APLICAÇÃO DE UM MODELO BI-DIMENSIONAL À LAGUNA DOS PATOS - RS - BRASIL

Nara Maria Luzzi Rosauro
Professora Adjunta do Instituto de Pesquisas Hidráulicas - IPH/UFRGS/BRASIL
Edith Beatriz Camaño Schettini
Aluna do Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento - IPH/UFRGS/BRASIL

RESUMO

A laguna dos Patos, situada na parte sudeste do Estado do Rio Grande do Sul, Brasil, apresenta uma superfície de aproximadamente 7.000 km². Um dos maiores problemas que se tem ao tentar simular seu comportamento hidrodinâmico diz respeito aos dados de campo que se fazem necessários coletar. Com uma superfície livre dessas proporções o movimento da Laguna é influenciado enormemente pelos ventos. No entanto, é impossível obter-se a distribuição real de ventos sobre a Laguna. Neste trabalho apresenta-se uma simulação inicial, onde foram utilizados como condições de contorno na superfície, os dados de ventos de três anemógrafos localizados nas margens da Laguna. Estes ventos foram usados com duas interpretações diferentes sobre a malha da Laguna. Os resul-ados são comparados a dados de nível registrados.

ABSTRACT

The Patos Laggon located at the southeastern portion of the Rio Grande do Sul State, has an area of approximately 7000 km². One of the greatest problems that are faced when one tries to simulate its hydraulic behaviour is concerned to the amount of field data one has to obtain. With such a large area, the movements of the Patos Lagoon is greatly influenced by the wind. Neverthless, it is impossible to obtain the real wind distribution over the Lagoon. In this work two simulations are presented in which fielf data of three anemographs located at the Lagoon's shore were used as surface boundary condition. These recorded data were used with two different interpolations over the Lagoon's mesh. The results are compared with recorded water levels.

INTRODUÇÃO

A Laguna dos Patos tem um papel muito importante na região sudeste do Estado do Rio Grande do Sul (Figura 1). Ela é utilizada para abastecimento d'água, navegação e recreação. Seu comportamento hidrodinâmico influencia o comportamento do Lago do Guaíba, Delta do Jacuí e dos seus formadores de menor porte. Isto se deve ao fato de que os movimentos oscilatórios da Laguna (seiches)causam represamento e até inversões totais de corrente nos formadores do Delta.

Com o objetivo de se conhecer o regime de ventos na região e a sua influência nas oscilações (periódicas ou não) da Laguna dos Patos, vários anemógrafos e linígrafos foram instalados na região (Figura 1).

Para se poder representar a Laguna e seu comportamento hidrodinâmico, utilizou-se a modelação matemática. O método dos Elementos Finitos foi escolhido pela flexibilidade apresentada no desenho da malha e na excelente representação que se pode obter dos contornos. Foram escolhidos elementos triangulares pela sua versatilidade e a interpolação quadrática para se evitar a necessidade de um número muito grande de elementos.

A modelação matemática encontra-se num estágio bastante avançado em relação ao que se tinha há alguns anos atrás. Existe hoje uma vasta experiência acumulada, principalmente sobre os problemas que mais afligiam os pesquisadores, como os de instabilidades, por exemplo. Infelizmente, no entanto, o mesmo não se pode dizer sobre os dados de campo disponíveis, principalmente em países do Terceiro Mundo, onde as verbas são sempre insuficientes para se coletar todos os dados necessários para uma boa simulação com modelos. Muitas vezes nos vemos na situação de utilizar modelos matemáticos sofisticados com dados muito escassos e/ou muito pouco confiáveis, ou ainda, cheios de falhas.

No caso da Laguna dos Patos várias lacunas podem ser vislumbradas. Não se dispõe de uma batimetria atualizada, não se conhece o material de fundo com exatidão, e os linígrafos instalados não estão referenciados entre si. Isso torna muito difícil a tarefa de alimentar as condições de contorno necessárias ao modelo (ηxt, τ_{fundo}). Além disso, perguntava-se inicialmente se, no caso da Laguna dos Patos, onde a ação dos ventos é de suma importância, seria possível obter-se uma boa simulação com apenas 3 anemógrafos instalados nas suas margens.

Hoje, comparando-se os dados dos anemígrafos verifica-se que existe uma tendência de ocorrência de ventos na mesma direção nos 3 postos quando ocorrem ventos de velocidade moderada (> 20 km/h) a fortes (> 30 km/h). Mudanças bruscas e frequentes da direção do vento, inclusive com direções bastante diferentes nos vários postos, ocorrem normalmente para ventos fracos ($<$ 20 km/h) que não devem ter grande influência nas oscilações da Laguna.

