir de las simulaciones. Una herramienta adecuada y relativamente económica para calibrar las ecuaciones antes mencionadas, en presencia de grandes deformaciones en metales dúctiles, es el ensayo de tracción simple.

El presente trabajo es una extensión de trabajos anteriores realizados por los autores. Se comparan y discuten los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas del mencionado ensayo. Se analiza el caso tridimensional de probetas rectangulares de metal tipo J2 empleando la misma discretización espacial y dos formulaciones diferentes de elementos finitos. La primera de ellas emplea una formulación Lagrangiana Actualizada mientras que la segunda utiliza una formulación Lagrangiana Total. En particular, se comparan los cambios geométricos en la forma de la sección transversal al eje longitudinal de la probeta en la zona donde ocurre la estricción. Además se comparan las distribuciones de deformación plástica efectiva, tensión efectiva; tensión en dirección longitudinal y en dirección transversal en la zona antes mencionada.

1 INTRODUCCIÓN

En la actualidad son numerosas las aplicaciones tecnológicas en las que resulta de utilidad la modelación computacional con el método de elementos finitos. Particularmente en problemas de conformados de metales, de impacto, de comportamiento de dispositivos de disipación de energía, etc. es necesario considerar formulaciones con grandes deformaciones y elastoplasticidad. Una de las exigencias de este tipo de modelos de elementos finitos es que se deben calibrar las ecuaciones constitutivas utilizadas con resultados experimentales. A tal fin, el ensayo de tracción simple es uno de los medios más apropiados en la práctica para caracterizar la respuesta mecánica de los metales en régimen de grandes deformaciones.

El ensayo de tracción simple tiene una primera fase con deformaciones pequeñas o moderadas, la carga es creciente y el comportamiento del material prácticamente lineal. En una segunda fase las deformaciones aumentan, con poco cambio de la carga. Finalmente, luego del máximo de carga, las deformaciones se concentran en una zona en donde se observan grandes cambios geométricos que dan lugar a la formación de la estricción en la probeta. La zona de la estricción presenta grandes deformaciones plásticas y un estado de tensiones triaxial. Estas características son las que permiten ajustar los parámetros de las ecuaciones constitutivas utilizadas en los modelos numéricos.

Son numerosos los trabajos en la bibliografía dedicados a describir, analizar y simular el ensayo de tracción simple en metales; entre las contribuciones más importantes se puede citar la de Norris et al. (1978) quien ensayó y simuló numéricamente probetas de acero y la de Goicolea (1985) que ensayó y estudió computacionalmente probetas de aluminio. Por otra parte, desde el punto de vista analítico, Bridgman (1944) y Davidenkov y Spiridonova (1946) han propuesto algunas fórmulas para describir las relaciones entre las tensiones en el cuello de la estricción y la tensión de fluencia. En el contexto de la Mecánica Computacional, los primeros resultados se deben a Wilkins (1968), Chen (1971), Needleman (1972), Norris et al. (1978) y Goicolea (1985). Posteriormente el ensayo ha sido modelado en el contexto de formulaciones modernas de la plasticidad basadas tanto en modelos hipoeelásticos como hiperelásticos con descomposición multiplicativa del gradiente de deformaciones (Hallquist, 1982; Simó, 1988b; García Garino, 1993; Simó y Armero, 1993; Ponthot, 1994; Goicolea et al., 1996; García Garino et al., 1996).

Recientemente Cabezas y Celentano (2004) han presentado los resultados experimentales y numéricos del ensayo de tracción de probetas rectangulares de acero, utilizando una formulación Lagrangiana Total. Por otra parte, Careglio et. al (2008) han simulado el ensayo para probetas cilíndricas de aluminio y rectangulares de acero empleando una formulación Lagrangiana Actualizada. En ambos casos se ha empleado un modelo elastoplástico asociado de von Mises y ley de endurecimiento no lineal.

Se plantea aquí la comparación de resultados de la modelación con elementos finitos hexaédricos del ensayo de tracción en probetas rectangulares de acero, obtenidos con las formulaciones Lagrangiana Total (Cabezas y Celentano (2004)) y Lagrangiana Actualizada (García Garino, 1993; Careglio et. al, 2005). Dado que las formulaciones ya han sido presentadas en trabajos anteriores, son descriptas aquí brevemente. Se emplea la misma malla de elementos finitos y parámetros de material. Se comparan resultados globales como carga deformación verdadera, y también se presentan resultados locales como los cambios geométricos en la sección del cuello de la estricción. En la misma zona, se comparan las distribuciones de deformación plástica efectiva, tensión efectiva; tensión en dirección longitudinal y en dirección transversal. Finalmente se obtienen algunas conclusiones.

2 FORMULACIONES EMPLEADAS

Las simulaciones numéricas presentadas en este trabajo han sido realizadas con dos formulaciones diferentes de elementos finitos: una formulación Lagrangiana Actualizada y una formulación Lagrangiana Total. A continuación se resumen las características más importantes de las mismas.

2.1 Formulación Lagrangiana Actualizada

En este caso la formulación de elemento finito emplea un modelo constitutivo cuya cinemática se basa en la descomposición multiplicativa del tensor gradiente de la deformación F en sus componentes elástica F^e y plástica F^p (Lee, 1969; Simó, 1988a, b):

$$F = F^e \cdot F^p \quad (1)$$

La ley constitutiva se enmarca en el contexto de la termodinámica de los sólidos irreversibles mediante la función de energía libre ψ descompuesta en forma aditiva en una parte elástica ψ^e y otra plástica ψ^p :

$$\psi = \psi^e(e^e) + \psi^p(\zeta) \quad (2)$$

siendo e^e la parte elástica del tensor de deformaciones de Almansi e y ζ el conjunto de variables internas. El modelo constitutivo se basa en la descomposición aditiva del tensor e , obtenida a partir de la ecuación (1), en sus componentes elástica e^e y plástica e^p :

$$e = e^e + e^p \quad (3)$$

El tensor de tensiones de Cauchy puede ser obtenido a partir de ψ^e como:

$$\sigma = \frac{\partial \psi^e(e^e)}{\partial e^e} \quad (4)$$

siendo una relación tensión-deformación de tipo hiperelástica.

Cuando las deformaciones elásticas son pequeñas, como en el caso de los metales, es posible escribir la componente elástica de la función de energía libre como:

$$\psi^e = \frac{1}{2} \lambda \text{tr}^2(e^e) + \mu(e^e : e^e) \quad (5)$$

donde λ y μ son constantes del material.

A partir de las dos últimas expresiones es posible obtener el tensor de tensiones como:

$$\sigma = \lambda \text{tr}(e^e) \mathbf{1} + 2\mu e^e \quad (6)$$

La plasticidad se tiene en cuenta mediante una regla de flujo asociada con una función de fluencia de von Mises (Malvern, 1969).

