

## **UNA METODOLOGÍA DE SOFTWARE EDUCATIVO PARA CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS**

**B. Suárez, P. Zapata, L. Gil, R. Tugues**

*Departament de resistència de materials i estructures a l'enginyeria  
Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports.  
Campus Nord UPC, Mòdul C-1. c/ Gran Capitán s/n. 08034 Barcelona. España*

### **RESUMEN**

El presente trabajo pretende definir una metodología general y el entorno adecuado para aprovechar los recursos actuales del ordenador personal, y aplicarlos a la enseñanza asistida del método de los elementos finitos. Se presenta una aplicación a modo de ejemplo práctico que resuelve problemas con elementos isoparamétricos triangulares (T1).

### **ABSTRACT**

The main goal in this work is to define a general methodology and a proper framework for taking advantage of the personal computer resources, and to apply them to the assisted learning of finite elements method. There is presented an application as a practical example which solves problems with triangular isoparametric elements (T1).

### **OBJETIVO**

Con carácter general, sería lícito decir que la educación pretende transmitir de la forma más apropiada los conocimientos de las generaciones anteriores a las posteriores. A lo largo de la historia, los educadores han conseguido aprovechar la tecnología que tenían al alcance de su mano para establecer un mecanismo óptimo en la transmisión del conocimiento. Así, con el paso de los años, el libro, la radio, la televisión, el video y el ordenador se han ido incorporando al conjunto de instrumentos que ayudan al educador actual en su trabajo. De todos es conocida la dificultad de explicar con los útiles tradicionales el método de los elementos finitos. Con frecuencia la pizarra, el libro y el papel son insuficientes para transmitir una visión completa de la potencia real del método. Ahora se propone aprovechar el ordenador como instrumento educativo y explotar su dualidad capacidad de cálculo - interacción para establecer un nuevo elemento de apoyo que nos ayude en el aprendizaje del método de los elementos finitos (MEF).

### **LAS DIFICULTADES**

A la hora de abordar esta cuestión hay una serie de aspectos que deberían tenerse en cuenta.

#### **1. El método de los elementos finitos**

En primer lugar la materia a enseñar tiene una dificultad intrínseca. De hecho, su metodología de aplicación es clara pero la ilustración con problemas suele ser insatisfactoria a todas luces. Todo educador que ha pretendido enseñar el MEF, se ha encontrado que los instrumentos clásicos no permiten desarrollar con detalle un ejemplo. Así, los estudiantes deben conformarse con ejercitarse en problemas academicistas con uno o dos elementos a lo sumo, los cuales distan mucho de mostrar las posibilidades reales de cálculo.

Por otro lado, si el educador decide usar en las clases prácticas un programa de MEF existente, el estudiante se ve relegado a introducir unos datos y a recibir unos resultados, siendo incapaz de interactuar con el programa durante el proceso de cálculo.

## **2. El ordenador como instrumento**

Hace años que se están dando experiencias sobre ordenador y educación [1], Congresos[2], tesis[3] y trabajos de diversa índole aumentan la importancia de éste como instrumento educativo. En los últimos años el ordenador ha mejorado en varios aspectos que lo hacen potencialmente atractivo:

**2.1) Periféricos.** En primer lugar el aumento de las facilidades gráficas y de la interacción con los periféricos nos debería conducir a la creación de programas que llamasen la atención del usuario y que fuesen fáciles y atractivos en el manejo. Actualmente, los monitores de color alta resolución, las pantallas táctiles, los lápices electrónicos y los ratones facilitan en gran manera la interacción y el cambio de información con el usuario. Asimismo, los discos duros de gran capacidad y el CD-rom aumentan en gran manera la capacidad de las máquinas en el almacenaje de la información. Por otro lado, los scanners nos permiten capturar imágenes que se puede presentar con música en las targetas de sonido e incorporar escenas de video y animación. Sin duda desde aquel gigante de válvulas y diodos perdido en cierta universidad americana hasta el moderno multimedia del PC se ha recorrido un gran camino que vale la pena aprovechar.

**2.2) Procesadores.** En segundo lugar cabe citar el increíble aumento en la velocidad de trabajo de los ordenadores personales, así como de la memoria. Estas facilidades nos permiten crear programas mayores y más complejos que en tiempo de ejecución aparecen ágiles y pueden responder casi inmediatamente a cualquier estímulo exterior.