Para acessar a resposta do modelo às variações de vento, simulou-se um período de 2 dias com duas interpolações de vento diferentes. As simulações foram feitas com "cold start" já que não se dispunha de dados para as condições iniciais.

DESCRIÇÃO DO MODELO

Equações que regem o fenômeno

As equações utilizadas são as equações de conservação de quantidade de movimento e a equação da continuidade. Estas equações são simplificadas, admitindo-se propagação de ondas de longos períodos em águas rasas, aceleração vertical desprezível e integrando as variáveis na vertical entre $z = -h$ até $z = \eta$.

Obtém-se:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (h+\eta)U}{\partial x} + \frac{\partial (h+\eta)V}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -U\frac{\partial U}{\partial x} - V\frac{\partial U}{\partial y} - g\frac{\partial \eta}{\partial x} - g\frac{\partial ha}{\partial x} + fV - \frac{gU}{C^2(h+\eta)}\sqrt{U^2+V^2} + \frac{\tau_{sx}}{(h+\eta)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -U\frac{\partial V}{\partial x} - V\frac{\partial V}{\partial y} - g\frac{\partial \eta}{\partial y} - g\frac{\partial ha}{\partial y} - fU - \frac{gV}{C^2(h+\eta)}\sqrt{U^2+V^2} + \frac{\tau_{sy}}{(h+\eta)} \qquad (2)$$

onde:

h (x,y,z) = profundidade abaixo do nível médio d'água
η (x,y,z) = elevação acima do nível médio
U (x,y,z) = média da componente da velocidade na direção x
V (x,y,z) = média da componente da velocidade na direção y
g = aceleração da gravidade
ha = pressão atmosférica em metros de coluna d'água
$f = 2\, W \operatorname{sen} \psi$
W = velocidade angular da terra
ψ = função da latitude geográfica
C = coeficiente de Chézy
τ_{sx} = componente em x do atrito do vento na superfície
τ_{sy} = componente em y do atrito do vento na superfície

$$\tau_{sx} = \gamma^2 \frac{\rho_a}{\rho} |Wx|\ Wx$$

$$\tau_{sy} = \gamma^2 \frac{\rho_a}{\rho} |Wy|\ Wy$$

Wx e Wy são as componentes da velocidade do vento
ρ_a é a densidade da água
ρ^a é a densidade do ar

$$K = \gamma^2 \frac{\rho_a}{\rho}$$

γ^2 é um coeficiente experimental
$\gamma^2 = f(U,V,C,h)$

<u>O modelo em Elementos Finitos</u>

Já que as equações do movimento não admitem um Funcional foi utilizado o Método dos Resíduos Ponderados com o critério de Galerkin.

Neste modelo, elementos triangulares quadráticos isoparamétricos foram utilizados. As mesmas funções formas foram utilizadas para todas as variáveis (U,V,η,h,Wx,Wy,ha,C).

Estes elementos isoparamétricos admitem lados curvos,e as velocidades normais e tangenciais nos contornos devem ser introduzidas.

O conjunto de 18 equações de cada elemento é dado por:

a) Continuidade

$$\int_{\Omega^e} N_j \left[\sum_{i=1}^{n} N_i \frac{\partial \eta_i}{\partial t} \right] d\Omega^e =$$

$$= \int_{\Omega^e} N_j \Big[-(\Sigma N_i \eta_i + N_i h_i) \big[\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial x} U_i\big] - (\Sigma N_i \eta_i + \Sigma N_i h_i) \big[\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i\big] -$$

$$- (\Sigma N_i U_i) \big[\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial x} \eta_i + \Sigma \frac{\partial N_i}{\partial x} h_i\big] - (\Sigma N_i V_i) \big[\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} \eta i + \Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} h_i\big]\Big] d\Omega_e$$

$$j = 1,n \qquad (3.a)$$

b) Primeira Equação Dinâmica

$$\int_{\Omega^e} N_j \left[\sum_{i=1}^{n} N_i \frac{\partial U_i}{\partial t} \right] d\Omega^e =$$

$$= \int_{\Omega^e} N_j \Big[-(\Sigma N_i U_i) \big[\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial x} U_i\big] - (\Sigma N_i V_i) \big[\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i\big] + f(\Sigma N_i V_i) -$$

$$- g(\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial x} \eta_i) - (\frac{\partial N_i}{\partial x} ha_i) - \frac{g}{(\Sigma N_i C_i)^2} \Bigg(\frac{|(\Sigma N_i U_i)^2 + (\Sigma N_i V_i)^2|^{1/2} |\Sigma N_i U_i|}{(\Sigma N_i \; i + \Sigma N_i h_i)} +$$

