

INESTABILIDAD DEL EQUILIBRIO EN PORTICOS PLANOS ABIERTOS ATENSORADOS USO SISTEMATICO DE SERIES DE POTENCIAS

E. A. Bambill^{1,2}, C. P. Filipich^{1,2}

⁽¹⁾⁽²⁾ Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Bahía Blanca, Universidad Tecnológica Nacional
11 de Abril 461 B8000LMI Bahía Blanca, Argentina. TE: 54-(0291)-4555220–Interno 132
e-mail: dic@frbb.utn.edu.ar, web page: <http://www.frbb.utn.edu.ar/>

⁽¹⁾⁽²⁾ Departamento de Ingeniería, Area Construcciones, Universidad Nacional del Sur
Avda Alem 1253, B8000CPB Bahía Blanca, Argentina. TE: 54-(0291)-4595156–Interno 3200
e-mail: dtoinge@criba.edu.ar, web page: <http://www.uns.edu.ar/>

Palabras clave: series de potencias, autovalor, pórticos planos abiertos, tensor, carga crítica.

Resumen. Como aplicación concreta dentro la ingeniería estructural, es de uso divulgado las cubiertas aporricadas planas atensoradas. En este caso, los extremos de las columnas de los pórticos están sujetas por tensores para contrarrestar esfuerzos horizontales. Especialmente dentro de la construcción metálica es determinante conocer para el dimensionado final las cargas críticas, a partir de las cuales se inestabiliza el sistema. En este trabajo, como alternativa frente a aproximaciones más o menos buenas y el MEF, se presenta una solución en serie de potencias por medio de un algoritmo sistemático de recurrencia, que permite analizar el comportamiento de este tipo estructural en el momento en que el tensor deja de prestar su colaboración al conjunto. Esto otorga la particularidad de que aparecen fuerzas nodales en las cabezas de columnas que son función del autovalor.

Varias son las ventajas que presenta esta metodología frente a otras alternativas más difundidas. Una de ellas, es que la forma modal trascendente de cada tramo, aún con variación continua de sección, es simulada con precisión arbitraria por una serie de potencias. Pensemos que en el MEF, en cambio, cada barra debe subdividirse en un número suficiente de tramos de sección constante con forma modal cúbica, de modo de lograr una solución aceptable.

Otra característica a destacar de la solución por series enteras para pórticos abiertos, es que el número de incógnitas para hallar el autovalor es siempre tres, en tanto que, por ejemplo con el MEF, es de tres incógnitas por nudo.

Varios ejemplos complementan el presente trabajo.

1 INTRODUCCION

Una de las líneas de investigación abiertas por el grupo que lidera el segundo autor de este trabajo, revaloriza el uso de una alternativa clásica, como lo son las series de potencias enteras, para la resolución de problemas de equilibrio, valores propios, etc, mediante el desarrollo de algoritmos sistemáticos de recurrencia de fácil implementación computacional. Si bien el uso de las series de potencias resulta de vieja data, varias de las problemáticas que han sido abordadas por el grupo, no registran antecedentes en la bibliografía, lo cual no deja de llamar por lo menos la atención, considerando las ventajas que ofrece este método frente a otras alternativas de aplicación hoy mucho más difundidas.

La metodología aquí descrita se aplica a dominios unidimensionales abiertos y se ha buscado una aplicación práctica en el mundo de la ingeniería estructural [1], [2], [3] a fin de mostrar su funcionamiento. En este trabajo, mediante la utilización de las series de potencias enteras, se trata de encontrar el factor de carga que provoca la inestabilidad de pórticos metálicos atensorados. Con la supresión del tensor y su reemplazo por cargas nodales concentradas en los nudos correspondientes, es posible equiparar el comportamiento estructural a un modelo matemático que encuadra perfectamente en un dominio unidimensional abierto. El problema de valores propios aquí tratado, posee además la característica de que aparecen fuerzas nodales H que dependen del autovalor. La figura 1 muestra la propuesta.

