DIMENSIONAMENTO AUTOMÁTICO DE PLACAS À FLEXÃO

Luiz Eloy Vaz
Silvana M.B.A.

Departamento de Engenharia Civil,
Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rio de Janeiro - Brasil

SUMÁRIO

Este trabalho apresenta uma formulação que permite obter diagramas de interação para esforços seccionais em lajes de concreto armado corres pondentes a estados limites últimos. Diagramas de interação obtidos com a formulação proposta são confrontados com aqueles resultantes da aplica ção do critério de Johansen que tem sido largamente utilizado para a de finição de critérios de dimensionamento.

A formulação proposta pode ser facilmente extendida ao problema de cascas, com a consideração dos esforços membranais, o que não se conse gue com o critério de Johansen.

SUMMARY

This work presents a formulations, that allows us the obtain interaction diagrams for seccional forces in concrete plates corresponding to ultimate limit states. Interaction diagrams based on this formulation are compared with those obtained with the application of the Johansen criterion, which has been used broadly for the definition of design criteria.

The proposed formulation can be easely extended to the problem of shells, considering the membrane effect, what is not possible with the Johansen criterion.

1. INTRODUÇÃO

O dimensionamento de lajes tem se baseado principalmente no critério de colapso de Johansen [1, 2, 3, 4, 5]. Por este critério o escoamento ocorre quando o momento fletor solicitante que atua normalmente à seção transversal com um dado ângulo se iguala ao momento resistente normal à quela direção, que depende apenas dos momentos resistidos pelas armaduras.

Este critério, apesar de ter comprovação experimental e de ser largamente utilizado para o dimensionamento de laje, apresenta os inconvenientes de não pode ser estendido ao problema de cascas, ter bases muito distintas daquelas utilizadas para o dimensionamento de vigas e colunas, o que não permite a unificação de conceitos de dimensionamento e desprezar o efeito do comportamento biaxial do concreto no colapso, o que está em contradição com as teorias de ruptura do concreto sob comportamento biaxial.

Neste trabalho, uma formulação anteriormente apresentada [6] é utilizada para a obtenção de diagramas de interação para esforços seccionais em lajes de concreto armado. O critério de ruptura utilizado se baseia num conceito de estado limite último generalizado que é uma extensão do estado limite último definido para peças uniaxiais e o comportamento biaxial do concreto é considerado. A formulação pode ser facilmente estendida ao problema de cascas de concreto armado.

Os diagramas de interação obtidos pela formulação proposta são então comparados com os diagramas de interação resultantes da aplicação do critério de Johansen.

2. FORMULAÇÃO

Os esforços seccionais que atuam por metro linear numa casca de concreto armado estão indicados na Figura 1 atuando no sentido positivo.

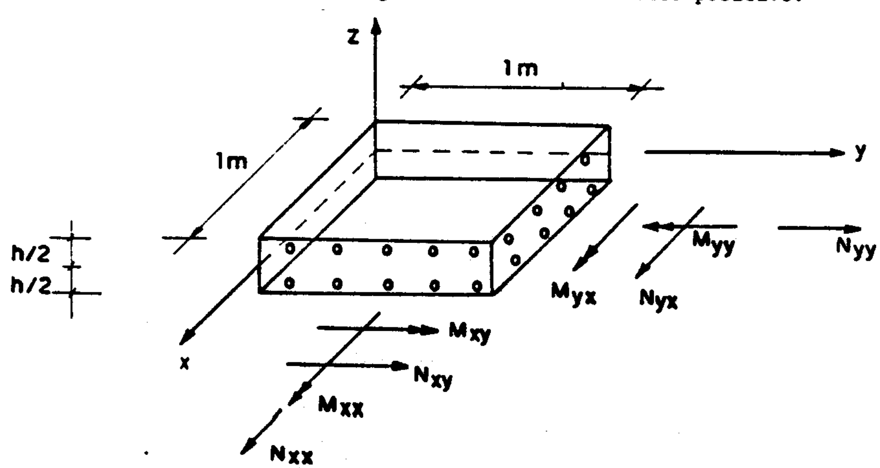


Figura 1. Esforços seccionais num elemento de casca de área unitária.

