

## SIMULADOR DE UN MANIPULADOR DE 6 GRADOS DE LIBERTAD

José T. Scarpati, Luis E. Rodríguez, Carmen M. Müller-Karger, Andrés L. Granados.  
División de Física y Matemáticas, Departamento de Mecánica.  
Universidad Simón Bolívar, Valle de Sartenejas, Edo Miranda,  
Apdo. 89000, Caracas 1080A, Venezuela.

### RESUMEN

Se ha desarrollado una herramienta computacional de simulación para un manipulador de 6 grados de libertad. La figura del manipulador en pantalla está constituida por elementos geométricos simples. Utilizando una caracterización basada en descripciones cinemáticas y sistemas de referencia "móviles", establecidos según la convención *Denavit-Hartenberg (DH)*, se logra el efecto de animación en pantalla en tiempo real. El simulador está constituido por una interfaz entre el usuario y un manipulador CYBER 310, y utiliza módulos de cálculo que realizan las siguientes operaciones: 1) resolución de la cinemática inversa mediante la técnica de desacople cinemático, 2) generación de trayectorias hiperbólicas en el espacio de articulación que facilitan la evasión de obstáculos y el control de velocidad, aceleración y sus derivadas en los puntos de interés. El software fue desarrollado bajo la plataforma de *Visual Basic®* para lograr versatilidad gráfica. Los módulos de cálculo en *Fortran 77* para mayor rapidez y eficiencia en las operaciones matemáticas. Adicionalmente, se desarrollaron "facilidades" como: visualización espacial en diferentes tipos de perspectiva (isométrica o cónica con dos puntos de fuga), efectos de navegación y acercamientos, ejecución de una tarea específica el número de veces requeridas, control manual de los movimientos, reporte de las coordenadas cartesianas del punto de referencia del efector final y su orientación en el espacio en función de los ángulos de Euler, y el trazado de la trayectoria.

### ABSTRACT

A computational simulation tool has been developed for a manipulator of six-degrees of freedom. The figure on the screen is composed by simple geometrical elements. Using a characterization technic based on kinematic descriptions and "movil" systems of reference arranged according to the *Denavit-Hartenberg (DH)* notation, the method allows the real time animation on the screen. The simulator is constituted for an interface between the user and a manipulator CYBER 310 with mathematical modules that do the following operations: 1) inverse kinematic, solution through an uncoupled kinematic technic, 2) generation of hyperbolic trajectories that permits the evasion of obstacles and the control of velocity, acceleration and jerk at the point of interest. This software was developed in a plataform of *Visual Basic®* to get graphic versatility. The calculus modules were developed in *Fortran 77* to ensure faster mathematical operations. Additionally, the package includes some "facilities" such as: different types of visual perspectives on the screen (isometric or conic with two focuses), navigation effect, zoom, execution of a specific routine of movements any number of times, manual control of movements, report of cartesian coordinates of the reference point to the final efector and its orientation in the space according to the Euler angles, and the path of the trajectory.

### INTRODUCCIÓN

En este trabajo se presenta la metodología empleada para el desarrollo del simulador de un brazo robot en ambiente gráfico. Se exponen las relaciones geométricas necesarias para la visualización tridimensional de objetos mediante el empleo de perspectivas generadas por las proyecciones axonométricas (isometrías, dimetrías o trimetrías) y cónicas (con uno o dos puntos de fuga).

La herramienta computacional desarrollada se encuentra restringida a la simulación de un manipulador CYBER 310 que fue adquirido por el laboratorio de Dinámica de Máquinas de la Universidad Simón Bolívar. Este robot es un mecanismo de cinco grados de libertad, tres para posicionar la muñeca del efector y dos de orientación del efector, como el que se muestra en la Figura 1. Este robot es una simplificación del tipo del brazo robot conocido como PUMA 560, de seis grados de libertad, siendo todos rotacionales. A futuro se podrán incorporar otros manipuladores estándar, ELBOW, SCARA, STANFORD, etc, en el simulador.

El desarrollo de una herramienta computacional que permite realizar la simulación cinemática y dinámica de este tipo de manipulador, responde a las siguientes necesidades:

-Desarrollar el campo de la robótica en Venezuela y en la Universidad Simón Bolívar.