**2.3) Intercambio.** Finalmente es de destacar la mayor capacidad de interacción entre computadoras. Por ejemplo las autopistas de la información y las conexiones a grandes máquinas ofrecen un panorama futuro muy esperanzador para la masiva difusión de los productos informáticos educativos.

## **3. Los algoritmos educativos**

El software de apoyo en la educación tiene un objetivo básico, la transmisión de conocimientos. Por lo tanto, hay una serie de reglas que deberían ser consideradas:

**3.1) La correcta organización.** La materia sobre la cual se imparte debería organizarse y presentarse en las secuencias adecuadas para que el usuario pueda ir asumiendo conocimientos en un proceso paulatino de aprendizaje.

**3.2) La flexibilidad.** Los diferentes usuarios han de poder aplicar su propia estrategia de estudio conforme a sus conocimientos previos y a sus objetivos. El flujo de información debe permitir detención, salto hacia atrás e incluso hacia delante. Al mismo tiempo, deben existir ayudas paralelas para consultar dudas de carácter teórico y facilitar la comparación entre problemas distintos, por ejemplo el ancho de banda de las matrices de rigidez de los sistemas o la modificación en los resultados frente a una variación en el contorno.

**3.3) Estética adecuada.** El atractivo es muy importante durante el tiempo de estudio, si el usuario no se siente cómodo con la máquina o el programa se vuelve pesado y lento todos los esfuerzos educativos se habrán vuelto en vano. En cambio, un programa dinámico que obligue al estudiante a tomar decisiones e implicarse en el proceso de aprendizaje cumplirá uno de los objetivos de la educación, la participación.

## **ENTORNO DE TRABAJO**

A partir de las consideraciones previas el entorno de trabajo se define con el siguiente

material:

1. Ordenador personal compatible. Las principales razones de su elección estriban en la gran difusión de esta máquina, su coste reducido y sus periféricos.
2. El sistema operativo es Windows. Sus capacidades gráficas y de interacción con los periféricos del ordenador hacen de él el sistema ideal.
3. Se pretende desarrollar las capacidades de multimedia como apoyo en la enseñanza del MEF.

### METODOLOGÍA PROPUESTA

El software de apoyo no pretende en ningún modo substituir la enseñanza tradicional. De hecho, el educador sigue siendo la pieza clave en la transmisión del conocimiento. Se considera que la aplicación educativa debe ser un instrumento en manos del estudiante que le permita practicar los conocimientos adquiridos con ejemplos de mayor envergadura que los que puede hacer con lápiz y papel. Las sesiones de trabajo tendrían que seguir las directrices de carácter general marcadas anteriormente: organización de la información, flexibilidad y estética.

Por consiguiente, la aplicación informática de apoyo debería contener los siguientes cuerpos:

1) **Teoría:** A lo largo del proceso educativo, el usuario puede desear consultar algún detalle del proceso de cálculo. Para resolver las dudas de carácter práctico que pueden surgir durante una sesión educativa, debería desarrollarse un entorno interactivo que las resolviera adecuadamente. A tal efecto deberían desarrollarse unas lecciones teóricas accesibles desde el sistema y que no comportaran la detención del proceso educativo. Por lo tanto, la teoría debería funcionar paralela al desarrollo del programa de cálculo y sólo aparecer cuando sea llamada. En la confección de las lecciones teóricas se considera ideal aprovechar la potencia del multimedia, de hecho combinar imágenes reales con abstracciones del MEF parece una propuesta interesante. Tampoco sería deseable que el entorno de la teoría tratase los temas con una gran profundidad pues para eso ya están los libros, más bien tendría que ofrecer un complemento de consulta rápida y de animación.

2) **Ejemplos:** En esta modalidad de ejecución el programa tomaría el control principal del flujo, así el usuario sólo podría ir adelante o atrás y no establecer otro tipo de interacción durante la resolución del problema. Simplemente, el ordenador iría presentando paso a paso cuales son las etapas de cálculo y el usuario sería un mero espectador que recibe la información adecuada sobre cómo deben hacerse las cosas. Finalmente la visualización de los resultados también tendría un carácter de exposición docente. Esta modalidad de funcionamiento del programa se considera ideal en las primeras etapas de aprendizaje pues el estudiante recibe información acerca del cómo.