A relação entre o vetor dos esforços seccionais $\underset{\sim}{N}$ e o vetor das deformações do plano médio $\underset{\sim}{\varepsilon}_o$ obtida em [6] está indicada na equação (1), sendo que os índices c, s, i e j se referem respectivamente a concreto, aço, lamela de concreto e camada de armadura.

$$\underset{\sim}{N} = [\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{T}_i^c \, \underset{\sim}{D}_{s_i}^c \, \underset{\sim}{T}_i^{ct} \, d_{z_i} + \sum_{j=1}^{n} \underset{\sim}{T}_j^s \, \underset{\sim}{D}_{s_j}^s \, \underset{\sim}{T}_j^{st}] \, \underset{\sim}{\varepsilon}_o \qquad (1)$$

onde

$$\underset{\sim}{N} = \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ M_{xy} \\ M_{yx} \\ M_{xx} \end{Bmatrix} , \quad \underset{\sim}{\varepsilon}_o = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xxo} \\ \varepsilon_{yyo} \\ \varepsilon_{xyo} \\ k_{xyo} \\ k_{yxo} \\ k_{xxo} \end{Bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{T}_i^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ z_i & 0 & 0 \\ 0 & -z_i & 0 \\ 0 & 0 & -z_i \end{bmatrix} \qquad \underset{\sim}{T}_j^s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ z_j & 0 \\ 0 & -z_j \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e $\underset{\sim}{D}_{s_i}^c$ e $\underset{\sim}{D}_{s_j}^s$ são as matrizes secantes que relacionam M tensões e as deformações na camada de concreto i e na camada de armadura j.

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{\sigma}_i^c &= \underset{\sim}{D}_{s_i}^c \; \underset{\sim}{\varepsilon}_i^c \\ \underset{\sim}{\sigma}_j^s &= \underset{\sim}{D}_{s_j}^s \; \underset{\sim}{\varepsilon}_j^s \end{aligned} \qquad (2)$$

Com a equação (1) é possível obter os esforços seccionais $\underset{\sim}{N}$ para uma dada deformação $\underset{\sim}{\varepsilon}_o$.

Quando se tem o problema inverso, ou seja, quando se tem os esforços seccionais $\underset{\sim}{N}$ e se quer obter o vetor $\underset{\sim}{\varepsilon}_o$ correspondente indicado a seguir.

Neste caso deve-se partir de uma relação constitutiva tangente do tipo

$$d\underset{\sim}{\sigma}_i^c = \underset{\sim}{D}_{t_i}^c \; d\,\underset{\sim}{\varepsilon}_i^c \qquad (3.a)$$

$$d\,\underset{\sim}{\sigma}_j^s = \underset{\sim}{D}_{i_j}^s \quad d\,\underset{\sim}{\varepsilon}_j^s \tag{3.b}$$

que relaciona incrementos de tensão no concreto e no aço com incrementos de deformação no concreto e no aço respectivamente. Analogamente a equação (1) chega-se a

$$d\underset{\sim}{N} = [\sum_{i=1}^{n} \underset{\sim}{T}_i^c \, \underset{\sim}{D}_{t_i}^c \, \underset{\sim}{T}_i^{ct} \, d_{j_i} + \sum_{j=1}^{m} \underset{\sim}{T}_j^s \, \underset{\sim}{D}_{t_j}^s \, \underset{\sim}{T}_j^{st}] \, d\,\underset{\sim}{\varepsilon} \tag{4}$$

Com a relação incremental (4) pode-se utilizar o algoritmo de Newton-Raphson para se obter ε_o em função de $\underset{\sim}{N}$.

$$d\underset{\sim}{N}_k = N - \underset{\sim}{N}_{t_k} = \bar{\underset{\sim}{D}}_{t_k} \, d\,\underset{\sim}{\varepsilon}_{o_k} \tag{5}$$

sendo $\underset{\sim}{D}_{t_k}$ dado pela expressão entre colchetes em (4) e que representa a matriz de rigidez tangente para o nível de deformação ε_{o_k}, d ε_{o_k} o incremento de deformações e N_{r_k} o vetor dos esforços internos resistentes correspondente as deformações ε_{o_k} na interação k.

O vetor $\underset{\sim}{N}_{r_k}$ pode ser dado pela relação secante

$$\underset{\sim}{N}_{r_k} = \bar{\underset{\sim}{D}}_{s_k} \, \varepsilon_{o_k} \tag{6}$$

As relações constitutivas secante e tangente para o concreto e aço definidas por $\underset{\sim}{D}_{s_i}^c$, $\underset{\sim}{D}_{s_j}^s$, $\underset{\sim}{D}_{t_i}^c$ e $\underset{\sim}{D}_{t_j}^s$ estão apresentadas em [6].