-Reunir en una sola aplicación diversas facilidades que no están presentes en forma conjunta en la mayoría de las aplicaciones comerciales existentes.

-Desarrollar nuevas técnicas de computación gráfica para animación en tiempo real y aplicación de nuevas técnicas en la generación de trayectorias controladas en desplazamiento, velocidad y aceleración.

-Crear una interfaz entre el usuario y el brazo robot existente en nuestros laboratorios.

-Crear una plataforma de trabajo para el estudio de problemas mas complejos, como son: flexibilidad de los eslabones, fricción en las juntas, optimización de trayectorias, comportamiento de robots redundantes, etc.

Con propósitos de comparación del simulador descrito en este trabajo con otros simuladores existentes en el mercado fue consultada información acerca de las características generales de algunos simuladores comerciales específicamente: *Robotica* [1], *Robin 1.3* [2] y *XAnimate* [3].

La aplicación ha sido desarrollada en la plataforma de *Visual Basic®* con la finalidad de obtener versatilidad gráfica y un ambiente amigable para el usuario. Los módulos de cálculo responsables de la ejecución de la cinemática inversa y directa, de la generación de trayectoria y de las transformaciones de perspectiva son realizadas en *Fortran 77* logrando eficiencia y rapidez en los cálculos matemáticos. La conexión se hace a través de las denominadas librerías de enlaces dinámicos o DLL que permiten conectar subrutinas o funciones escritas en códigos diferentes con el programa principal escrito bajo *Visual Basic®*.

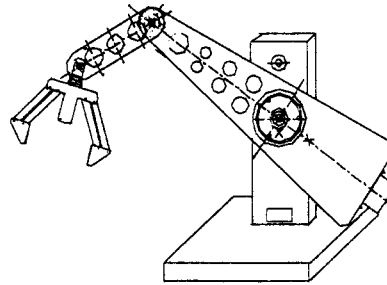


Figura 1. Manipulador CYBER 310

## PROYECCIONES AXONOMÉTRICAS

Las proyecciones axonométricas son un tipo particular de proyección ortogonal sobre el plano de visualización o de proyección (PP) paralelo al plano XZ de la Figura 2. Se fundamentan en que el cuerpo a proyectar es rotado en tres ejes diferentes los ángulos  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$ , con la particularidad para este tipo de proyecciones de que el ángulo  $\phi$  permanece nulo.

Los ángulos involucrados  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$  son los denominados *ángulos de Euler* y están representados en la Fig.2. Estos ángulos determinan la transformación del sistema de coordenadas OXYZ al sistema de coordenadas oxvz ( $U'''', V''', W''''$ ). La rotación  $\phi$  está en el plano XY, alrededor del eje Z. La rotación  $\theta$  es alrededor de la línea del eje U'. La rotación  $\psi$  alrededor del eje W''', está en el plano U''V'' el cual contiene a su vez al plano U''''V''''.

El resultado de todas estas transformaciones se puede expresar analíticamente mediante una operación matricial, incluyendo las tres rotaciones mencionadas. Si denotamos las coordenadas ( $U''', V''', W''''$ ) como ( $x, y, z$ ), el resultado de la proyección axonométrica sería entonces las coordenadas ( $X, Z$ ) de dicha

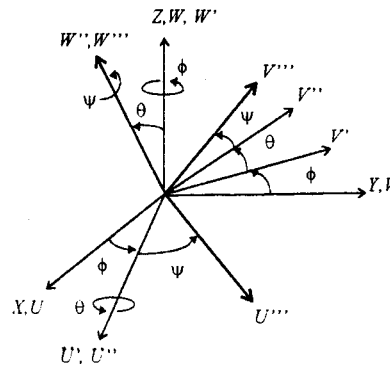


Figura 2. Ángulos de Euler

transformación global, a partir de las coordenadas  $(x, y, z)$  del objeto a proyectar. Estos resultados quedan resumidos mediante la siguiente expresión matricial:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi \cos\psi - \operatorname{Sen}\phi \cos\theta \operatorname{Sen}\psi & -\cos\phi \operatorname{Sen}\psi - \operatorname{Sen}\phi \cos\theta \cos\psi & \operatorname{Sen}\phi \operatorname{Sen}\theta \\ \operatorname{Sen}\phi \cos\psi + \cos\phi \cos\theta \operatorname{Sen}\psi & -\operatorname{Sen}\phi \operatorname{Sen}\psi + \cos\phi \cos\theta \cos\psi & -\cos\phi \operatorname{Sen}\theta \\ \operatorname{Sen}\theta \operatorname{Sen}\psi & \operatorname{Sen}\theta \cos\psi & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

