

## ANALISIS POR ELEMENTOS FINITOS DEL ESTADO DE ESFUERZO Y DEFORMACION DE UNA SECCION GEOMETRICAMENTE SIMILAR A LA ENCONTRADA EN UN HORNO PARA PRODUCCION DE CEMENTO

Alejandro Pacheco Sanjuán<sup>\*</sup>, Mario Jesús Juha

<sup>\*</sup> Grupo de investigación en materiales y procesos de manufactura (GIMYP)  
Departamento de ingeniería Mecánica, Universidad del Norte  
Km 5 antigua vía a Puerto Colombia, Barranquilla, Colombia  
e-mail: [apacheco@uninorte.edu.co](mailto:apacheco@uninorte.edu.co), web page: <http://www.uninorte.edu.co>

**Palabras clave:** Elementos de contacto, análisis de esfuerzos, hornos para clinkerización, ovalidad, esfuerzo y deformación plana.

**Resumen.** *En este artículo se desarrolla un análisis por Elementos Finitos cuyo fin es simular el comportamiento mecánico de una sección transversal geoméricamente similar a la encontrada en un horno rotatorio para producción de cemento, localizada sobre una de las llantas de apoyo y teniendo en cuenta solo las cargas debidas al peso propio de la estructura. Las dimensiones del horno analizado son 150 pulgadas de diámetro interior, 168 pulgadas de diámetro exterior y 450 pies de longitud. Para la creación del modelo de Elemento Finito y su solución se utilizó el programa comercial ALGOR®. El caso de carga se analizó usando un modelo de Elementos Finitos en dos dimensiones con elementos cuadriláteros representando a la sección del horno y llanta de apoyo. Los resultados del modelo se compararon con las ecuaciones analíticas propuestas por Nies y Göcer para este tipo de estructuras. Se puede destacar que un modelo de Elementos Finitos en dos dimensiones que asume deformación plana para el horno y esfuerzo plano para el aro se ajusta muy bien a los modelos analíticos. Además, se pudo comprobar que las ecuaciones analíticas de Göcer dan valores más próximos a los obtenidos del modelo numérico en cuanto a los esfuerzos y las de Nies en cuanto a la deformación.*

## 1 INTRODUCCION

El objetivo de este artículo es presentar un modelo de Elementos Finitos que permita observar el comportamiento mecánico (patrón de deformación y esfuerzo) de una llanta de un horno para producción de cemento y a su vez pueda ser el modelo utilizado en el proceso de diseño de las llantas de apoyo del horno. Se utilizó un programa comercial de Elementos Finitos de propósito general para simular la condición de carga debida al peso propio de este tipo de estructuras. Los esfuerzos resultantes en la llanta de apoyo debidos al cambio de ovalidad del cuerpo del horno se tuvieron en cuenta.

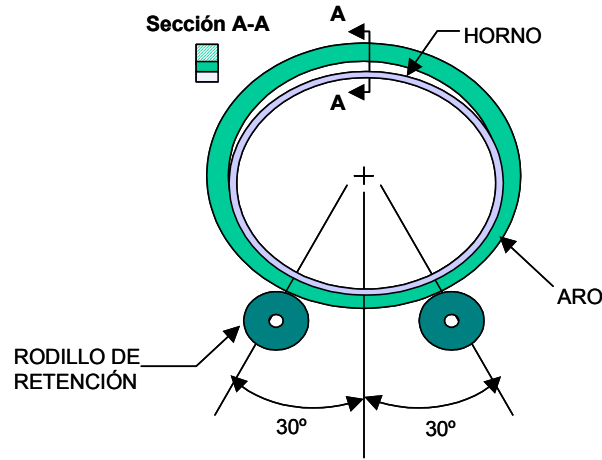
El problema es no lineal debido a que la distribución de carga entre el cuerpo del horno y la llanta de soporte es inicialmente desconocida. Una solución típica para este tipo de sistemas requiere alrededor de 12 iteraciones. Los nodos y elementos del modelo se generaron por mallado automático de tipo mapeado.

## 2 GENERALIDADES

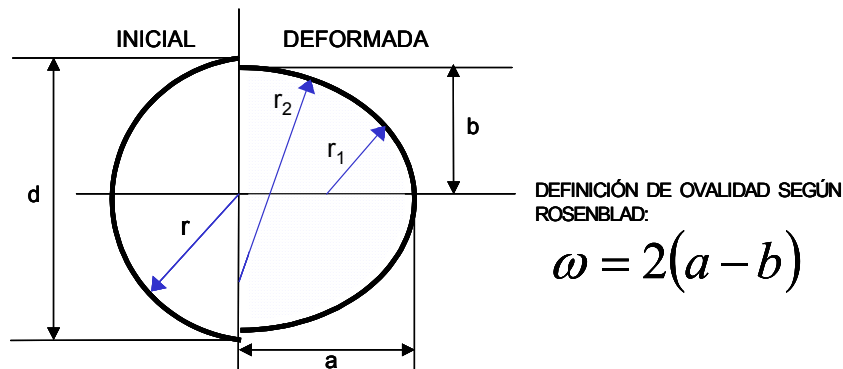
Los hornos rotatorios son estructuras cilíndricas que en su interior se encuentran forradas con ladrillos refractarios y que se apoyan sobre llantas a lo largo de su longitud. La llanta, a su vez, descansa sobre dos pares de rodillos. Estos están orientados  $30^\circ$  respecto de la línea vertical central; su función es brindar apoyo y permitir la rotación del horno <sup>1</sup>. Cabe aclarar que el horno no se apoya directamente sobre los rodillos sino que se encuentra rodeado, en los sitios de apoyo, por un aro o llanta. El material constitutivo de la llanta y horno es acero. En la figura 1 se muestra un esquema de la sección transversal de un horno rotatorio en uno de sus puntos de apoyo.

Como puede apreciarse en la figura 1, existe un claro entre el horno y la llanta en la parte superior. A este se le denomina claro de diseño y matemáticamente se expresa como el cociente de la diferencia de diámetros de la llanta y el horno entre el número pi. Debido a esta diferencia o claro aparece en funcionamiento un ángulo medido desde la vertical hasta los puntos de contacto de  $60^\circ$  a  $80^\circ$  <sup>2</sup>.

Debido al peso propio de la estructura, los hornos rotatorios sufren deformaciones, es decir que durante operación no mantienen su forma inicial. Estas deformaciones se dan en la dirección longitudinal y en la transversal. Durante funcionamiento la sección transversal del horno cambia de circular a elíptica u ovalada. El concepto de deformación en este caso se refiere al cambio del radio de curvatura durante el transcurso de una revolución <sup>3</sup>. La figura 2 presenta un esquema para la definición de ovalidad según Rosenblad, en el cual  $a$  y  $b$  son los semiejes de la elipse.



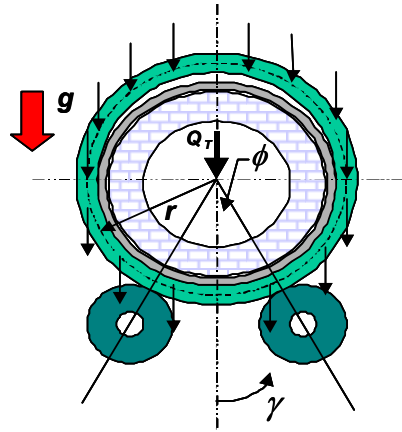
**Figura 1.** Esquema de la sección transversal de un de un horno rotatorio en uno de sus apoyos.



**Figura 2.** Esquema utilizado para definir la deformación transversal u ovalidad de los hornos rotatorios.

Las ecuaciones de Nies fueron las primeras en ser ampliamente utilizadas por los proyectistas de hornos rotatorios. Esta base de cálculo está en uso desde los años cuarenta y a demostrado ser muy conservadora en cuanto al cálculo de esfuerzos. Nies basa su análisis en la consideración de que la carga que tiene que soportar la llanta y que proviene de su propio peso, del peso del horno y el peso del material refractario se transmite como una distribución de carga uniforme sobre la llanta. Nies propone un conjunto de expresiones para evaluar el patrón de momento y fuerza circunferencial necesarios para estimar los esfuerzos en las llantas usando las ecuaciones de la viga curva. La figura 3 muestra un esquema de la sección

transversal de un horno rotatorio en la cual se definen los parámetros utilizados en las ecuaciones de Nies.