Para solicitação em tração x tração, tração x compressão e compressão x tração considerou-se o concreto como material isotrópico apresentando um comportamento linear elástico até a fissuração. O critério adotado para a formação de fissuras é o da tensão máxima [7].

Para solicitação do tipo compressão x compressão atribui-se ao concreto um comportamento não linear elástico com propriedades ortotrópicas. Para tal adota-se a relação constitutiva proposta por Liu [7 , 8].

O aço é considerado como material linear elástico, perfeitamente plástico.

A matriz $\underset{\sim}{D}_{t_i}^c$ é obtida a partir da matriz $\underset{\sim}{D}_{t_{pi}}^c$ proposta por Liu [7 , 8]. Como a matriz é definida para as direções principais é necessário fazer a rotação para a direção dos eixos de ortotropia x e y através das matrizes de rotação $\underset{\sim}{R}_\sigma$ e $\underset{\sim}{R}_\varepsilon$. Sendo

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x'x'} \\ \sigma_{y'y'} \\ \sigma_{x'y'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & 2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ -cs & cs & c^2-s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (7)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x'x'} \\ \varepsilon_{y'y'} \\ \varepsilon_{x'y'} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2-s^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \qquad (8)$$

onde c e s são os cossenos e senos do ângulo de rotação do sistema x-y para o sistema x'-y', chega-se as tensões principais quando $\theta = \theta_p$

$$\mathrm{tg}\ \theta_p = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_{xx}-\sigma_{yy}} \qquad (9)$$

logo

$$d\underset{\sim}{\sigma}_p = \underset{\sim}{R}_{\sigma_p}\ d\underset{\sim}{\sigma} \quad \text{e como}$$

$$d\underset{\sim}{\sigma}_p = \underset{\sim}{D}^c_{t_p}\ d\underset{\sim}{\varepsilon}_p \quad \text{vem}$$

$$\underset{\sim}{R}_{\sigma_p}\ d\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{D}^c_{t_p}\ \underset{\sim}{R}_{\varepsilon_p}\ d\underset{\sim}{\varepsilon}$$

$$d\underset{\sim}{\sigma} = \underset{\sim}{R}^{-1}_{\sigma_p}\ \underset{\sim}{D}^c_{t_p}\ \underset{\sim}{R}_{\varepsilon_p}\ d\underset{\sim}{\varepsilon} \qquad \text{logo}$$

$$\underset{\sim}{D}^c_t = \underset{\sim}{R}^{-1}_{\sigma_p}\ \underset{\sim}{D}^c_{t_p}\ \underset{\sim}{R}_{\varepsilon_p} \qquad (10)$$

3. OBTENÇÃO DOS DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO

Conforme descrito no item anterior é possível obter o vetor das deformações generalizadas no plano médio da casca $\underset{\sim}{\varepsilon}_o$ a partir do vetor dos esforços seccionais aplicados $\underset{\sim}{N}$ através do método de Newton-Raphson.

Para obtenção de pontos do diagrama de interação é necessário no entanto introduzir o conceito de estado limite último para lajes e cascas que passamos a chamar de estado limite último generalizado. O vetor $\underset{\sim}{N}_u$ correspondente a este $\underset{\sim}{\varepsilon}_o$ seria então um vetor dos esforços últimos por metro linear da casca definindo assim um ponto da superfície de colapso dos esforços seccionais.

A escolha da denominação estado limite último generalizado se deve ao fato de termos partido da definição de estado limite último para barras unidimensionais.

Antes de definir os domínios para o estado limite último de lajes e cascas usando uma analogia com os domínios definidos na NB-1 para solicitações normais, é necessário definir a condição de esmagamento do concreto (crushing condition) para um estado biaxial de tensões.

Na falta de resultados experimentais disponíveis sobre a capacidade última do concreto para estados biaxiais de tensões, pode-se utilizar um critério semelhante ao critério usado para as superfícies de colapso em tensões, assim

$$A_1 \frac{J_2'}{\varepsilon_u^2} + B_1 \frac{I_1}{\varepsilon_u} - 1 = 0$$

A satisfação desta equação representa o esmagamento do concreto. Sendo que I_1' e J_2' são invariantes de deformações e A_1 e B_1 estão definidos em [6] e [9].

Com o critério de esmagamento definido para solicitação biaxial e designando por ε_1^I, ε_2^I, ε_1^{II}, ε_2^{II} as deformações principais 1 e 2 nas lamelas extremas I e II pode-se definir os domínios para caracterização do estado limite último.