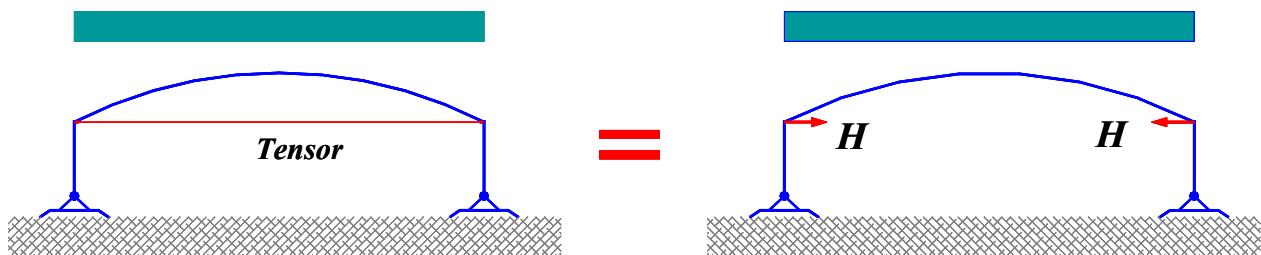


Figura 1 – Esquema de pórtico abierto de tramos rectos

Si bien los ejemplos aquí presentados se refieren a la determinación de la carga crítica de pórticos biarticulados con dintel curvo y con dintel quebrado (a dos aguas), la aplicación de la metodología aquí descrita es aplicable a cualquier pórtico plano abierto, de directriz arbitraria.

La propuesta consiste en reemplazar las formas modales por una expansión en series de potencias enteras.

En el caso de barras de directriz curva, o bien en casos de esfuerzo normal variable, se plantea una simplificación muy sencilla. En estos casos, subdividimos el dominio en N tramos que se asimilan a tramos rectos de esfuerzo normal constante, cuando N sea lo suficientemente grande.

El aporte de esta herramienta tradicional se evidencia en la sistematización de los algoritmos de recurrencia, tal cual lo demostrado la aplicación de esta metodología en problemas lineales y no lineales.

Numerosos ámbitos de la ingeniería utilizan las ecuaciones en derivadas parciales para

describir procesos físicos, tales como dinámica de fluidos, transferencia de calor, inestabilidad del equilibrio, vibraciones, etc. Los problemas que presentan esta formulación suelen resolverse utilizando algún método de discretización, con el objetivo de reducirlos a problemas algebraicos tales como sistemas de ecuaciones lineales o problemas de valores propios. Se destaca que las matrices que proceden de esta discretización suelen ser, por lo general, de gran dimensión.

Frente a esto, la aplicación de la alternativa aquí propuesta, resulta a juicio de los autores, sumamente interesante. La implementación de las clásicas series de potencias en algoritmos recurrentes sistemáticos en la computadora, provee un nuevo aporte para resolver problemas tradicionales en ingeniería, compitiendo con sencillez y eficiencia, con otros métodos tradicionales y complejos.

En efecto, el extendido y divulgado MEF introduce tres incógnitas por cada uno de los elementos en que resulta necesario discretizar el dominio, con lo cual, las matrices procedentes de la discretización resultan de gran dimensión. Por otro lado, además de requerir que los elementos sean pequeños, MEF utiliza una aproximación cúbica para la forma modal trascendente de cada tramo.

En nuestra propuesta, en cambio, debemos resolver una ecuación característica en el autovalor que proviene de plantear solamente tres (3) condiciones de borde, correspondientes a uno de los vínculos, lo cual reduce drásticamente el requerimiento de memoria computacional. Además, las formas modales propuestas tienden a las trascendentes, atento a que el uso arbitrario en la cantidad de términos de la serie propuesta para la forma modal, nos permite aproximarnos tanto a la solución exacta como convenga a nuestros intereses.

Varios ejemplos muestran estas ventajas.

2 PLANTEO DEL PROBLEMA

Mediante la aplicación de series de potencias enteras a dominios unidimensionales abiertos, se pretende estimar en el modelo estructural sometido a un estado de carga determinado, la carga máxima que la estructura soporta antes de alcanzar su inestabilidad [4] y [5]. Por supuesto, resulta conocida la distribución de esfuerzos en la estructura bajo la sollicitación de servicio.

Si bien el tensor introduce un marco cerrado en la estructura, es posible reemplazar su efecto, por fuerzas nodales horizontales aplicadas en las cabezas de las columnas, de modo de lograr un pórtico abierto.

La eliminación del tensor introduce la instancia adicional, de que las fuerzas horizontales que se evidencian tras su reemplazo, resultan función del autovalor a determinar, y plantea una situación que, según el entender de los autores, no encuentra antecedentes de un tratamiento similar en la bibliografía. Esto ha permitido ampliar la etapa de exploración bajo las cuales este grupo de investigación viene aplicando esta metodología.

La descripción de las series de potencias, su automatización, las condiciones geométricas y de equilibrio entre barras consecutivas pueden encontrarse en mayor detalle en trabajos [6], [7], [8], [9] [10], [11], [12] y [10] del mismo grupo de investigación que fueron presentados en ENIEF 2003, de ahí que el análisis se presenta sucintamente.