$$+ \frac{\Sigma N_i \; \tau_{sxi}}{(\Sigma N_i \eta_i + \Sigma N_i h_i)} \Bigg)\Big] d\Omega^e \qquad j = 1,n \qquad (3.b)$$

c) Segunda Equação Dinâmica

$$\int_{\Omega^e} N_j \, [\Sigma N_i \frac{\partial V_i}{\partial t}] \, d\Omega^e =$$

$$= \int_{\Omega^e} N_j \Big[-(\Sigma N_i U_i)(\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial x} V_i) - (\Sigma N_i V_i)(\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i) - f(\Sigma N_i U_i) -$$

$$- g(\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} \eta_i) - (\Sigma \frac{\partial N_i}{\partial y} ha_i) - \frac{g}{(\Sigma N_i C_i)^2} \, \frac{[(\Sigma N_i U_i)^2 + (\Sigma N_i V_i)^2]^{1/2} [\Sigma N_i V_i]}{(\Sigma N_i \eta_i + \Sigma N_i h_i)} +$$

$$+ \frac{\Sigma N_i \, \tau sy_i}{(\Sigma N_i \eta_i + \Sigma N_i h_i)} \Big] \, d\Omega^e \qquad j = 1,n \qquad (3.c)$$

onde:

Nk - é a função forma do nó k
η - é o número de nós por elemento (6 neste caso)

A integração no tempo foi feita com um esquema implícito em diferenças finitas descrito a seguir.

O conjunto de equações final (3) é englobado num sistema único, o qual, após linearização, pode ser escrito de forma matricial como:

$$|M| \{\dot{\tau}\} = |K| \{\tau\} + \{F\} \qquad (4)$$

onde: $[M]$ é a matriz de rigidez do sistema (dimensões $N^* x N^*$)
$\{\tau\}$ é o vetor dos valores nodais das variáveis (dimensão N*)
$\{\dot{\tau}\}$ é o vetor das derivadas das variáveis em relação ao tempo (dimensão N*)
$\{F\}$ é o vetor de condições de contorno de vento e pressão atmosférica (dimensão N*)
N* é o número total de nós "N"x número de graus de liberdade por nó (3 neste caso)

A integração no tempo é feita substituindo-se as variáveis e suas derivadas por:

$$\dot{\tau} = \frac{\tau_{t+\Delta t} - \tau_t}{\Delta t} \qquad (5)$$

$$\tau = \theta \, \tau_{t+\Delta t} + (1-\theta) \, \tau_t$$

$$F = \theta \, F_{t+\Delta t} + (1-\theta) \, F_t$$

onde θ é um coeficiente de ponderação entre zero (totalmente explícito) e 1,0 (totalmente implícito). Neste modelo, θ = 0,55 foi usado em todos os testes.

A equação final fica sendo:

$$[M^*]\ \{\tau_{t+\Delta t}\} = [K^*]\ \{\tau_t\} + \{F\} \tag{6}$$

onde

$$[M^*] = \frac{[M]}{\Delta t} - [K]\,\theta$$

$$[K^*] = \frac{[M]}{\Delta t} + [K]\,(1-\theta)$$

Para reduzir-se ao máximo a matriz $[M^*]$ esta foi armazenada em duas matrizes triangulares $[A]$ e $[B]$ armazenadas como vetores $\{A\}$ e $\{B\}$. Em $\{A\}$ tem-se as linhas, com seus tamanhos efetivos, armazenadas uma atrás das outras e em $\{B\}$ as colunas, também com seus tamanhos efetivos, armazenados vetorialmente.

O modelo foi testado em várias situações, inclusive na geração de seiches em bacias retangulares. Os resultados foram apresentados em um trabalho anterior (Rosauro, 1986).

Introdução das Condições de Contorno, Vento e Pressão Atmosférica

As condições de contorno a serem introduzidas são, V_n = 0 nos contornos fechados, e $\eta(t)$ ou $\vec{V}(t)$ nos contornos abertos (Figura 2).

A introdução do vento é feita informando-se valores da velocidade em função do tempo para os vários postos com anemógrafo. A cada ponto da malha é associado um peso para cada uma dessas estações de vento. O valor resultante de vento sobre cada nó da malha será então uma média ponderada dos valores ocorridos nas várias estações.

A introdução dos valores de pressão atmosférica é feita da mesma maneira, ou através de um pulso de pressão, de amplitude a e velocidade de propagação v se deslocando sobre a bacia ao longo de uma direção qualquer (Figura 3).