En la proyección axonométrica del objeto sobre los ejes  $x, y$  y  $z$ , originalmente de igual medida, pueden en la figura proyectada llegar a medir diferente. A continuación se describen algunos casos particulares de la proyección axonométrica, dependiendo de cómo son estas medidas.

#### Isometrías

En la proyección isométrica, las longitudes proyectadas sobre el plano  $XZ$ , miden todas  $\sqrt{6}/3 \approx 0.8165$  de la longitud original medida respecto los ejes  $x, y$  y  $z$ . Para obtener este resultado la transformación de coordenadas (1) debe considerar que los ángulos correspondientes tengan los siguientes valores:  $\phi = 0^\circ$ ,  $\psi = 45^\circ$ ,  $\theta = \arcsin\sqrt{6}/3 \approx 35.26^\circ$ . Con estos valores de los ángulos la transformación (1) se reduce a:

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - y) \quad Z = \frac{\sqrt{6}}{3} \left( \frac{x + y}{2} + z \right) \quad (2)$$

donde se ha considerado solamente la proyección sobre el plano  $XZ$ . Las coordenadas  $(X, Z)$  en el plano de proyección permiten la visualización isométrica de un objeto tridimensional con coordenadas  $(x, y, z)$ .

#### Dimetrías

En la proyección dimétrica, las longitudes proyectadas sobre el plano  $XZ$ , miden dos de ellas,  $x$  e  $y$ , iguales, y la tercera, es decir,  $z$  mide diferente. Para obtener este resultado la transformación de coordenadas (1) debe considerar que los ángulos correspondientes tengan los siguientes valores:  $\phi = 0^\circ$ ,  $\psi = 45^\circ$ ,  $\theta \neq \arcsin\sqrt{6}/3$ .

#### Trimetrías

En la proyección trimétrica, todas las longitudes proyectadas sobre el plano  $XZ$  miden distinto. Para lograr esto sólo basta considerar que  $\phi = 0^\circ$ ,  $\psi \neq 45^\circ$ .

## PROYECCIONES CÓNICAS

Cuando la proyección empleada para la visualización de un objeto es de tipo cónica se visualiza el efecto de la distancia en el tamaño de las diferentes partes de dicho objeto. La perspectiva obtenida con este tipo de proyección se denomina *perspectiva angular*.

#### Perspectiva Angular

La perspectiva angular usada es de dos puntos de fuga [4]. Considérese que  $r_o$  es la distancia horizontal entre el punto de estación (PE) y el origen del sistema de coordenadas  $oxyz$ . El ángulo  $\gamma_o$  es el ángulo horizontal visto desde el punto de estación (PE), entre el punto de vista (PV) y el punto  $(0,0,h)$ , estando ambos puntos sobre la línea del horizonte (LH) a una altura  $h$  sobre el plano de tierra (Ver Fig.3). Se ha supuesto aquí que el origen del sistema de coordenadas  $oxyz$  se encuentra sobre la línea de tierra (LT). Las cantidades  $L$  y  $D$  son las distancias horizontales entre el punto  $(0,0,h)$  y los puntos de fuga (PF) izquierdo y derecho, respectivamente. El ángulo de rotación del eje  $ox$  del sistema de coordenadas  $oxyz$ , respecto a la línea de tierra es  $\alpha$ . De acuerdo a esto se tiene que  $r_o$  tiene dos componentes  $x_o$  y  $y_o$  perpendiculares entre si y definidas como:

$$\frac{y_o}{x_o + D} = \frac{L - x_o}{y_o} = \tan\alpha \quad \begin{matrix} x_o = r_o \operatorname{sen}\gamma_o \\ y_o = r_o \operatorname{cos}\gamma_o \end{matrix} \quad (3)$$