La Figura 2 presenta la geometría propuesta. Para el análisis, tomamos un sistema de referencia cartesiano ortogonal (X,Y) , y admitimos las hipótesis de elasticidad clásica de deformaciones infinitesimales, comportamiento elástico lineal. Sean (X,Y) : ejes globales; N : Nro de barras ; $N+1$: Nro de nudos.; $(X_i, Y_i), i = 1,2,3,\dots,N+1$: Coordenadas globales de los nudos.

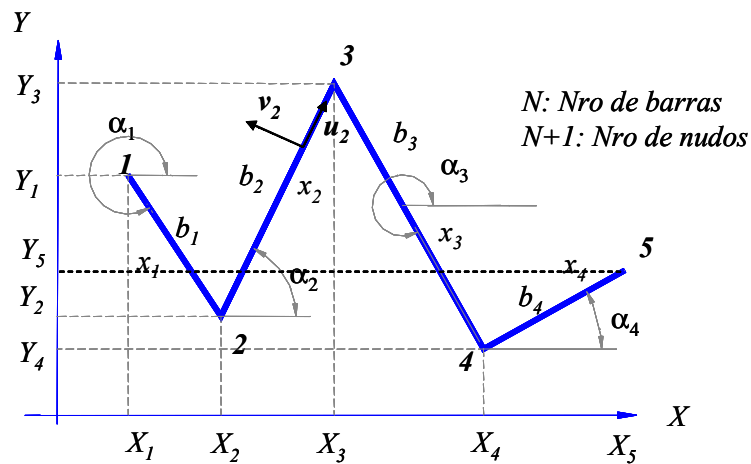


Figura 2 – Esquema de pórtico abierto de tramos rectos

2.1. Ecuaciones gobernantes

Partimos de una configuración I del pórtico en equilibrio estático. Luego, provocamos una deformada de exploración (configuración II) y se determina la carga crítica imponiendo la coexistencia del equilibrio en I y II.

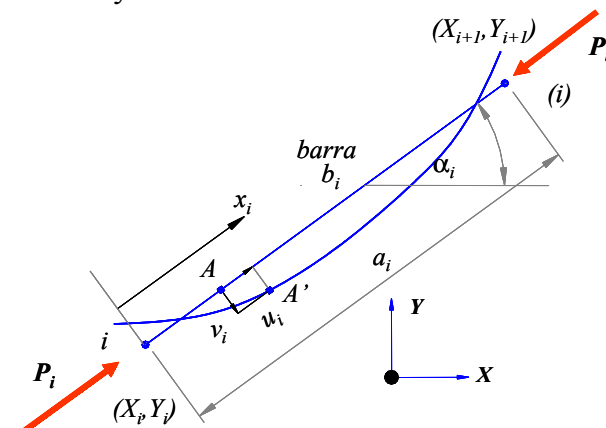


Figura 3 – Esquema de barra con sollicitación normal constante

Para dar generalidad al problema, analizamos la barra i -ésima b_i de la Figura 3, con una carga de punta P_i . Para la barra, es posible distinguir:

$$\cos \alpha_i = \frac{X_{i+1} - X_i}{a_i} = c_i \quad (1)$$

$$\operatorname{sen} \alpha_i = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{a_i} = s_i \quad (2)$$

donde α_i representa el ángulo medido en sentido antihorario entre el eje X y el eje local x_i . Precisamente, esta última es tal que $0 \leq x_i \leq l$. La longitud del tramo lo denominamos a_i de modo que:

$$a_i = \sqrt{(X_{i+1} - X_i)^2 + (Y_{i+1} - Y_i)^2} \quad (3)$$

Por otro lado, son también conocidos la densidad del material de la barra; E_i es el módulo de elasticidad correspondiente, J_i y F_i son el momento de inercia y el área de la sección transversal.