APLICAÇÃO À LAGUNA DOS PATOS

O desenho da malha da Laguna foi feito manualmente para se tentar obter a melhor representação possível do fundo, com o menor número de elementos. Assim, várias seções transversais foram desenhadas e os nós dos elementos colocados nos pontos mais apropriados (Figura 4).

A malha utilizada para a Laguna é mostrada na figura 5. Foram utilizados 242 elementos triangulares quadráticos num total de 608 nós com 3 graus de liberdade cada um. Eliminando as condições de contorno com $v_n = 0$ e $v_t = 0$, ~320 linhas da matriz K puderam ser eliminadas, resultando duas matrizes (A e B) de ~55.000 elementos cada uma.

Para estes primeiros testes de vento, a Laguna foi fechada nas duas extremidades (Rio Grande e Ponta da Cadeia).

Primeira interpolação

Os valores dos ventos registrados nas estações de Capão da Moça, Solidão e São Lourenço foram ponderados sobre cada nó da malha, usando-se a seguinte expressão:

$$Wx_i = \frac{\frac{1}{d_1} Wx_1 + \frac{1}{d_2} Wx_2 + \frac{1}{d_3} Wx_3}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3}}$$

$$Wy_i = \frac{\frac{1}{d_1} Wx_1 + \frac{1}{d_2} Wx_2 + \frac{1}{d_3} Wx_3}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3}}$$

Onde d_1, d_2 e d_3 são as distâncias do nó "i" às estações 1, 2 e 3 respectivamente (Figura 6). Para evitar-se valores muito pequenos nos inversos das distâncias, trabalharam-se com estas em quilômetros ao invés de metros (os valores de vento registrados nos três postos encontram-se na Tabela I).

Os valores de níveis calculados e registrados encontram-se plotados na figura 7. Os linigramas foram sobrepostos usando-se como referências os níveis médios no período, já que os linígrafos não se encontram nivelados. Os erros foram acessados usando-se o coeficiente de correlação:

$$r = \frac{\sum_{j=1}^{n} (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} (x - \bar{x})^2 \Sigma (y - \bar{y})^2}}$$

obtendo-se os seguintes valores:

POSTO	r
ITAPUÃ	0,83
BICUDO	0,72
SOLIDÃO	0,90

Segunda interpolação

A segunda interpolação obedeceu ao critério dos Polígonos de Thiessen, onde a cada anemógrafo foi assinalada uma área de influência. Devido ao pequeno número de postos disponíveis nessa oportunidade e também às suas localizações, a intersecção das retas medianas caiu fora da Malha da Laguna, apresentando-se as áreas de influência limitadas por 2 retas como mostrado na figura 8. As coordenadas dos Postos foram tomadas como

POSTO	X (km)	Y (km)
CAPÃO DA MOÇA	89,9	144,6
SÃO LOURENÇO	39,28	86,6
SOLIDÃO	158,82	159,94

As equações das retas R_1 e R_2 são, respectivamente:

$$Y_1 = - 4,49 X + 710646,4$$

$$Y_2 = - 0,87 X + 171793,3$$

Os valores de níveis calculados e registrados encontram-se plotados na figura 9.

Os valores dos coeficientes de regressão obtidos foram:

POSTO	r
ITAPUÃ	0,82
BICUDO	0,66
SOLIDÃO	0,91

CONCLUSÕES

Nesta fase inicial de testes, onde apenas um conjunto de dados pode ser utilizado o modelo comportou-se bem apesar de todas as restrições envolvidas, como, por exemplo, a não introdução de condições iniciais ("cold start") e de contorno nos extremos (Rio Grande e Ponta da Cadeia).

Seria muito prematuro afirmar qualquer tendência, mas este teste parece mostrar que o movimento da parte superior da Lagoa é fundamentalmente influenciado pelo vento e que a interpolação deste não se constitui num problema tão sério como inicialmente se havia imaginado. Somente após um número bem maior de simulações, no entanto, poder-se-á afirmar algo de mais definitivo.

REFERÊNCIAS

(1) Connor, J.J. and Brebbia, C.A. (1976) "Finite Element Techniques for Fluid Flow", Buttenworth & Co. (Publishers) Ltd.

(2) Dronkers, J.J. (1964) "Tidal Computations". North Holland Publishing Company, Amsterdam.

(3) Pearce, B.R. and Cooper, C.K. (1981) "Numerical Circulation Model for Wind Induced Flow", Journal of the Hydraulic Div. ASCE, March, Vol. 107 Nº HY3.