Para integrar numéricamente el modelo constitutivo se emplea un algoritmo predictor-corrector (García Garino, 1993). El predictor elástico se resuelve mediante el tensor elástico de Finger:

$${}^{t+\Delta t}(\mathbf{b}^e)^{-1}|^{(pred.)} = \mathbf{f}^{-T} {}^t(\mathbf{b}^e)^{-1} \mathbf{f}^{-1} \quad (7)$$

donde $\mathbf{f} = \partial^{t+\Delta t} x / \partial^t x$ es el tensor gradiente de deformaciones incremental. El tensor elástico de Finger juega el papel de una variable interna en este modelo. El corrector plástico se calcula con un esquema de integración de Euler hacia atrás, resultando:

$${}^{t+\Delta t}(\mathbf{b}^e)^{-1} = {}^{t+\Delta t}(\mathbf{b}^e)^{-1}|^{(pred.)} + 2\gamma^{t+\Delta t} \mathbf{n} \quad (8)$$

donde el término corrector $\gamma^{t+\Delta t} \mathbf{n}$ se obtiene mediante el algoritmo de retorno radial (Simó, 1988a, b). A continuación se obtiene el tensor de deformaciones elásticas de Almansi:

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{e}^e = \frac{1}{2} \left[\mathbf{I} - {}^{t+\Delta t}(\mathbf{b}^e)^{-1} \right] \quad (9)$$

Luego, sustituyendo la (8) en esta última expresión se obtiene:

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{e}^e = \frac{1}{2} \left[\mathbf{I} - {}^{t+\Delta t}(\mathbf{b}^e)^{-1}|^{(pred.)} \right] - \gamma^{t+\Delta t} \mathbf{n} \quad (10)$$

y reemplazando la (10) en la (6) se obtiene la expresión del tensor de tensiones de Cauchy como:

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\sigma} &= \lambda \operatorname{tr}({}^{t+\Delta t} \mathbf{e}^e) \mathbf{I} + \mu \left[\mathbf{I} - {}^{t+\Delta t}(\mathbf{b}^e)^{-1}|^{(pred.)} \right] - 2\mu \gamma^{t+\Delta t} \mathbf{n} \\ &= {}^{t+\Delta t} \boldsymbol{\sigma}|^{(pred.)} - 2\mu \gamma^{t+\Delta t} \mathbf{n} \end{aligned} \quad (11)$$

Por último en este trabajo, para las simulaciones numéricas realizadas con la formulación Lagrangiana Actualizada, se ha empleado el elemento hexaedro lineal mixto con presión constante (H1/P0) el cual es la extensión al caso tridimensional del elemento mixto Q1/P0 propuesta por Nagtegaal et al. (1974).

2.2 Formulación Lagrangiana Total

El modelo constitutivo utilizado en este caso emplea una formulación basada en elastoplasticidad isotrópica con grandes deformaciones. Las variables internas y sus correspondientes ecuaciones son definidas dentro del contexto de la plasticidad asociada (Lubliner, 1990; Simó, 1995).

Las ecuaciones de evolución de las variables plásticas están dadas por:

$$L_v(\mathbf{e}^p) = \lambda \frac{\partial F}{\partial \tau} \quad (12)$$

$$\dot{\bar{e}}^p = \dot{\lambda} \quad (13)$$

siendo τ el tensor de tensiones Kirchhoff. Este tensor está dado por la relación entre J (el cual es el determinante del tensor gradiente de deformación F) y el tensor de tensiones de Cauchy σ como $\tau = J \sigma$. Además L_v representa la derivada de Lie (Marsden et. al, 1983), \bar{e}^p la deformación plástica efectiva, $\dot{\lambda}$ la tasa del parámetro de consistencia plástica calculado de acuerdo a los conceptos clásicos de la teoría de la plasticidad (Simó, 1995); y $F = (\sigma, \bar{e}^p)$ es la función de fluencia. En particular se adopta una función de fluencia de von Mises (Malvern, 1969).

La relación tensión-deformación (forma secante o hiperelástica para el tensor de tensiones de Cauchy) está dada por:

$$\sigma = \frac{1}{J} [C : (e - e^p)] + \tau_0 \quad (14)$$

donde C es el tensor constitutivo elástico isótropo, mientras que τ_0 es el tensor τ en la configuración inicial Ω_0 .

Como rasgo particular en el modelo de elemento finito, obtenido del modelo constitutivo, se emplea una matriz desplazamiento-deformación mejorada (Celentano, 2001). La misma es obtenida por linealización del tensor de deformación de Green-Lagrange y permite evitar los efectos de bloqueo volumétrico, en la solución numérica, cuando se presenta flujo plástico incompresible.

3 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS Y DATOS DEL MATERIAL

En este trabajo, en la simulación numérica del ensayo de tracción simple en presencia de grandes deformaciones, se emplea una probeta de sección rectangular. La misma se muestra esquemáticamente en la Figura 1, teniendo una longitud inicial $2l_0 = 50$ mm, un ancho inicial $2w_0 = 12,5$ mm y un espesor inicial $2t_0 = 6$ mm.

Debido a la simetría existente en la probeta, sólo se considera un octavo de la misma; este octavo es representado en gris oscuro en la Figura 1.

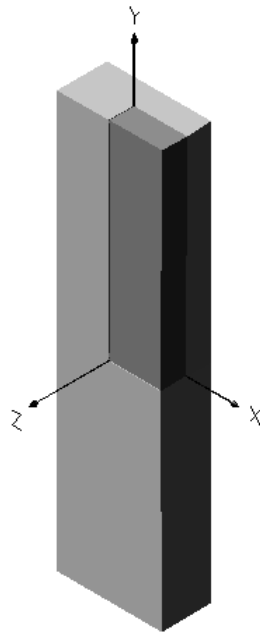


Figura 1: Croquis de la probeta

La discretización espacial mediante elementos finitos de la geometría anterior se muestra en la Figura 2. Esta malla estructurada consta de 3440 elementos hexaédricos en total y de 4266 nodos, y se refina en la sección central en la zona donde ocurre la estricción.

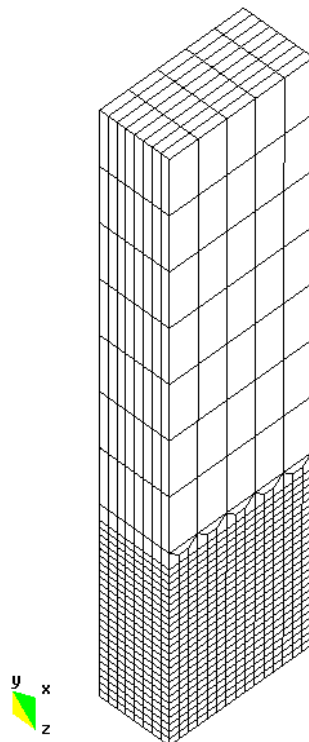


Figure 2: Malla de elementos finitos

Para asegurar la localización de la estricción en la zona central de la probeta se impone una

imperfección geométrica en forma de una variación lineal del ancho entre el extremo superior y la sección central de la misma. En la zona central de la probeta la reducción del ancho es de 1,376%.

Además se imponen condiciones de borde que permiten tener en cuenta la simetría existente en la probeta. En particular, se impiden los desplazamientos u_x en el plano yz (en la coordenada $X=0$), u_y en el plano xz (en la coordenada $Y=0$) y u_z en el plano xy ($Z=0$).

Para simular la tracción de la probeta se imponen desplazamientos u_y en el plano xz (en la coordenada $Z=25$) hasta alcanzar un valor máximo de 5 mm.

Por último, el material adoptado es acero SAE 1045 con un módulo elástico $E=222000\text{MPa}$ y módulo de Poisson $\nu=0,3$. La ley de endurecimiento isótropo utilizada es de tipo potencia y está dada por:

$$Y(\bar{\epsilon}^P) = A(b + \bar{\epsilon}^P)^n \quad (15)$$

siendo $A=1047,7\text{MPa}$ y $n=0,1206$ constantes del material, mientras que $b = 9,0506 \cdot 10^{-4}$ es un parámetro que se obtiene imponiendo en la ecuación (15) que el límite elástico inicial sea $Y_0=450\text{MPa}$.

4 COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Se comparan a continuación diferentes resultados característicos del ensayo de tracción de una probeta rectangular de acero obtenidos con las simulaciones numéricas, empleando la formulación Lagrangiana total y la formulación Lagrangiana Actualizada.

4.1 Evolución de la carga axial

En la Figura 3 se presentan las evoluciones de la carga de tracción P aplicada longitudinalmente en la probeta, en función de la deformación logarítmica en la zona del cuello obtenidas con ambas formulaciones. La deformación logarítmica o deformación verdadera es obtenida como el logaritmo natural del cociente entre el área inicial A_0 de la sección del cuello de la probeta; y el área A de la misma sección, correspondiente a cada valor de carga aplicado.

