



**UMA TÉCNICA DE REMALHAMENTO INTERATIVO APLICADA A
PROBLEMAS BIDIMENSIONAIS ENVOLVENDO GRANDES
DEFORMAÇÕES ELASTOPLÁSTICAS.**

F. Olmi, E. Bittencourt, G.J. Creus

*Centro de Mecânica Aplicada e Computacional - CEMACOM
Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil - CPGEC
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica - PROMEC
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Av. Osvaldo Aranha, 99, 3º andar
90035-190 Porto Alegre, RS, Brasil
E-Mail olmi@vortex.ufrgs.br*

RESUMO: *O trabalho proposto está relacionado com a análise de grandes deformações elasto-plásticas encontradas em problemas de conformação mecânica e impacto, através do Método dos Elementos Finitos (M.E.F.). Um algoritmo de remalhamento interativo, aplicado ao caso bidimensional é desenvolvido, com o objetivo de reduzir as distorções que ocorrem na malha de E.F. O procedimento é utilizado em conjunto com o código METAFOR (METAL FORMing [1,2]). Dois exemplos numéricos são apresentados, demonstrando a validade do método.*

ABSTRACT: *In the present work the large elasto-plastic deformations taking place in metal forming and impact are analyzed, using the Finite Element Method (F.E.M.). In order to reduce the distortion in the F.E. mesh, an interactive remeshing algorithm is proposed, to be used together with the code METAFOR (METAL FORMing) [1,2]. The procedure was programmed for the two dimensional case. Two examples are described, validating the method.*

1. Introdução

Empregando a formulação Lagrangeana Atualizada (L.A.) de E.F. em problemas envolvendo grandes deformações elasto-plásticas, verificam-se problemas de grandes distorções da malha, com a conseqüente perda de precisão nos resultados. Em muitas situações, a continuidade da simulação fica inviabilizada. Uma alternativa é o uso de formulação Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (L.A.E.), mas em casos de conformação mecânica, onde as formas das matrizes de contato são muito complexas, este método perde eficiência. Uma outra alternativa, explorada neste trabalho, é o remalhamento interativo, aplicado ao caso bidimensional. Neste procedimento, a malha original

(deformada) é substituída por outra nova, e as variáveis de estado são transferidas de uma malha para a outra, possibilitando o reinício da simulação. Neste trabalho, o mapeamento e a transferência das variáveis de estado são executados a partir do método da inversão paramétrica, fundamentado na utilização das funções de interpolação dos elementos finitos. Basicamente, o método consiste em determinar em qual elemento da malha velha localiza-se um nó da malha nova. Posteriormente é feita a transferência de variáveis de estado de uma malha à outra [3,4]. O procedimento utilizado no presente trabalho pode ser resumido nos seguintes passos:

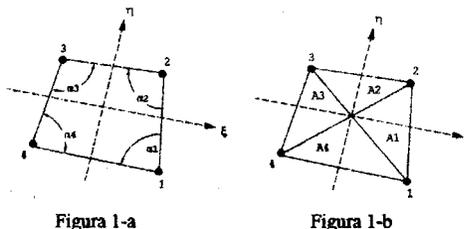
- 1 - início da simulação, utilizando-se o código METAFOR em formulação Lagrangeana Atualizada ou Lagrangeana-Euleriana Arbitrária;
 - 2 - determinação da necessidade de remalhamento (seção 2);
 - 3 - geração de uma malha totalmente nova (seção 3);
 - 4 - mapeamento e transferência das variáveis de estado da malha deformada para a nova (seção 4);
- Após a etapa 4, o processo é retomado a partir da etapa 1.

2. Determinação da necessidade do remalhamento

O primeiro passo para definir a necessidade do remalhamento consiste em calcular-se o percentual de elementos deformados. O critério utilizado para a avaliação do estado da malha baseia-se na distorção dos elementos [5]. Utiliza-se um indicador global de distorção da malha θ , definido como

$$\theta = \frac{ned}{nelem} \times 100 \quad (1)$$

onde ned é o número de elementos excessivamente deformados e $nelem$ é o número total de elementos da malha.



O valor limite para este indicador é fornecido pelo usuário e, quando atingido, a simulação é interrompida, iniciando-se, a partir daí, o processo de remalhamento.