**Figura 3.** Carga sobre una sección transversal de un horno rotatorio en uno de sus puntos de apoyo, según Nies.

Nies propone un conjunto de expresiones para evaluar el patrón de momento y fuerza circunferencial necesarios para estimar los esfuerzos en las llantas usando las ecuaciones de la viga curva. El patrón de momento, fuerza y deformación es el siguiente <sup>4</sup>:

Para la región de  $0 < \gamma < \phi$

$$M = \left( \frac{Q_T r}{2\pi} \right) \left[ (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma - \left( \frac{1}{\cos \phi} \right) - \left( \frac{\cos \gamma}{2} \right) - \gamma \sin \gamma \right] \quad (1)$$

$$T = \left( \frac{Q_T}{2\pi} \right) \left[ \gamma \sin \gamma - \left( \frac{\cos \gamma}{2} \right) - (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma \right] \quad (2)$$

$$u = \left( \frac{Q_T r^3}{2EI} \right) \left\{ \left( \frac{\gamma \sin \gamma}{2\pi} \right) [\operatorname{tg} \phi (\pi - \phi) - 1] + \left( \frac{\cos \gamma}{4} \right) \left[ \operatorname{tg} \phi - \phi + \left( \frac{\pi}{2} \right) + \left( \frac{\gamma^2}{\pi} \right) \right] - \left( \frac{1}{\pi \cos \phi} \right) \right\} \quad (3)$$

Para la región de  $\phi < \gamma < \pi$

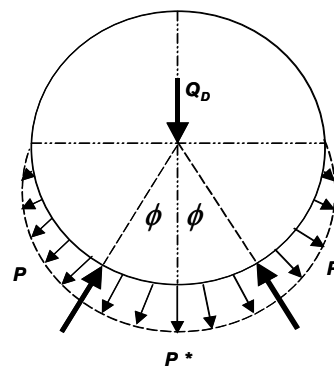
$$M = \left( \frac{Q_T r}{2\pi} \right) \left[ (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma - \left( \frac{1}{\cos \phi} \right) - \left( \frac{\cos \gamma}{2} \right) - \gamma \sin \gamma \right] + \frac{Q_T r \sin(\gamma - \phi)}{2 \cos \phi} \quad (4)$$

$$T = \left( \frac{Q_T}{2\pi} \right) \left[ \gamma \sin \gamma - \left( \frac{\cos \gamma}{2} \right) - (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma \right] - \frac{Q_T \sin(\gamma - \phi)}{2 \cos \phi} \quad (5)$$

$$u = \left( \frac{Q_T r^3}{2EI} \right) \left\{ \left( \frac{\gamma \sin \gamma}{2\pi} \right) \left( \frac{\pi}{\gamma} - 1 \right) (\phi \operatorname{tg} \phi + 1) + \left( \frac{\cos \gamma}{4} \right) \left[ \phi - \operatorname{tg} \phi + \left( \frac{\pi}{2} \right) - 2\gamma + \left( \frac{\gamma^2}{\pi} \right) \right] - \left( \frac{1}{\pi \cos \phi} \right) \right\} \quad (6)$$

Donde se define a  $\phi$  como el ángulo de ajuste de los rodillos de retención, a  $\gamma$  (variable independiente) como el ángulo comprendido de 0 a 180° y a  $Q_T$  como la carga total (acorde con la figura 3).

Alternativamente, Göcer asume que la única carga uniformemente distribuida es debida al peso propio del aro. Él considera que la carga debida al peso del horno y ladrillo refractario es esencialmente soportada por la mitad inferior de la llanta y propone una carga de presión en la mitad inferior de esta tal como se muestra en la figura 4



**Figura 4.** Esquema de la función de carga introducida por Göcer para una llanta.

Al igual que Nies, Göcer<sup>5</sup> propone las siguientes expresiones para evaluar el patrón de

momento, fuerza y deformación:

Para la región de  $0 < \gamma < \phi$

$$M_R = Q_R \cdot r \left\langle \frac{1}{2\pi} \left[ (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma - \left( \frac{1}{\cos \phi} \right) - \left( \frac{\cos \gamma}{2} \right) - \gamma \sin \gamma \right] \right\rangle \quad (7)$$

$$T_R = Q_R \left\langle \frac{1}{2\pi} \left[ \gamma \sin \gamma - \frac{\cos \gamma}{2} - (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma \right] \right\rangle \quad (8)$$

$$u_R = \frac{Q_R r^3}{EI} \left\langle \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\gamma \sin \gamma}{2\pi} \right) [\operatorname{tg} \phi (\pi - \phi) - 1] + \left( \frac{\cos \gamma}{4} \right) \left[ \operatorname{tg} \phi - \phi + \left( \frac{\pi}{2} \right) + \left( \frac{\gamma^2}{\pi} \right) \right] - \frac{1}{(\pi \cos \phi)} \right\} \right\rangle \quad (9)$$

Para la región de  $\phi < \gamma < \pi$

$$M_R = Q_R \cdot r \left\langle \frac{1}{2\pi} \left[ (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma - \left( \frac{1}{\cos \phi} \right) - \left( \frac{\cos \gamma}{2} \right) - \gamma \sin \gamma \right] \right\rangle + \frac{Q_T r \sin(\gamma - \phi)}{2 \cos \phi} \quad (10)$$

$$T_R = Q_R \left\langle \frac{1}{2\pi} \left[ \gamma \sin \gamma - \frac{\cos \gamma}{2} - (\pi - \phi) \operatorname{tg} \phi \cos \gamma \right] \right\rangle - \frac{Q_R \sin(\gamma - \phi)}{2 \cos \phi} \quad (11)$$

$$u_R = \frac{Q_R r^3}{EI} \left\langle \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\gamma \sin \gamma}{2\pi} \right) \left( \frac{\pi}{\gamma} - 1 \right) [\operatorname{tg} \phi - 1] + \left( \frac{\cos \gamma}{4} \right) \left[ \phi - \operatorname{tg} \phi + \left( \frac{\pi}{2} \right) - 2\gamma + \left( \frac{\gamma^2}{\pi} \right) \right] - \frac{1}{(\pi \cos \phi)} \right\} \right\rangle \quad (12)$$

Para la región de  $0 < \gamma < \phi$

$$M_D = Q_D r \left\langle -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\cos \phi} + \cos \gamma \left[ \text{tg} \phi (\phi - \pi) + \frac{3}{2} \right] + 2\gamma \sin \gamma - \frac{4}{\pi} \right\} \right\rangle \quad (13)$$

$$T_D = Q_D \left\langle \frac{1}{2\pi} \left\{ \cos \gamma \left[ \text{tg} \phi (\phi - \pi) + \frac{3}{2} \right] + 2\gamma \sin \gamma \right\} \right\rangle \quad (14)$$

$$u_D = \frac{Q_D r^3}{EI} \left\langle \left( \frac{1}{4\pi} \right) \left\{ \cos \gamma \left[ \gamma^2 - \frac{3}{2} + \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{2} (\text{tg} \phi - \phi) \right] - (\gamma \sin \gamma) \left[ \frac{5}{2} + (\phi - \pi) \text{tg} \phi \right] + \frac{8}{\pi} - \frac{2}{\cos \phi} \right\} \right\rangle \quad (15)$$

Para la región de  $\phi < \gamma < \pi/2$

$$M_D = Q_D r \left\langle -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\cos \phi} + \cos \gamma \left[ \phi \text{tg} \phi + \frac{3}{2} \right] + \sin \gamma (2\gamma - \pi) - \frac{4}{\pi} \right\} \right\rangle \quad (16)$$

$$T_D = Q_D \left\langle \frac{1}{2\pi} \left\{ \cos \gamma \left[ \phi \text{tg} \phi + \frac{3}{2} \right] + \sin \gamma (2\gamma - \pi) \right\} \right\rangle \quad (17)$$

$$u_D = \frac{Q_D r^3}{EI} \left\langle \left( \frac{1}{4\pi} \right) \left\{ \cos \gamma \left[ \gamma^2 - \frac{3}{2} + \frac{\pi^2}{8} - \pi\gamma + \frac{\pi}{2} (\phi - \text{tg} \phi) \right] - \sin \gamma \left[ \left( \pi - \frac{5}{2} \gamma \right) + \phi \text{tg} \phi (\pi - \gamma) \right] + \frac{8}{\pi} - \frac{2}{\cos \phi} \right\} \right\rangle \quad (18)$$

Para la región  $\pi/2 < \gamma < \pi$

$$M_D = Q_D r \left\langle -\frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{\cos \phi} + \cos \gamma \left[ \phi \operatorname{tg} \phi - \frac{1}{2} \right] - \frac{4}{\pi} \right\} \right\rangle \quad (19)$$

$$T_D = Q_D \left\langle \frac{1}{2\pi} \left\{ \cos \gamma \left[ \phi \operatorname{tg} \phi - \frac{1}{2} \right] \right\} \right\rangle \quad (20)$$

$$u_D = \frac{Q_D r^3}{EI} \left\langle \left( \frac{1}{4\pi} \right) \left\{ \cos \gamma \left[ \frac{3}{2} - \frac{\pi^2}{8} + \frac{\pi}{2} (\phi - \operatorname{tg} \phi) \right] + \sin \gamma \left[ (\pi - \gamma) \left( \phi \operatorname{tg} \phi - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{8}{\pi} - \frac{2}{\cos \phi} \right\} \right\rangle \quad (21)$$

En las expresiones anteriores el subíndice “R” corresponde al peso muerto de la llanta y el subíndice “D” corresponde al peso proporcional del horno y refractario. Según Göcer<sup>5</sup>, el patrón de momento, fuerza y deformación total se obtiene al sumar las contribuciones de la carga debida al peso muerto de la llanta y al peso proporcional del horno y refractario, es decir:

$$M_T = M_R + M_D \quad (22)$$

$$T_T = T_R + T_D \quad (23)$$

$$u_T = u_R + u_D \quad (24)$$

El patrón de momento y fuerza circunferencial evaluado mediante las ecuaciones de Nies o las de Göcer es luego introducido en la ecuación de la viga curva para evaluar los esfuerzos circunferenciales totales en la fibra interna y externa de la llanta (Véase el anexo al final del artículo para un repaso de la ecuación de viga curva).