#### Dos Puntos de Fuga

Considérese dos puntos auxiliares 1 y 2 ubicados en las coordenadas  $(x,0,z)$  y  $(0,y,z)$ , respectivamente. Adicionalmente, definase un sistema de coordenadas  $OXY$ , cuyo origen coincide con el sistema de coordenadas  $oxyz$ , pero está ubicado sobre el plano de proyección (PP) que contiene la línea del horizonte (LH) y la línea de tierra (LT). El eje  $OY$  de este sistema coincide con la línea de tierra. El sistema  $OXY$  servirá para visualizar cualquier objeto en perspectiva sobre el plano del cuadro.

De acuerdo a lo descrito anteriormente, la visualización en perspectiva se puede hacer planteando el cambio de coordenadas del sistema  $oxyz$  al sistema  $OXY$ . Así, se tiene que las coordenadas  $(X_1, Y_1)$  del punto 1 se pueden obtener mediante la aplicación del teorema del seno al triángulo entre los puntos PE,  $(0,0,h)$  y 1. De esta forma se tiene:

$$\frac{r_x}{\text{sen}(\alpha + \gamma_o + \pi/2)} = \frac{x}{\text{sen}(\gamma_x - \gamma_o)} \quad (4)$$

Similarmete, el teorema del coseno permite obtener que:

$$r_x^2 = r_o^2 + x^2 - 2r_o x \cos(\alpha + \gamma_o + \pi/2) \quad (5)$$

De la resolución para  $\gamma_x$  resulta:

$$\gamma_x = \gamma_o + \arcsen \left[ \frac{x \text{sen}(\alpha + \gamma_o + \pi/2)}{\sqrt{r_o^2 + x^2 - 2r_o x \cos(\alpha + \gamma_o + \pi/2)}} \right] \quad (6)$$

con lo cual se obtienen las coordenadas deseadas:

$$\begin{aligned} X_1 &= y_o \tan \gamma_x - x_o & \tan \alpha_p &= (h-z)/D \\ Y_1 &= (y_o \tan \gamma_x - x_o) \tan \alpha_p + z \end{aligned} \quad (7)$$

Un procedimiento similar se puede aplicar para obtener las coordenadas  $(X_2, Y_2)$  del punto 2 mediante la aplicación del teorema del seno al triángulo entre los puntos PE,  $(0,0,h)$  y 2. Así se tiene que:

$$\frac{r_y}{\text{sen}(\pi - \alpha - \gamma_o)} = \frac{y}{\text{sen}(\gamma_o - \gamma_y)} \quad (8)$$

Similarmete, el teorema del coseno permite obtener que

$$r_y^2 = r_o^2 + y^2 - 2r_o y \cos(\pi - \alpha - \gamma_o) \quad (9)$$

De la resolución para  $\gamma_y$  resulta:

$$\gamma_y = \gamma_o - \arcsen \left[ \frac{y \text{sen}(\pi - \alpha - \gamma_o)}{\sqrt{r_o^2 + y^2 - 2r_o y \cos(\pi - \alpha - \gamma_o)}} \right] \quad (10)$$

con lo cual se obtiene

$$\begin{aligned} X_2 &= y_o \tan \gamma_y - x_o & \tan \beta_p &= (h-z)/L \\ Y_2 &= (x_o - y_o \tan \gamma_y) \tan \beta_p + z \end{aligned} \quad (11)$$

Finalmente, resulta que las coordenadas  $(X,Y)$  del punto P se obtienen con la intersección de las dos rectas PF<sub>1</sub>-1 y PF<sub>2</sub>-2 definidas por:

$$Y = h - \frac{h - Y_1}{L + X_1} (L + X) \quad Y = h - \frac{h - Y_2}{D - X_2} (D - X) \quad (12)$$

La coordenada  $X$  se resuelve haciendo un simple despeje de la igualación hecha en las Ecuaciones. (12)

$$X = \frac{D \left( \frac{h - Y_2}{D - X_2} \right) - L \left( \frac{h - Y_1}{L + X_1} \right)}{\left( \frac{h - Y_2}{D - X_2} \right) + \left( \frac{h - Y_1}{L + X_1} \right)} \quad (13)$$

La coordenada  $Y$  se resuelve de alguna de las dos ecuaciones de rectas [ ecuaciones (12) ].

