

## SIMULACIÓN DEL EFECTO DE TAMAÑO EN ACERO Y SU INTERACCIÓN CON LA VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS

Atilio Morquio<sup>1</sup>, Ignacio Iturrioz<sup>2</sup>, Guilherme Tesser<sup>3</sup>

<sup>1</sup> - Profesor Instituto de Estructuras y Transporte de la Universidad de la Republica Montevideo Uruguay, e-mail: [Atilio@fing.edu.ar](mailto:Atilio@fing.edu.ar)

<sup>2</sup> PROMEC, Departamento Ingeniería Mecánica, Escuela de Ingeniería Universidad Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre – Brasil e-mail: [ignacio@mecanica.ufrgs.edu.br](mailto:ignacio@mecanica.ufrgs.edu.br)

<sup>3</sup> - Alumno de graduación de Ingeniería Mecânica de la UFRGS

**Palabras clave:** Efecto de Escala, Efectos de velocidad de deformación, Mecánica de Fractura, Simulación numérica, Método de los elementos discretos.

**Resumen.** *El estudio del efecto de escala ha intrigado a los investigadores desde los comienzos de la ciencia moderna. Tanto Galileo como Leonardo da Vinci discuten el mismo en sus trabajos. Otro fenómeno que también tiene influencia importante sobre las propiedades mecánicas de los materiales es la velocidad de deformación con la que se aplica la carga. Si bien sobre ambos fenómenos todavía existen muchos aspectos a ser investigados, es claro que en su explicación intervienen de manera relevante las longitudes y velocidades de deformación características del material. Los métodos numéricos en general consideran, de manera explícita o implícita, la existencia de estas propiedades características de los materiales. El Método numérico utilizado para profundizar el estudio de estos aspectos es el método de los elementos discretos que ha mostrado ser una buena herramienta para simular problemas donde se produce fractura y fragmentación. Los resultados numéricos obtenidos en términos de tensiones deformaciones y energías verifican la ley de escala propuesta. Esto puede ser utilizado para inferir resultados numéricos de mayor costo computacional a partir de modelos mas simples, tema discutido en el trabajo.*

## 1 INTRODUCCIÓN

Para proyectar una estructura es necesario conocer cuales serán las propiedades del material en la misma con sus dimensiones reales y sometido a las velocidades de deformación producidas por las solicitaciones previstas. En general, en las condiciones indicadas las propiedades del material no son las mismas que las obtenidas en ensayos en cuerpos de prueba simples pues existe influencia del tamaño y de la velocidad de deformación en la determinación de las propiedades del material.

La influencia de tamaño ha sido estudiada desde los primordios de la ciencia moderna. Los estudios sobre su efecto en las propiedades del material iniciados por Leonardo da Vinci y Galileo se extienden hasta nuestros días dando lugar a diferentes interpretaciones como las realizadas por Bazant<sup>1 y 2</sup> y por Carpinteri<sup>3 y 4</sup>. Mucho menos analizado, como señala Morquio<sup>5</sup>, ha sido el efecto conjunto del tamaño con la velocidad de deformación y sus posibles acoplamientos.

Para analizar estos efectos es posible seguir distintos caminos. En este trabajo se aborda el problema desde dos ángulos diferentes. Por un lado se estudian las leyes de escala, utilizando variables adimensionadas y los conceptos de longitud característica y de velocidad de deformación característica obteniendo algunas conclusiones sobre las leyes generales que rigen estos fenómenos. Conclusiones generales en las que se encuadran prácticamente todos los criterios actualmente vigentes como muestra Morquio<sup>6</sup>. Con estas leyes se analiza el método de los elementos discretos y se obtienen ciertas propiedades que caracterizan ese modelo numérico. El análisis realizado puede perfectamente ser generalizado a otros métodos numéricos.

El trabajo presenta en la sección 2 los criterios generales para el análisis del problema con variables adimensionadas, en la sección 3 los criterios generales del método de los elementos discretos empleado, en la sección 4 el análisis dimensional del modelo numérico empleado, en la sección 5 la verificación numérica de lo señalado en la sección 4 y en la sección 6 algunas conclusiones.

## 2 LAS LONGITUDES Y VELOCIDADES DE DEFORMACIÓN CARACTERÍSTICAS DE LOS MATERIALES

El efecto de tamaño es estudiado para una determinada respuesta de la estructura, que es designada genéricamente con la letra  $Y$ , ésta puede ser la resistencia nominal del material, la energía necesaria para producir su fractura, o cualquier otra respuesta que se desee considerar. El efecto es analizado comparando los resultados obtenidos en estructuras de diferente tamaño que presentan semejanza geométrica.

Dos estructuras (a y b) se consideran geoméricamente semejantes cuando el cociente entre una dimensión de la segunda y la dimensión correspondiente de la primera ( $d_b / d_a = \lambda$ ) es constante, cualquiera sea la dimensión elegida. Adicionalmente, se admite que las estructuras que se comparan están constituidas del mismo material.

Es claro que las respuestas obtenidas ( $Y_a$ ,  $Y_b$ , etc.) pueden o no ser constantes para los diferentes tamaños de la estructura. En el primer caso, no existe efecto de tamaño, pues la respuesta obtenida es independiente del tamaño de la estructura. En el segundo caso, la respuesta es función del tamaño de la estructura y en consecuencia existe el efecto de tamaño.

La respuesta  $Y$  para una dimensión  $d$  puede en general ser expresada, por una ley de escala  $f$ , de la forma:

$$Y = Y_a f(\lambda) \quad (1)$$

Donde  $\lambda = d / d_a$ ,  $Y_a$  es la respuesta correspondiente al tamaño  $d_a$  y  $f$  es una función adimensional, tal que  $f(1) = 1$ . Si la función  $f$  depende del tamaño  $d_a$  elegido como referencia, se dice que existe una longitud característica del material. En caso contrario, no existirá una longitud característica del material. Según Bazant<sup>1</sup> cuando no existe una longitud característica del material se verifica que  $f$  es independiente del tamaño elegido como referencia y tiene la forma:

$$f(\lambda) = \lambda^m \quad (2)$$

Esta expresión con  $m$  cualquier número real es la forma más general de la ley de escala si y solo si no existe una longitud característica del material. En la medida que existan longitudes características, (por ejemplo  $c_1$  y  $c_2$ ) la respuesta  $Y$  del material para una dimensión  $d$  puede expresarse en la forma:

$$Y = Y_a f(\lambda, \mu, \eta) \quad (3)$$

Donde las variables adimensionadas son:  $\lambda = d / d_a$ ,  $\mu = c_1 / d_a$  y  $\eta = c_2 / d_a$ . Cumpliéndose que:  $f(1, \mu, \eta) = 1$ , para todo  $\mu$  y  $\eta$ . Cuando solamente existen dos longitudes características  $c_1$  y  $c_2$ , la función  $f$  deberá ser independiente de la dimensión de referencia  $d_a$  elegida.