Domínio 1 $\begin{cases} \varepsilon_1^I \text{ e } \varepsilon_2^I & \text{positivos (alongamento)} \\ \varepsilon_1^{II} \text{ e } \varepsilon_2^{II} & \text{positivos} \end{cases}$

uma das armaduras em camadas junto a qualquer das faces I e II atinge a deformação de 10% e as outras são iguais ou inferiores a 10%.

Domínio 2 $\begin{cases} \varepsilon_1^I \quad \varepsilon_2^I & \text{negativos} \\ \varepsilon_1^{II} \quad \varepsilon_2^{II} & \text{positivos} \end{cases}$

caso a) A face I satisfaz a condição de "Crushing" e uma das armaduras junto à face II são menores ou iguais a 10%.

caso b) A face I não satisfaz a condição de "Crushing" porém uma das armaduras junto a face II atinge 10%.

Domínio 3 $\begin{cases} \varepsilon_1^I \quad \varepsilon_2^I & \text{negativa e a outra positiva} \\ \varepsilon_1^{II} \quad \varepsilon_2^{II} & \text{positivas} \end{cases}$

caso a) A deformação principal de compressão na face I, ε_p^I (negativa), deve satisfazer a seguinte condição ε_{p_I} (negativa) $< \varepsilon_u$ e uma das armaduras junto a face II ou junto a face I atinge 10%.

caso b) ε_{p_I} (negativa) $= \varepsilon_u$ e as deformações nas armaduras nas armaduras nas camadas junto a face I e II são menores que 10%.

Domínio 4
$$\begin{cases} \varepsilon_1^{I} \quad \varepsilon_2^{I} & \text{negativos} \\ \varepsilon_1^{II} \text{ e } \varepsilon_2^{II} & \text{negativo e outro positivo} \end{cases}$$

caso a) As deformações na face I satisfazem a condição de "Crushing" e as deformações nas armaduras junto a face II são menores que 10%.

caso b) As deformações não satisfazem a condição de crushing e na face II uma das deformações nas armaduras junto a esta face atinge 10% ou a deformação principal negativa ε_p^{II} atinge ε_u.

Domínio 5
$$\begin{cases} \varepsilon_1^{I} \quad \varepsilon_2^{I} & \text{negativo e o outro positivo} \\ \varepsilon_1^{II} \quad \varepsilon_2^{II} & \text{negativo e o outro positivo} \end{cases}$$

caso a)
$$\begin{cases} \varepsilon_p^{I} \text{ (negativa)} = \varepsilon_u \\ \varepsilon_p^{II} \text{ (negativa)} \quad \varepsilon_u \end{cases}$$
, e as deformações nas armaduras junto as faces I e II são menores ou iguais 10%.

caso b)
$$\begin{cases} \varepsilon_p^{I} \text{ (negativa)} \quad \varepsilon_u \\ \varepsilon_p^{II} \text{ (negativa)} = \varepsilon_u \end{cases}$$
, e as deformações nas armaduras junto as faces I e II são menores ou iguais a 10%.

caso c)
$$\begin{cases} \varepsilon_p^{I} \text{ (negativa)} < \varepsilon_u \\ \varepsilon_p^{II} \text{ (negativa)} < \varepsilon_u \end{cases}$$
, e uma das deformações nas armaduras junto a face I ou II é igual a 10%.

Domínio 6
$$\begin{cases} \varepsilon_1^{I} \quad \varepsilon_2^{I} & \text{negativas} \\ \varepsilon_1^{II} \text{ e } \varepsilon_2^{II} & \text{negativas} \end{cases}$$

A condição de "crushing" é satisfeita para a face I ou para a face II, ou para ambas as faces.

Com a definição do estado limite último generalizado e a formulação para obtenção da deformada $\underset{\sim}{\varepsilon}_o$ correspondente aos esforços seccionais $\underset{\sim}{N}$ pelo método de Newton-Raphson foi então elaborado um programa de computador para obter diagramas de interação para esforços seccionais de laje de concreto armado. Para este caso os esforços membranais N_{xx}, N_{yy} e N_{xy} são considerados nulos. A extensão do problema de cascas é feita simplesmente eliminando-se essa restrição e utilizando-se a formulação completa.

Tendo em vista a formulação proposta, três exemplos são apresentados, sendo um destes confrontados com a curva do Johansen.