Para que seja definido o ned são usadas as seguintes medidas de distorção:

1. Elementos quadriláteros:

1.1 Distorção angular :

$$\gamma = \max \left(\frac{|\alpha_i^d - \alpha_i^o|}{\alpha_i^o}, i = 1, 4 \right) \cdot 100, \quad (2)$$

onde α_i^d e α_i^o (fig. 1-a) são os valores dos ângulos nos cantos i nos elementos deformados e não deformados, respectivamente. Por "default", o elemento é considerado excessivamente deformado quando o valor de γ for menor que 66. Geometricamente, este critério pode ser interpretado da seguinte forma: um elemento é considerado excessivamente deformado se qualquer um de seus ângulos internos α estiver fora do intervalo $[30^\circ, 150^\circ]$.

1.2 Critério dos triângulos:

$$\lambda = \max \left(\frac{|A_i^d - A_i^o|}{A_i^o}, i = 1, 4 \right) \cdot 100, \quad (3)$$

onde A_i^d e A_i^o (fig. 1-b) são os valores das áreas de cada triângulo i nos elementos deformados e não deformados, respectivamente. Por "default", o elemento é considerado excessivamente deformado quando o valor de λ estiver fora da faixa $-50 < \lambda < 100$. Geometricamente, a área de um triângulo pode ser multiplicada ou dividida por dois entre o elemento deformado ou o elemento inicial.

2. Elementos triangulares:

É calculado um coeficiente de distorção α , definido em função da forma e do tamanho do elemento, conforme a fórmula abaixo [6]:

$$\alpha = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\|CA \times CB\|}{\|AB\|^2 + \|BC\|^2 + \|CA\|^2} \quad (4)$$

onde $\|CA \times CB\|$ é a área do triângulo de vértices A, B e C, e AB, BC e CA são os comprimentos dos lados. O valor $2 \cdot \sqrt{3}$ é um fator de normalização, tornando o valor máximo de α igual a 1 (no caso de um triângulo equilátero). O elemento é considerado aceitável enquanto o valor de α for igual ou superior a 0,5. A figura 2 mostra valores de α para diversos triângulos:

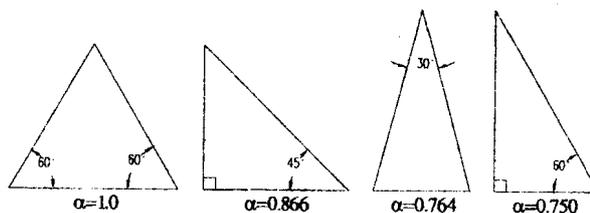


Figura 2

3. Geração da nova malha

Verificada a necessidade de remalhamento, é feita a determinação dos nós de contorno da malha original (mantendo-se fixas as suas posições) e é gerada automaticamente uma nova malha mista, de triângulos e quadriláteros. Nesta geração, é utilizada a rotina desenvolvida em [7], na qual, numa primeira etapa, é gerada uma malha somente de triângulos. Posteriormente, é formada uma malha mista, pela remoção dos lados comuns a cada dois elementos triangulares.

4. Mapeamento e transferência das variáveis de estado

O método utilizado baseia-se na técnica da inversão paramétrica, que emprega as funções de interpolação dos elementos finitos. Por este método, procura-se identificar, inicialmente, em qual elemento da malha original (deformada) um nó da malha nova está localizado. Este elemento é encontrado a partir da inversão das funções de interpolação, com o objetivo de calcular-se as coordenadas locais (ξ, η) do novo nó. Basicamente então, há duas etapas:

I. Dadas uma malha original (deformada) e uma malha nova, deve-se localizar, para cada nó i da malha nova, em qual elemento I da malha deformada este nó está localizado (fig. 3).

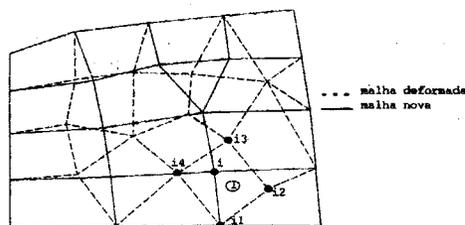


Figura 3

II. Uma vez encontrado este elemento I , devem-se transferir as variáveis de estado de interesse do problema para aquele nó, utilizando-se os valores nos nós i_1, i_2, i_3 e i_4 do elemento I .