De forma similar se pueden comparar las respuestas producidas por cargas aplicadas con diferentes velocidades de deformación y definir el concepto de velocidad de deformación característica del material, por analogía con los desplazamientos característicos. En el caso de un material con dos longitudes características y dos velocidades de deformación característica las respuestas para dos situaciones serán  $Y_a$  y  $Y$  donde:

$Y_a$  será la respuesta correspondiente al tamaño  $d_a$  y a la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}_a$

$Y$  será la respuesta correspondiente al tamaño  $d$  y a la velocidad de deformación  $\dot{\epsilon}$

Si denominamos  $c_1$  y  $c_2$  a las longitudes características del material y  $\dot{\epsilon}_{c1}$  y  $\dot{\epsilon}_{c2}$  a las velocidades de deformación características, podemos definir las variables adimensionadas:

$$\lambda = d / d_a, \mu = c_1 / d_a, \eta = c_2 / d_a, \theta = \dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_a, \pi = \dot{\epsilon}_{c1} / \dot{\epsilon}_a, \gamma = \dot{\epsilon}_{c2} / \dot{\epsilon}_a \quad (4)$$

En estas condiciones se tendrá que:

$$Y = Y_a f(\lambda, \mu, \eta, \theta, \pi, \gamma) \quad (5)$$

Según Morquio<sup>6</sup> la función  $f$  puede ser expresada de la forma:

$$f(\lambda, \mu, \eta, \theta, \pi, \gamma) = \frac{g\left(\frac{\mu}{\lambda}, \frac{\eta}{\lambda}, \frac{\pi}{\theta}, \frac{\gamma}{\theta}\right)}{g(\mu, \eta, \pi, \gamma)} \quad (6)$$

Donde  $g$  puede ser una función cualquiera.

### 3 EL METODO DE LOS ELEMENTOS DISCRETOS: FUNDAMENTOS Y APLICACIONES

Este método está fundamentado en la representación espacial del continuo utilizando elementos de barra, interconectados entre sí, que poseen rigidez equivalente al continuo que quieren representar. Las barras están dispuestas en el espacio siguiendo un arreglo básico cúbico que aparece en el detalle de la Fig(1), con barras normales de longitud  $L_c$  y barras diagonales de longitud  $\sqrt{3}L_c/2$ . Para esta distribución espacial de las barras (formato cúbico), Hayashi<sup>7</sup> determinó la rigidez de las mismas para poder representar un continuo isótropo equivalente. Las ecuaciones (1) y (2) representan, las rigideces obtenidas para las barras normales y diagonales respectivamente Hayashi<sup>7</sup>.

$$EAn = \frac{L_c^2 (9 + 8\delta)}{18 + 24\delta} \cdot E \quad (1)$$

$$EAd = \frac{2\delta L_c^2 (9 + 8\delta)}{27 + 36\delta} \cdot E \quad (2)$$

Donde  $E$  es el Modulo de Young,  $EAn$  e  $EAd$ : representan la rigidez de las barras normales y diagonales respectivamente,  $L_c$  la longitud de las barras normales,  $\delta$  es un coeficiente que relaciona las propiedades unidireccionales en la dirección normal y diagonal.

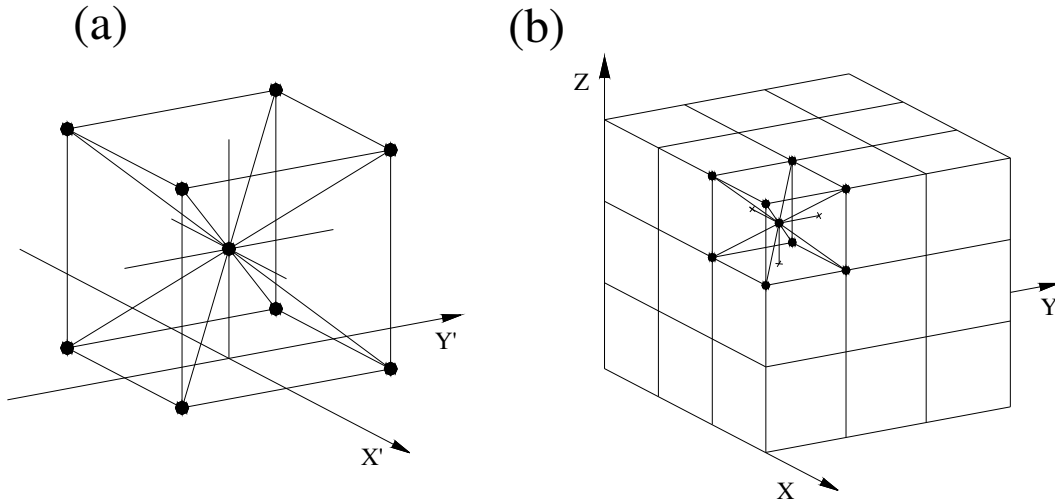
Para la distribución de las barras ilustrada en la Fig 1, considerando un medio isótropo homogéneo Hayashi<sup>7</sup> determino que

$$\delta = \frac{9\nu}{(4 - 8\nu)} \quad (3)$$

Es importante destacar que para la correcta representación de un continuo isótropo y homogéneo con el arreglo cúbico utilizado debe ser impuesta la restricción de  $\nu = 0.25$ . Para otros valores de  $\nu$  aparecen pequeñas diferencias en los términos de corte, estas diferencias pueden despreciarse sobre todo cuando se está interesado en la respuesta no lineal del modelo. La masa del sistema es concentrada en los nodos siendo que cada uno de ellos tendrá una masa concentrada definida como sigue:

$$m_{nodal} = \rho sL_c^3 \quad (4)$$

donde  $\rho$  es la densidad del continuo estudiado y  $(sL_c^3)$  el volumen de influencia del nodo analizado.