Os exemplos são dispostos da seguinte forma:

. Exemplo 1. A laje contém apenas uma camada de armadura. Neste exemplo, mostra-se a influência da armadura no aumento dos esforços resistentes, assim como a influência da armadura A_{sx} na variação das curvas de resistência no plano M_y x M_{xy}.

Para se ter uma idéia da superfície proposta, curvas de níveis no plano M_x - M_y para vários valores de momento torsor (M_{xy}) são então mostradas.

Finalmente, para este exemplo algumas curvas são confrontadas com a superfície do Johansen.

. Exemplo 2. A laje apresenta duas camadas de armadura, dispostas uma em cada bordo extremo. Os mesmos efeitos estudados no exemplo 1 são agora analisados para o caso de armadura dupla.

. Exemplo 3. Curvas de interação para várias taxas de armaduras são apresentadas dando a idéia de geração de ábacos para dimensionamento automático em lajes de concreto armado.

Exemplos:

. Característica da laje

altura da laje - 12 cm
concreto fck = 20MPa
Aço CA 50
Número de lamelas de concreto = 24

Exemplo 1:

Figura 4.1. Laje Exemplo 1 - Número de Camadas de Armadura = 1
(Bordo superior ou inferior)

Para este exemplo são obtidas as curvas de interação momento torsor (M_{xy}) - momento fletor y (M_y), com as seguintes considerações:

(a) A_{sx} = 0.0 A_{sy} = 0.0
(b) A_{sx} = 0.0 A_{sy} = 1.82cm²/m
(c) A_{sx} =2.41cm²/m A_{sy} = 1.82cm²/m

Para o caso a, é obtida a superfície admitindo os esforços unicamente resistidos pelo concreto. No caso (b), pode-se observar o efeito da influência das armaduras no aumento da resistência a flexão. Vale ressaltar, no entanto que a resistência a torsão continua limitada a contribuição do concreto. Finalmente, no caso (c), observa-se a influência da armadura adicional na outra direção no aumento da resistência do esforço de torsão. Isto ocorre devido à consideração dos efeitos biaxiais que ocasionam um aumento de resistência para esse tipo de solicitação. No caso de torsão pura, a presença desta armadura não produz nenhum aumento de resistência[10,11] , isto leva a uma queda súbita na curva no plano $M_y - M_{xy}$ nas proximidades do estado de torsão pura. Uma possível solução para esse problema, embora não apresentada aqui, seria a colocação de armaduras esconsas, proporcionando uma curva mais suave.

Entre essas 3 curvas apresentadas, observa-se que na ausência de armaduras, onde o concreto é o único material, a distribuição de tensões é mais uniforme e conduz a obtenção de uma curva mais bem comportada.

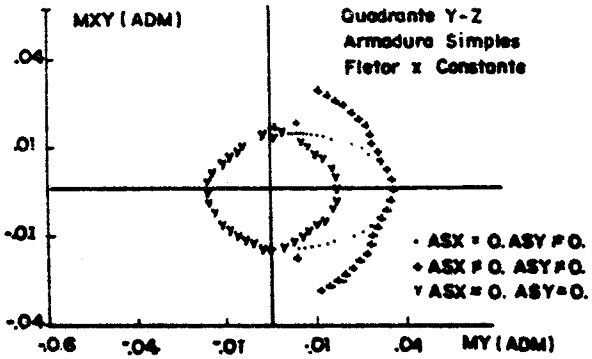


Figura 4.2. Curvas de Iteração no Plano $M_y - M_{xy}$ da Superfície Proposta

Na figura (4.3), mostra-se a curva de interação momento torsor (M_{xy}) momento fletor (M_y), obtidas com o critério do Johansen.

Confrontando-se o resultado acima apresentado com as curvas obtidas para os casos (a), (b), (c), da superfície proposta fig. (4.2), observa-se uma semelhança no aspecto geral entre essas duas curvas. A maior discordância fica para o caso (c), onde o decaimento brusco da curva característica para este caso, não está presente na curva do Johansen fig. (4.4). Esta divergência é devido a consideração na formulação de Johansen da absorção do esforço de torsão pura pelas armaduras ortogonais o que nos parece uma contradição com estudos já realizados.

Uma visualização tridimensional para a superfície proposta e a do Johansen é mostrada nas figuras (4.5) e (4.6) respectivamente onde curvas de níveis são traçadas para vários valores de momento torsor.

