

**ESTIMACION DE LA TOMA DE NUTRIENTE POR RAICES DE CULTIVOS
MEDIANTE LA FORMULACION DE UN MODELO DE FRONTERA MOVIL**

Juan C. Reginato

Departamento de Química-Física, Facultad de Ciencias Exactas Físico-Químico y
Naturales, Universidad Nacional de Río Cuarto, Córdoba, Argentina

Domingo A. Tarzia

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias Empresariales, Universidad Austral,
Rosario, Argentina

RESUMEN

Se estudia la toma de un único nutriente por raíces de cultivos mediante la formulación de un modelo de frontera móvil a diferencia de modelos anteriores que resuelven el modelo en dominios fijos. Las ecuaciones del modelo son resueltas mediante la aplicación del método del balance integral. Se comparan los resultados teóricos y experimentales para la toma de potasio para tres cultivares de maíz (Dekalb762, Tilkara Funks y Capitán Ciba), así como con resultados experimentales extractados de la literatura para la toma de distintos nutrientes por diversos cultivos. Se observan mejoras en la predicción con respecto a un solo nutriente, aunque al igual que para modelos anteriores persisten desviaciones en algunos casos, sobre todo aquellos en los cuales debe tenerse en cuenta la absorción simultánea de nutrientes.

ABSTRACT

The uptake of a single nutrient for root of crops is studied through a moving boundary model which differ of previous models solving the problem in fixed domains. The equations of model are solved through the Integral Balance method. Theoretical and experimental results are compared for the potassium uptake for three hybrids of maize (Dekalb 762, Tilkara Funks and Capitán Ciba) and experimental results for the uptake of various nutrients for others crops extracted of the literature. Better predictions with respect to a single nutrient are obtained, although remains deviations in some situations, particularly those for which it should take into account the simultaneous absorption of nutrients.

Key words : Nutrient uptake - moving boundary model - Integral Balance method

Introducción

La toma de nutrientes ha sido estimada a través de modelos en los cuales se resuelven ecuaciones diferenciales de transporte en suelo (flujos difusivo y masal) acopladas con cinéticas de absorción tipo Michaelis-Menten sobre la superficie de la raíz. Dichas ecuaciones son resueltas sobre dominios fijos (Cushman, 1979 [1]; Barber, 1984 [2]). El objetivo de este trabajo consistió en estimar la toma de potasio considerando estos modelos pero resolviéndolos teniendo en cuenta dominios rizosféricos variables (densidad de raíces variable) mediante la implementación de un modelo de frontera móvil (Crank, 1984 [3]; Tarzia, 1988 [4]; Reginato, 1990 [5], 1991 [6], 1993a [7]). Las ecuaciones del modelo (en condiciones controladas de laboratorio) son las siguientes :

$$D C_{rr} + D \left(1 + \frac{v s_0}{D b} \right) \frac{C_r}{r} = C_t, \quad s(t) < r < s(t) + R, \quad 0 < t < T \quad (1-i)$$

$$C(r, 0) = \varphi(r), \quad s_0 \leq r \leq R$$

$$-D C_r(s(t) + R - s_0, t) + v C(s(t) + R - s_0, t) = 0, \quad 0 < t < T \quad (1-ii)$$

$$(1-iii)$$

$$D C_r(s(t), t) + v C(s(t), t) = \frac{k [C(s(t), t) - C_u]}{1 + \frac{k [C(s(t), t) - C_u]}{J_m}} = a C(s(t), t) \dot{s}(t), \quad 0 < t < T \quad (1-iv)$$