3) **Ejercicios:** Es la parte que contendría la máxima interacción usuario-ordenador. Aquí el estudiante sería el responsable de la resolución del problema, de él dependería llegar con éxito al final del cálculo. El usuario debería tomar el control de flujo del programa y dirigir a la máquina hacia la solución, durante este proceso contaría con la ayuda teórica y con las correcciones del propio ordenador. La visualización de resultados también estaría sujeta a una interacción con el estudiante para obtener un análisis crítico de los números. Esta modalidad de funcionamiento se considera ideal en las etapas avanzadas del aprendizaje porque el papel del estudiante es activo y pretende reforzar el conocimiento adquirido en las sesiones previas. La principal ventaja del uso del ordenador es que nos permite resolver problemas más cercanos a la realidad con una gran rapidez. Para ello se considera interesante que el

programa contenga una biblioteca de problemas básicos que permitan al alumno familiarizarse tanto con el funcionamiento como con los conceptos prácticos del MEF. El programa debería contener un editor de preproceso que nos permitiera modificar y crear problemas.

### LA APLICACIÓN PRÁCTICA

En base a todas las consideraciones previas se ha desarrollado una aplicación informática que pretende ayudar a aprender la metodología de cálculo por elementos finitos. En este primer intento se han escogido los elementos isoparamétricos triangulares lineales (T1).

La idea de las sesiones educativas es partir de un problema cercano a la realidad, por ejemplo una puerta de coche sometida a peso propio o una viga de gran canto. A continuación introducir los datos mediante el editor de problemas y generar dos sesiones educativas paralelas o secuenciales, una para la puerta y otra para la viga.

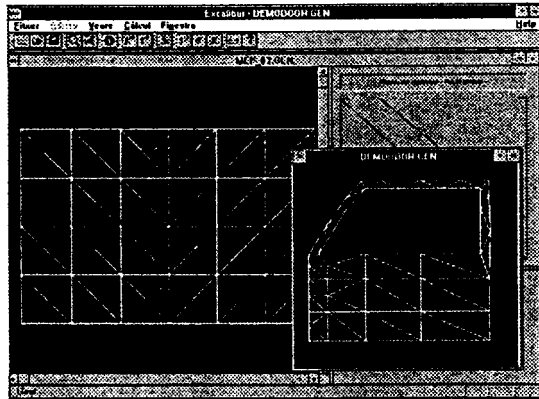


Fig. 1. La edición y resolución simultánea de problemas se realiza con facilidad a partir del MDI de Windows. Las posibilidades de comparación entre problemas facilitan y enriquecen el aprendizaje. En el gráfico observamos dos documentos abiertos, uno con una viga de gran canto (izquierda) y una puerta de coche (derecha).

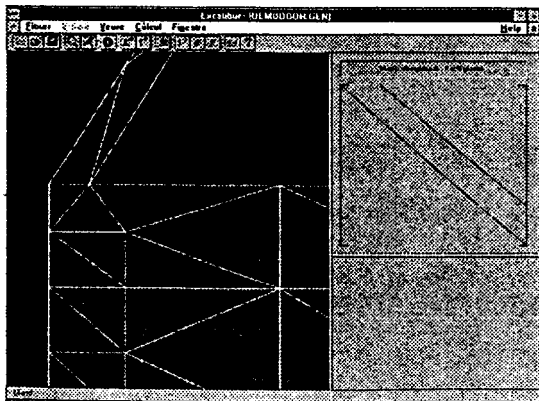


Fig. 2. Entre las utilidades gráficas destaca el uso del zoom para facilitar el diseño del problema durante la edición y visualización de resultados.

En las sesiones paralelas y a lo largo de todo el proceso educativo podremos comparar la resolución de los problemas, por contra en las secuenciales sólo podremos resolver uno cada vez.

Fig. 3. Durante el proceso de resolución, el primer paso es construir la matriz de rigidez. A tal efecto debemos calcular los coeficientes de la matriz de cada elemento (abajo a la izquierda). Siguiendo la formulación que se muestra debajo de los dibujos.