### 3 MODELO POR ELEMENTOS FINITOS

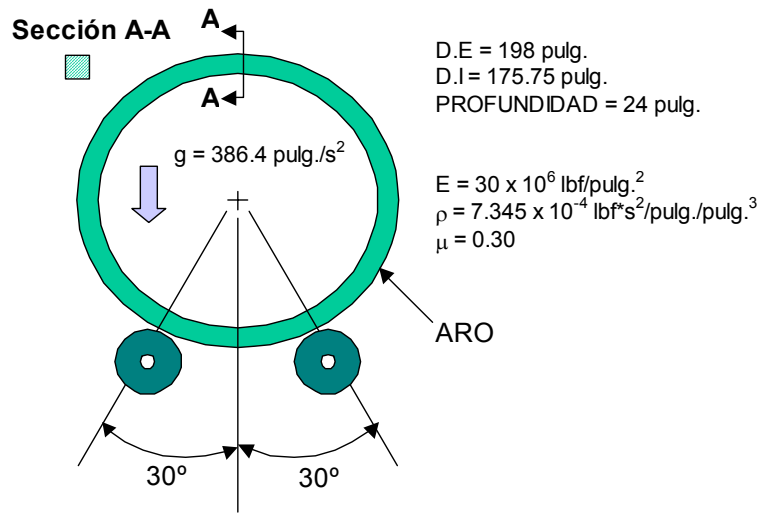
La totalidad de la sección transversal del horno en uno de sus puntos de apoyo fue representada por un modelo bidimensional de elementos finitos. Se usaron elementos cuadriláteros para representar el horno y la llanta con un material elástico lineal. El número de elementos es de 921 y el número de nodos de 1008. Las divisiones a lo largo de dirección circunferencial y la dirección radial son 72 y 4 respectivamente. Se tomó la hipótesis de un estado de esfuerzo plano para la llanta y de deformación plana para el horno, esto último debido a la gran longitud axial del mismo (450 pies).

El tipo de análisis es estático no lineal debido al contacto entre el horno y la llanta. Solo se analizó el caso de carga estática y el aro se restringió  $30^\circ$  desde el eje vertical y todos los desplazamientos se fijaron en cero en los puntos donde los apoyos estaban localizados. El contacto entre el horno y la llanta se modeló con un tipo de elemento de contacto general de punto a punto. Su rigidez es proporcional al área transversal y a la rigidez del material que lo constituye, generalmente un ponderado de la resistencia mecánica de los dos materiales en contacto <sup>9</sup>. Los elementos se ordenaron de forma radial y dos puntos del horno se restringieron en la dirección vertical para estabilizar la estructura. En la figura 5 se resume el esquema teórico del horno y en la figura 4 se muestra el modelo de Elementos Finitos planteado.

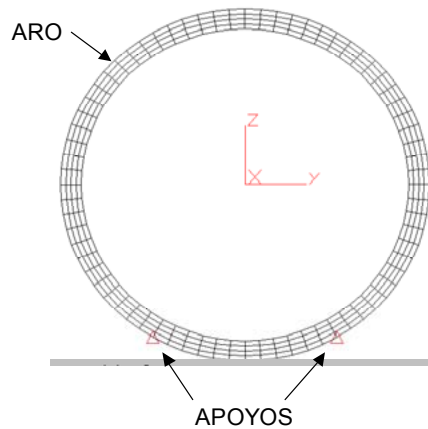
### 4 RESULTADOS

Los resultados de la modelización por Elementos Finitos de la sección transversal del horno se dividieron en tres partes. En la primera se resolvió el problema de determinar la respuesta mecánica del aro cuando es solicitado por su propio peso, en la segunda cuando es solicitado por su propio peso más el peso del cascarón del horno y por último cuando es solicitado por su propio peso, el peso del cascarón del horno y el peso del material refractario.

En la figura 5 se aprecia el planteamiento del problema para la primera parte. Los datos de dimensiones y materiales para los tres casos corresponden a los de un horno de la empresa CEMENTOS DEL VALLE S.A <sup>7</sup>. Se usó un modelo de dos dimensiones, con elementos cuadriláteros representando a la totalidad del aro y con la hipótesis de un estado de esfuerzo plano. El problema es lineal dado que las deformaciones unitarias y los esfuerzos permanecen dentro del rango elástico lineal del material y los desplazamientos son pequeños comparados con la geometría de la estructura. Los nodos y elementos se generaron por mallado automático del tipo mapeado. Solo se analizó el caso de carga estática. El aro se restringió  $30^\circ$  desde el eje vertical y todos los desplazamientos se fijaron en cero en los puntos donde los apoyos estaban localizados. En la figura 6 se muestra el modelo de elementos finitos que se ha propuesto para resolver el problema.

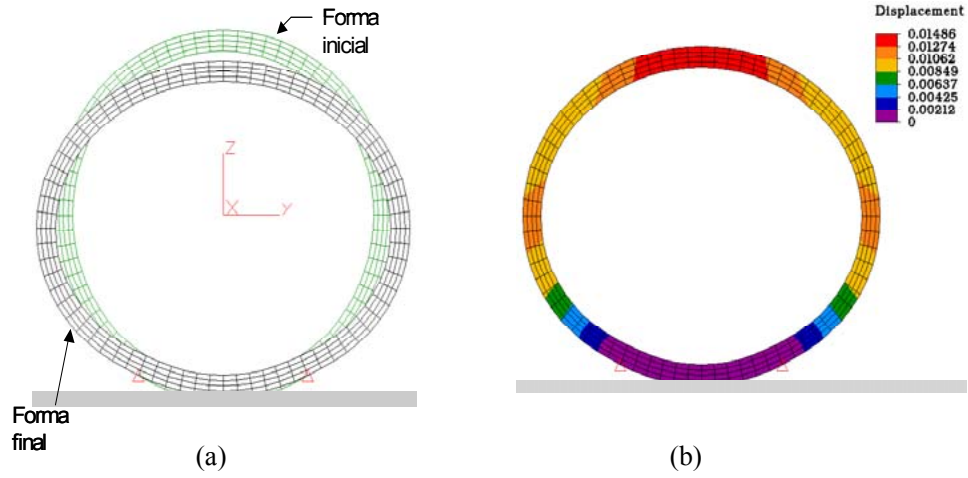


**Figura 5.** Diagrama del aro en el que se muestran las dimensiones, propiedades del material, posición y tipo de apoyo.



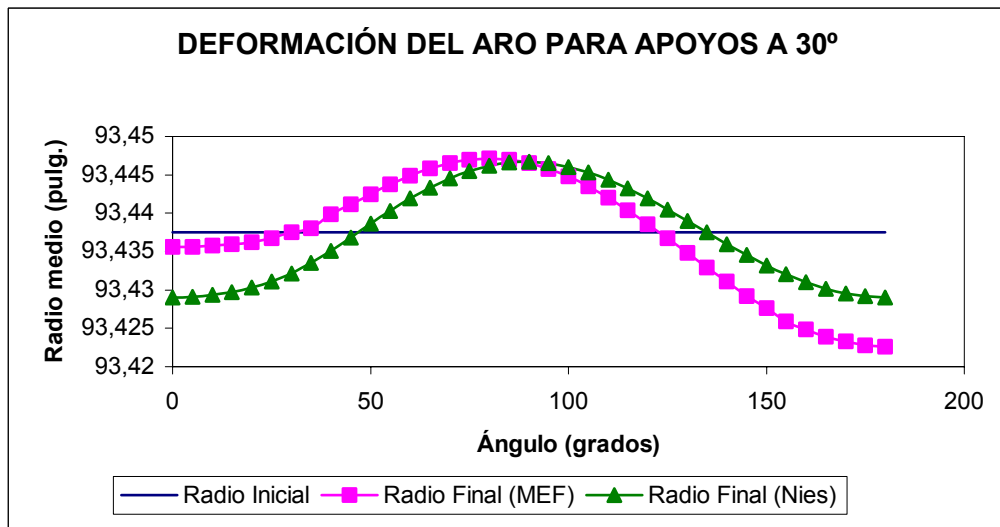
**Figura 6.** Modelo de elementos finitos en dos dimensiones del aro. En los puntos de apoyos se fijaron en cero los desplazamientos.

La deformación (ampliada) del aro se muestra en la figura 7 (a). En la figura 7 (b) se muestra la forma final y el campo de desplazamientos. De esta misma figura se obtuvieron los datos necesarios para evaluar la ovalidad según Rosenblad. La deflexión máxima del aro es de 0.01486 pulgadas; como puede apreciarse es muy pequeña. La ovalidad medida según Rosenblad es de 0.025%.



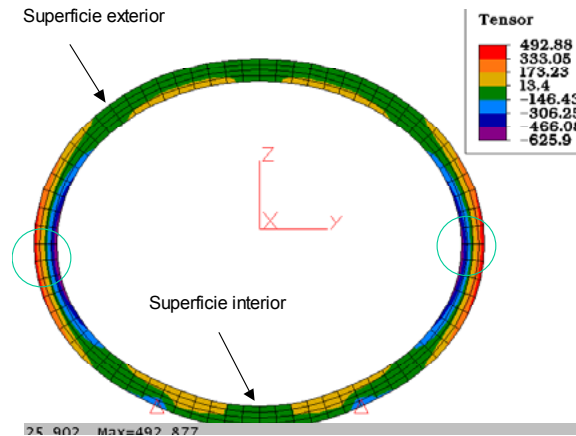
**Figura 7.** Resultados del modelo de Elementos Finitos . (a) Deformación del aro (ampliada) y (b) campo de desplazamientos.