$$s(t) = s_0 \sqrt{e^{kt}}, \quad 0 < t < T \quad (1-v)$$

donde : $C_r = \partial C / \partial r$, $C_{rr} = \partial^2 C / \partial r^2$, $C_t = \partial C / \partial t$, r es la distancia radial desde el eje de la raíz [cm], t es el tiempo [seg.]; T es el tiempo máximo para el cual existe solución [seg.]; $s(t)$ es la frontera móvil (radio raíz) conocida a priori; C_u es la concentración umbral por debajo de la cual la absorción es nula [mol/cm³]; v es la velocidad efectiva media de la solución suelo sobre la superficie de la raíz [cm/seg.]; b es el poder buffer para el nutriente dado; J_m es el influjo máximo de nutriente; $k (= J_m / K_m)$, donde K_m es la constante de Michaelis es el poder de absorción de la raíz [cm/seg.]; R es el radio rizosférico [cm], φ es el perfil inicial de concentración [mol/cm³]; a es un coeficiente estequiométrico [adimensional], $\dot{s}(t) = \frac{ds(t)}{dt}$ es la velocidad de crecimiento radial y s_0 es el radio inicial [cm]. La ecuación (1-i) representa el transporte difusivo y masal de nutriente. La ecuación (1-ii) es el perfil inicial de concentración y la ecuación (1-iii) es la condición de contorno representado un flujo nulo (puede entrar agua pero no nutriente). También representa una rizósfera móvil de espesor constante. La ecuación (1-iv) representa un balance de masa sobre la raíz donde los iones son incorporados a través de una cinética tipo Michaelis-Menten. La ecuación (1-v) es la ley de crecimiento radial conocida a priori.

Para volúmenes fijos de suelo, como en macetas, la longitud $l(t)$ de raíces está vinculada con el radio raíz a través de la expresión :

$$l(t) = l_0 \left(\frac{s(t)}{s_0} \right)^2$$

siendo l_0 la longitud de raíz inicial. Esta expresión permite vincular el dato experimental $l(t)$ con la frontera del dominio conocida a priori.

La toma de nutriente $U(t)$ se estimó mediante una modificación mínima del cálculo de Cushmann. 1979 [1] y es dada por la siguiente expresión :

$$U(t) = 2\pi s_0 \int_0^{t_{max}} \left[\int_0^t F(s) ds \right] I(t) dt$$

siendo $F(s)$ el flujo entrante ($= k[C(s(t), t) - C_u] / 1 + (k[C(s(t), t) - C_u] / J_m)$ y $I(t)$ la velocidad de crecimiento longitudinal.

El modelo (1) fue resuelto mediante la aplicación del método aproximado del Balance Integral el cual implicó el desarrollo de un algoritmo computacional tipo Runge Kutta implementado en lenguaje FORTRAN (Reginato. 1993b [8]). Así fueron obtenidas $C(s(t), t)$ y $F(s)$ necesarios para el cálculo de $U(t)$.

Materiales y Métodos

Tres híbridos de maíz (Dekalb 762, Capitán Ciba y Tilkara Funks) crecieron en macetas con 1.6 kg. de un suelo Hapludol típico de Río IV durante 11 días en cámara de siembra a 26 °C. A partir del décimo segundo día y por seis días se determinó la toma de K^+ . Al final se extrajeron las plantas las cuales fueron secadas, molidas y se les realizó extracción ácida para la determinación de K^+ por fotometría de llama.

Para la predicción de la toma de K^+ se realizaron mediciones de parámetros de entrada al modelo, a saber : **Parámetros del suelo** : La concentración solución suelo C_R de K^+ fue determinada mediante extracción acuosa y fotometría de llama. El poder buffer b y el coeficiente de difusión D fueron determinados mediante la técnica de Kovar y Barber, 1990 [8]. La velocidad de flujo v_0 fue determinada de la medición de agua perdida por maceta y de área superficial de la raíz. **Parámetros de raíz** : La constante de tiempo k fue determinada de la expresión : $k = (\ln I(t) - \ln I_0) / (t - t_0)$; El radio de la raíz fue determinado de la expresión : $s_0 = [\text{Peso Fresco} / \pi l]^2$; El radio rizosférico fue medido desde el eje radical por : $R = [\text{Volumen suelo} / \pi l]^2$. **Parámetros cinéticos** : J_m , K_m , E y k . Fueron determinados a través del análisis de curvas de depleción de K^+ en solución nutritiva de la cual absorbían potasio las raíces (Claassen y Barber, 1974 [9]).