De acordo com as figuras citadas, fica evidente a semelhança dos 2 critérios, principalmente para valores intermediários de momento torsor. Ficando nas regiões próximas ao estado de torsão nula, as diferenças maiores entre essas duas curvas. Nas regiões intermediárias, algumas

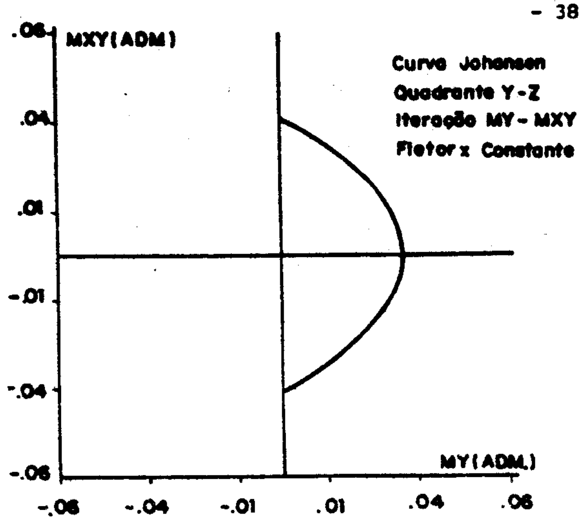


Fig. 4.3. Curva Johansen no Plano M_y-M_{xy}

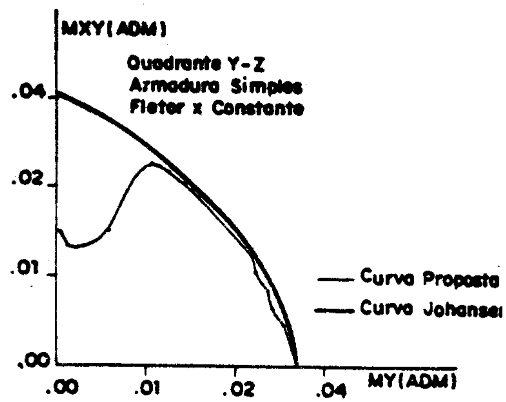
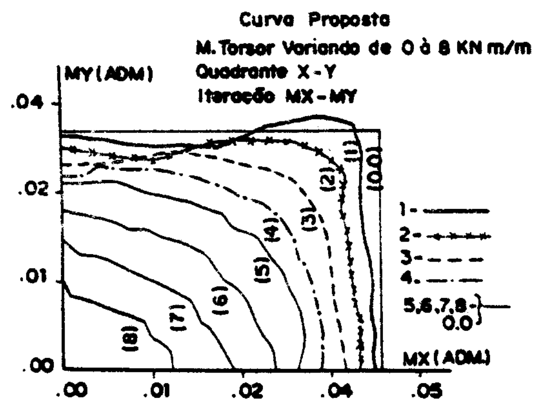


Fig. 4.4. Confrontamento entre as duas curvas plano M_y - M_{xy}



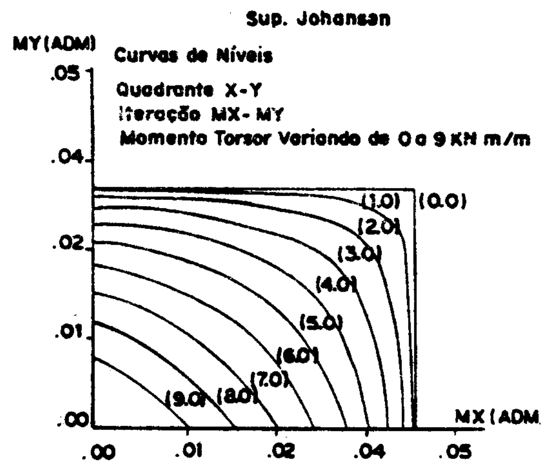


Fig. 4.5.
Fig. 4.6. Curvas de níveis no plano M_x-M_y para vários valores de momento torsor para superfície proposta e a do Johansen respectivamente.

curvas de nível ficam praticamente coincidentes como é o caso apresentado na fig. (4.7).

curvas de nível ficam praticamente coincidentes como é o caso apresentado na fig. (4.7).

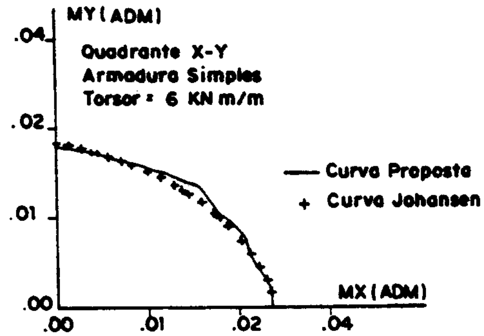


Fig. 4.7. Apresenta curva de nível para momento torsor de 6 KNm/m mostrando a semelhança entre a curva proposta e a do Johansen.