As funções de forma para elementos quadriláteros lineares (4 nós) são:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^4 \frac{1}{4} \cdot (1 - \xi_j \xi) \cdot (1 - \eta_j \eta) \quad (5)$$

onde ξ e η são as coordenadas locais. As coordenadas globais x e y de um nó pertencente à nova malha podem ser definidas pelas coordenadas locais ξ e η de um elemento individual da malha velha, dentro do qual este nó se encontra, conforme as fórmulas abaixo:

$$x = \sum_{i=1}^4 \Phi_i(\xi, \eta) \cdot x_i \quad (6)$$

$$y = \sum_{i=1}^4 \Phi_i(\xi, \eta) \cdot y_i \quad (7)$$

onde x_i e y_i são as coordenadas globais de um elemento na malha velha (original).

Os valores de ξ e η do elemento da malha velha são obtidos resolvendo-se o sistema de equações (6) e (7). O elemento correto será aquele cujos valores de ξ e η estiverem na faixa $[-1, 1]$. Uma vez obtidos estes valores, todas as variáveis de estado Q do problema podem ser transferidas da malha original para a nova utilizando-se novamente as funções de interpolação, através da seguinte expressão:

$$Q = \sum_{i=1}^4 \Phi_i(\xi, \eta) \cdot q_i \quad (8)$$

onde q_i são as variáveis de estado da malha original.

5. Exemplos numéricos:

É apresentado, como primeiro exemplo, a compressão de um cilindro metálico (*upsetting*) [8], utilizando-se formulação Lagrangeana-Atualizada. Este é um *benchmark* típico em conformação mecânica e um dos casos em que uma formulação L.E.A. não é adequada. Considerou-se o problema como axi-simétrico, com a configuração inicial conforme a fig.4.a, correspondendo a um total de 99 nós e 80 elementos quadriláteros. A altura inicial do cilindro é de 30 mm e o diâmetro de 20 mm. Definiu-se a lei constitutiva como elastoplástica, com encruamento isótropo linear. As constantes do material são as seguintes: módulo Young $E=200$ GPa, tensão inicial de escoamento $\sigma_y=250$ MPa, parâmetro de encruamento $k=1$ GPa e coeficiente de Poisson $\nu=0,3$. Utilizou-se lei de contato com atrito colante, sem deslizamento, calculada pelo método da penalidade. A fig.4-b mostra o resultado da simulação sem a ativação do módulo de remalhamento, obtendo-se uma redução aproximadamente 67% na altura do cilindro. Neste ponto, pode-se verificar a grande distorção de alguns elementos, bem como a penetração da peça na matriz, gerando problemas na detecção do contato, e perda de precisão nos resultados. Nesta situação, não foi possível continuar o processo. Uma alternativa para a solução do problema de penetração dos elementos na matriz, (no caso de formulação L.A.) é o aumento do valor da penalidade normal, aplicada à lei de detecção de contato. Isto, porém, acaba gerando problemas com a convergência do processo de solução e conseqüente aumento do tempo computacional. Mesmo neste caso, porém, não se evita a degeneração de elementos quadriláteros em triângulos, conforme se observou neste exemplo, o que torna obrigatório o uso de uma técnica de remalhamento. À seguir, simulou-se o mesmo problema, ativando-se o módulo de remalhamento. A fig. 5.a mostra a configuração deformada (redução de 49% na altura do cilindro) no fim da primeira etapa, determinada pelo critério de distorção da malha. A figura 5.b apresenta a nova malha e a figura 6. mostra a seqüência do processo, até atingir-se uma redução final de 70% na altura inicial do cilindro, na 2ª etapa.