Resultados y Discusión

Los resultados obtenidos para la toma de potasio por los tres híbridos se muestran en la tabla I :

Tabla I. Toma de potasio por tres híbridos de maíz

Híbrido	Toma predicha por el modelo (mmol)	Toma observada (mmol)
DEKALB 762	0.2023	0.1685
TILKARA FUNKS	0.2729	0.293
CAPITAN CIBA	0.2235	0.304

Asimismo se contrastan las predicciones del modelo con predicciones de modelos anteriores para la toma de Mg, K y P por raíces de pino durante 180 días en horizonte A modificado en suelos Hapludult típicos (familia franco-fina) (Kelly, Barber, Edwards, 1992 [11]). La comparación de predicciones entre el trabajo citado y el presente modelo se muestra en la Tabla II :

Tabla II. Toma de Mg, K y P por raíces de pino. Los datos con asterisco indican una mejor predicción

Nutriente	Experimental (μmol)	Predic. Kelly-Barber (μmol)		Predic. Reginato-Tarzia (μmol)	
			Er. (%)		Er. (%)
Mg	1617	625	61.3	680	57.1(*)
K	6663	6285	5.6	6653	0.15(*)
P	1332	1185	11	1302	2.25(*)

También se prueba el modelo con datos extraídos de trabajos para la toma de NO_3 por trigo, arroz y colza durante 3 a 20 días en suelo Paddy (originado de depósitos lacustres), Red (proveniente de arcillas rojas cuaternarias y Fluvo-aquic (depósitos aluviales) (Xuan Jia-Xiang, Zhang Li-Gan y Zhu Wei-Min, 1991 [12]). Las predicciones se muestran en la tabla III :

Tabla III. Toma de NO_3 por trigo, arroz y colza.

Nutriente $\text{NO}_3(\text{N})$	Experimental (μmol)	Predic. Xiang, Li-gan, Wei-min (μmol)		Predic. Reginato-Tarzia (μmol)	
			Er.(%)		Er.(%)
Trigo (Red)	189	208	10	157	16.9
Trigo (Paddy)	1263	974	22.9	1468	16.2(*)
Trigo (Fluvo)	2205	1847	16.2	1961.4	11(*)
Arroz (Red)	514.2	640	24.5	740.1	43.9
Arroz (paddy)	2517.1	2300	8.6	1661	34.2
Colza (Red)	190	300	57.9	179.1	5.73(*)
Colza (Fluvo)	401	350	12.7	351	12.4(*)

Asimismo, para este último caso, la toma de NO_3 predicha según el modelo y la toma medida son comparadas en la Figura 1.

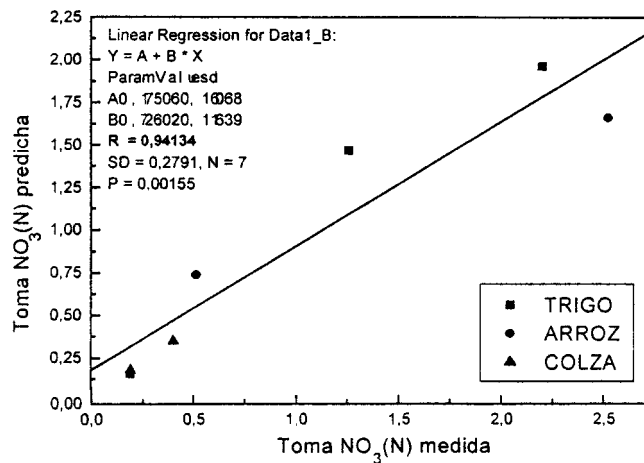


Figura 1. Comparación de toma de NO_3 calculada y medida

Usando datos extractados de trabajos sobre toma de potasio K por algodón durante 20 días en suelos vermiculíticos (Brouder y Cassman, 1994, [13]). Las predicciones se muestran en la Tabla IV.

Tabla 4. Toma de Potasio por algodón

Criterio para la determinación parámetros cinéticos	Resultados experimentales (mmol)		Predicción modelo Barber-Cushman (mmol)				Predicción modelo Reginato-Tarzia (mmol)			
	Tr.. 1	Tr.. 4	Tr. 1	Er.%	Tr..4	Er.%	Tr.1	Er.%	Tr.4	Er.%
Concentración K tallo	0.62	1.4	0.46	25.8	2.3	64.3	1.4	126	3.34	138
Cociente K/N en tallo										
Baja demanda K, Deficiencia de N y buena provisión de K	0.62	1.4	0.46	25.8	1.85	32.1	1.06	71.5	1.77	26.2*
	0.62	1.4	0.46	25.8	1.03	26.4		-	0.74	47.5

Si bien los errores obtenidos son 7% (Tilkara), 20% (Dekalb) y 26% (Capitán) la validación de este mismo modelo frente a datos experimentales de otros autores como los presentados muestran una mejor predicción que las obtenidas por los mismos autores usando el modelo de Cushman y Barber, puesto que se mejoran las estimaciones en un 30% promedio llegando en algunos casos al 80%.