En la figura 8 se muestran los resultados comparativos de la variación del radio medio evaluado mediante las formulas de Nies y el obtenido del modelo de Elementos. Para este caso las ecuaciones de Nies y Göcer convergen al mismo valor.

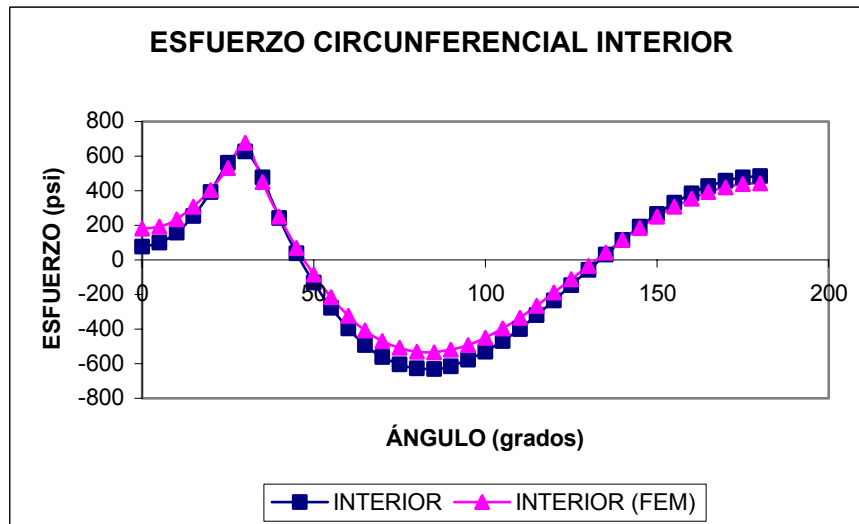


**Figura 8.** Comparación entre el cambio en la magnitud del radio medio evaluada mediante la formula de Nies y el método de los Elementos Finitos.

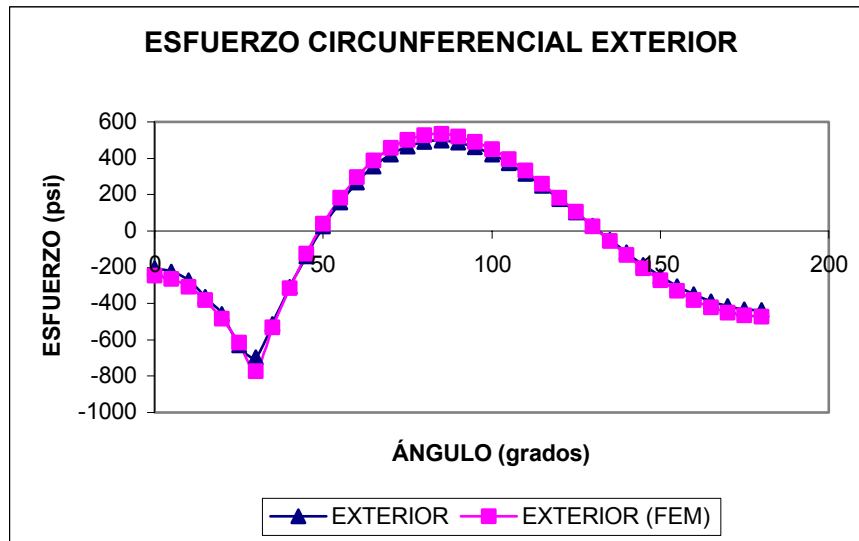
En la figura 9 se muestra el campo de esfuerzos en la dirección Z. Los esfuerzos circunferenciales se obtuvieron del programa evaluándolos en los puntos de interés (fibras interiores y exteriores) y en las direcciones apropiadas (circunferenciales). En la figura 10 se muestran los resultados comparativos de los esfuerzos circunferenciales evaluados en la superficie interior y en la figura 11 los de la exterior.



**Figura 9.** Esfuerzos en la dirección Z. Se observa el aro en su posición deformada. Nótese que estos no son los esfuerzos circunferenciales; excepto en los puntos marcados en la figura. Esfuerzos en  $\text{lbf/pulg}^2$ .



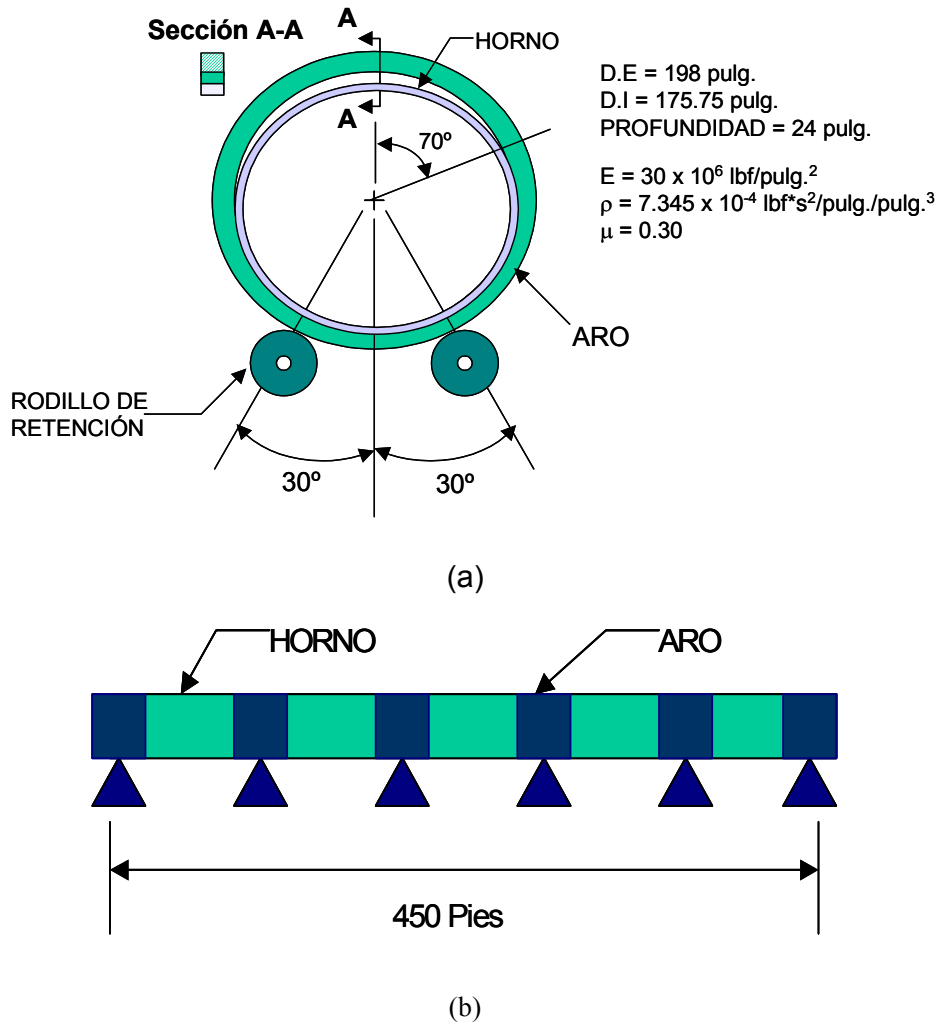
**Figura 10.** Comparación entre el esfuerzo circunferencial interior evaluado mediante la ecuación de la viga curva – formulas de Nies y el método de los Elementos Finitos.



**Figura 11.** Comparación entre el esfuerzo circunferencial exterior evaluado mediante la ecuación de la viga curva – formulas de Göcer y el método de los elementos finitos.

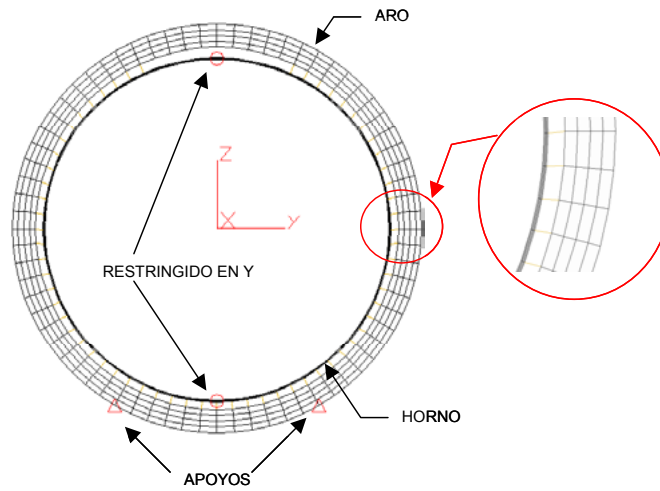
Para poder medir la incidencia de la disposición y peso del horno sobre el aro de rodamiento se plantea un nuevo modelo teórico, en este se tiene en cuenta la no linealidad en el contacto entre el horno y la llanta. La figura 12 (a) resume el modelo teórico planteado. Los nodos y elementos se generaron por mapeado automático del tipo mapeado. El tipo de análisis es estático no lineal debido a la no linealidad presente en el contacto entre el horno y el aro de rodamiento. Se asumió estado de esfuerzo plano para la llanta y estado de deformación plana para el horno. Este último debido a la gran longitud axial del horno (450 pies).