Las coordenadas  $(X,Y)$  en el plano de proyección permiten la visualización en perspectiva de un objeto tridimensional con coordenadas  $(x,y,z)$ . Los parámetros  $r_o$ ,  $\gamma_o$ ,  $h$  y  $\alpha$  de esta perspectiva pueden ser definidos por el usuario durante el tiempo de ejecución del simulador de manera que dé la sensación de navegación en el espacio del punto de observación.

### Un Punto de Fuga

El caso particular de un sólo punto de fuga se obtiene haciendo  $\alpha=0^\circ$ . En estas circunstancias el punto de fuga izquierdo (PF<sub>i</sub>) coincide con el punto de vista (PV). Algo similar puede obtenerse con el punto de fuga derecho (PF<sub>d</sub>), haciendo  $\alpha=90^\circ$ .

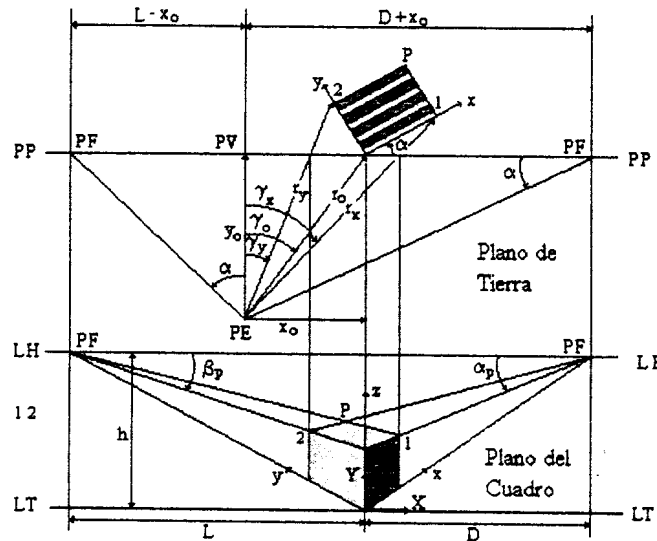


Figura 3. Perspectiva Angular de Dos Puntos

## MÓDULOS DE CÁLCULO

Se dispone de los siguientes módulos de cálculo realizados en Fortran:

### Cinemática Inversa

Se resuelven las ecuaciones de la cinemática inversa por medio de un desacoplamiento cinemático de los tres primeros grados de libertad que posicionan la muñeca del efector final y los tres últimos que orientan al mismo, como lo presenta Wolovich [2]. Adicionalmente es posible seleccionar cual de las diferentes soluciones es la más adecuada al escoger directamente cualquiera de las posibles configuraciones: codo arriba, codo abajo, muñeca arriba, muñeca abajo, brazo izquierdo, brazo derecho, posibles para este manipulador.

### Generador de Trayectorias

Un segundo módulo de cálculo genera las trayectorias que definen el camino a recorrer para una tarea predeterminada, específicamente en este trabajo se realizan operaciones de recoger y colocar algún objeto ("pick and place") [5]. El algoritmo en esta subrutina utiliza una trayectoria normalizada [ecuaciones (14) y (15)] del tipo hiperbólico en cada variable de articulación lo cual facilita el control de los parámetros velocidad, aceleración y la derivada de la aceleración "jerk" en puntos determinados. Adicionalmente este tipo de trayectoria permite, al variar los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $\delta$  de la ecuación (14), la evasión de obstáculos.

$$Y(x) = \left\{ 1 + \exp\left[-\alpha(x-a)/b\right] \right\}^{-1}, \quad \text{con} \quad \alpha = \ln\left(\frac{1-\delta}{\delta}\right) \quad (14)$$

$$x(\tau) = \frac{1}{1-\tau} - \frac{1}{\tau}, \quad \text{con} \quad \tau = \frac{t}{T} \quad (15)$$

Para esta metodología no es necesario resolver un sistema de ecuaciones, solo se debe aplicar cinemática inversa en las posiciones inicial y final, y la trayectoria normalizada se escala para cada coordenada en un

tiempo deseado. Para obtener las coordenadas del efector en el extremo se realiza cinemática directa en cada instante.