Se puede observar que ambas formulaciones describen curvas muy próximas entre sí, no habiendo diferencias significativas en todo el rango del ensayo. Así mismo se puede destacar que con ambas formulaciones se obtiene un comportamiento lineal para cargas inferiores a 33950 N que es la carga de fluencia inicial, presentando deformaciones verdaderas muy cercanas a cero. Para valores de carga superiores a 33950 N comienza a observarse un incremento de las deformaciones verdaderas con una relación marcadamente no lineal con la carga aplicada.

Para este parámetro global de comportamiento del ensayo de tracción, como lo es la relación carga aplicada en función de la deformación verdadera, se puede afirmar que ambas formulaciones tienen un comportamiento muy próximo.

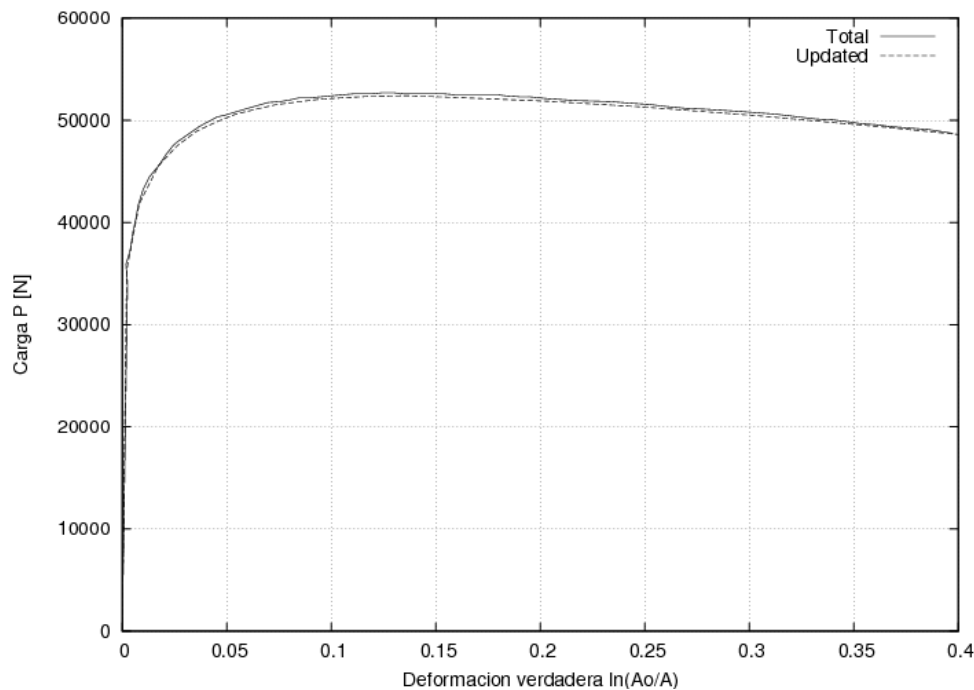


Figura 3: Carga axial aplicada en función de la deformación verdadera en el cuello

4.2 Evolución de la estricción

Como parámetros característicos del fenómeno de estricción es posible considerar la evolución de las dimensiones transversales de la sección de la probeta en la zona del cuello de la estricción. Se toma como sección característica de la estricción la sección correspondiente al plano de simetría $y=0$. El ancho inicial de la sección w_0 es la mayor dimensión de la sección transversal y es en la dirección coordenada X. El espesor inicial de la sección t_0 es la menor dimensión de la sección transversal y es en la dirección coordenada Z.

En la Figura 4 se presenta la evolución de la relación entre el ancho w de la sección transversal de la probeta en el cuello de la estricción y su ancho inicial w_0 , en función de la deformación ingenieril $(\Delta l/l_0)$. Se entiende como deformación ingenieril el cociente entre el alargamiento total de la probeta $(\Delta l=l-l_0)$ y la longitud inicial (l_0) . También se grafican los resultados obtenidos en forma experimental por Cabezas y Celentano (2004). Se puede observar que ambas formulaciones ajustan en general bien a los resultados experimentales. Hasta valores de deformación ingenieril de 0,11 el ajuste es excelente, mientras que para valores superiores a 0,11 el ajuste de ambas formulaciones es bueno respecto a los valores experimentales. Se puede destacar que ambas formulaciones deforman más que los valores registrados experimentalmente.

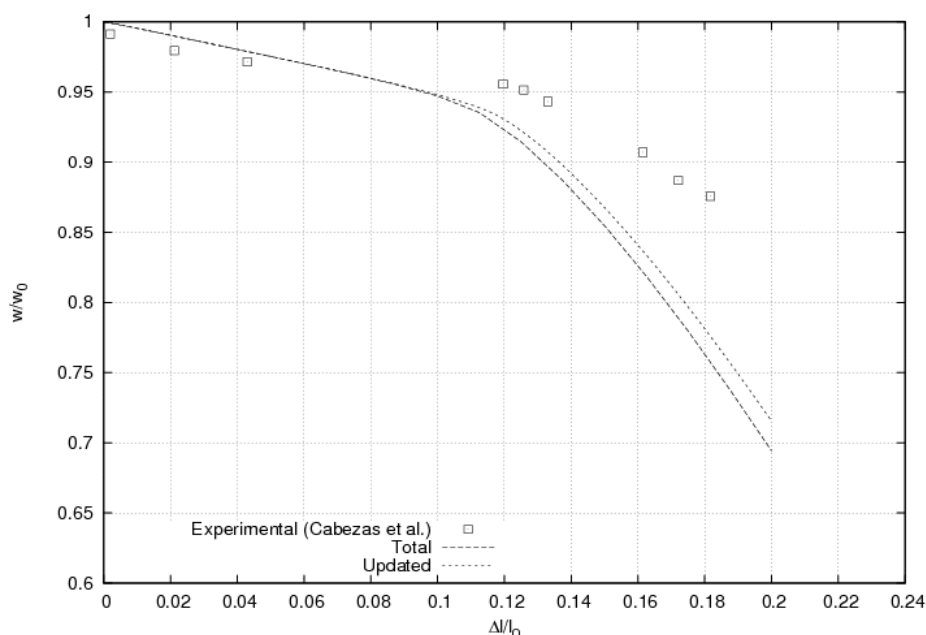


Figura 4: Relación w/w_0 en función de la deformación ingenieril

En la Figura 5 se presenta la evolución de la relación entre el espesor t de la sección transversal de la probeta en el cuello de la estricción y su espesor inicial t_0 , en función de la deformación ingenieril ($\Delta l/l_0$). También se grafican los resultados obtenidos en forma experimental por Cabezas y Celentano (2004). Se puede observar que ambas formulaciones ajustan en general bien a los resultados experimentales. Hasta valores de deformación ingenieril de 0,12 el ajuste es excelente, mientras que para valores superiores a 0,12 ambas formulaciones deforman más que los valores registrados experimentalmente. Se puede observar que la formulación Lagrangiana Total deforma ligeramente más que la Lagrangiana Actualizada.