Adoptando una P de comparación, la carga de punta P_i de cada barra la expresamos:

$$P_i = \eta_i P \quad (4)$$

Es fundamental asumir que una vez conocidas las cargas de punta para cada tramo, quedan fijadas definitivamente las η_i . Adimensionalizando para cada barra, de modo que $0 \leq x_i \leq l$, con lo cual para el caso, en forma genérica $x_i = x$, obtenemos las ecuaciones diferenciales que regulan el problema de pandeo [4],[5],[7]:

$$v'''' + k_i^2 v'' = 0 \quad (5)$$

$$u'' = 0 \quad (6)$$

donde

$$k_i^2 \equiv \frac{\eta_i a_i^2}{(EJ)_i} P; \quad \text{donde } i=1,2,3,\dots,N \quad (7)$$

2.2 Condiciones de continuidad en nudos intermedios

En el sistema global, sea $\Delta\alpha_i \equiv \alpha_i - \alpha_{i+1}$ el ángulo relativo entre dos barras consecutivas. Las tres condiciones geométricas por nudo, derivadas de la continuidad de los nudos intermedios, conducen a:

$$\begin{aligned} v_{i+1}(0) &= v_i(ai) c - u_i(ai) s & (a) \\ u_{i+1}(0) &= v_i(ai) s + u_i(ai) c & (b) \\ a_{i+1} v_i'(1) &= v_{i+1}'(0) a_i & (c) \end{aligned} \quad (8)$$

donde, adoptamos; $s = \operatorname{sen}(\Delta\alpha_i)$; $c = \cos(\Delta\alpha_i)$. La Figura 4 muestra el esquema correspondiente:

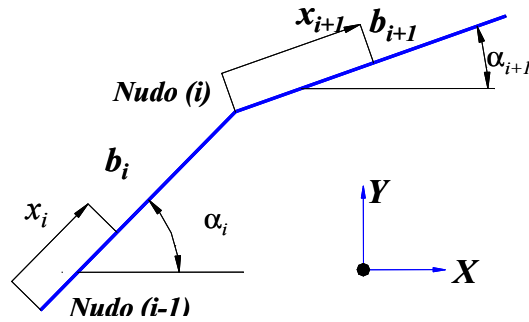


Figura 4 – Barras consecutivas

Las condiciones de equilibrio para cada nudo, resultan a su vez:

$$\begin{aligned}
 J_{2(i+1)}v''_{i+1}(0) &= J_{2i}v''_i(1) & (a) \\
 J_{3(i+1)}\left[v'''_{i+1}(0) + k_{i+1}^2 v'_{i+1}(0)\right] &= c J_{3i}\left[v'''_i(1) + k_i^2 v'_i(0)\right] + s F_{li}u'_i(0) & (b) \\
 F_{l(i+1)}u'_{i+1}(0) &= -s J_{3i}\left[v'_i(1) + k_i^2 v'_i(1)\right] + c F_{li}u'_i(1) & (c)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

donde

$$J_{2i} \equiv \left(\frac{EJ}{a^2}\right)_i ; \quad J_{3i} \equiv \left(\frac{EJ}{a^3}\right)_i ; \quad F_{li} \equiv \left(\frac{EF}{a}\right)_i
 \tag{10}$$

2.3 Fuerzas nodales horizontales

A fin de contemplar la situación del tensor, debemos introducir en el equilibrio de los nudos coincidentes con las cabeza de las columnas fuerzas nodales horizontales en el problema de valores propios. Este análisis ha merecido tratamiento en trabajos donde se ha aplicado la metodología de series de potencias a la resolución de pórticos hiperestáticos. En este caso, tal como muestra la Figura 5, solo consideraremos las fuerzas horizontales H , que en nuestro caso, actúan en los nudos de cabeza de las columnas.

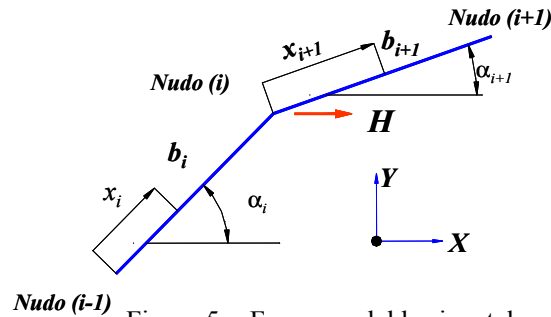


Figura 5 - Fuerza nodal horizontal

Para el caso de la Figura 5, deben también verificarse las ecuaciones (9), de modo que de contemplar la fuerza nodal horizontal

$$J_{2(i+1)}v''_{i+1}(0) = J_{2i}v''_i(1) \quad (11)$$

$$J_{3(i+1)}\left[v'''_{i+1}(0) + k_{i+1}^2 v'_{i+1}(0)\right] = c J_{3i}\left[v'''_i(1) + k_i^2 v'_i(0)\right] + s F_{Li}u'_i(0) + H \operatorname{sen}\alpha_i \quad (12)$$

$$F_{L(i+1)}u'_{i+1}(0) = -s J_{3i}\left[v'_i(1) + k_i^2 v'_i(1)\right] + c F_{Li}u'_i(1) - H \operatorname{cos}\alpha_i \quad (13)$$

y adoptando la misma P de comparación del caso anterior, es posible indicar que

$$H = \eta_T P \quad (14)$$

3 SOLUCION EN SERIE DE POTENCIAS

Para cada tramo se propone una solución del tipo.