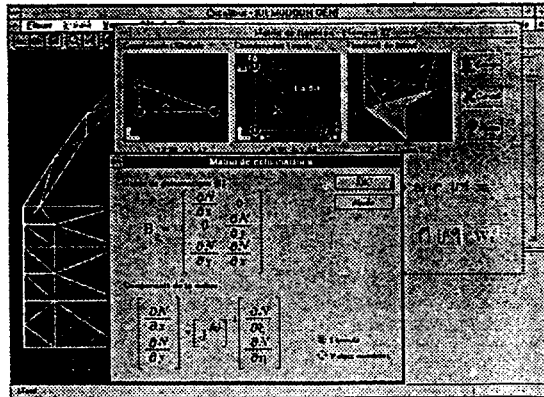
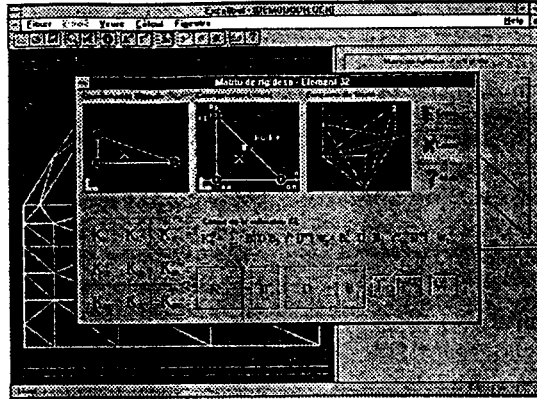


Fig. 4. Una vez hemos escogido el coeficiente a calcular se visualiza la función de forma (arriba a la derecha). También aparece información de la matriz del gradiente de deformaciones o de otra índole según sea requerido por el usuario.

En la metodología de ejemplos el ordenador nos hace avanzar a lo largo de la resolución paso a paso. Primero nos explica que se va a hacer y luego entramos en esa ejecución. En la metodología de ejercicios el usuario es libre de seguir el camino que desee pero el ordenador le corregirá los errores que cometa.

Por ejemplo en la modalidad de ejemplos durante la confección de la matriz de rigidez el usuario sólo debe seguir los pasos que le marca la máquina, en cambio en la modalidad de ejercicios el usuario escoge los botones que le guiarán a la solución. El aspecto educativo

debe mostrar paso a paso que es necesario hacer para realizar los cálculos. En las figuras siguientes se muestran dos imágenes que describen como se realiza el ensamblaje, en una primera fase escogemos la zona de la matriz donde vamos a ensamblar, y en la segunda ampliamos la zona para colocar el coeficiente de la matriz de rigidez del elemento en el coeficiente del sistema.

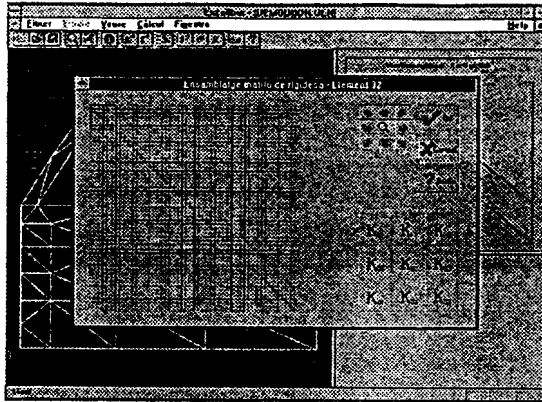


Fig. 5. Para realizar el ensamblaje debemos colocar los coeficientes de la matriz de rigidez del elemento (abajo a la derecha) en la matriz global del sistema (izquierda).

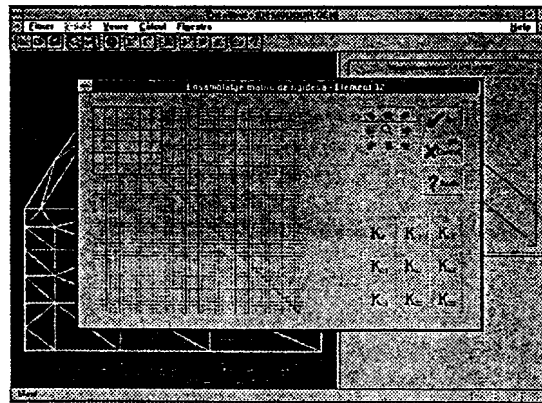


Fig. 6. La zona donde se realiza el ensamblaje se amplía con un zoom local y colocamos los coeficientes convenientemente.

Siguiendo este proceso el usuario se asegura de comprender como se realiza el ensamblaje del sistema.