Exemplo 2:

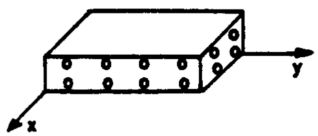


Fig. 4.8. Laje do ex. 2 com armadura dupla

Como no exemplo 1, curvas de interação momento torsor (M_{xy}) - momento fletor y (M_y) são traçadas levando em consideração os seguintes casos:

(a) $A_{sx} = 2,892$ cm²/m $\qquad$ $A_{sy} = 2,184$ cm²/m

$A'_{sx} = 0,482$ cm²/m $\qquad$ $A'_{sy} = 0,364$ cm²/m

(b) $A_{sx} = 0$ $\qquad$ $A_{sy} = 2,184$ cm²/m

$A'_{sx} = 0$ $\qquad$ $A'_{sy} = 0,364$ cm²/m

que estão representados nas figuras a seguir.

De acordo com a fig. (4.7), observa-se o mesmo tipo de comportamento com o analisado no exemplo 1, enfatizando o aumento da rigidez pela colocação de uma armadura de compressão, e mais uma vez observando o ponto correspondente ao estado de torsão pura limitado ao valor máximo admissível pelo concreto.

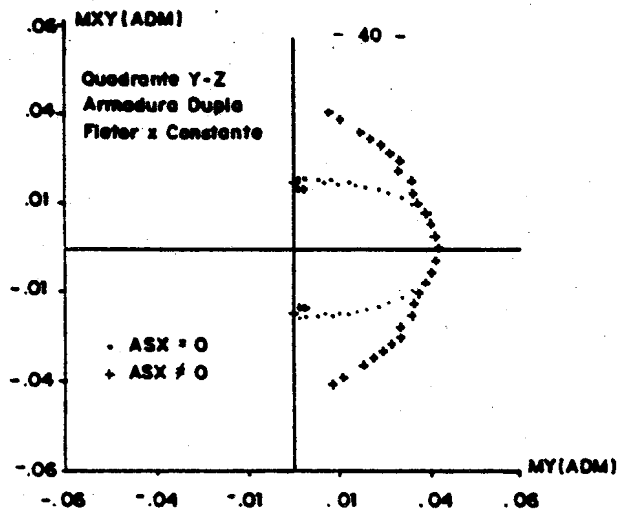


Fig. 4.8. Curva proposta para armaduras em 2 camadas na laje.

Exemplo 3:

Fig. 4.9. Laje exemplo 3. Número de camadas de armadura = 1
(Bordo superior ou inferior)

Neste exemplo, é mostrado para o caso particular de torsão pura, curvas de interação para várias taxas de armaduras que são geradas com a finalidade de dimensionamento automático.

São então geradas para os seguintes casos:

(a) $A_{sx} = 1,205\ cm^2/m$ $A_{sy} = 0,91 cm^2/m$

(b) $A_{sx} = 2,41 cm^2/m$ $A_{sy} = 1,82 cm^2/m$

(c) $A_{sx} = 4,82\ cm^2/m$ $A_{sy} = 3,64\ cm^2/m$

Os resultados estão apresentados na fig. (4.10).

Curvas semelhantes a estas podem ser geradas tanto quanto se queira para vários tipos de solicitação, dando assim a idéia da construção de ábacos para dimensionamento automático de lajes de concreto armado.

Observação:

Para obtenção das curvas apresentadas nos 3 exemplos acima, foram obtidos pontos com uma variação de 5 em 5 graus. Na superfície proposta, a obtenção de um ponto exato de colapso está sujeito a uma flutuação em função de uma tolerância prefixada no processo numérico, para obtenção desses pontos. Devido a este fato, o lugar geométrico destes pontos pode está sujeito a uma variação que pode ser maior ou menor dependendo do ponto.