$$v_i = \sum_{j=0}^{\infty} A_{ij} x_i^j \quad (15)$$

$$u_i = \sum_{j=0}^{\infty} B_{ij} x_i^j \quad (16)$$

Las series se extienden hasta el infinito. En la práctica, las mismas serán finitas, de M términos, dependiendo M del grado de precisión arbitraria con el que se quiera determinar el autovalor.

Adoptando

$$\varphi_{nj} = (j+1)(j+2)\dots(j+n) = \frac{(j+n)!}{j!} \quad (17)$$

obtenemos

$$v'_i = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{1j} A_{i(j+1)} x^j \quad (18)$$

$$v''_i = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{2j} A_{i(j+2)} x^j \quad (19)$$

$$v'''_i = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{3j} A_{i(j+3)} x^j \quad (20)$$

$$v''''_i = \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{4j} A_{i(j+4)} x^j \quad (21)$$

y además

$$u_i' = \sum_{j=0} \varphi_{1j} B_{i(j+1)} x^j \quad (22)$$

$$u_i'' = \sum_{j=0} \varphi_{2j} B_{i(j+2)} x^j \quad (23)$$

Luego, las ecuaciones diferenciales (8) que gobiernan el problema,

$$\sum_{j=0} \varphi_{4j} A_{i(j+4)} x^j - k_i^2 \sum_{j=0} \varphi_{2j} A_{i(j+2)} x^j = 0 \quad (24)$$

$$\sum_{j=0} \varphi_{2j} B_{i(j+2)} x^j = 0 \quad (25)$$

reemplazando en el sistema , hallaremos las siguientes recurrencias, igualando los factores de cada x^j (con $j=0, 1, 2, \dots, M+1$).

$$A_{i(j+4)} = -k_i^2 \frac{\varphi_{2j}}{\varphi_{4j}} A_{i(j+2)} \quad (26)$$

$$B_{i(j+2)} = 0 \quad (27)$$

A su vez, las condiciones 11b, 11b, 11c, 12a, 12b, 12c, se escriben como

$$A_{(i+1)0} = c \sum_{j=0}^{\infty} A_{ij} - s \sum_{j=0}^{\infty} B_{ij} \quad (28)$$

$$B_{(i+1)0} = s \sum_{j=0}^{\infty} A_{ij} + c \sum_{j=0}^{\infty} B_{ij} \quad (29)$$

$$A_{(i+1)l} = \frac{a_{i+1}}{a_i} \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{1j} A_{i(j+1)} \quad (30)$$

$$A_{(i+1)2} = \frac{J_{2i}}{2 J_{2(i+1)}} \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{2j} A_{i(j+2)} \quad (31)$$

$$B_{(i+1)l} = \frac{-s J_{3i} \left[\sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{3j} A_{i(j+3)} + k_i^2 \varphi_{1j} A_{i(j+1)} \right] + c F_{li} \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{lj} B_{i(j+1)} - \eta_T P \cos \alpha_i}{F_{l(i+1)}} \quad (32)$$

$$A_{(i+1)3} = \frac{c J_{3i} \left[\sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{3j} A_{i(j+3)} + k_i^2 \varphi_{1j} A_{i(j+1)} \right] + s F_{li} \sum_{j=0}^{\infty} \varphi_{lj} B_{i(j+1)} - k_{i+1}^2 J_{3(i+1)} A_{(i+1)l} + \eta_T P \sin \alpha_i}{6 J_{3(i+1)}} \quad (33)$$

Observamos que las recurrencias comienzan a partir de $A_{i(4)}$ y $B_{i(2)}$. Luego, deben ser

previamente conocidas las seis constantes $A_{i(0)}, A_{i(1)}, A_{i(2)}, A_{i(3)}, B_{i(0)}$ y $B_{i(1)}$. Tres de ellas se determinan en el nudo I , correspondientes a la primera barra del pórtico, y en $x=0$; las otras tres (3), con las CB correspondientes a la última barra del pórtico, correspondiente al nudo $N+1$, en $x=1$. La consideración de esta propuesta da lugar a un sistema homogéneo de (3×3) , de donde surge el autovalor del problema.