**Figura 1.** a) Módulo cúbico utilizado. b) Prisma compuesto por varios módulos cúbicos

La ecuación de movimiento del sistema de  $N$  grados de libertad resultante de la discretización espacial puede ser expresada en la forma:

$$M \cdot \ddot{u} + f(t) = q(t) \quad (5)$$

En la cual  $M$  denota la matriz de masa (diagonal),  $u$  es el vector de coordenadas generalizadas (desplazamientos nodales),  $f(t)$  es el vector de fuerzas nodales internas, las cuales dependen de los desplazamientos presentes y de pasos anteriores, y  $q(t)$  el vector de fuerzas externas aplicadas. Así, en sistemas lineales elásticos,  $f(t) = Ku(t)$ , siendo  $K$  la matriz de rigidez. En sistemas con fuerzas viscosas,  $f(t) = K \cdot u + C \cdot \dot{u}$ , considerando  $C$  proporcional a la matriz de masa, de tal forma que:

$$C = MD_f \quad (6)$$

Siendo  $D_f$  una constante vinculada al coeficiente de amortecimiento crítico del sistema. La ecuación de movimiento (5) puede ser integrada numéricamente en el dominio del tiempo utilizando un esquema explícito (método de las diferencias finitas centrales).

Mediante la actualización de las coordenadas nodales en cada paso del tiempo este método

permite la consideración de grandes desplazamientos en forma natural (no linealidad geométrica).

La convergencia de las soluciones en elasticidad lineal, así como en los problemas de inestabilidad elástica fue verificada por Riera & Iturrioz<sup>8</sup>.

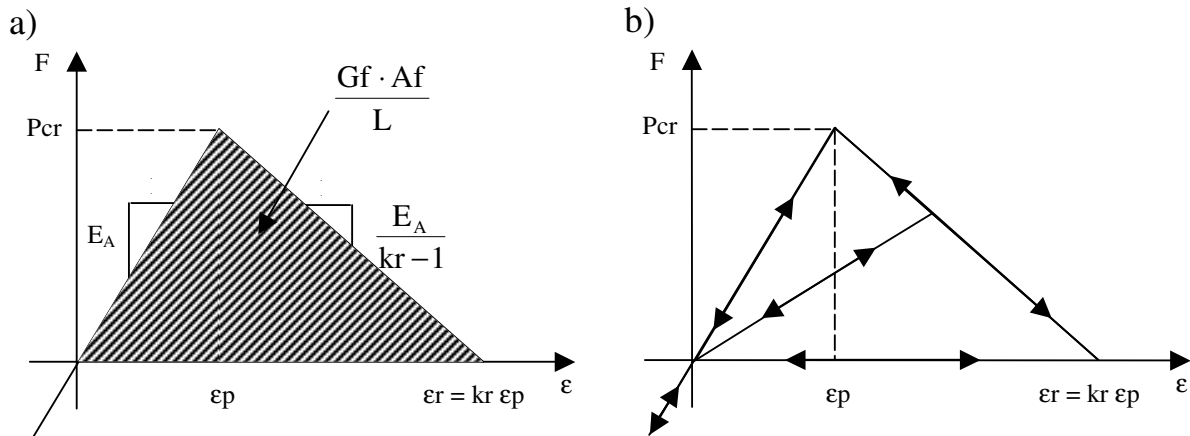
### Ley constitutiva elemental para representar el comportamiento no lineal del material

En 1989 Rocha<sup>9</sup> propuso una ley constitutiva bilineal para los elementos, que permite capturar el comportamiento de materiales hasta la ruptura, la misma se presenta en Fig. 2.

La relación constitutiva de cada barra tiene la siguiente forma:

$$\text{Fuerza} = \text{función (deformación de la barra)} \quad (7)$$

En la Fig 2,  $P_{cr}$  representa la fuerza máxima de tracción transmitida por la barra,  $\epsilon_p$  es la deformación asociada a  $P_{cr}$ ,  $E_A$  es la rigidez de las barras del modelo de reticulado y  $k_r$  es la ductilidad, parámetro que permite calcular la deformación para la cual la barra no transmite más esfuerzos de tracción,  $\epsilon_r$ .



**Figura 2.** Relación Constitutiva Elemental de las barras del reticulado – a) Diagrama constitutivo adoptado con sus parámetros de control; b) Esquema para la carga y descarga. Rocha 9.

La deformación límite  $\epsilon_r$  es elegida para satisfacer la condición que cuando un elemento falla y la fisura se abre, se disipa una cierta cantidad de energía. Esta energía es igual al producto del área de la superficie fracturada,  $A_f$ , la cual está relacionada con  $L_c$ , por el valor de la tasa de energía superficial  $G_f$ , que es una propiedad del material.

Las propiedades del material pueden ser modeladas como campos aleatorios, lo que implica que las mismas pueden variar de elemento a elemento siguiendo una ley estadística establecida.

Es importante destacar que  $P_{cr}$ ,  $\epsilon_p$ ,  $\epsilon_r$ ,  $G_f$ , y  $R_f$  son propiedades exclusivas del material,  $A_f$  y  $L_c$  son propiedades exclusivas del modelo, los parámetros  $E_A$  y  $k_r$  dependen tanto del modelo

como del material.

Considerando que el material en estudio tiene comportamiento frágil, puede ser aplicada la mecánica lineal de fractura. El factor de intensidad de tensiones ( $K_I$ ), parámetro de comparación de la mecánica de fractura puede ser escrito como:

$$K_I = \chi \cdot f_t \cdot \sqrt{a} \quad (8)$$

siendo  $\chi$  : parámetro que depende de la geometría del problema; y, a: longitud de la fisura.

Considerando el comportamiento lineal hasta la ruptura ( $f_t = \epsilon_p E$ ) y estado plano de deformaciones, la deformación crítica es dada por:

$$\epsilon_p = R_f \cdot \left[ \frac{G_f}{E \cdot (1 - \nu^2)} \right]^{1/2} \quad (9)$$

dónde:

$$G_f = \frac{K_I^2}{E} (1 - \nu^2) \quad (10)$$

$R_f$  es un “factor de falla” definido como:

$$R_f = \frac{1}{(\chi \cdot \sqrt{a})} \quad (11)$$

El método de los elementos discretos ha sido aplicado con suceso en el estudio de materiales susceptibles de fracturar, dónde la hipótesis de medio continuo, base de los métodos numéricos tradicionales (elementos finitos y de contorno) es violada.