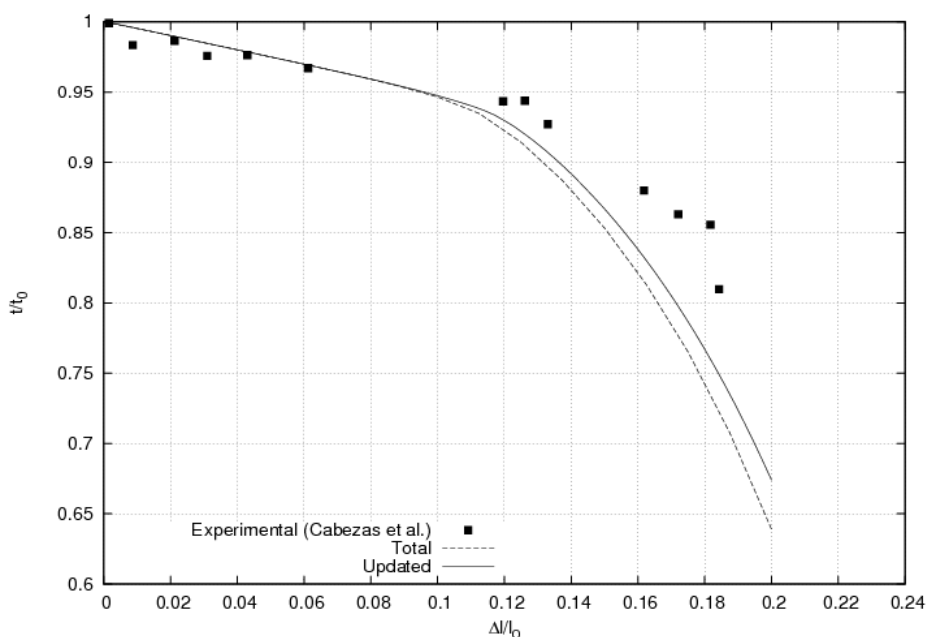


Figura 5: Relación t/t_0 en función de la deformación ingenieril

A partir de comparar las Figuras 4 y 5 para un mismo valor de deformación ingenieril superior a 0,12, se puede afirmar que la reducción de espesor es mayor que la reducción de ancho de la sección transversal de la probeta en relación con sus respectivos valores iniciales t_0 y w_0 . Es decir, que la menor dimensión de la sección transversal tiene mayor disminución de dimensión.

En la Figura 6 se muestran las configuraciones deformadas en la sección transversal central de la probeta donde se desarrolla la estricción (plano de simetría $y=0$) para las dos formulaciones, junto a la configuración original representada por los ejes coordenados de la mencionada figura. Estas configuraciones deformadas corresponden a un desplazamiento impuesto de $u_y=5\text{mm}$, es decir 0,20 de deformación ingenieril.

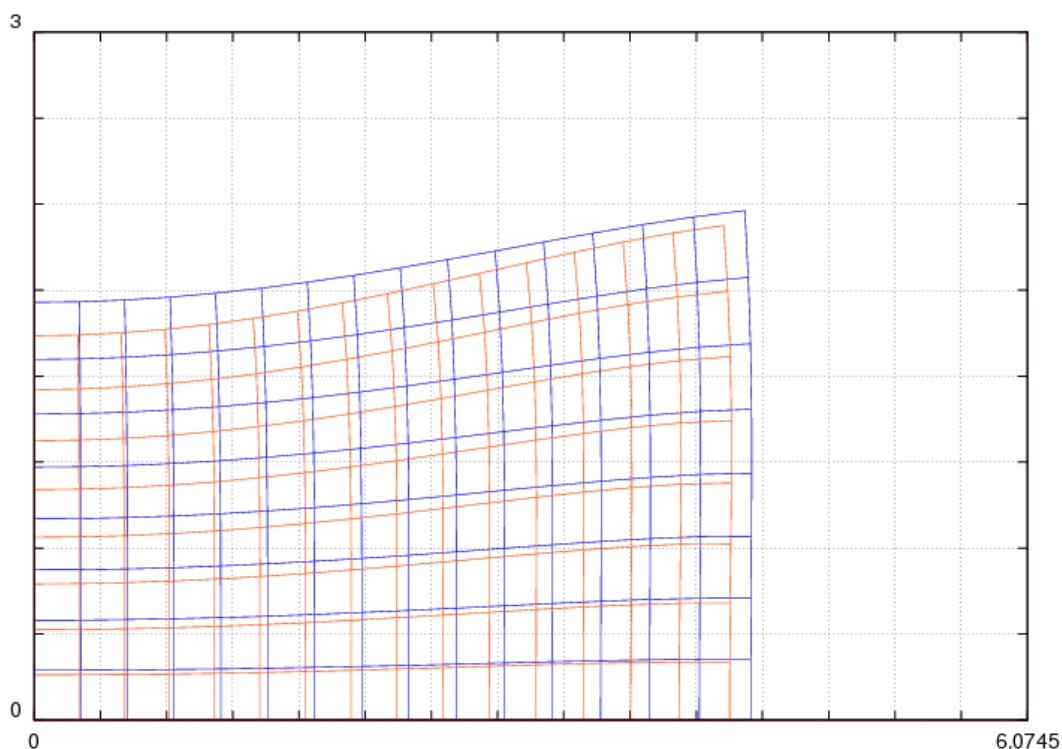


Figura 6: Configuraciones deformadas de la Estricción para el máximo de desplazamiento impuesto.

Puede observarse en la Figura 6 que con la formulación Lagrangiana Total se obtiene una estricción ligeramente mayor que con la formulación Lagrangiana Actualizada. Además, se pone en manifiesto que para ambas formulaciones la reducción del espesor t (dirección coordenada Z) es mayor que la reducción del ancho w (dirección coordenada X).

Es posible afirmar que ambas formulaciones representan muy bien la evolución de la estricción en la sección transversal de la probeta correspondiente al plano de simetría. Se debe destacar que la sección transversal en la estricción presenta mayor cambio geométrico en la dirección de menor dimensión.

4.3 Contornos de distribuciones de deformación plástica efectiva

En la Figura 7 se presentan los contornos de deformaciones plásticas efectivas para una deformación ingenieril de 0,20 obtenidos con ambas formulaciones presentados en las configuraciones deformadas. A la izquierda de la Figura 7 se puede observar la distribución de deformaciones plásticas efectivas obtenida con la formulación Lagrangiana Total, mientras

que a la derecha con la Lagrangiana Actualizada. Se puede observar que las distribuciones globales de deformaciones plásticas efectivas son muy parecidas entre ambas formulaciones, aunque los valores máximos son ligeramente distintos. Dichos valores máximos se presentan en la transversal de simetría (plano $Y=0$).

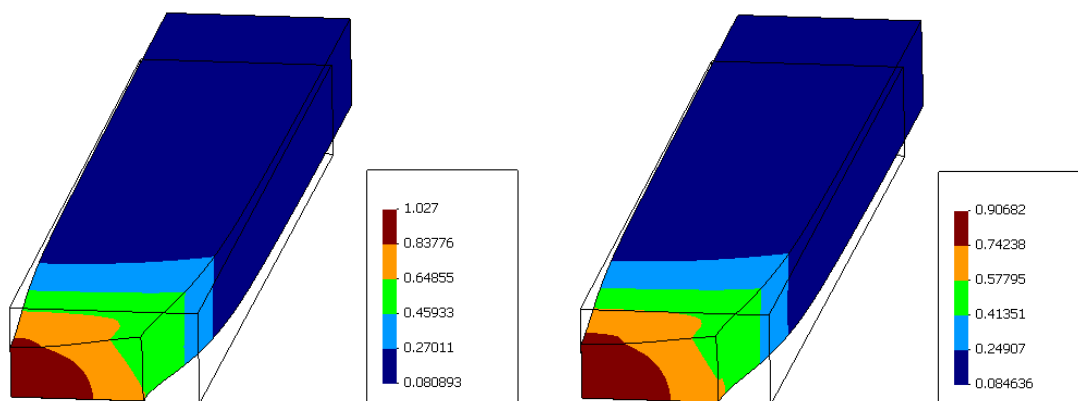


Figura 7: Deformación Plástica Efectiva. a) Lagrangiana Total, b) Lagrangiana Actualizada

El valor de deformación plástica efectiva máxima se presenta en el punto central de la sección transversal de simetría de la probeta donde se desarrolla la máxima estricción. La magnitud de la deformación plástica efectiva obtenida con la formulación Lagrangiana Total es de 1,027 y es ligeramente superior a la obtenida con la formulación Lagrangiana Actualizada, que es 0,906. Esto es correspondiente con el mayor cambio geométrico de la formulación Lagrangiana Total discutido anteriormente.

4.4 Distribución de deformación plástica efectiva en la sección transversal del cuello

Dado que los valores máximos de deformación plástica efectiva son ligeramente distintos es de interés analizar la distribución de dichas deformaciones en la sección central de la estricción. Para ello se recurre a analizar los valores de deformaciones en los puntos de Gauss de la malla de elementos finitos utilizada, que se pueden observar en la Figura 8.