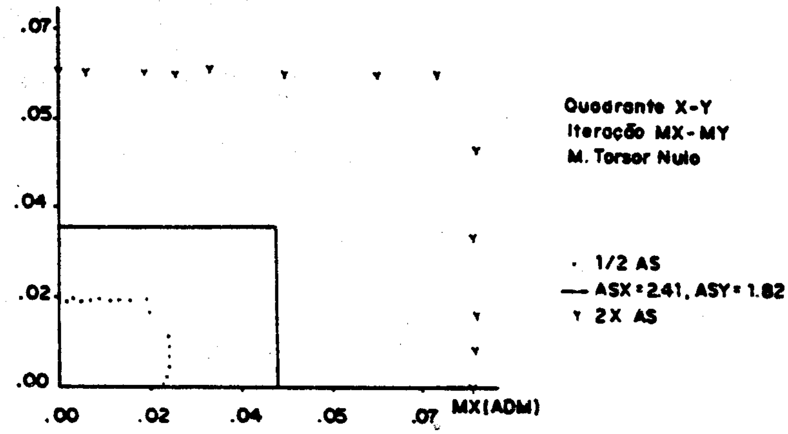


Fig. 4.10. Curvas de interação plana M_x-M_y, com torsão nula para várias taxas de armadura.

5. CONCLUSÕES

Diagramas de interação para lajes de concreto armado obtidos através de uma metodologia proposta são apresentados e comparados com os correspondentes à aplicação do critério de Johansen para diversos exemplos. Verifica-se uma grande semelhança entre esses dois critérios para os exemplos aqui apresentados, ou seja, os momentos x e y possuem o mesmo sinal. O confrontamento para outros tipos de combinações de sinais de solicitação fica para uma segunda análise, com o objetivo de certificar até onde vai a semelhança entre os critérios aqui apresentados.

Interpretação dos resultados são feitas.

A metodologia proposta apresenta as vantagens de ser válida também para cascas de concreto armado, ser consistente com as teorias de ruptura do concreto para efeito biaxial de tensões e ter ainda um critério de colapso definido como estado limite último generalizado que é coerente com os conceitos utilizados no dimensionamento de peças uniaxiais de concreto armado submetida a solicitações normais.

O programa desenvolvido com a metodologia descrita pode ser utilizado para diversos fins tais como:

(a) Para verificação da segurança de lajes de concreto armado;

(b) Para o traçado de ábacos de roseta que podem ser obtidos para diversas disposições da armadura e variando-se a porcentagem mecânica de armadura.

(c) Como pré-processador, acoplado a um programa de análise limite por elementos finitos, para a determinação do fator de colapso da estrutura, (o programa geraria a superfície de colapso linearizada necessária a definição das restrições do problema de programação linear que descreve o problema de análise limite).

BIBLIOGRAFIA

[1] Gupta, A.K.; Sen, S. "Design of Fluxural Reinforcement in Concrete Slabs". Journal of the Structural Division, ASCE, 103(4) 793-804 apr. 1977.

[2] Park, R., Gamble, W.L. "Reinforced Concrete Slabs". New York. J. Wiley, 1980.

[3] Wood, R.H. "The Reinforcement of Slabs in Accordance with a Predetermined Field of Moments". Concrete 2(2): 69-76, feb. 1968.

[4] Armer, G.S.T. Discussão de [3].Concrete, 2(8): 319-320. aug. 1968.

[5] Bazant, Z.P.; Lin, C. "Concrete Plate Reinforcement: Frictional Limit Design". Journal of the Structural Division ASCE, 108(11): 2443-2459. nov. 1982.

[6] Vaz, L.E. and Bastos S.M. "Metodologia para Determinação da Superfície de Ruptura para os Esforços Seccionais em Lajes e Cascas de Concreto Armado". VIII MECOM, Rio de Janeiro, nov. 1987.

[7] Chen, W.F. "Plasticity in Reinforced Concrete". McGrall Hill, 1982.

[8] Luis, T.C.Y.; A.H. Nelson and F.O. Slate (1972) (a) "Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compression. Journal American Concrete Institut, vol. 69 nº 5 may. pp. 291-295. (b) "Stress Strain Relations for Concrete". Journal Structural Division ASCE, vol. 98 nº STS, may, pp.1025-1034.

[9] Owen, D.R.J.; Figueiras, J.A.; Damjani, C.F. "Finite Element Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Structures Including Thermal Loading". Comp. Meth. en appl. Mech. and Engng. 41 (1983).

[10] Morley, C.T.; Gulvanessian, H. "Optimum Reinforcement of Concrete Slabs Elements". Proc. Insin. Civ. Engrs. (part 2), 63:441-454. jun. 1977.

[11] Braestrup, M.W. & Nielsen, M.P. "Plastic Methods of Analysis and Design".