El MED junto con la ley bilineal explicada fue utilizado con suceso en el estudio de materiales frágiles como hormigón y hormigón armado como se presenta en Riera & Iturrioz<sup>8</sup> La simulación del comportamiento de suelos frente a cargas explosivas pueden encontrarse en Iturrioz & Riera<sup>10</sup>, el estudio de propagación dinámica de fisuras en Spellmeyer et. al.<sup>11</sup>, así como problemas de impacto en materiales compuestos poliméricos en Barrios D'Ambra et.al.<sup>12 y 13</sup>.

#### 4. ANÁLISIS DEL MODELO NUMERICO EMPLEADO

Los resultados o respuesta obtenidos para un caso particular, con cualquier modelo numérico serán función de los valores de las magnitudes empleadas para caracterizar las propiedades del material. En el modelo analizado ( caso de un tirante prismático sometido a una velocidad de deformación prescrita sin considerar aleatoriedad de sus propiedades mecánicas) tendremos las siguientes magnitudes en juego:

- a)  $E$  = Modulo de Young, de dimensión  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{L}^{-1} \mathbf{T}^{-2}$
- b)  $\rho$  = Densidad, de dimensión  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{L}^{-3}$
- c)  $G_f$  = Tasa de energía superficial de fractura, de dimensión  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{T}^{-2}$
- d)  $\nu$  = Coeficiente de Poisson, sin dimensión
- e)  $R_f$  = Factor de falla, de dimensión  $\mathbf{L}^{-1/2}$

- f)  $k_r$  = Relación entre la deformación límite y la deformación crítica, sin dimensión  
 g)  $D_f$  = Relación entre la amortiguación y la masa del modelo dinámico, de dimensión  $T^{-1}$   
 h)  $L_c$  = Longitud de las barras normales, de dimensión  $L$

Las mismas permiten calcular las restantes magnitudes empleadas, las que se definen de manera que los resultados que se obtienen sean independientes del tamaño del elemento empleado (definido por  $L_c$ ).

Si nos interesa comparar para una determinada respuesta los resultados  $Y_a$  y  $Y$  correspondientes a dos piezas del mismo material de diferente tamaño pero semejantes entre si, sometidas a velocidades de deformación diferentes tendremos que además de las propiedades del material empleadas por el modelo intervendrán:

- i)  $da$  = Tamaño de la primera pieza, de dimensión  $L$   
 j)  $d$  = Tamaño de la segunda pieza, de dimensión  $L$   
 k)  $\dot{\epsilon}_a$  = Velocidad de deformación aplicada a la primera pieza, de dimensión  $T^{-1}$   
 l)  $\dot{\epsilon}$  = Velocidad de deformación aplicada a la segunda pieza, de dimensión  $T^{-1}$

Teniendo en cuenta que los resultados son independientes del tamaño de los elementos ( $L_c$ ) resulta que:

$$Y = F(E, \rho, G_f, \nu, R_f, k_r, D_f, d, \dot{\epsilon}) \quad (1)$$

$$Y_a = F(E, \rho, G_f, \nu, R_f, k_r, D_f, da, \dot{\epsilon}_a)$$

Y el cociente de ambas respuestas será:

$$\frac{Y}{Y_a} = F^*(E, \rho, G_f, \nu, R_f, k_r, D_f, d, da, \dot{\epsilon}, \dot{\epsilon}_a) \quad (2)$$

Este cociente puede expresarse en función de variables adimensionadas, obviamente  $\nu$  y  $k_r$ , pudiendo construirse las otras variables adimensionadas como producto de potencias de las restantes variables mencionadas, debiendo cumplirse que:

$$E^{a_1} * \rho^{a_2} * G_f^{a_3} * R_f^{a_4} * D_f^{a_5} * d^{a_6} * da^{a_7} * \dot{\epsilon}^{a_8} * \dot{\epsilon}_a^{a_9} = \text{sin dimensión} \quad (3)$$

Y en consecuencia deberá ser:

de la magnitud $M$	$a_1 + a_2 + a_3 = 0$	
de la magnitud $L$	$a_1 + 3a_2 + a_4/2 - a_6 - a_7 = 0$	(4)
de la magnitud $T$	$2a_1 + 2a_3 + a_5 + a_8 + a_9 = 0$	



De las expresiones anteriores puede despejarse  $a_1$ ,  $a_7$  y  $a_9$  obteniéndose que:

$$\left( \frac{\rho * \dot{\epsilon}_a^2 * d_a^2}{E} \right)^{a_2} * \left( \frac{G_f}{E * d_a} \right)^{a_3} * (R_f * d_a^{1/2})^{a_4} * \left( \frac{D_f}{\dot{\epsilon}_a} \right)^{a_5} * \left( \frac{d}{d_a} \right)^{a_6} * \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_a} \right)^{a_8} = \text{sin dimensión} \quad (5)$$

Y en consecuencia pueden tomarse como variables adimensionadas

$$\lambda = \frac{d}{d_a}, \mu = \frac{R_f^{-2}}{d_a}, \eta = \frac{G_f}{E * d_a}, \theta = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_a}, \pi = \frac{D_f}{\dot{\epsilon}_a}, \gamma = \frac{R_f^2}{\dot{\epsilon}_a} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (6)$$

Resultando que

$$\frac{Y}{Y_a} = f(\lambda, \mu, \eta, \theta, \pi, \gamma, \nu, k_r) \quad (7)$$

O sea que las 11 variables (7 del material, 2 del tamaño y 2 de la velocidad de deformación) que definen el problema pueden ser reducidas a 8 variables adimensionadas. Entre las variables adimensionadas resultantes, 6 de ellas definen propiedades del material (dos variables adimensionadas, dos longitudes características, dos velocidades de deformación características del material), la relación de los tamaños y la relación de las velocidades de deformación aplicadas. Las longitudes y velocidades de deformación característica son:

$$c_1 = R_f^{-2}, \quad c_2 = \frac{G_f}{E}, \quad \dot{\epsilon}_{c1} = D_f, \quad \dot{\epsilon}_{c2} = R_f^2 \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (8)$$

Cabe señalar que este análisis puede generalizarse a cualquier otro método numérico determinando las constantes adimensionales y las longitudes y velocidades de deformación característica empleadas por el modelo.