(4) Rao, S.A. (1982) "The Finite Element Method in Engineering", Pergamon Press.

(5) Rosauro, N.M.L. (1986) "Simulação de seiches induzidas por vento e pressão atmosférica utilizando-se um Modelo em Elementos Finitos", Revista Brasileira de Engenharia. Caderno de Recursos Hídricos. Vol.4, Nº 2. Nov. 1986.

(6) Wilson, B.W. (1972) "Seiches", in: ADVANCES IN HYDROSCIENCE", V.T. Chow (Editor), Academic Press: 1-94.

DIA 07	CAPÃO DA MOÇA		SÃO LOURENÇO		SOLIDÃO		DIA 08	CAPÃO DA MOÇA		SÃO LOURENÇO		SOLIDÃO	
HORA:	VEL.	DIR.	VEL.	DIR.	VEL.	DIR.	HORA:	VEL.	DIR.	VEL.	DIR.	VEL.	DIR.
01:00	28,0	SE	24,5	ESE	10,0	SSE	01:00	33,0	ESE	37,5	ESE	12,0	ESE
02:00	27,0	SE	26,0	SE	4,0	SSE	02:00	33,0	ESE	36,5	ESE	10,0	ESE
03:00	26,0	SE	28,5	SE	7,0	SSE	03:00	32,0	E	40,0	ESE	10,0	ESE
04:00	22,0	SE	30,5	SE	4,0	SSE	04:00	33,0	E	40,5	ESE	9,0	ESE
05:00	21,0	SE	30,0	SE	4,0	SSE	05:00	32,0	E	41,0	ESE	6,0	ESE
06:00	21,0	ESE	30,0	SE	3,0	SSE	06:00	33,0	E	36,5	E	9,0	ESE
07:00	25,0	ESE	27,5	SE	2,5	SSE	07:00	32,0	E	33,5	E	11,0	ESE
08:00	27,0	ESE	27,5	SE	8,0	SSE	08:00	31,0	E	38,0	E	15,0	ESE
09:00	26,0	ESE	26,5	SE	25,0	SSE	09:00	31,0	E	39,5	E	20,0	ESE
10:00	25,0	ESE	28,0	SE	22,0	SSE	10:00	30,0	E	36,0	E	23,0	ESE
11:00	26,0	ESE	28,0	SE	21,0	SSE	11:00	30,0	E	30,0	E	22,0,	ESE
12:00	28,0	ESE	26,5	SE	21,0	SSE	12:00	28,0	E	31,0	E	24,0	ESE
13:00	28,0	ESE	26,0	SE	20,0	SSE	13:00	31,0	E	31,5	E	23,0	ESE
14:00	27,0	ESE	27,0	SE	23,0	SSE	14:00	28,0	E	31,5	E	23,0	ESE
15:00	28,0	ESE	25,0	SE	24,0	SSE	15:00	32,0	E	32,5	E	23,0	ESE
16:00	31,0	ESE	26,5	SE	27,0	SSE	16:00	33,0	E	36,0	E	25,0	ESE
17:00	31,0	ESE	23,0	SE	26,0	SSE	17:00	34,0	E	40,0	E	26,0	ESE
18:00	29,0	ESE	26,0	SE	19,0	SSE	18:00	33,0	E	39,0	E	21,0	ESE
19:00	31,0	ESE	24,0	SE	19,0	SSE	19:00	37,0	E	42,5	E	27,0	ESE
20:00	31,0	ESE	29,0	SE	17,0	SSE	20:00	39,0	E	43,0	E	11,0	ESE
21:00	29,0	ESE	30,5	SE	14,0	SSE	21:00	36,0	E	45,5	E	10,0	ESE
22:00	31,0	ESE	34,0	SE	15,0	SSE	22:00	37,0	E	44,0	E	12,0	ESE
23:00	33,0	ESE	36,0	SE	12,5	SSE	23:00	35,0	E	44,0	E	21,0	ESE
24:00	32,0	ESE	37,5	SE	10,5	SSE	24:00	35,0	ENE	44,5	E	16,0	ESE

Tabela 1. Ventos ocorridos.