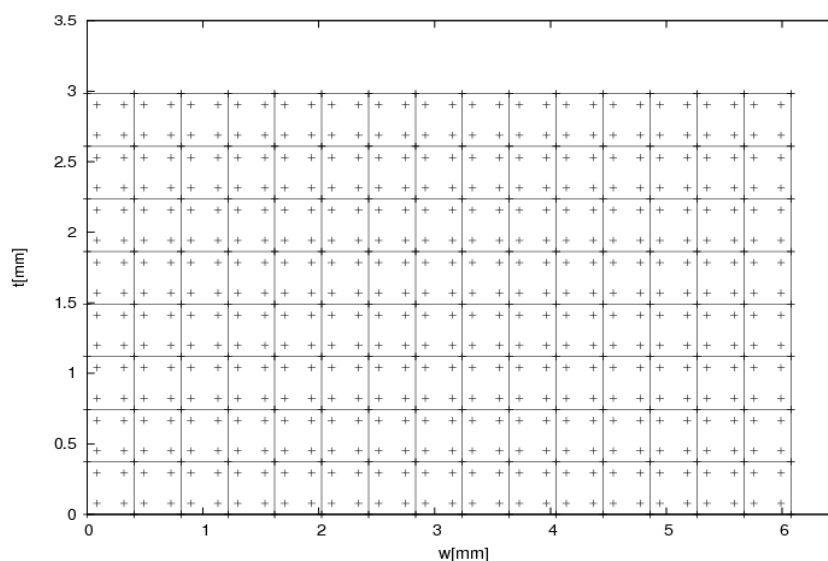


Figura 8: Puntos de Gauss en la configuración original

En la Figura 9 se presentan las curvas de nivel de la deformación plástica efectiva obtenidas con la formulación Lagrangiana Total; mientras que en la Figura 10, con la Lagrangiana Actualizada.

Se puede observar que en ambos casos las formas de las curvas de nivel son similares y se aproximan a circunferencias dominadas por la menor dimensión de la probeta. Sin embargo, los valores máximos son distintos.

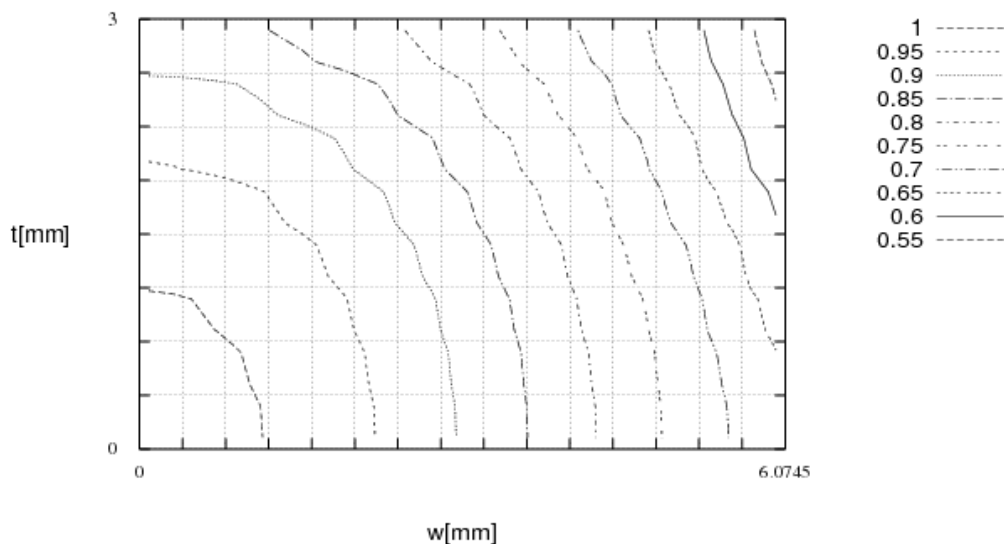


Figura 9: Deformación Plástica Efectiva. Formulación Lagrangiana Total. Curvas de Nivel

Para analizar el desarrollo de deformación plástica se puede comparar los valores de deformación plástica superiores por ejemplo a 0,9. Mientras que en la Figura 9 se observa una zona importante de la sección con valores superiores a 0,9, en la Figura 10 dichos valores están restringidos a un entorno cercano al centro de la sección. Resulta así que la formulación Lagrangiana Total desarrolla mayor área de deformaciones plásticas.

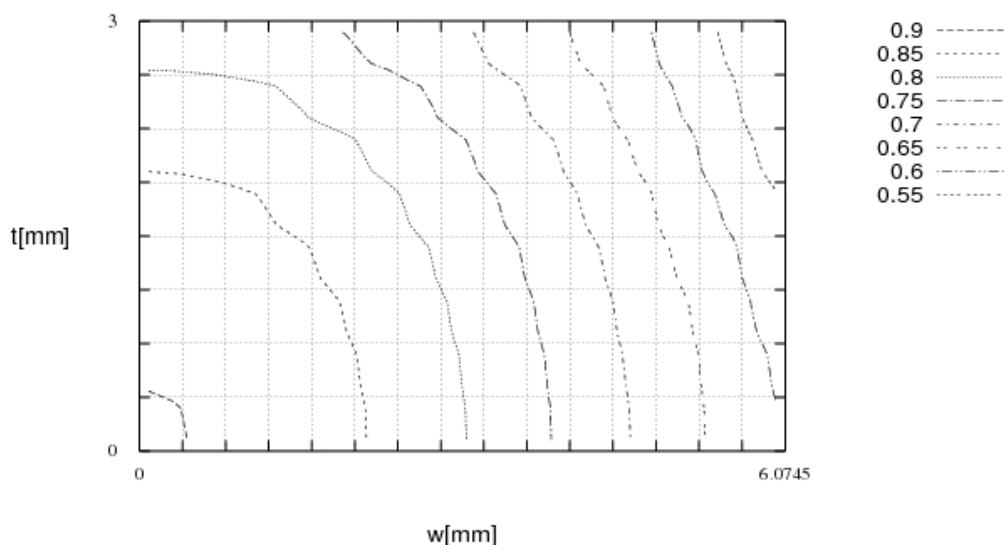


Figura 10: Deformación Plástica Efectiva. Formulación Lagrangiana Actualizada. Curvas de Nivel

En la Figura 11 se muestran las curvas de deformación plástica efectiva en la sección del cuello, en función de la coordenada X correspondiente al ancho w de la sección, para ambas

formulaciones y correspondientes al mismo nivel de carga que las curvas de nivel anteriores.

Se puede observar que la formulación Lagrangiana Total tiene mayores valores que la Lagrangiana Actualizada tanto para la línea correspondiente a $Z=0,0788$ (cerca al plano de simetría XY de la probeta), como para la línea cercana al lateral libre ($Z=2,9032$).