Finalmente puede observarse que si se consideran cuatro casos diferentes, con respuestas  $Y_1, Y_{a1}, Y_2$  y  $Y_{a2}$  de manera que:

- los valores de las constantes  $\nu$  y  $k_r$  sean iguales en los cuatro casos
- las restantes magnitudes que definen las propiedades de los materiales sean iguales para los dos primeros casos entre si y para los dos últimos casos entre si, aunque no necesariamente iguales entre ellos.
- los cocientes entre los tamaños  $d_1/d_{a1}$  y  $d_2/d_{a2}$  sean iguales.
- los cocientes entre las velocidades de deformación  $\dot{\epsilon}_1/\dot{\epsilon}_{a1}$  y  $\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_{a2}$  sean iguales
- las variables adimensionadas  $\mu, \eta, \pi$  y  $\gamma$  de los dos primeros casos sean iguales a las de los dos últimos.

Entonces se cumplirá que:

$$Y_1/Y_{a1} = Y_2/Y_{a2} \quad (9)$$

## 5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Con la finalidad de confirmar el análisis realizado del modelo numérico se consideraron cuatro casos cuyos datos son indicados en la tabla 1. Las respuestas obtenidas son resumidas en la tabla 2 en términos de tensión de fluencia,  $\sigma_f$ , tensión máxima  $\sigma_r$ , la deformación en la cual se produce la tensión máxima  $\epsilon_{max}$ , la deformación en la cual el modelo tiene tensión nula  $\epsilon_r$ , la máxima energía de deformación elástica acumulada por el sistema durante el proceso de ruptura **ENEL**, la máxima energía cinética producida durante el proceso de ruptura **ENCN**, la energía disipada en la ruptura **ENGD**. En esta última tabla es posible observar que en todas las respuestas presentadas se verifica la relación dada por la expresión (9).

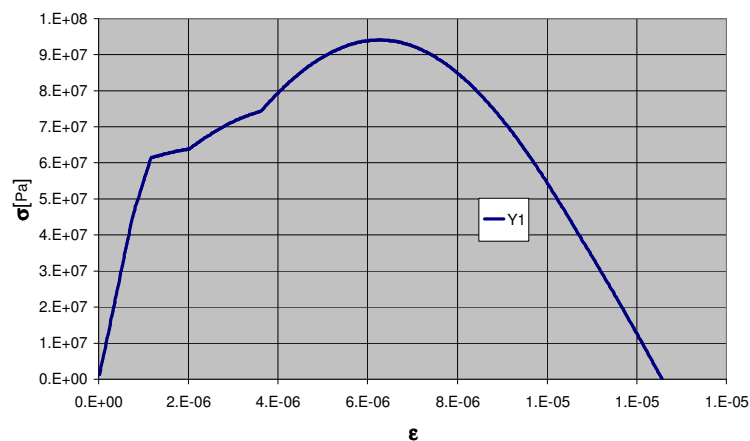
Casos	a1	1	a2	2
<b>E (N/m<sup>2</sup>)</b>	<b>2E+11</b>	<b>2E+11</b>	<b>8E+15</b>	<b>8E+15</b>
<b><math>\rho</math> (kg/m<sup>3</sup>)</b>	<b>1E+3</b>	<b>1E+3</b>	<b>6,4E+4</b>	<b>6,4E+4</b>
<b>G<sub>f</sub> (N/m)</b>	<b>1E+2</b>	<b>1E+2</b>	<b>1E+6</b>	<b>1E+6</b>
<b><math>\nu</math></b>	<b>0,25</b>	<b>0,25</b>	<b>0,25</b>	<b>0,25</b>
<b>R<sub>f</sub> (m<sup>-1/2</sup>)</b>	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>10</b>	<b>10</b>
<b>k<sub>r</sub></b>	<b>2,5</b>	<b>2,5</b>	<b>2,5</b>	<b>2,5</b>
<b>D<sub>f</sub> (s<sup>-1</sup>)</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>
<b>d (m)</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>0,5</b>	<b>0,75</b>
<b><math>\dot{\epsilon}</math> (s<sup>-1</sup>)</b>	<b>1</b>	<b>10</b>	<b>100</b>	<b>1000</b>

Tabla 1 : Datos considerados para los cuatro casos analizados

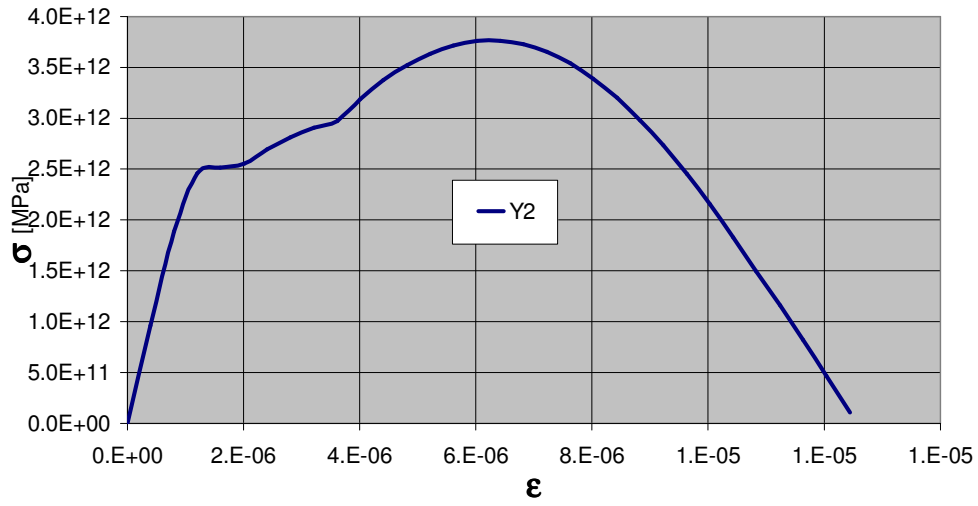
Respuestas	Ya1	Y1	Ya2	Y2	Y1/ Ya1	Y2/ Ya2
$\sigma_f$ (N/m <sup>2</sup> )	1,50E+7	6,22E+7	5,98E+11	2,50E+12	4,15	4,18
$\sigma_r$ (N/m <sup>2</sup> )	2,21E+7	9,41E+7	8,84E+11	3,76E+12	4,26	4,25
$\epsilon_{max}$	2,17E-4	1,26E-5	2,17E-4	1,28E-5	5,81E-2	5,89E-2
$\epsilon_r$	1,56E-4	6,19E-6	1,53E-4	6,42E-6	3,97E-2	4,19E-2
Enel	83,4	50	5,21E+4	3,18E+4	0,60	0,61
Encn	198	300	1,23E+5	1,87E+5	1,52	1,52
Engd	56	18,1	3,47E+4	1,13E+4	0,32	0,33