Este módulo de cálculo se presenta como una de las opciones de menú principal del programa, denominada *Trayectoria*. Al ser seleccionada la opción el usuario realiza las siguientes operaciones:

- Punto inicial: se introducen las coordenadas iniciales deseadas para el punto de referencia del efector y su orientación, es decir, tres valores de posición y los tres ángulos de Euler. El programa resuelve la cinemática inversa y presenta ocho (8) posibles soluciones dejando al usuario la posibilidad de seleccionar cualquiera de estas.
- Punto final: se repite el procedimiento anterior para el punto de llegada.
- Generar Trayectoria: El usuario visualiza las gráficas de las trayectorias normalizadas para cada variable de articulación (figura 4), con la posibilidad de alterar los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $D$  para cada una de ellas y modular así cada una de las trayectorias en forma independiente. Este procedimiento también permite la evasión de obstáculos. Es de aclarar que los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $D$  están medidos en la escala del tiempo adimensional  $\tau$  de la ecuación (15), y se obtienen al transformar  $a$ ,  $b$  y  $\delta$  mediante dicha ecuación (15)

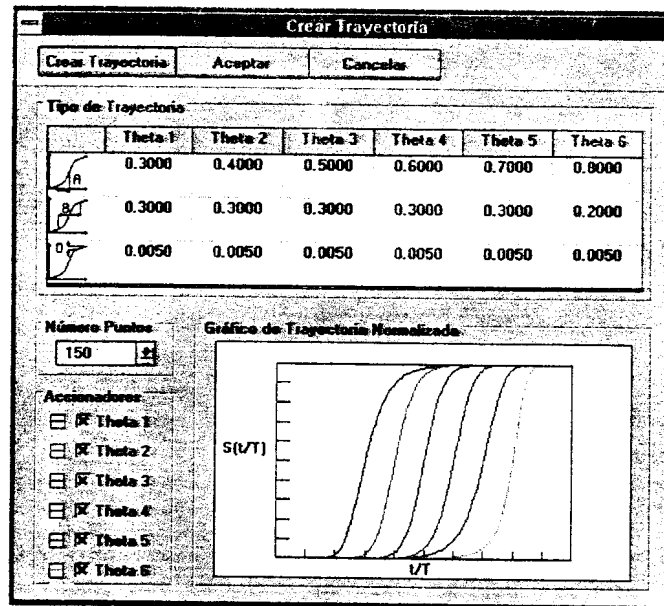


Figura 4. Trayectorias Normalizadas

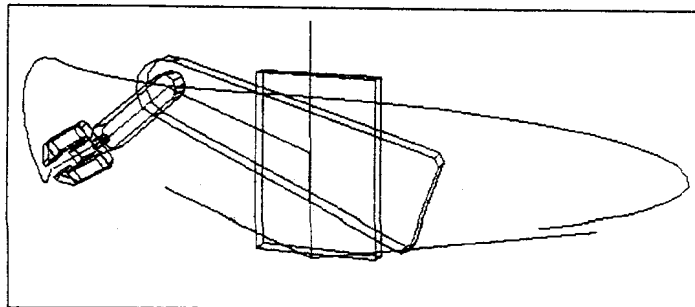


Figura 5. Trayectoria recorrida por el efector final

- Ejecutar Trayectoria: El manipulador ejecuta el número de veces requeridas la trayectoria ya predefinida. En caso de que el usuario lo desee, el programa dibuja la trayectoria recorrida por el efector final como lo muestra la figura 5.

### ANIMACIÓN

Para lograr el efecto del movimiento del manipulador se realiza un método de animación en tiempo real. La pantalla muestra en cada instante cada uno de los puntos que componen los diferentes eslabones del manipulador en función de los ángulos en el espacio de articulación; el usuario puede cambiar cualquiera de las variables, y la pantalla reporta tanto los ángulos para cada eslabón como las coordenadas del punto final del efector para cada configuración. Al realizar la animación, cada vez que se varía alguna de las coordenadas, todos los puntos asociados cambian, la pantalla deja de mostrar el punto en sus antiguas coordenadas y lo presenta en las nuevas, dando así la sensación óptica de movimiento.