Para el cálculo de la carga total que se tiene en cuenta en las ecuaciones de Nies y Göcer se planteó un modelo en el cual se asemeja el horno como una viga de seis apoyos (aros de rodamiento) uniformemente cargada. La carga total proporcional del horno que soporta cada llanta es igual al peso total del horno entre el número de apoyos. En la figura 12 (b) se ejemplifica esta suposición. El contacto entre el horno y la llanta se modela con un tipo de elemento cuya rigidez es proporcional a los módulos de Young de los dos materiales en contacto. Estos elementos se ordenaron de forma radial y dos puntos del horno se restringieron en la dirección Y para estabilizar la estructura. En la figura 13 se aprecia el modelo de elemento finito utilizado.



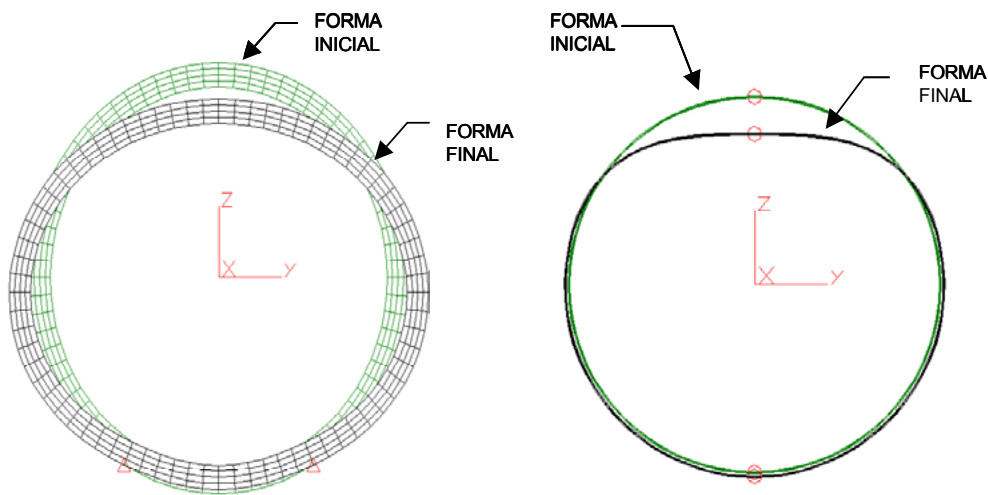
**Figura 12.** (a) Esquema de la sección transversal del horno y aro. (b) Modelo utilizado para calcular el peso proporcional que soporta cada aro.

Debido a que en el modelo de Elementos Finitos se asumió deformación plana para el horno, el programa inmediatamente toma profundidad unitaria como base de cálculo. Esto genera cierta inconsistencia al momento de tener en cuenta el peso del horno, ya que la base de cálculo sería de 1 pulgada de profundidad. Para solucionar este inconveniente se planteó modificar la densidad del material del horno para así poder tener un modelo equivalente con el mismo peso que el incluido en las ecuaciones analíticas Nies y Göcer. Se estimó esta densidad igual a la densidad del material original multiplicada por la longitud del horno y dividida entre el número de apoyos.

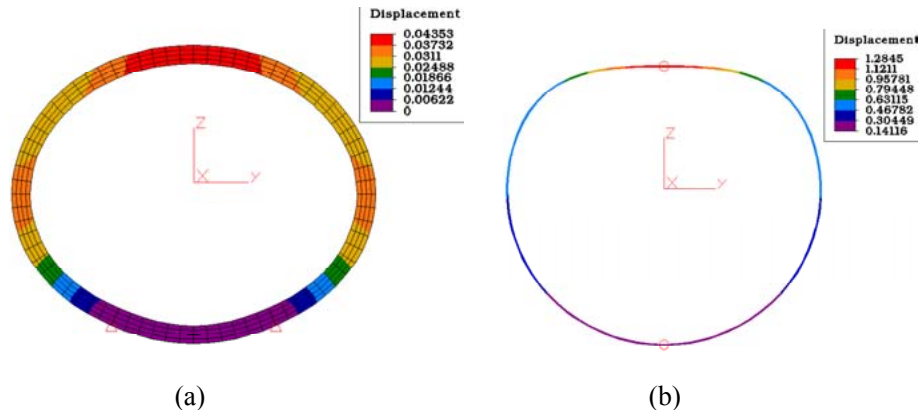


**Figura 13.** Modelo de Elemento Finito usado para modelar el contacto entre el horno y la llanta. En el círculo rojo se muestra la forma como están dispuestos los elementos de contacto.

La deformación ampliada del aro se muestra en la figura 14 (a) y la deformación ampliada del horno en la figura 14 (b).

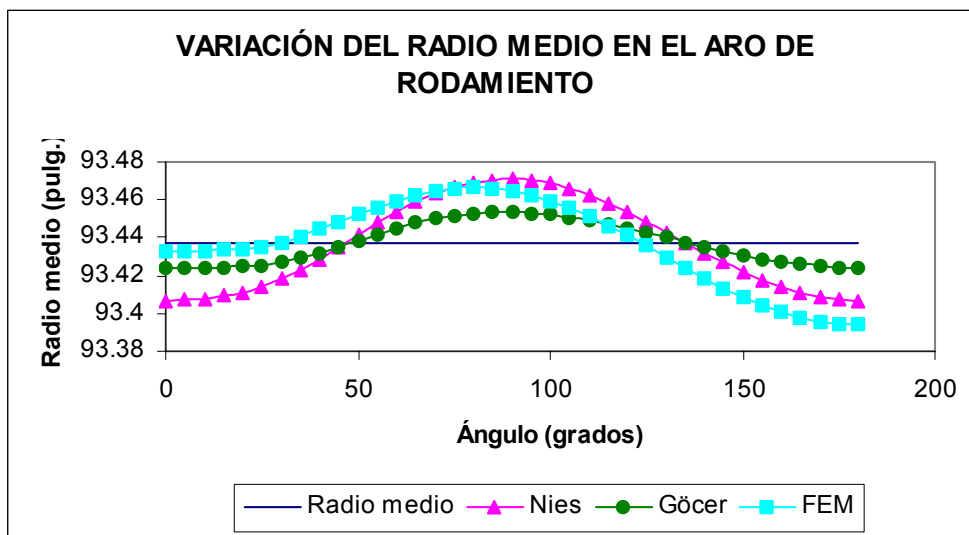


**Figura 14.** (a) Posición inicial y final del aro de rodamiento. (b) Posición inicial y final del horno.



**Figura 15.** Resultados del modelo de ALGOR. (a) Campo de desplazamiento en el aro y (b) campo de desplazamiento en el horno. Ambos en pulgadas.

De la figura 15 (a) obtuvieron los datos necesarios para evaluar la ovalidad según Rosenblad. La deflexión máxima del aro según este modelo es de 0.04353 pulgadas y la correspondiente del horno de 1.2845 pulgadas; como puede apreciarse es muy pequeña para el aro y significativa para el horno. La ovalidad del aro medida según Rosenblad es de 0.051%. En la figura 16 se muestran los resultados comparativos de la variación del radio medio evaluado mediante las formulas de Nies y Göcer, y el obtenido del modelo de Elementos Finitos.



**Figura 16.** Comparación entre el cambio en la magnitud del radio medio evaluada mediante la formulas de Nies y Göcer, y el método de los Elementos Finitos.



En la figura 17 se muestra el campo de esfuerzos en la dirección Z para la llanta y horno. Los esfuerzos circunferenciales se obtuvieron del programa evaluándolos en los puntos de interés (fibras interiores y exteriores) y en las direcciones apropiadas (circunferenciales). En la figura 18 se muestran los resultados comparativos de los esfuerzos circunferenciales evaluados en la superficie interior y en la figura 19 los de la exterior.

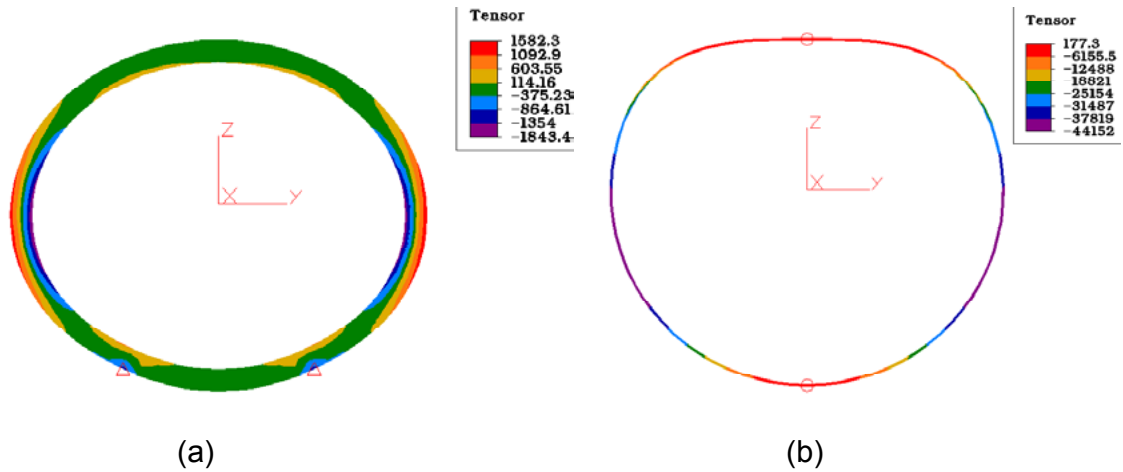


Figura 17. Tensor de esfuerzo en la dirección Z para (a) llanta y (b) horno. Esfuerzos en psi