. Tabla 2: Respuestas de los cuatro casos analizados

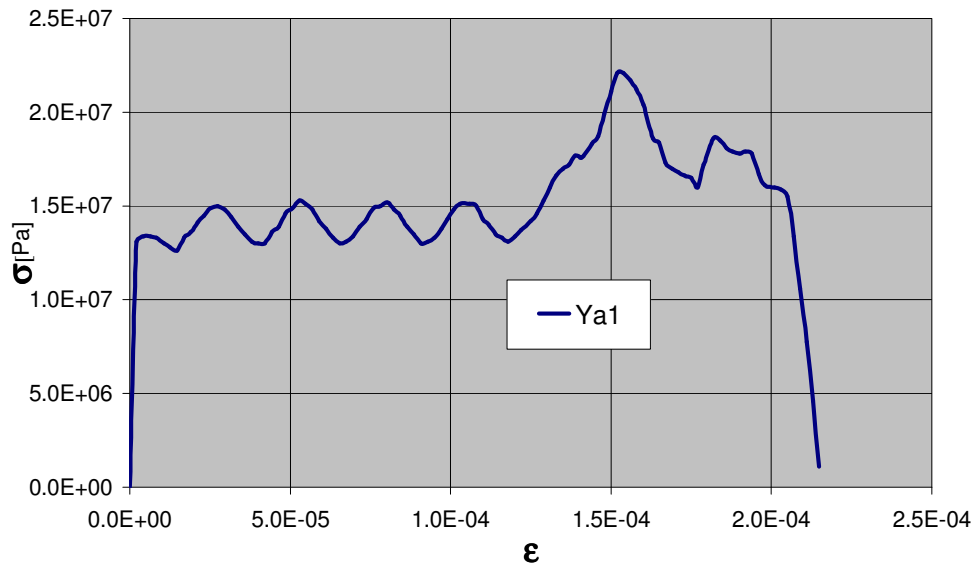
En la figura 3a b c y d se presentan las curvas tensión deformación para las cuatro casos estudiados, y en las Fig. 4 a,b,c y d , la variación de las respuestas en términos de balance energético durante todo el proceso de ruptura. Finalmente en la figura 5 se presentan las configuraciones de ruptura de los cuatro cuerpos de prueba ensayados.



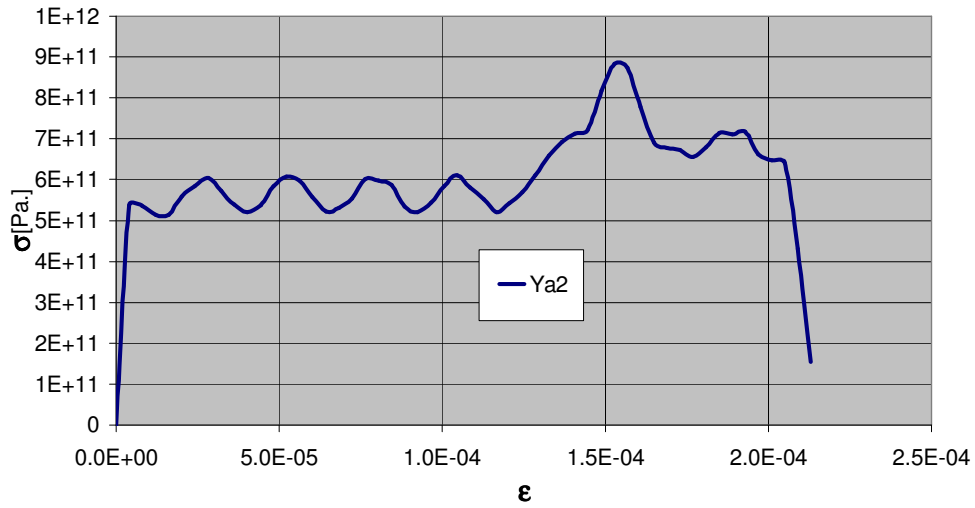
(a)



(b)

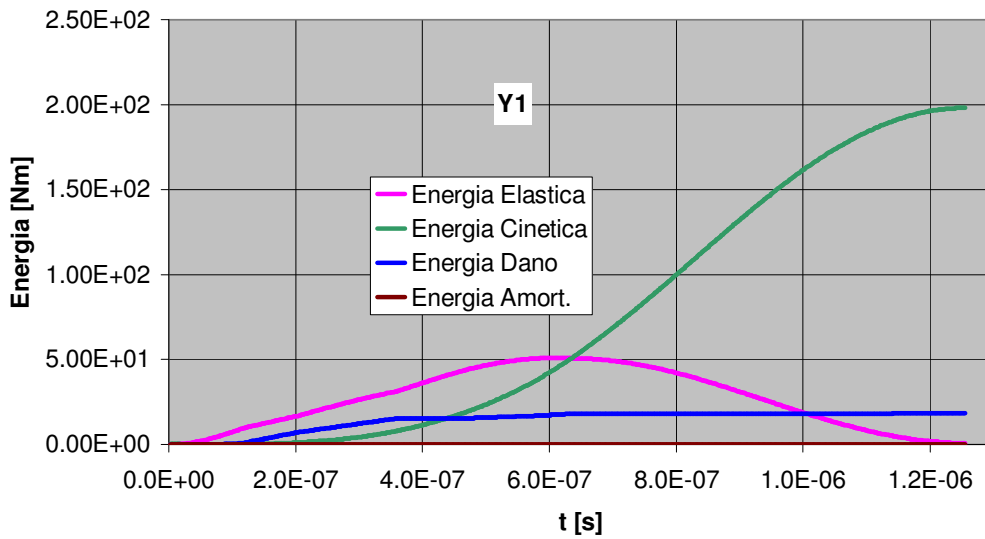


(c)