En realidad, la imposición de las seis (6) CB homogéneas –tres (3) en el nudo I , en $x=0$ y tres (3) en el nudo $N+1$, en $x=1$, da por lo general un sistema homogéneo de (6×6) en esas seis constantes, cuyo determinante debe anularse para obtener una solución matricial. Es un clásico problema de valores propios, a partir del cual se obtiene la carga crítica y sus correspondientes formas modales.

Las distintas posibilidades de sustentación del pórtico a tierra, ha sido analizada en detalle en [7], lo mismo que la descripción de la metodología empleada para la resolución de las incógnitas.

4 EJEMPLOS RESUELTOS

En este trabajo, calculamos las cargas críticas de pandeo de pórticos biarticulados con dintel curvo –*parabólicos*– y con dintel quebrados –*a dos aguas*–, que son ampliamente utilizados en la construcción metálica. Los pórticos propuestos son simétricos, más que nada debido a una adaptación práctica a un modelo real, ya que según la metodología aplicada, la directriz del pórtico abierto podría haber sido cualquiera.

Asumimos que el pórtico está cargado en su plano. El análisis parte de subdividir el pórtico original en N barras, de modo que el esfuerzo normal pueda ser considerado constante en cada una de ellas. Si bien, en la realidad por lo general dicho esfuerzo es variable, siempre es posible aplicar esta simplificación con una adecuada discretización del dominio. Por otro lado, esto implica conocer previamente el estado de esfuerzos normales en cada barra, para lo cual previamente se ha resuelto el hiperestático.

Para cada estado de cargas, habrá una relación entre los esfuerzos normales de cada barra con una P que adoptamos de comparación. Si incrementamos el estado de cargas, al valer el principio de superposición de los efectos, se incrementará proporcionalmente los esfuerzos sobre cada barra, manteniéndose constante la relación entre los mismos. Se llegará a una magnitud del estado de cargas a partir de la cual el equilibrio de todo el pórtico se torna inestable. A esta magnitud la denominamos crítica.

Las barras están diseñadas por perfiles metálicos de acero estructural, cuyas características son: módulo de elasticidad E de $2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ y densidad 7850 kg/m^3 .

Los perfiles que conforman las barras del pórtico poseen los siguientes datos geométricos: área $F=0,0027868 \text{ m}^2$ e inercia flexional $J=0,000027868 \text{ m}^4$.

PÓRTICO BIARTICULADO PARABÓLICO

La Figura 6 muestra el esquema estructural, bajo carga de servicio simétrica y asimétrica.

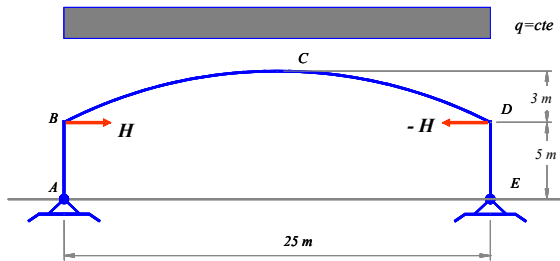


Figura 6a - Parabólico carga simétrica

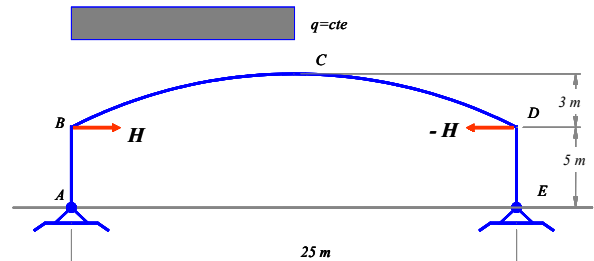


Figura 6b - Parabólico carga asimétrica

Para proceder a su análisis, resulta necesario discretizar el dominio. Como simplificación, el dintel curvo se subdivide en 25 tramos rectos, de proyección horizontal $1m$. La geometría del pórtico queda dividida en 27 barras, por medio de 28 nudos. La Figura 7 muestra el esquema que ha sido propuesto:

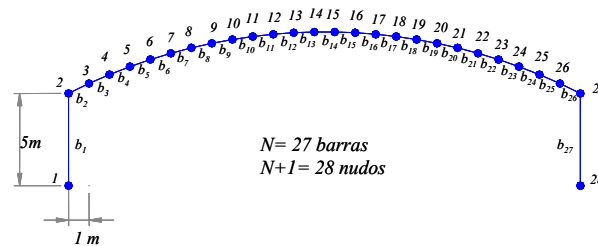


Figura 7 - Discretización del dominio

A fin de cumplir con la exigencia de que en cada tramo el esfuerzo normal sea constante, procedemos también a reemplazar la carga distribuida q como cargas concentradas en los nudos, de magnitud P , como muestra la siguiente figura