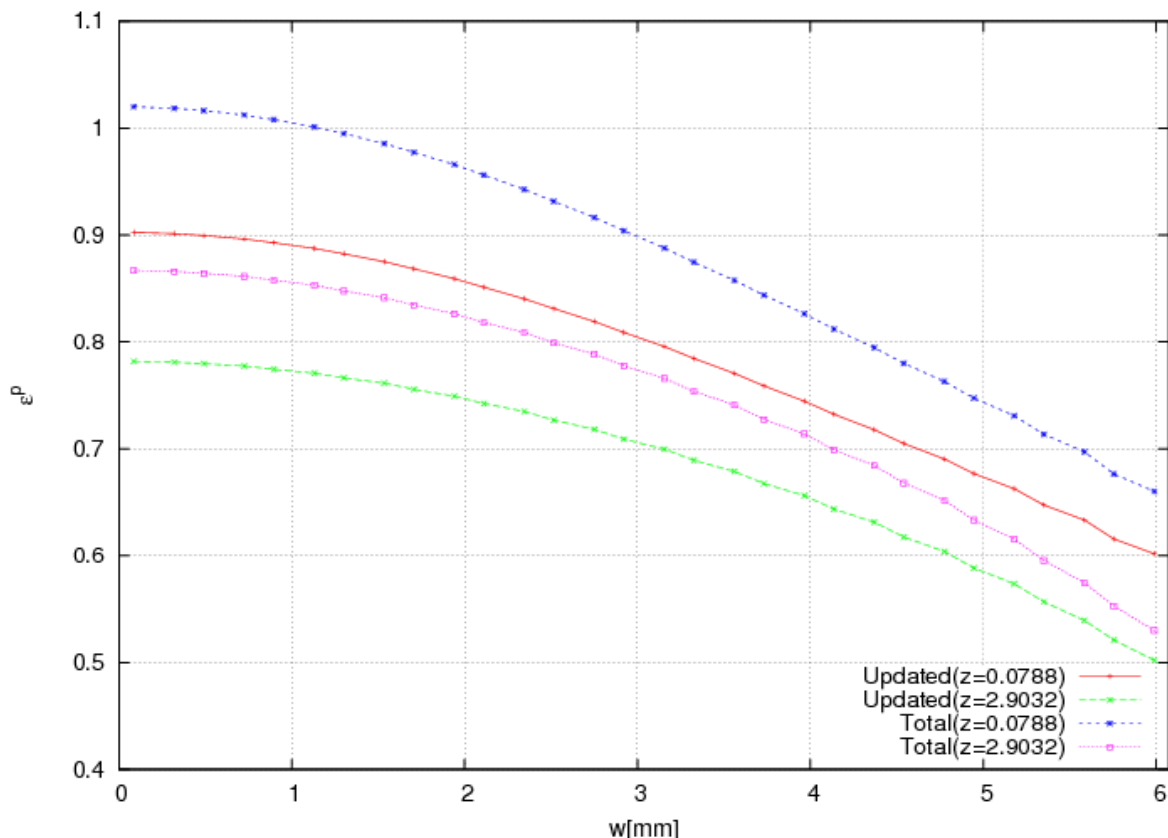


Figura 11: Deformaciones Plásticas Efectivas en la sección del cuello según eje coordenado X

4.5 Distribución de tensión efectiva en la zona del cuello

En la Figura 12 se presentan las curvas de nivel de la tensión efectiva obtenidas con la formulación Lagrangiana Total; mientras que en la Figura 13, con la Lagrangiana Actualizada.

Se puede observar que en ambos casos las formas de las curvas de nivel son similares y se aproximan a circunferencias dominadas por la menor dimensión de la probeta. Sin embargo, los valores máximos son distintos.

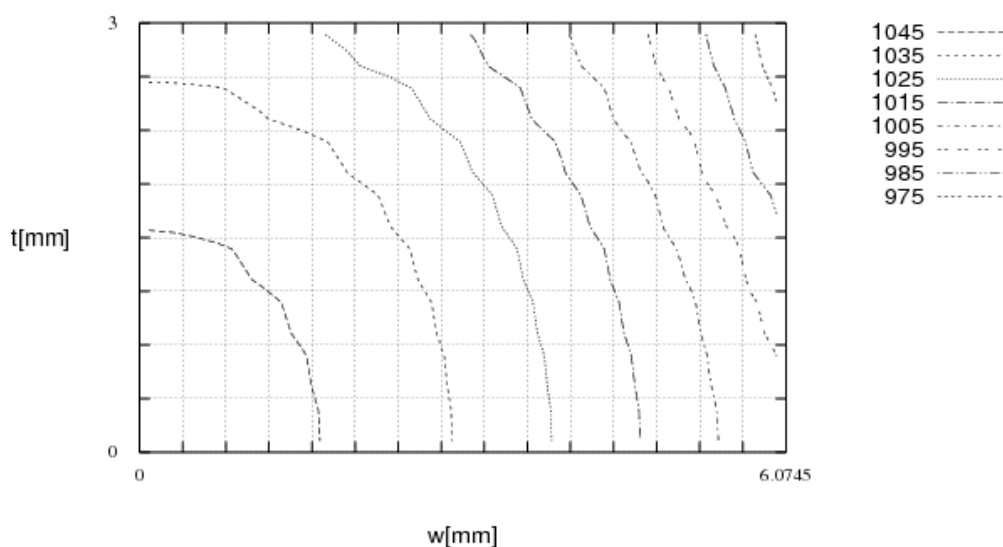


Figura 12: Curvas de Nivel de Tensiones Efectivas(MPa). Formulación Lagrangiana Total

Para analizar el desarrollo de tensión efectiva se puede comparar los valores de tensión efectiva superiores por ejemplo a 1025. Mientras que en la Figura 12 se observa una zona importante de la sección con valores superiores a 1025 que abarca tres laterales de la sección; y en la Figura 13 dichos valores están restringidos a dos laterales de la sección. Este resultado es consistente con la observación hecha anteriormente en la que se mencionó que la formulación Lagrangiana Total desarrolla mayor área de deformaciones plásticas.

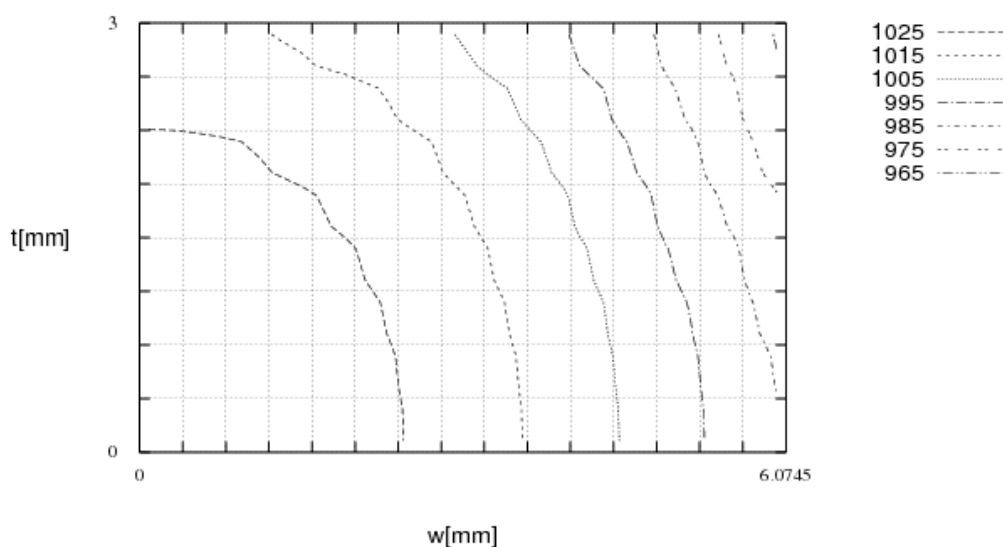


Figura 13: Curvas de Nivel de Tensiones Efectivas(MPa). Formulación Lagrangiana Actualizada

En la Figura 14 se muestran las curvas de tensión efectiva en la sección del cuello, en función de la coordenada X correspondiente al ancho w de la sección, para ambas formulaciones y correspondientes al mismo nivel de carga que las curvas de nivel anteriores. Se puede observar que la formulación Lagrangiana Total tiene mayores valores que la Lagrangiana Actualizada tanto para la línea correspondiente a $Z=0,0788$ (cerca al plano de simetría XY de la probeta), como para la línea cercana al lateral libre ($Z=2,9032$).