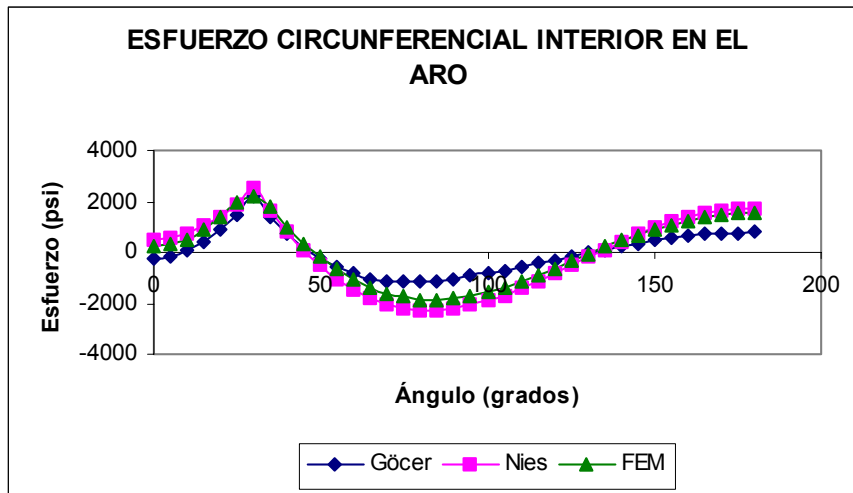
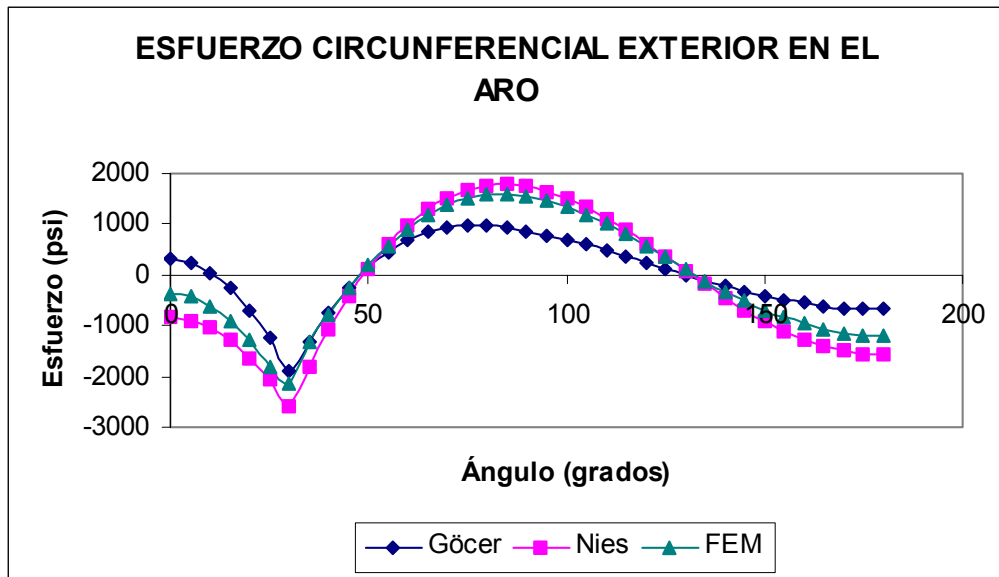
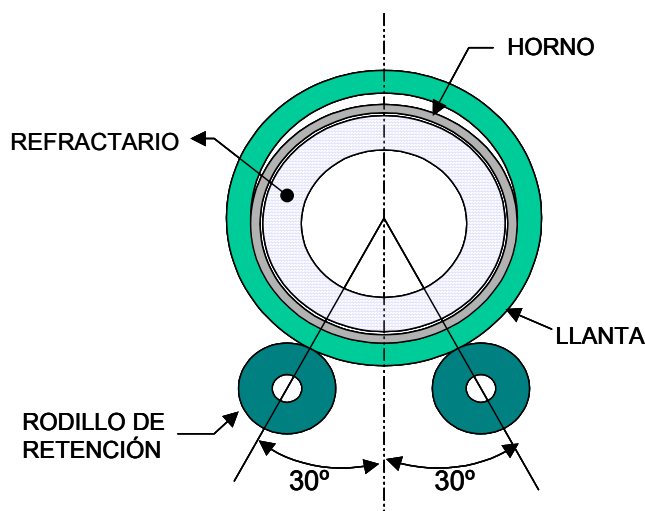


Figura 18. Comparación entre el esfuerzo circunferencial interior evaluado mediante la ecuación de la viga curva – formulas de Nies y Göcer, y el método de los Elementos Finitos.

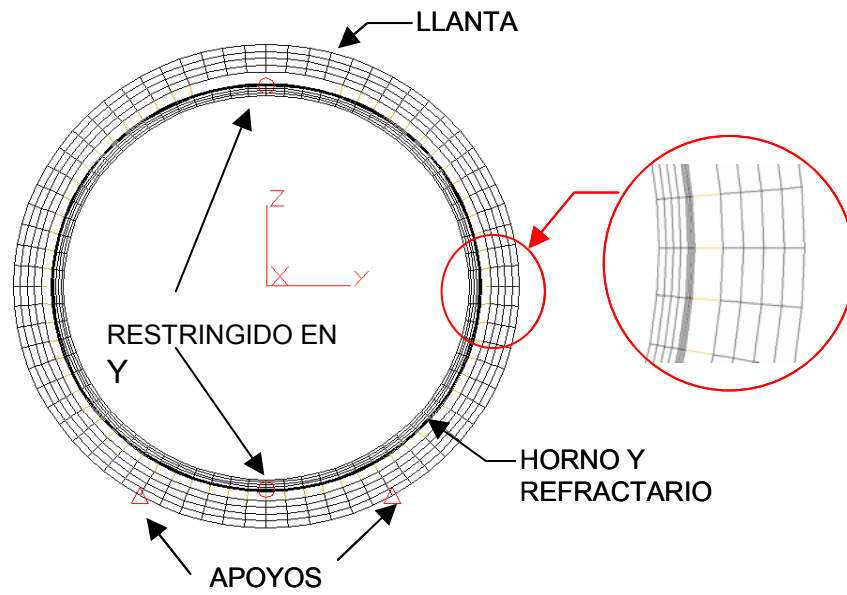


**Figura 19.** Comparación entre el esfuerzo circunferencial exterior evaluado mediante la ecuación de la viga curva – formulas de Nies y Göcer , y el método de los elementos finitos.

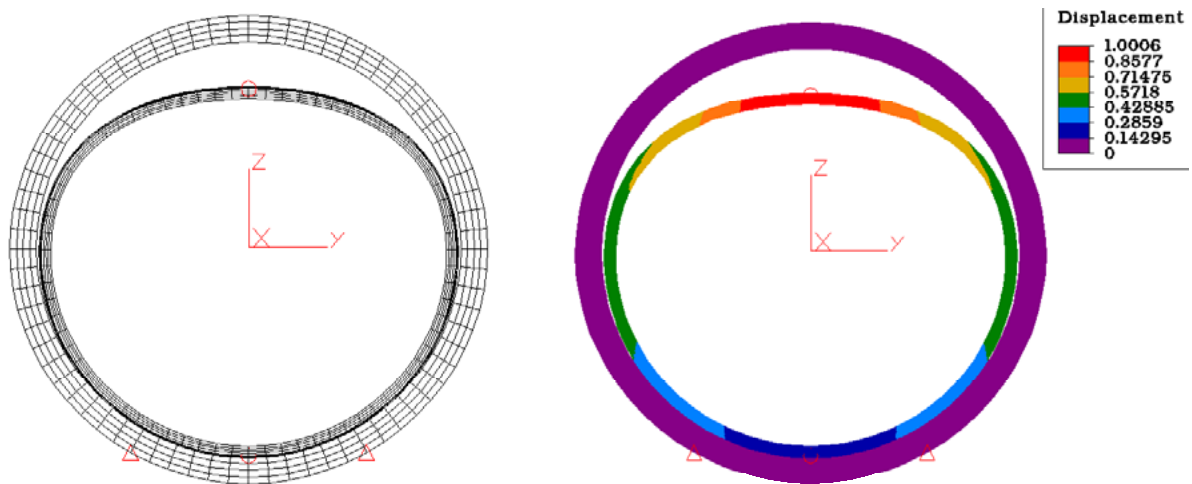
Por ultimo se presenta el estudio de la deformación y estado de esfuerzo del modelo que tiene en cuenta el aporte en carga del material refractario. En la figura 20 se muestra de forma grafica el planteamiento del problema a resolver. Al igual que en el anterior problema, sigue presente la no linealidad en el contacto. En la figura 21 se presenta el modelo de elementos finitos planteado para solucionar el problema. Se procedió de la misma forma que en el caso inmediatamente anterior.