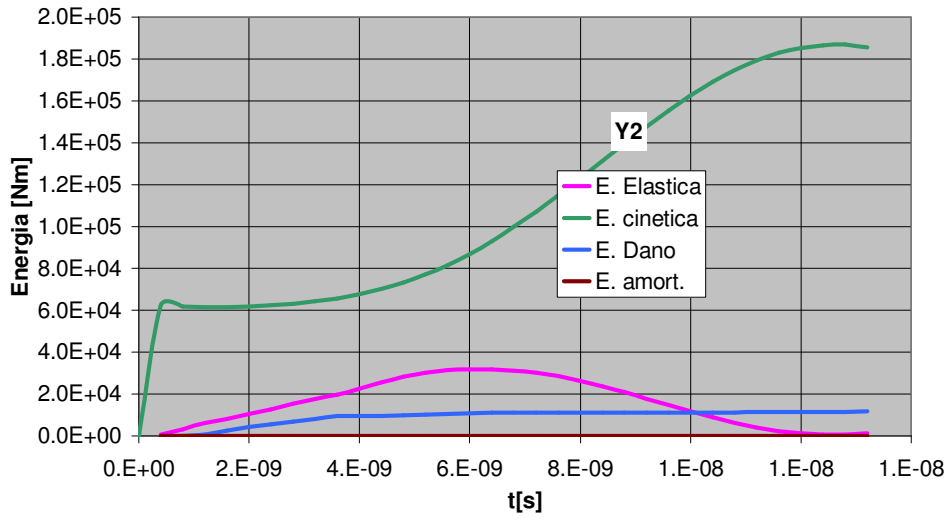


(d)

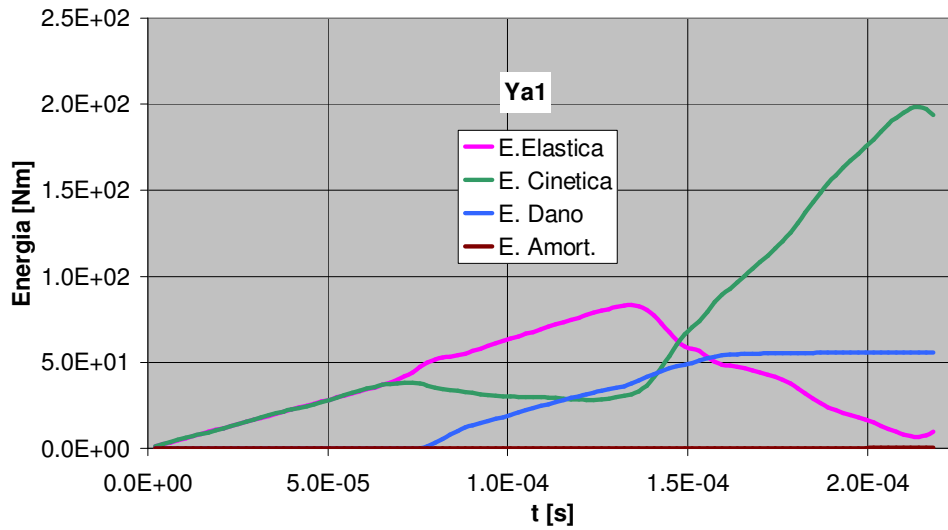
Figura 3 : Respuesta en términos de deformación versus tensión para los cuatro casos analizados, a) Y1, b) Y2, c) Ya1, d) Ya2



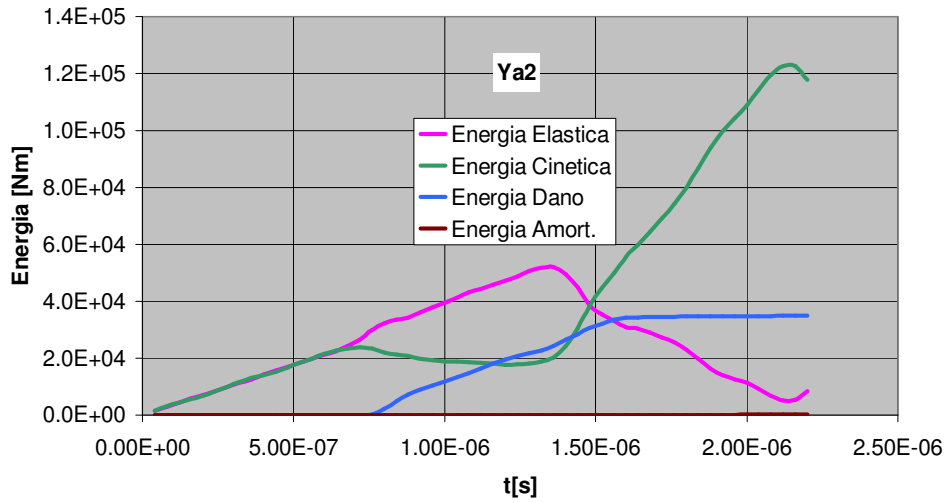
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4 : Respuesta en términos del balance energético versus tiempo para los cuatro casos analizados, a)Y1, b) Y2,c) Ya1, d)Ya2