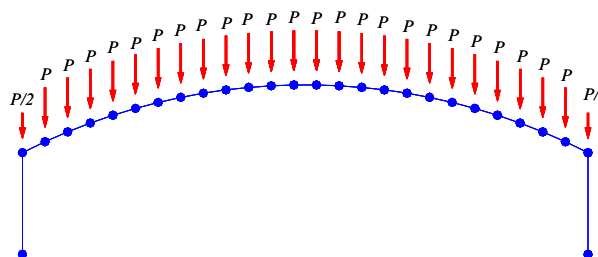


Figura 3 - Estado de cargas propuesto

Si bien la carga P de comparación podría tomar un valor totalmente arbitrario, adoptamos $P=1$ Newton, a fin de obtener directamente la P_{crit} . Pevio a la implementación de la metodología que nos ocupa, calculamos los esfuerzos en cada barra del biarticulado. Finalmente, hallamos el factor al que habría que aplicar al estado de carga de comparación, para provocar la inestabilidad del pórtico. El valor que surge del algoritmo recurrente en

series de potencias fue corroborado mediante la aplicación de MEF, observándose una notable coincidencia. En efecto, para la carga de comparación adoptada unitaria, el factor que se obtiene es directamente la P_{crit} del pórtico.

La siguiente tabla muestra los resultados obtenidos mediante la series de potencias enteras, confrontados con el método de elementos finitos,

Tabla 1
Pórtico Parabólico – Valores del factor de carga crítica

	CARGA SIMÉTRICA		CARGA ASIMÉTRICA	
	SinTensor	ConTensor	SinTensor	ConTensor
SERIES	1317,927	124,360	2500,609	2296,772
ALGOR	1317.916	1243.589	2499.761	2295,893

PÓRTICO BIARTICULADO A DOS AGUAS

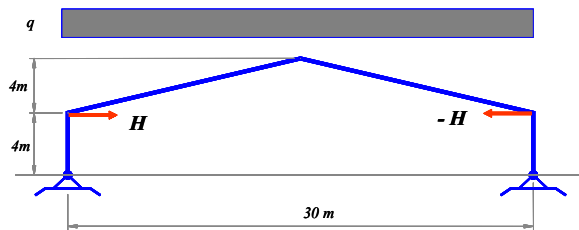


Figura 8a – A dos aguas carga simétrica

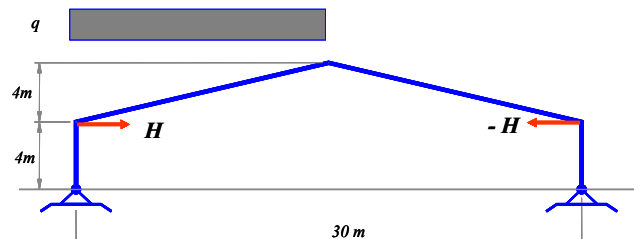


Figura 8b – A dos Aguas carga simétrica

Procedemos en forma similar al caso anterior. Discretizamos el dintel del pórtico en barras de igual proyección horizontal de $1m$, con lo cual el pórtico queda subdividido en 32 barras y 33 nudos. En cada uno de los nudos del dintel se aplica una carga concentrada, adoptando una P de comparación de $1Newton$, semejante al caso anterior. Esta simplificación garantiza que en cada barra el esfuerzo normal sea constante.

Se destaca que en el caso de carga asimétrica, debido a la geometría estructural, se analiza como elemento el dintel descargado completo, sin necesidad de discretizar el dominio. La única condición que se impone, es que el esfuerzo normal sea constante en la barra, cosa que efectivamente así ocurre.

La tabla 2 muestra los resultados obtenidos mediante la metodología de series de potencias, confrontados con los resultados de MEF.

Tabla 2
Pórtico a dos aguas – Valores del factor de carga crítica

	CARGA SIMÉTRICA		CARGA ASIMÉTRICA	
	SinTensor	ConTensor	SinTensor	ConTensor
SERIES	923,912	853,213	1829,655	1074,460
ALGOR	922.904	852,282	1828.212	1073,168

5 COMENTARIOS

Los ejemplos reportados en este trabajo son pórticos de uso difundido en la construcción metálica de nuestro país.