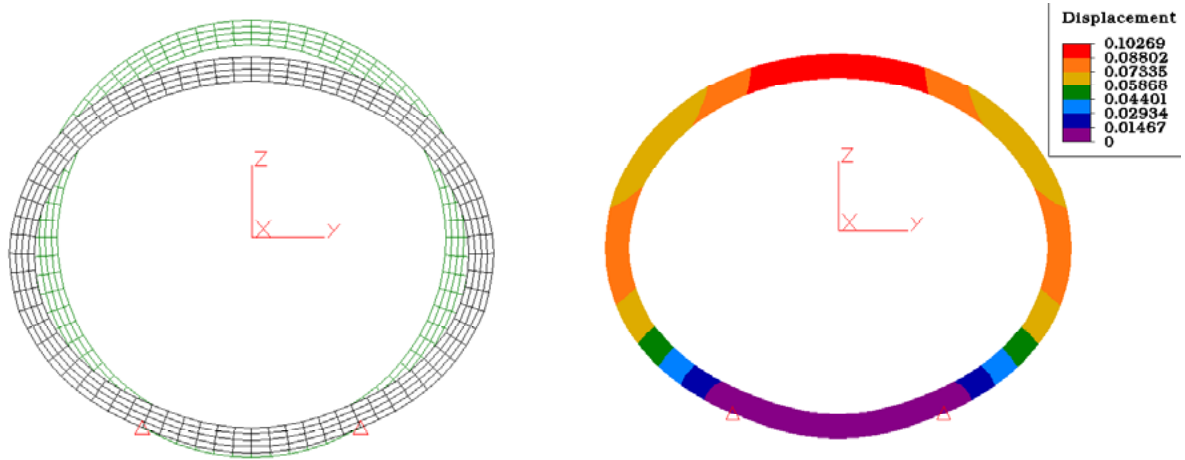
**Figura 20.** (a) Esquema de la sección transversal del horno y aro.



**Figura 21.** Modelo de Elemento Finito usado para modelar el contacto entre el horno y la llanta. En el círculo rojo se muestra la forma como están dispuestos los elementos de contacto y material refractario.

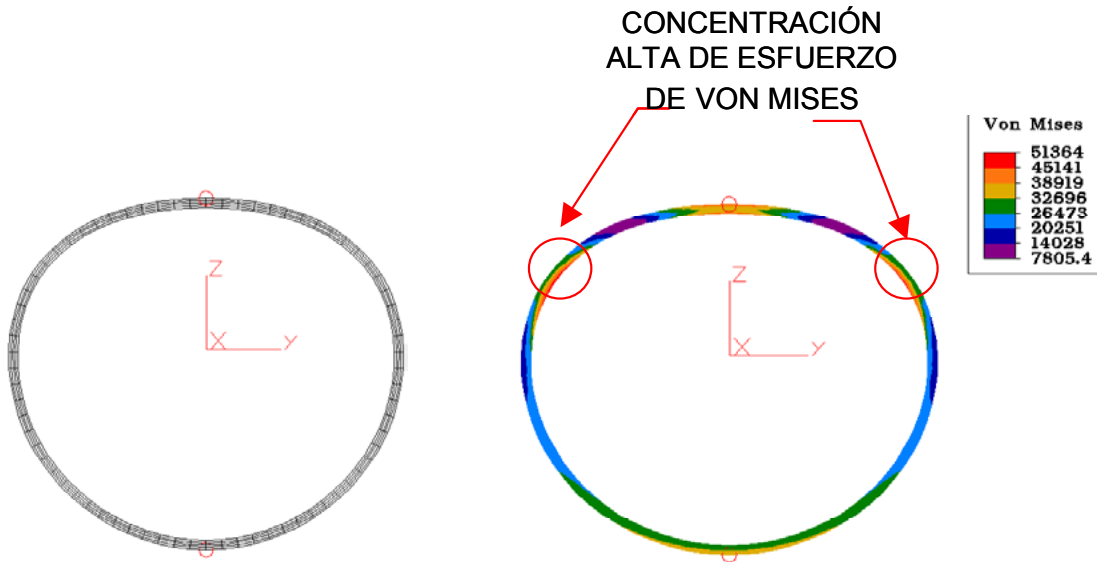


**Figura 22.** (a) Deformación (ampliada) de la sección transversal del horno y (b) posición deformada y campo de desplazamiento. Desplazamiento en pulgadas.



**Figura 23.** (a) Posición inicial y final del aro de rodamiento y (b) campo de desplazamiento.

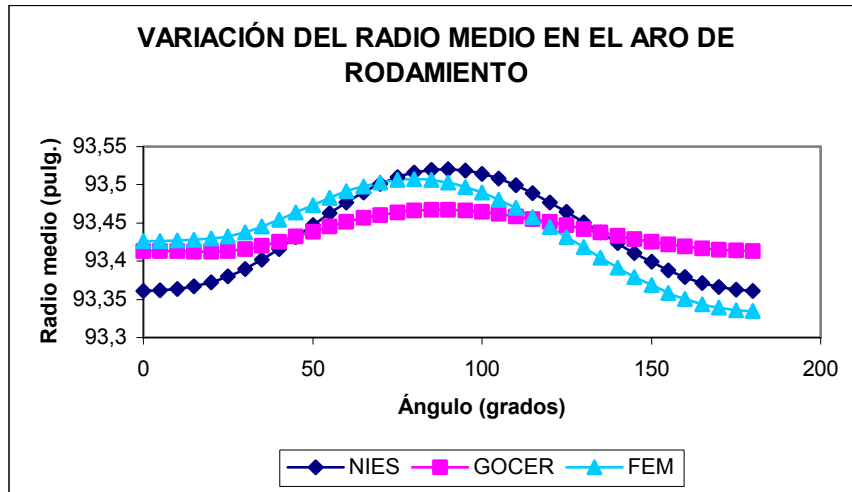
La deflexión máxima del aro es de 0.10269 pulgadas y la del horno y material refractario es de 1.00006 pulgadas; como puede apreciarse el desplazamiento es mucho mayor en el horno que en la llanta.. La ovalidad del aro medida según Rosenblad es de 0.12%.



**Figura 24.** (a) Posición deformada de los ladrillos refractarios y (b) esfuerzos de Von Mises en los ladrillos refractarios.

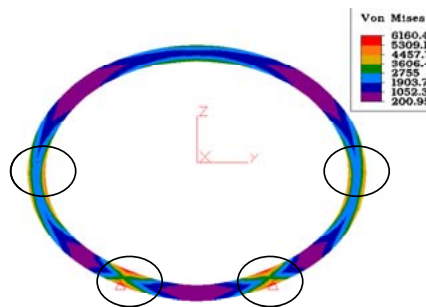
En la figura 24 (b) se observa una alta concentración de esfuerzos de Von Mises que posiblemente causarán inconvenientes en el material refractario.

En la figura 25 se muestran los resultados comparativos de la variación del radio medio evaluado mediante las formulas de Nies y Göcer, y el obtenido del modelo de Elementos Finitos.



**Figura 25.** Comparación entre el cambio en la magnitud del radio medio evaluada mediante la formulas de Nies y Göcer, y el método de los

En la figura 26 se muestra el campo de esfuerzos de Von Mises para la llanta. Los esfuerzos circunferenciales se obtuvieron del programa evaluándolos en los puntos de interés (fibras interiores y exteriores) y en las direcciones apropiadas (circunferenciales). En la figura 27 se muestran los resultados comparativos de los esfuerzos circunferenciales evaluados en la superficie interior y en la figura 28 los de la exterior.



**Figura 26.** Campo de esfuerzos de Von Mises en el aro. Se muestra en la posición deformada (ampliada). Las zonas marcadas por círculos en la figura corresponden a secciones críticas de la llanta. Esfuerzos en lbf/pulg<sup>2</sup>.

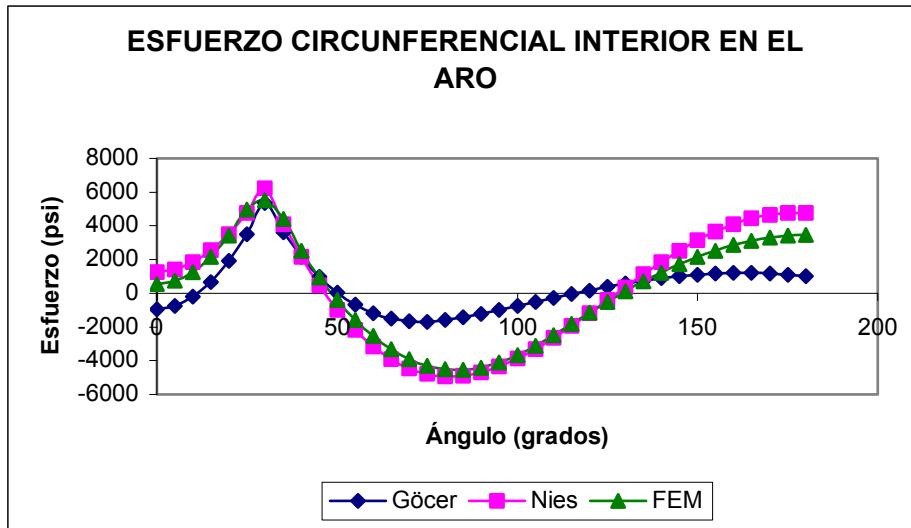


Figura 27. Comparación entre el esfuerzo circunferencial interior evaluado mediante la ecuación de la viga curva – formulas de Nies y Göcer, y el método de los Elementos Finitos.