En cuanto a estas últimas obtenidas con datos de otros autores se observa que el modelo predice mejor que el de Cushman-Barber en los tres casos del trabajo de Kelly-Barber, predice mejor para trigo y colza en el trabajo de Jia-Xiang, Li-Gan, y Wei-Min, y da una mejor predicción sólo para un caso en el trabajo de Brouder y Cassman (posiblemente debido a los diferentes criterios elegidos para la determinación de los parámetros cinéticos). No obstante, este modelo como los anteriores son perfectibles tanto experimentalmente como teóricamente, puesto que en este último caso una de las dificultades de estos modelos es que sólo tienen en cuenta la absorción de solamente un ion sin tener en cuenta la absorción simultánea así como el posible acoplamiento con otros iones en la absorción. Como puede observarse en las predicciones del modelo de Cushman-Barber y el presente modelo la toma de magnesio (Kelly-Barber) presenta errores similares lo que muestra que estos modelos no tienen en cuenta las posibles interacciones.

Referencias

- [1] Cushman, J.H. 1979. An analytical solution to solute transport near root surfaces for low initial concentrations: I. Equation development, *Soil Sc. Soc. Am. J.* 43 : 1087-1090
- [2] Barber, S.A. 1984. "Soil nutrient bioavailability. A mechanistic approach". J. Wiley, New York.
- [3] Crank, J. 1984. *Free and Moving Boundary Problems*. Clarendon Press, Oxford
- [4] Tarzia, D.A. 1988. A bibliography on moving-free boundary problems for the heat-diffusion equation. *The Stefan Problem, Progetto Nazionale M.P.I.* "Equazioni di Evoluzione e applicazioni fisico-matematiche, Firenze, with 2528 references.
- [5] Reginato, J.C.; Tarzia, D.A.; Cantero, A. 1990. On the free boundary problem for the Michaelis-Menten absorption model for root growth *Soil Sc.* 150 :722-729
- [6] Reginato, J.C.; Tarzia, D.A.; Cantero, A. 1991. On the free boundary problem for the Michaelis-Menten absorption model for root growth. High concentrations. *Soil Sc.* 152, 2 : 63-71
- [7] Reginato, J.C.; Tarzia, D.A.; Dzioba, M.A. 1993a. Analytical study of the effect of some soil and plant parameters on root growth due to absorption of one mobile ion: A free boundary model, *Plant and Soil*, 157 : 185-196
- [8] Reginato, J.C.; Tarzia, D.A. 1993b. The balance integral method applied to root growth of crops. *Int. J. of Eng. Sc.* 31, 1 : 61-70

- [9] Kovar, J.L. ; Barber, S.A. 1990. Potassium Supply Characteristics of Thirty-three Soil as Influenced by Seven Rates of Potassium. *Soil Sc. Soc. Am. J.* 54 :1356-1361
- [10] Claassen, N. ; Barber, S.A. 1974. "A Method for Characterizing the Relation between Nutrient Concentration and Flux into Roots of Intact Plants". *Plant Physiol.* 54 : 564-568
- [11] J.M. : Kelly, S.A. Barber, G.S. Edwards. 1992. Modeling magnesium, phosphorus and potassium uptake by loblolly pine seedling using a Barber-Cushman approach. *Plant and Soil.* 139 :209-218
- [12] Xuan Jia-Xiang, Zhang Li-Gan, Zhu Wei-Min, 1991. Mechanistic Model for Predicting $\text{NO}_3\text{-N}$ Uptake by Plants and Its Verification. *Pedosphere.* Vol 1, 2 :97-108
- [13] S.M. Brouder, K.G. Cassman. 1994. Evaluation of a Mechanistic Model of Potassium Uptake by Cotton in Vermiculitic Soil. *Soil Sc. Soc. Am. J.* 58 :1174-1184