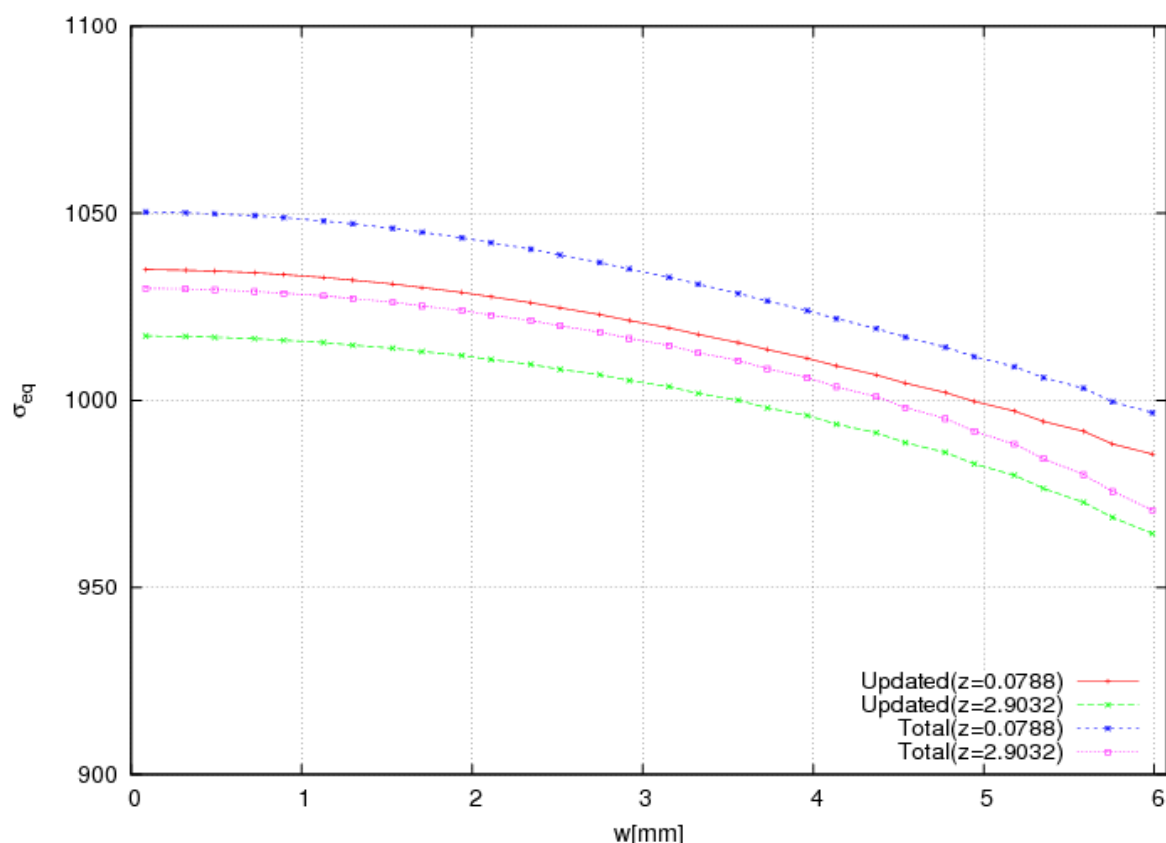


Figura 14: Tensiones Efectivas (MPa) en la sección del cuello según eje coordenado X

4.6 Distribución de tensión axial y de tensión transversal al eje longitudinal

A partir de las diferencias encontradas en el desarrollo de deformaciones plásticas y tensiones efectivas en la sección del cuello, es de interés analizar qué ocurre con las componentes del tensor de tensiones. De las componentes del tensor de tensiones se consideran como más representativas la componente longitudinal de tensión (en la dirección de la carga aplicada) y una de las componentes transversales.

En la Figura 15 se presenta la tensión axial σ_{YY} (MPa), en dirección longitudinal a la probeta, en función de la coordenada X evaluada en los puntos de Gauss de coordenadas $Z=0,0788$ y $Z=2,9032$. Estas líneas corresponden respectivamente a una línea cercana al plano de simetría XY de la probeta y al lateral libre (plano $Z=3$).

Se puede observar que los valores medios dados por ambas formulaciones son muy próximos entre sí en ambas líneas. La formulación Lagrangiana Total presenta valores que oscilan respecto de los valores de la formulación Lagrangiana Actualizada en todo el ancho de la probeta. La formulación Lagrangiana Actualizada presenta también una oscilación para los puntos cercanos al borde libre de la probeta, es decir, para valores de w cercanos a $6,0745$.

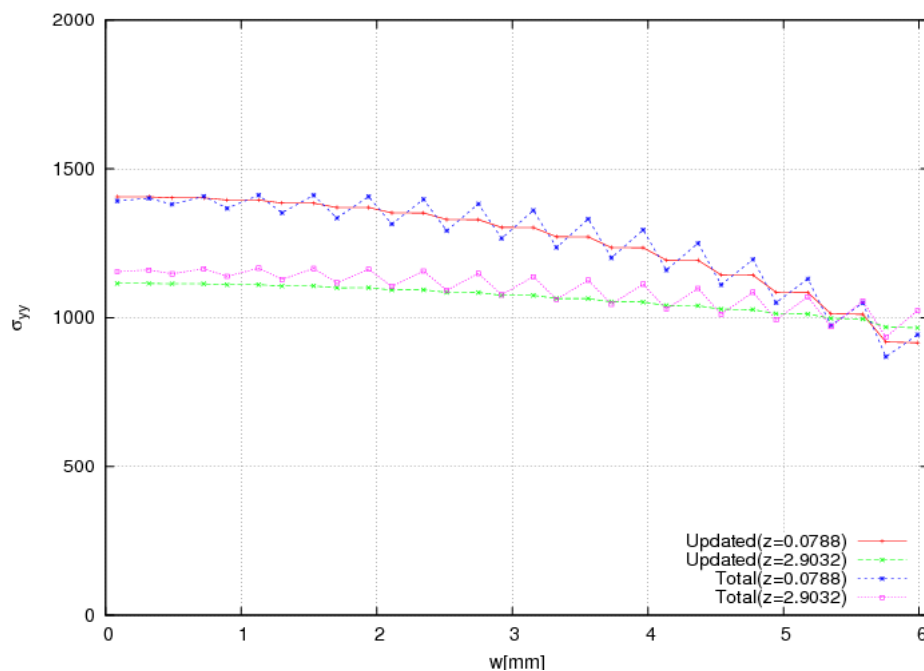


Figura 15: Tensiones Axiales (MPa) en la sección del cuello según eje coordenado X

En la Figura 16 se presenta la tensión transversal σ_{zz} (MPa) en función de la coordenada X, evaluada en los puntos de Gauss de coordenada $Z=0,0788$ y $Z=2,9032$. La tensión transversal σ_{zz} corresponde a la tensión axial en dirección de la menor dimensión de la sección transversal de la probeta. Al igual que la tensión σ_{yy} , se puede observar que los valores medios dados por ambas formulaciones son muy próximos entre sí en ambas líneas. La formulación Lagrangiana Total presenta valores que oscilan respecto de un valor medio. La formulación Lagrangiana Actualizada también presenta oscilaciones en todo el ancho de la probeta aunque de menor magnitud.

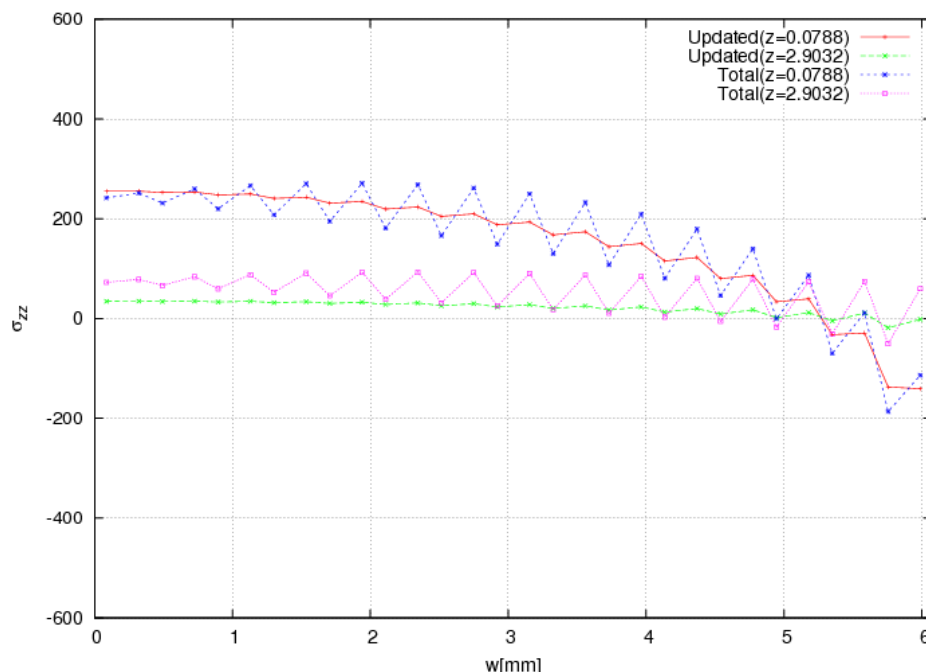


Figura 16: Tensiones Transversales (MPa) en la sección del cuello según eje coordenado X