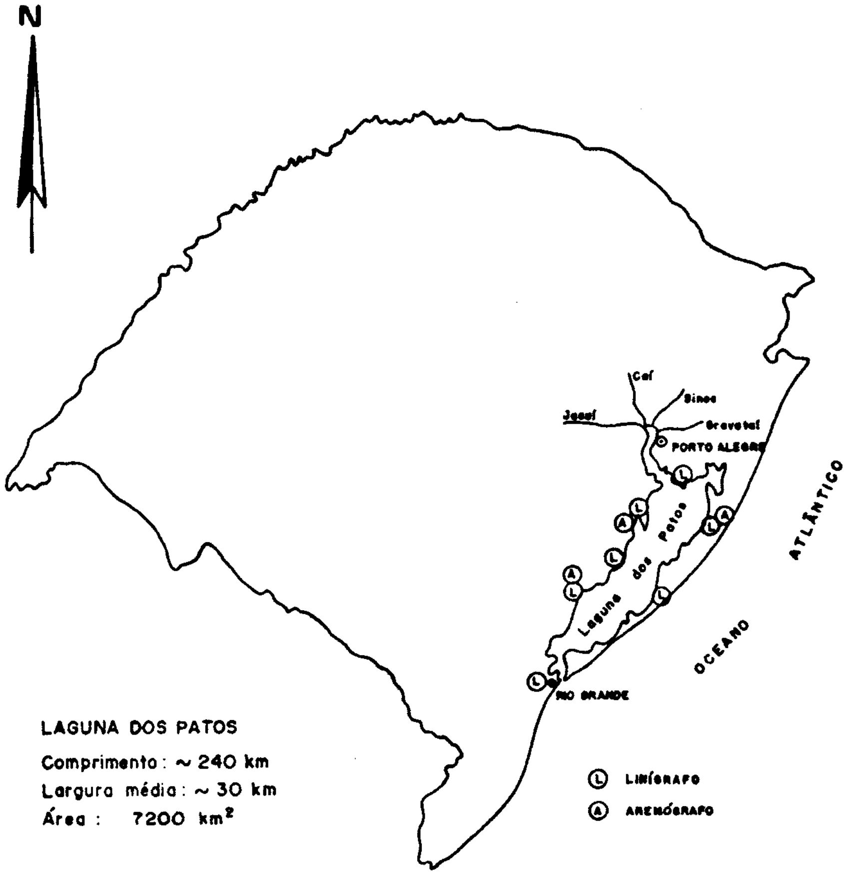


Figura 1. Localização da Laguna e postos de medição.

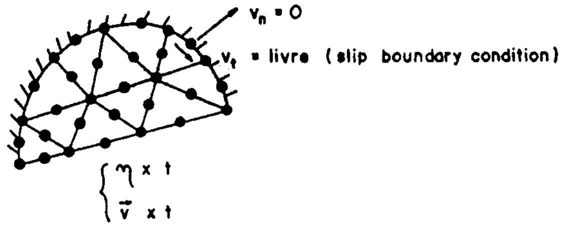


Figura 2. Condições de contorno.

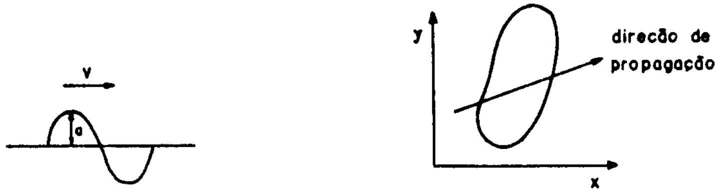


Figura 3. Pulso de pressão se deslocando sobre um
corpo d'água.

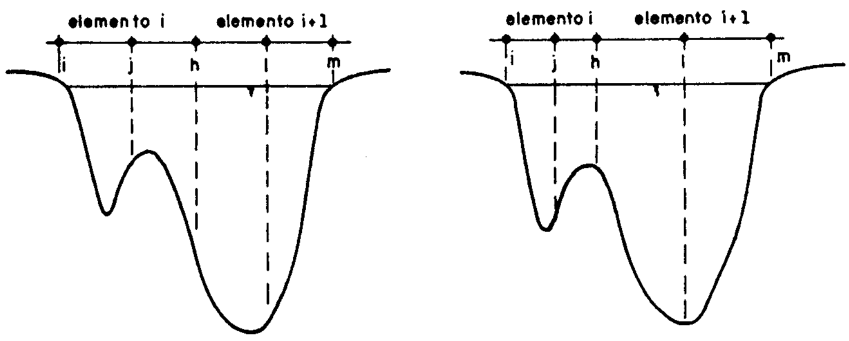


Figura 4. Escolha da melhor posição dos elementos.