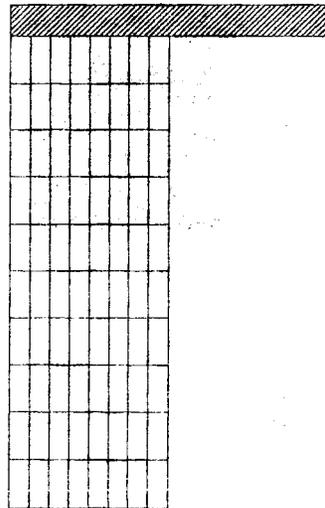


Figura 4.a - malha inicial

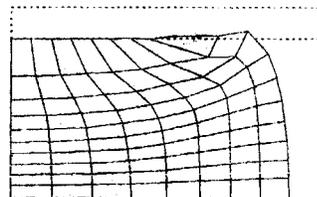


Figura 4.b - malha deformada, sem remalhamento

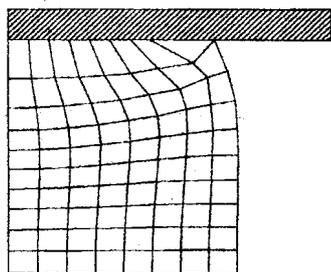


Figura 5.a - malha deformada, no final da 1ª etapa

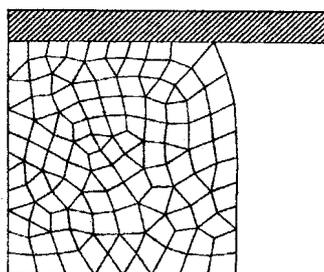


Figura 5.b - nova malha

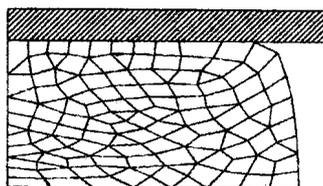


Figura 6 - configuração final

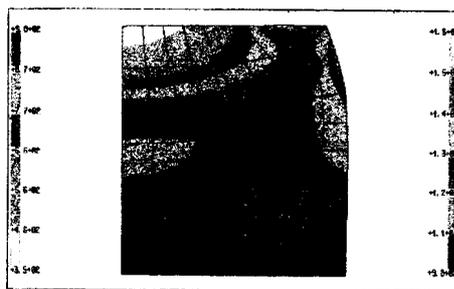


Figura 7.a

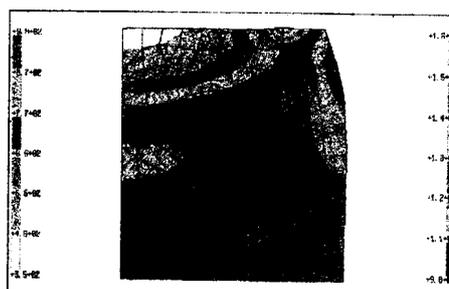


Figura 7.b

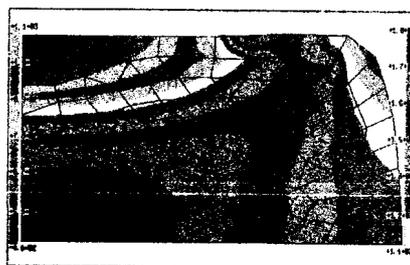


Figura 8

As figuras 7.a e 7.b mostram a distribuição de tensões equivalentes (von Mises), antes e após o remalhamento, e a figura 8 apresenta a distribuição das mesmas tensões no final do processo. Como segundo exemplo, é apresentado um problema conhecido como "heading process" [8,9]. Os dados referentes à geometria inicial, à discretização e à lei constitutiva são os mesmos do exemplo anterior. As constantes do material são as seguintes: módulo Young $E=200$ GPa, tensão inicial de escoamento $\sigma_y=70$ MPa, parâmetro de encruamento $h=30$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu=0,3$. A figura 9 mostra o resultado da simulação sem remalhamento (redução de 39% na altura inicial do cilindro), evidenciando os mesmos problemas citados no exemplo anterior.

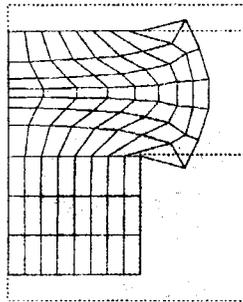


Figura 9-malha deformada, sem remalhamento

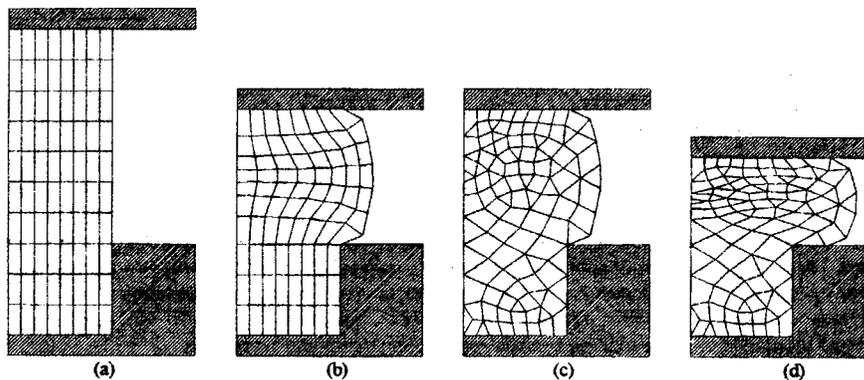


Figura 10 - "Heading Process"

A figura 10 mostra a seqüência do processo, utilizando-se o módulo de remalhamento, até atingir-se uma redução de 42% na altura inicial do cilindro. As figuras 11.a e 11.b mostram, respectivamente, a distribuição de tensões equivalentes (von Mises), antes e após o remalhamento. A figura 12 mostra a distribuição de tensões no final da simulação.