5 CONCLUSIONES

Se ha presentado la comparación entre dos formulaciones de grandes deformaciones para plasticidad de metales tipo J2 mediante la respuesta del ensayo de tracción de una probeta de acero de sección transversal rectangular. Se ha utilizado la misma malla de elementos finitos y se han comparado resultados globales y locales obtenidos con ambas formulaciones implementadas. En algunos casos se los ha comparado con resultados experimentales disponibles.

Como parámetro de comparación global se ha tomado la carga aplicada en función de la deformación verdadera. Como parámetros locales se ha analizado la forma geométrica de la estricción de la sección transversal de la probeta. También se han considerado magnitudes locales características de la ecuación constitutiva del material, en la sección transversal de la estricción, como son deformaciones plásticas efectivas y componentes de tensión.

Para el parámetro global de comportamiento del ensayo de tracción, dado por la carga aplicada en función de la deformación verdadera, se puede afirmar que ambas formulaciones tienen un comportamiento muy próximo.

Así mismo, ambas formulaciones representan muy bien la evolución geométrica de la estricción en la sección transversal de la probeta correspondiente al plano de simetría. Ambas formulaciones ajustan muy bien los cambios de espesor y de ancho de la sección transversal en función de la deformación ingenieril comparados con los resultados experimentales disponibles en la literatura.

Se debe destacar que la sección transversal de la probeta en la estricción presenta mayor cambio geométrico en la dirección de menor dimensión.

Las distribuciones de deformaciones plásticas efectivas obtenidas con ambas formulaciones son muy parecidas en general. Particularmente en la sección transversal de la probeta en la zona central de la estricción (plano de simetría $Y=0$), los contornos de deformaciones plásticas efectivas si bien son parecidos en forma tienen valores máximos ligeramente distintos, como consecuencia de generar cambios geométricos ligeramente distintos en la dirección de menor espesor de la sección. Los valores y distribuciones de tensiones efectivas obtenidos por ambas formulaciones son consistentes con los valores de deformaciones plásticas efectivas.

Es posible decir que si bien el comportamiento global del ensayo de tracción medido en términos de carga en función de deformación verdadera obtenido por ambas formulaciones es prácticamente idéntico, el desarrollo local de deformaciones plásticas y tensiones en la sección transversal de la probeta en la zona de máxima estricción es ligeramente distinto.

6 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica (ANPCyT) por la ayuda brindada a través de los proyectos PICT 12-03268 y PICTR 184 para realizar este trabajo; como así también a la Universidad Nacional de Cuyo por el apoyo brindado a través del proyecto 06/B175 otorgado por la SECTyP. Además el primer autor agradece a CONICET por su beca doctoral.

D. Celentano agradece a CONICYT (Proyecto Fondecyt 1095195) por el soporte brindado para el desarrollo del presente trabajo.

REFERENCIAS

Bridgman, P., The stress distribution at the neck of a tensile specimen. *Transactions of the American Society of Metals*, 32:553–574, 1944.

- Cabezas, E.E., and Celentano, D.J., Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens. *Finite Elements in Analysis and Design*, 40:555–575, 2004.
- Careglio, C., García Garino, C., y Mirasso, A., SOGDE3D: Código de elastoplasticidad con grandes deformaciones 3D. *Mecánica Computacional*, XXIV:363-373, ISSN 1666-6070, AMCA, 2005.
- Careglio, C., Mirasso, A., y García Garino, C., Estudio numérico de la estricción en probetas cilíndricas de aluminio. *Mecánica Computacional*, XXVII:615-626, ISSN 1666-6070, AMCA, 2008.
- Celentano, D., A large strain thermoviscoplastic formulation for solidification of S.G. cast iron in a green sand mould. *International Journal of Plasticity*, 17: 1623–1658, 2001.
- Chen, W. H., Necking of a bar. *International Journal of Solids and Structures*, 7:685-717, 1971.
- Davidenkov, N., and Spiridonova, N., Analysis of the state of stress in the neck of a tension test specimen. *Proceedings of American Society of Testing Materials*, 46:1147–1158, 1946.
- García Garino, C., Un modelo numérico para el análisis de sólidos elastoplásticos sometidos a grandes deformaciones. *PhD. Thesis*, E.T.S. Ingenieros de Caminos, Universidad Politécnica de Catalunya, 1993.
- García Garino, C., y Oliver, J., Un modelo constitutivo para el análisis de sólidos elastoplásticos sometidos a grandes deformaciones: Parte i formulación teórica y aplicación a metales. *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 11-No.1: 105-122, 1995.
- Goicolea, J., Numerical modelling in large strain plasticity with application to tube collapse analysis. *PhD. Thesis*, University of London, 1985.
- Goicolea, J.M., Gabaldón, F., y García Garino, C., Interpretación de la estricción en el ensayo de tracción empleando modelos hipoelásticos e hiperelásticos. *Métodos Numéricos en Ingeniería*, M. Doblare et al. (Editores), SEMNI, 875-885, 1996.
- Hallquist, J., User's Manual for DYNA2D - An explicit two-dimensional hydrodynamic finite element code with interactive rezoning. Lawrence Livermore National Laboratory, University of California, *Technical Report UCID-18756*, Rev.1, 1982.
- Lee, E. H., Elastic-plastic deformation at finite strains. *Journal of Applied Mechanics*, 36: 1–6, 1969.
- Lubliner, J., *Plasticity Theory*. Mcmillan, 1990.
- Malvern, L.E., *Introduction to the mechanics of a continuous medium*. Prentice Hall, 1969.
- Marsden, E.J., and Hughes, T.J.R., *Mathematical Foundations of Elasticity*. Prentice-Hall, 1983.
- Nagtegaal, J.C., Parks, D.M., and Rice, J.R., On numerically accurate finite element solutions in the fully plastic range. *Computational Methods in Applied Mechanics Engineering*, 4: 153-177, 1974.
- Needleman, A., A numerical study of necking in circular cylindrical bars. *Journal of Mechanics, Physics and Solids*, 20:111–127, 1972.
- Norris, D., Moran, B., Scudder, J., and Quiñones, D., A computer simulation of the tension test. *Journal of Mechanics, Physics and Solids*, 26:1–19, 1978.
- Ponthot, J., Traitement unifié de la mécanique des milieux continus solides en grandes transformations par le méthode des éléments finis. *PhD. Thesis*, Universidad de Lieja, Bélgica, 1994.
- Simó, J.C., A framework for finite strains elastoplasticity based on maximum plastic dissipation and the multiplicative decomposition. Part I: Continuum formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 66:199–219, 1988a.

- Simó, J.C., A framework for finite strains elastoplasticity based on maximum plastic dissipation and the multiplicative decomposition. Part II: Computational aspects. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 68:1-31, 1988b.
- Simó, J.C., and Armero, F., Geometrically nonlinear enhanced strain mixed methods and the method of incompatible modes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 110:359–386, 1993.
- Simó, J.C., *Topics on the numerical analysis and simulation of plasticity*, in: *Handbook of numerical analysis*, volume III, Elsevier, 1995.
- Wilkins, M., Third progress report of light armor program. Technical Report, Lawrence Livermore National Laboratory, University of California, rept. UCRL-50460, 1968.