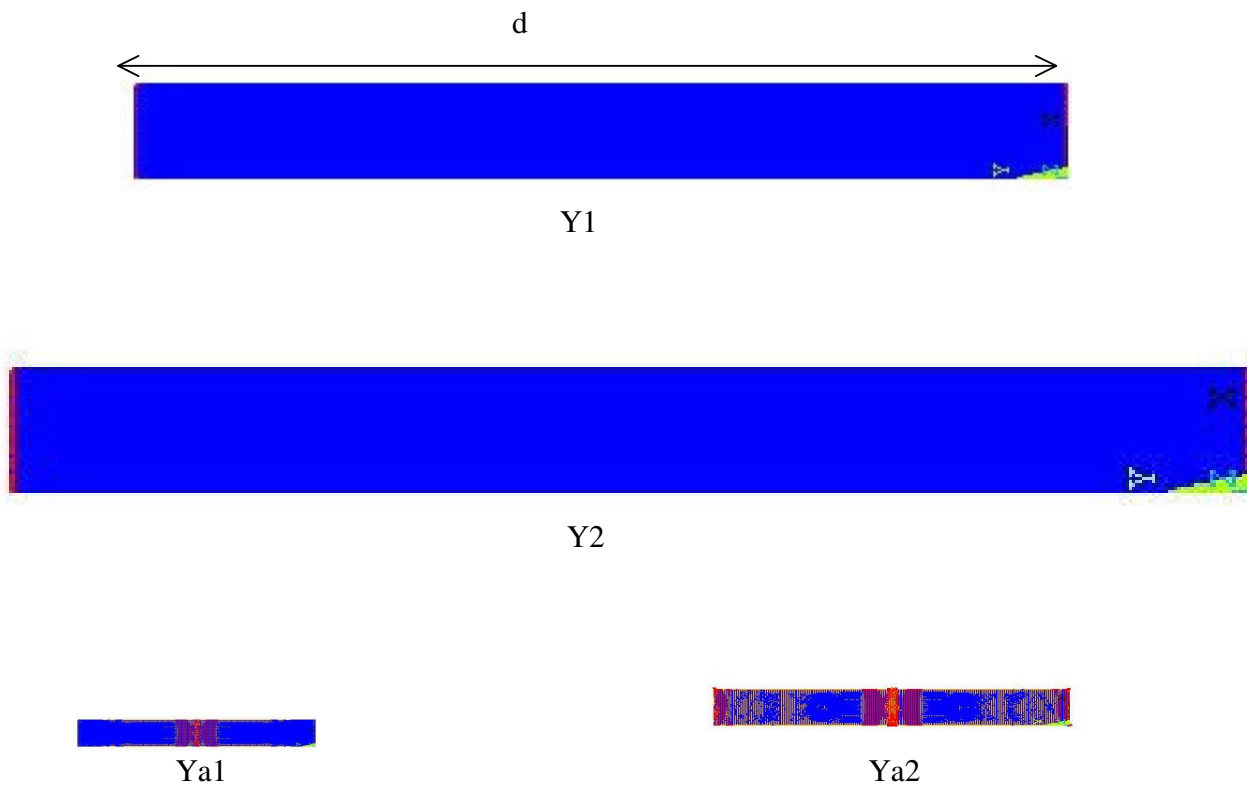


Figura 5: configuraciones finales de los cuatro tirantes analizados (barras rotas e rojo y dañadas en naranja).

## 6. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

Se puede afirmar en general que los modelos numéricos suponen de manera explícita o implícita la existencia de longitudes características de los materiales y de velocidades de deformación características y que las mismas pueden ser determinadas analizando los datos del material que considera el modelo. Esta conclusión es razonable pues los modelos numéricos son idealizaciones de los materiales que, como se sabe, presentan estas propiedades características.

Por otro lado se observa que el cociente de dos respuestas que originalmente depende de 11 variables, puede ser expresado como una función de solo 8 variables adimensionadas.

Una aplicación interesante de esta última conclusión es que permite simular un conjunto de casos diferentes a los que se desea estudiar pero que tiene los mismos cocientes entre sus respuestas. Ello permite, entre otras utilidades posibles, elegir adecuadamente el rango de los parámetros empleados procurando minimizar los tiempos computacionales empleados para resolver un conjunto de problemas.

### 1. AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue realizado con el apoyo de la CAPES, entidad del Gobierno Brasileiro dirigida a la formación de recursos humanos dentro del marco de un convenio institucional CAPES/Setcip.

### 2. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Bazant Z.P., 1993, Scaling laws in mechanics of failure, *Journal of Engineering Mechanics* 119(9), p 1828-1844.
- [2] Bazant Z.P., Chen E.P., 1997, Scaling of structural failure, *Appl Mech rev* vol 50, (10), p 593-627.
- [3] Carpinteri A., 1994, Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials, *Int. J. Solids Structures* Vol 31, N 3, p 291-302.
- [4] Carpinteri A., Chiaia B., Ferro G., 1995, Size effects on nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder, *Materials and Structures*, 28 p 311-317.
- [5] Morquio A. and Riera J. 2003 Size and strain rate effects in the mechanical properties of materials, Paper NF 065, *Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17)* Prague, Czech Republic.
- [6] Morquio A. and Riera J. 2004 Size and strain rate effects in steel structures, *Engineering Structures*, Volume 26, Issue 5, April p 669-679.
- [7] Hayashi, Y., "Sobre um modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado



- em dinâmica não linear”. Porto Alegre. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, (1982).
- [8] Riera, J.D. and Iturrioz, I., "Discrete element dynamic response of elastoplastic shells subjected to impulsive loading", *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 11, pp 417-426, (1995).
- [9] Rocha, M.M., “Ruptura e efeito de escala em materiais não homogêneos de comportamento frágil”, Porto Alegre, 123 p. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. (1989).
- [10] Iturrioz, Ignacio., Riera, Jorge Daniel, “Estudio numérico del efecto de explosivos sobre una superficie plana” In: ENIEF XII, Córdoba, Argentina. *Mecánica Computacional Vol 20* pp.422-429, (2001).
- [11] Spellmeyer, Teresa., Barrios D’Ambra, Ricardo., Iturrioz, Ignacio, “Simulación numérica de la propagación de fisuras en sólidos utilizando el método de los elementos discretos”, In: ENIEF XII, Córdoba, Argentina. *Mecánica Computacional Vol 20* pp.506-513, (2001).
- [12] Barrios D’Ambra, Ricardo., Iturrioz, Ignacio., Fasce, Laura A., Frontini, Patricia M., Cisilino, Adrián P., “Utilización del método de los elementos discretos en la simulación numérica de ensayos de impacto para caracterización de materiales compuestos
- [13] Barrios D’Ambra, Ricardo., Iturrioz, Ignacio., Fasce, Laura A., Frontini, Patricia M., Cisilino, Adrián P., “Simulación numérica del ensayo de impacto en probetas de polímeros utilizando el método de los elementos discretos”, *Cilamce 2003*, (2003).