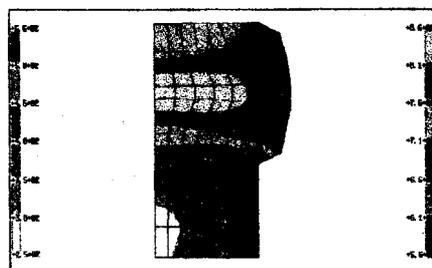


Figura 11.a

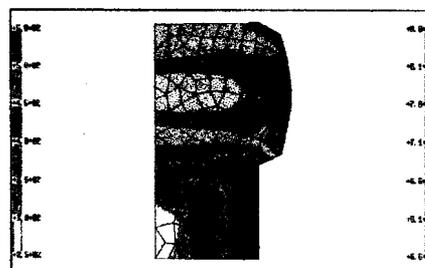


Figura 11.b



Figura 12

Considerações finais:

Com base nos resultados obtidos, pode-se concluir que o método proposto forneceu resultados satisfatórios. Dentre as melhorias a serem implementadas, pretende-se eliminar a necessidade de manter fixas as posições dos nós de contorno, possibilitando a alternativa da geração de uma nova malha apenas com elementos quadriláteros, evitando os problemas observados na figura 10-d (malha excessivamente refinada em determinados pontos do contorno). Propõe-se, para futuros desenvolvimentos e comprovação do método, sua aplicação a problemas envolvendo impacto, e comparação dos resultados numéricos com dados obtidos experimentalmente. Pretende-se, também, implementar a opção de realizar-se um remalhamento localizado, modificando-se a malha somente em determinadas regiões.

Agradecimentos:

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pelo apoio financeiro concedido para a realização deste trabalho, bem como ao Centro Nacional de Supercomputação (CESUP) pelo apoio logístico fornecido.

Referências:

- [1] J.P. Ponthot, Methodologie Eulerienne-Lagrangienne et tests par element finis pour l'etude des grandes deformations thermomecaniques - Application au probleme de mise en forme. *Relatório interno, LTAS-T/M&C-TF-8*. Liège, Bélgica (1990).
- [2] E.Bittencourt, Tratamento do problema de contato e impacto em grandes deformações pelo método dos elementos finitos. *Tese de doutorado*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre (1994).
- [3] R. Crawford, D. Anderson e W. Waggenspack, Mesh Re zoning of 2D isoparametric elements by inversion. *Int. J. Numer. Meth. Engng* **28**, 523-531 (1989)
- [4] P.A.F. Martins, J.C.P. Marmelo, J.M.C. Rodrigues e M.J.M. Barata Marques, PLARMSH3 - A three dimensional program for remeshing in metal forming. *Computers & Structures* **53**, No.5, 1153-1166 (1994).
- [5] M.Dyduch, A.M. Habraken e S. Cescotto, Automatic adaptive remeshing for numerical simulations of metalforming. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **101**, 283-298 (1992)
- [6] S.H. Lo, Generation of gradation meshes by the background grid technique. *Computers & Structures* **50**, No.1, 21-32 (1994).
- [7] E.L.G.Alquati e A.G. Groehs - Transformação triângulos/quadriláteros em malhas não estruturadas para elementos finitos. Em *XVI Congresso Ibero Latino Americano Sobre Métodos Computacionais para Engenharia*. Curitiba, 1995, Anais, v.1 p. 478-487.
- [8] J.H. Cheng e N. Kikuchi, An analysis of metal forming processes using large deformation elastic-plastic formulations. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **49**, 71-108 (1985)
- [9] J.H. Cheng, Automatic adaptive remeshing for finite element simulation of forming processes. *Int. J. Numer. Meth. Engng* **26**, 1-18 (1988)