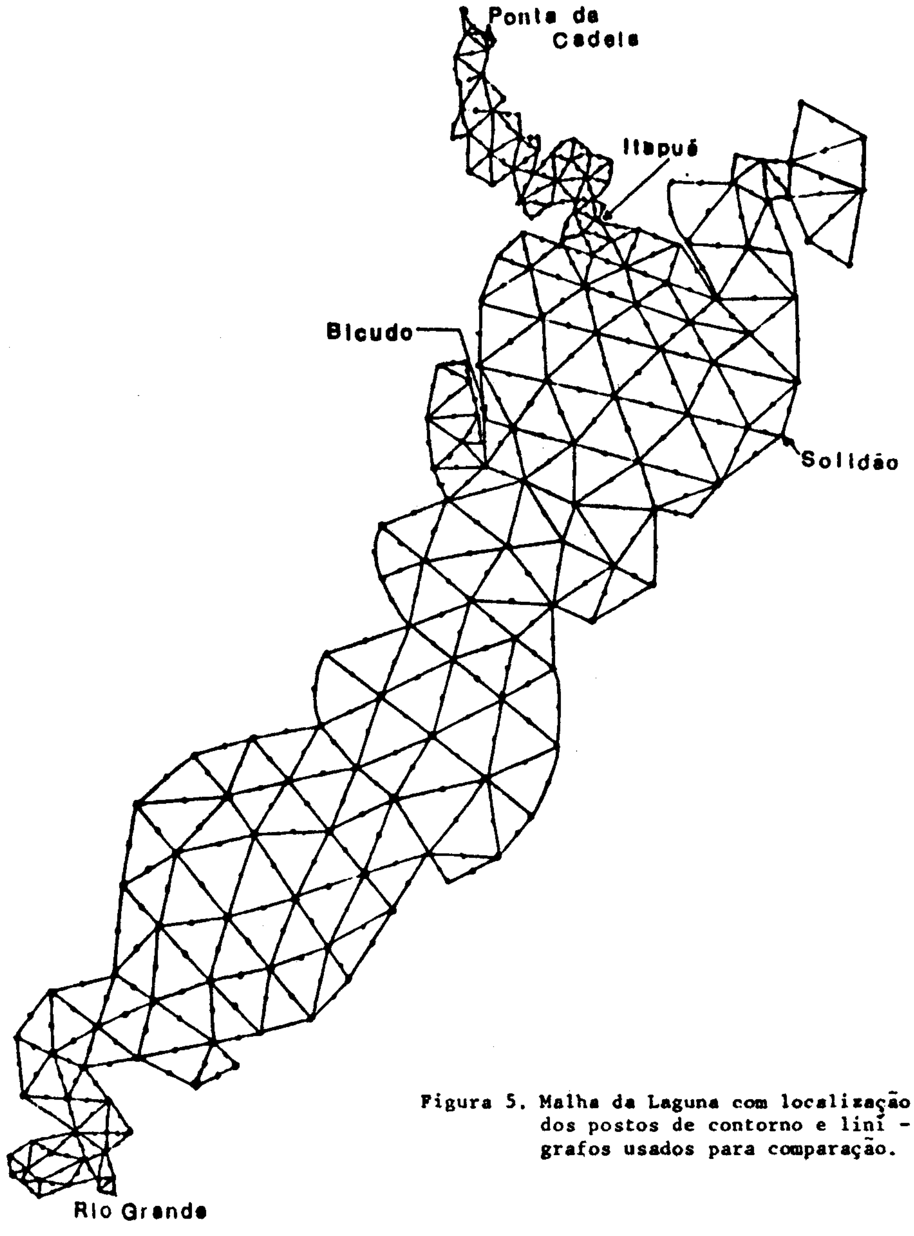
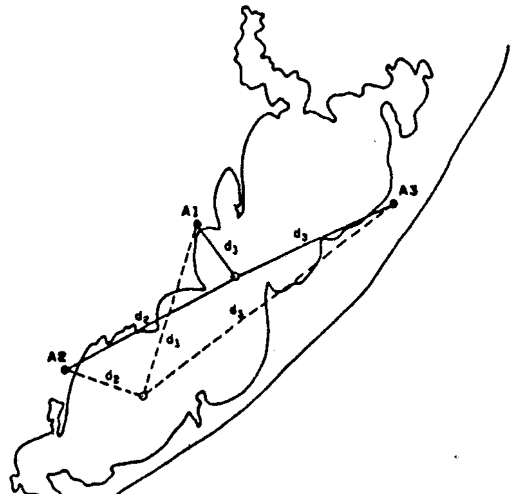


Figura 5. Malha da Laguna com localização dos postos de contorno e lini - grafos usados para comparação.



$$Wx_i = \frac{\frac{1}{d_1}Wx_1 + \frac{1}{d_2}Wx_2 + \frac{1}{d_3}Wx_3}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d_3}}$$

Figura 6. Primeira interpolação: ponderação utilizando-se as distâncias dos nós aos postos.