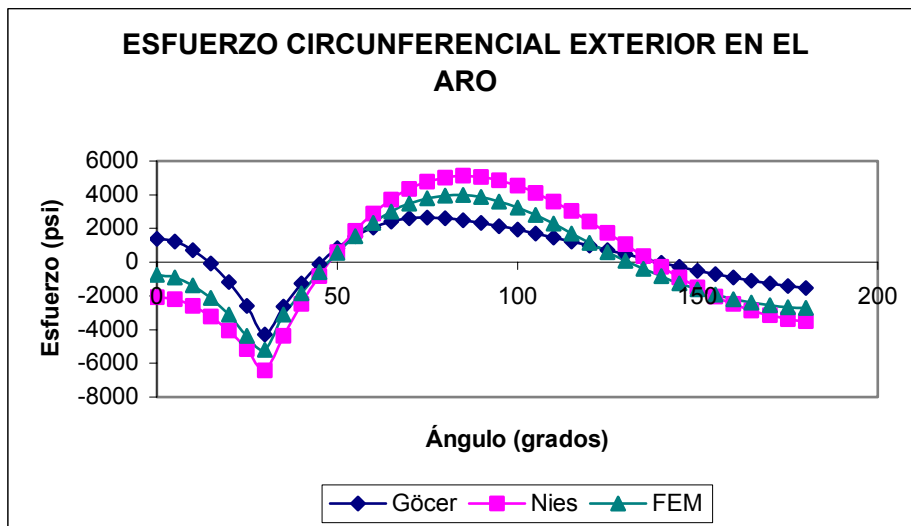


Figura 28. Comparación entre el esfuerzo circunferencial exterior evaluado mediante la ecuación de la viga curva – formulas de Nies y Göcer, y el método de los Elementos Finitos.

## 5 CONCLUSIONES

En este artículo se ha investigado el patrón de deformación y esfuerzo presentes en estructuras geoméricamente similares a la encontradas en hornos para producción de cemento, en los cuales la única carga es debida al peso de la estructura. La deformación de la llanta para todos los casos es elíptica, mostrando un incremento de ovalidad a medida que se aumenta la carga. Para todos los casos estudiados, los máximos desplazamientos se dan en la parte superior de la llanta. Se observa un “aplanamiento” en la parte superior del cascaron o virola que se produce debido a las restricciones en el desplazamiento que le ejerce la llanta. En las demás zonas se aprecia que el patrón de deformación del horno es el mismo que presenta la llanta.

Los esfuerzos críticos en la llanta se dan cerca de los rodamientos en los cuales se apoya el aro y a 90° medidos desde la vertical. Tanto el modelo de Nies como el modelo por Elementos Finitos asumen que la carga se transmite a la llanta de manera uniformemente distribuida. El patrón de esfuerzo y deformación propuesto por Gocer no se ajusta muy bien al modelo numérico presentando desviaciones en los puntos críticos respecto de la solución de Nies y la de Elementos Finitos.

Para las dimensiones actuales de la sección del horno analizado se aprecia que los esfuerzos alternantes en el aro de rodamiento están en rango normales (menor de 10 kpsi). Convendría hacer un estudio posterior a fatiga del componente, anexando la influencia de la diferencia de temperatura en la estructura. Se cree que la diferencia de temperatura en la zona de contacto tiene una incidencia importante en la distribución de esfuerzo real en la estructura; favoreciendo esto ultimo el fallo de la llanta. Los esfuerzos máximos en el horno se presentan en las zonas en las cuales termina el contacto con la llanta. Estos esfuerzos podrían tener incidencia sobre los cordones de soldadura que unen las virolas que conforman el horno.

La forma final del horno en la parte superior tiene mucha relación con la holgura inicial entre horno y llanta. Se debe evitar lo máximo posible la forma plana que tiende a tomar la parte superior del horno, ya que esta forma es perjudicial para el material refractario. Esto generará deterioro acelerado de los ladrillos refractarios. Se recomienda en un estudio posterior realizar un análisis más estricto de los ladrillos refractarios, es decir, que se tenga en cuenta la diferencia de comportamientos a tensión y compresión, debido a que en este estudio se consideró como un único bloque al horno y material refractario, lo que trae consigo la consecuencia de aumento de la rigidez de la estructura. Aunque como aproximación nos muestra la tendencia en el estado de esfuerzo en el material refractario. Más aún, sobreestima los esfuerzos reales a tensión que pudiera soportar el material.

De las graficas de esfuerzos principales en las fibras exteriores e interiores del aro, se aprecia los cambios a los cuales esta sometido el material que tienden a producir grietas por modo de abertura (modo I). Es decir, que es muy susceptible ante presencia de grietas. Las grietas pueden aparecer debido a los esfuerzos de contacto que unidos a los esfuerzos tangenciales presentes en la estructura crean una combinación favorable para el crecimiento de estas.

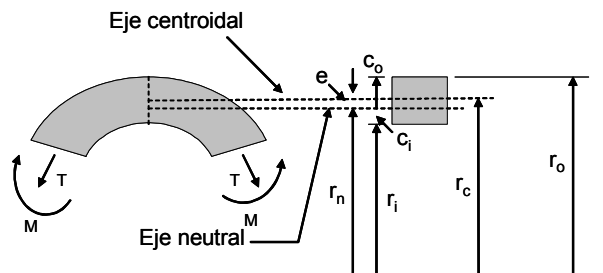
## ANEXO

La ecuación de diseño que se utiliza para evaluar el esfuerzo circunferencial exterior e interior en una viga curva en el caso de flexión y carga axial actuando conjuntamente, según Norton <sup>8</sup> es:

$$\sigma_i = + \frac{M}{eA} \cdot \left( \frac{c_i}{r_i} \right) + \frac{T}{A} \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_o = - \frac{M}{eA} \cdot \left( \frac{c_o}{r_o} \right) + \frac{T}{A} \quad (\text{A.2})$$

Nótese que se ha utilizado el principio de superposición y que la distribución resultante es de perfil hiperbólico. En la figura A.1 se muestra el significado de cada variable que aparece en la ecuación.



*Fig. A.1.* Segmento de una viga curva.

## NOMENCLATURA

$Lb_f$  Libras fuerza.

$Pulg.2$  Pulgadas cuadradas.

$\gamma$  Ángulo medido desde la vertical inferior de la llanta.

$\phi$  Ángulo medido desde la vertical inferior hasta el punto de apoyo.

$Q_T$  Carga total.

$Q_R$  Carga debida al peso de la llanta.

$Q_D$  Carga proporcional debida al peso del horno y material refractario.

$\pi$  Número pi.

$r$  Radio medio de la llanta.

$E$  Modulo de elasticidad del material.

$I$  Momento de inercia de la sección transversal de la llanta respecto a su eje centroidal.

$M_T$  Momento total aplicado a la sección.



- $M_R$  Momento aplicado a la sección debido al peso de la llanta.  
 $M_D$  Momento aplicado a la sección debido al peso proporcional del horno y refractario.  
 $T_T$  Fuerza circunferencial total aplicada a la sección.  
 $T_R$  Fuerza circunferencial aplicada a la sección debida al peso de la llanta.  
 $T_D$  Fuerza circunferencial aplicada debida al peso proporcional del horno y refractario.  
 $u_T$  Deformación radial total.  
 $u_R$  Deformación radial debida la peso de la llanta.  
 $u_D$  Deformación radial debida la peso proporcional del horno y refractario.  
 $\sigma_i$  Esfuerzo circunferencial interior.  
 $\sigma_o$  Esfuerzo circunferencial exterior.  
 $A$  Área de la sección transversal de la llanta.  
 $C_i$  Distancia medida entre el eje neutral de la sección y la fibra inferior.  
 $C_o$  Distancia medida entre el eje neutral de la sección y la fibra exterior.  
 $r_i$  Radio interior de la llanta.  
 $r_o$  Radio exterior de la llanta.

## REFERENCIAS

- [1] LABANH, Otto y KAMINSKY, Wihelm. Prontuario del Cemento. Cuarta edición. Barcelona: editores asociados, 1970. p.218.
- [2] ERNI, H., SAXER, B. and SCHNIDER, F. Deformation of rotary kilns and their effect in lining life. **ZKG INTERNATIONAL** (1979) **No. 7**, p.151.
- [3] BONN, W., SAXER, B. Shelltest measurements on large rotary kilns. **ZKG INTERNATIONAL** **29** (1976) **No. 9**, p. 212 – 213.
- [4] GÖCER, C. The stresses in rotary kilns tires: A critical analysis. **ZKG INTERNATIONAL** (1999) **No. 2**, p. 81.
- [5] *Ibid.*, p. 84 – 85.
- [6] ERNI, H., SAXER, B. and SCHNEIDER, F., *Op. cit.* p.151 – 152.
- [7] JIPING, Z and FORK, E. Finite Element Analysis of Cement Rotary Kiln for Cementos del Valle S.A. Siemens Power Corporation. 55 p. Material no publicado.
- [8] NORTON, R. Machine Design: An integrated approach. Second edition. Prentice Hall: USA, 2000. p.164.
- [9] ALGOR DOCUTECH, reference guide, 1997.