En el trabajo [1] que se presentara en oportunidad del ENIEF 2003, se había planteado la consideración de que la forma modal asumida para el caso de pórticos con tensor, era aquella que acercaba las cabezas de las columnas. En efecto, cuando las cargas son críticas, coexisten más de una configuración de equilibrio; la I y diversas II. Nada impedía, pues, imponer como deformada para la configuración II, una de tipo flexional, próxima a la configuración I, que acercara las cabezas de columna, determinando con ello la no colaboración del tensor.

El análisis de las formas modales permitió corroborar que las cabezas de columnas se acercan siempre para todos los casos analizados, con excepción de la situación de carga simétrica, en que las cabezas se mantienen equidistantes.

La aplicación de las series de potencias a la resolución de problemas de inestabilidad en pórticos abiertos, lleva siempre a plantear un sistema de 3x3 en todos los casos de vinculación. Esto de por sí, marca una diferencia fundamental con MEF, en que la cantidad de incógnitas se incrementa, a partir de la exigencia del método a discretizar el dominio en una gran cantidad de elementos pequeños, generando tres incógnitas por nudo.

En la metodología que resulta de aplicar series de potencias a la resolución de estos problemas, la discretización del dominio en solo se halla asociada a la exigencia de establecer esfuerzo normal constante en el tramo, con lo cual, no necesariamente la longitud de los elementos debe resultar pequeña.

Por otro lado, la aplicación en series de potencia permite en todo momento considerar la solución trascendente, tanto para desplazamientos flexionales como axiales, mientras MEF utiliza una forma modal cúbica.

La implementación del método de series de potencias en un algoritmo de recurrencia en una computadora personal, no requiere ni un sofisticado hardware con amplia memoria para la resolución, ya que siempre resolvemos un sistema sencillo de 3x3, cualquiera sea el caso de vinculación.

Es de destacar también, que en todo momento queda librada a la decisión de quien aplique el método de series de potencias, la precisión con que se deben determinar valores. La elección de la cantidad de términos en que se trunca la serie infinita, otorga la ventaja adicional de fijar en forma arbitraria la precisión, adaptada a las exigencias de cada caso, logrando así también el óptimo rendimiento del recurso computacional.

6 REFERENCIAS

- [1] C.P. Filipich y L.R. Perazzolli. *Cargas críticas para pórticos biarticulados con dintel quebrado*. Dpto. de Ingeniería de la UNS. 1983.
- [2] C.P. Filipich. *Cargas de pandeo de pórticos biarticulados parabólicos y a dos aguas*. UNS – UTN. 1985.
- [3] C.P. Filipich y C.E. Jougard. *Cargas críticas para pórticos biarticulados con dintel recto y curvo*. Dpto. de Ingeniería de la UNS. 1984.

- [4] C.P. Filipich. *Inestabilidad del Equilibrio*. Curso 813. Secretaría Argentina para el Centro Internacional de Ciencias Mecánicas. Argentina. 1981.
- [5] C.P. Filipich. *Inestabilidad del Equilibrio – Pandeo*. Curso de Postgrado dictado en el año 1984. Dpto. de Ingeniería de la UNS.
- [6] C. P. Filipich, M. R. Escalante, M. B. Rosales, *Series de potencias: una ventajosa alternativa aplicada a vibraciones libres de pórticos*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 908-920.
- [7] C. P. Filipich, E. A. Bambill, M. B. Rosales, *Pandeo de pórticos planos. Uso sistemático de series de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 454-468.
- [8] C. P. Filipich, P. M. Bellés, M. B. Rosales, *Dinámica de anillos y arcos circunferenciales gruesos*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 863-876.
- [9] C. P. Filipich, E. A. Bambill, *Frecuencias naturales de piezas empresiladas via serie de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 877-891
- [10] C. P. Filipich, M. B. Rosales, F. S. Buezas, *Vibración libre de arcos simétricos de directriz arbitraria resueltos por medio de series de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 892-907.
- [11] H. D. Menecozzi, C. P. Filipich, M. B. Rosales, *Un método variacional no clásico aplicado al problema de vibraciones naturales de arcos gruesos circunferenciales*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 982-996.
- [13] M. B. Rosales, C. P. Filipich, M. R. Escalante, *Dinámica de una estructura flotante amarrada: modelado de la no linealidad mediante recurrencias algebraicas*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 1051-1063.
- [13] C. P. Filipich, M. R. Escalante, M. B. Rosales, *Sincronización de dos atractores de Lorenz mediante el uso de series de potencias*, ENIEF 2003, Mecánica computacional, Vol. XXII, pág. 1165-1172.