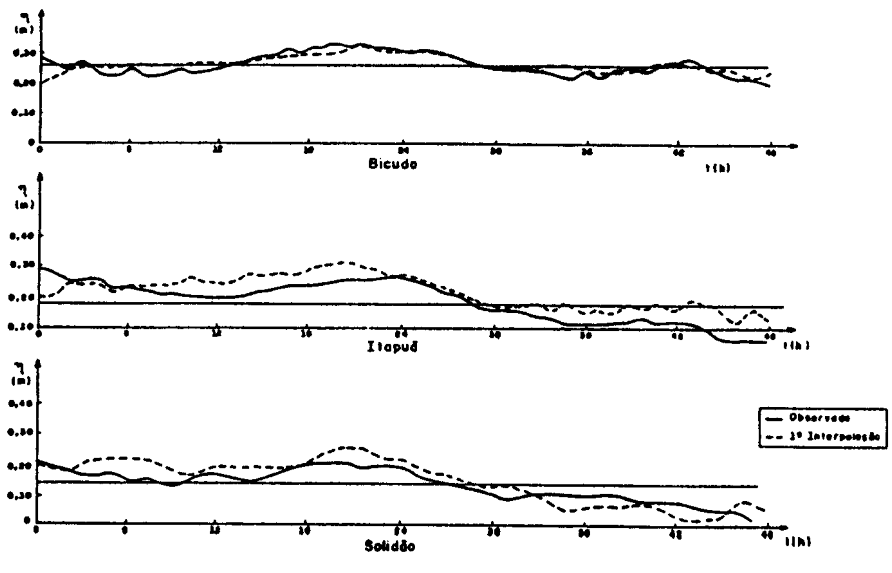


Figura 7. Resultados obtidos com a primeira interpolação.

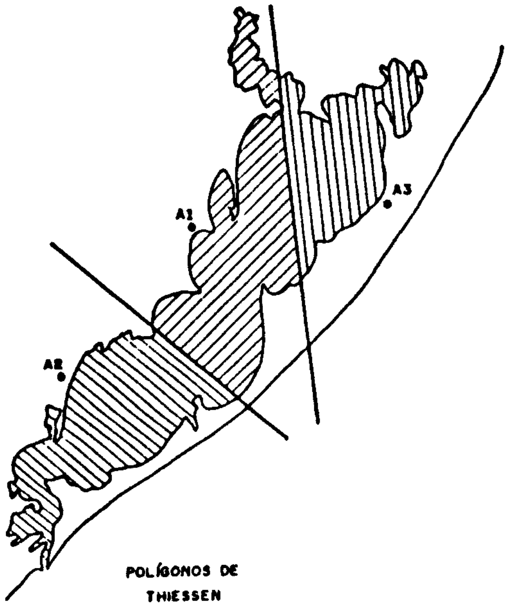


Figura 8. Segunda interpolação: Áreas de influência dos postos.

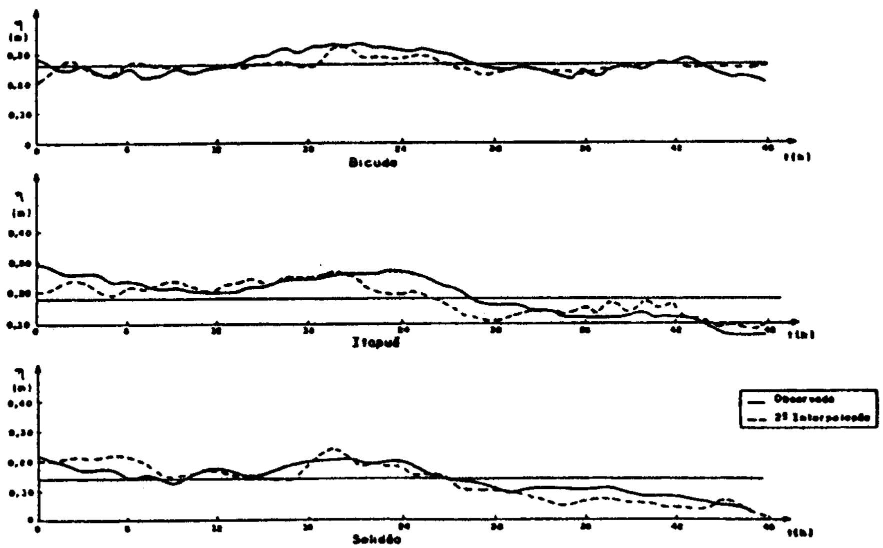


Figura 9. Resultados obtidos com a segunda interpolação.