Igualmente se debe proceder en la construcción del vector de fuerzas, cálculo de los coeficientes de rigidez y ensamblaje.

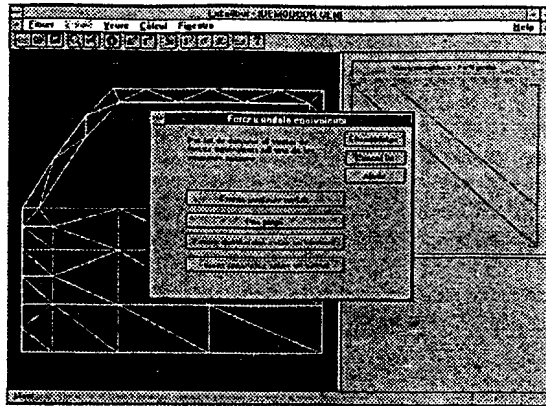
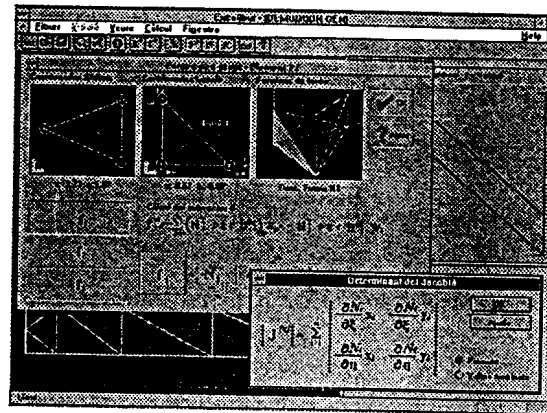


Fig. 7. Escogido el tipo de carga que se debe calcular repetimos el proceso visto antes pero particularizado al vector de fuerzas.

Fig. 8. Aparecen las funciones de forma, los puntos de gauss y otro tipo de información accesible durante el cálculo de los coeficientes de la matriz de rigidez.



Actualmente el software de apoyo todavía está en fase desarrollo. En concreto falta dotar de contenido educativo los módulos de pre y post proceso. En años anteriores se han creado aplicaciones educativas para el cálculo matricial de vigas unidimensionales y pórticos planos, ahora también se están desarrollando en paralelo un programa de pórticos en tres dimensiones siguiendo las directrices de filosofía educativa que se han reseñado.

### CONCLUSIONES

De la experiencia desarrollada hasta ahora pueden definirse diferentes consideraciones:

1. Respecto al entorno de trabajo

El sistema operativo Windows garantiza una riqueza gráfica notable y una gran interacción

con el usuario. El uso de multimedia en el desarrollo de los temas teóricos dinamiza y flexibiliza el rígido contenido de la formulación matemática.

La elección del PC es un acierto porque tiene una gran difusión, como debe corresponder a un correcto programa educativo.

## 2. Respecto al algoritmo

La separación en tres bloques: Teoría, ejemplos y ejercicios ayudan a organizar la información que debe recibir el usuario. Asimismo, según la estrategia de aprendizaje del usuario, la modalidad de ejecución en ejemplos o ejercicios se adapta a las necesidades y a los propósitos de estudio. El caso de ejemplos está pensado para las fases iniciales del estudio, el usuario en los primeros momentos del aprendizaje necesita un tutor que le muestre como se debe hacer. Posteriormente, en ejercicios, el estudiante podrá verificar la correcta asimilación de estos conocimientos.

La teoría en el entorno multimedia debe facilitar la animación y el rápido acceso a los temas deseados. Ésta no debe ser una recolección exhaustiva de los principios teóricos, para eso ya están los libros, sino un recordatorio y un complemento durante la ejecución de los cálculos.

## REFERENCIAS

- [1] Robert L. Burke, "Enseñanza asistida por ordenador", Ed. Paraninfo, Madrid, 1986.
- [2] F. Escalante et al. "A methodology for Computer-Aided Training in structural mechanics", CATS'90 INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AIDED TRAINING IN SCIENCE AND TECHNOLOGY, E. Oñate et al. Barcelona 1990, CIMNE.
- [3] F. Escalante, "Una metodología para la enseñanza asistida por ordenador en ingeniería estructural", ETSECCPB, UPC, Barcelona 1992.