Las coordenadas de todos los puntos se calculan mediante el procedimiento de cinemática directa. Para ello se utilizan sistemas de referencia "móviles" seleccionados bajo la convención *Denavit-Hartenberg* y la metodología empedada por Wolovich [6] entre un eslabón y otro, aplicadas al caso específico de juntas rotacionales y en el espacio de coordenadas absolutas tridimensionales, como se muestra en la figura 6.

Las diferentes piezas o eslabones del manipulador virtual: tronco, hombro, brazo y garra están constituidas por elementos geométricos simples: prismas y poliedros. Estos a su vez están constituidos por puntos ubicados en un sistema de referencia cartesiano y tridimensional. Al utilizar la técnica de Denavit-Hartenberg (D-H) cada uno de estos elementos es generado mediante una subrutina y con referencia a un sistema "móvil" de coordenadas relativo al elemento o eslabón anterior. La configuración final observada en pantalla se obtiene transformando las coordenadas de los puntos pertenecientes a los diferentes eslabones de su sistema de referencia respectivo a coordenadas absolutas o relativas a tierra, y esto se logra premultiplicando sucesivamente los vectores relativos de posición de cada punto por las matrices de transformación correspondientes a los sistemas de referencia de cada uno de los eslabones anteriores. Esto se hace contando desde tierra hasta el sistema actual.

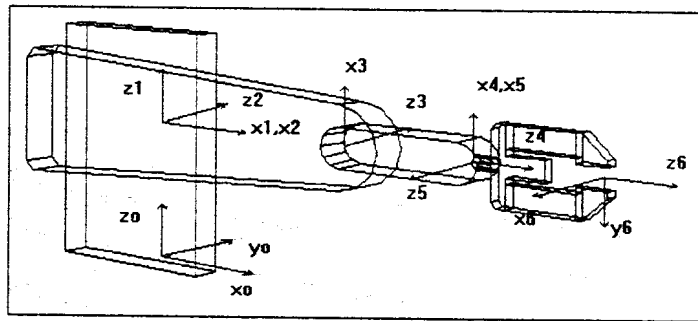


Figura 6. Sistemas de Referencia "Móviles" seleccionados

Estas transformaciones se resumen en:

$${}^i A_{i+1} = T_{z_i, \theta} \times T_{z_i, d} \times T_{x_i, \alpha} \times T_{x_i, b} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & b_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & b_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

donde  $\theta$ ,  $d$ ,  $\alpha$ , y  $b$  son los parámetros (D-H).

Estas matrices de transformación son generadas y multiplicadas en forma sucesiva por una subrutina denominada TRANSDH, en ella la mayoría de los parámetros han tomado un valor único al seleccionar un manipulador específico como el PUMA-560 adaptado al modelo CYBER-310 como se muestra en la tabla 1.

Tabla I. Parámetros Denavit-Hartenberg

Articulación	$\alpha_i$ [°]	$b_i$ [mm]	$d_i$ [mm]	$\theta_i$ [°]	rango de rotación [°]
1	0	0.0	176.0	$\theta_1$	$-160 < \theta_1 < 160$
2	-90	0.0	0.0	$\theta_2$	$-225 < \theta_2 < 45$
3	0	275.0	0.0	$\theta_3$	$-45 < \theta_3 < 225$
4	-90	0.0	152.0	$\theta_4$	$-170 < \theta_4 < 170$
5	-90	0.0	0.0	$\theta_5$	$-135 < \theta_5 < 170$
6	90	0.0	165.0	$\theta_5$	$-135 < \theta_5 < 170$

Para lograr el efecto del movimiento se permite que las diferentes matrices de transformación se coloquen en función del ángulo  $\theta_i$  que describe la rotación alrededor del eje  $Z_i$  desde el  $X_{i-1}$  hacia el eje  $X_i$ , característico de los movimientos de las juntas rotacionales, únicas presentes en el manipulador tipo PUMA-560. De esta forma las matrices se actualizan para cada uno de los valores que tomen los ángulos de articulación que representan nuevas configuraciones u orientaciones para cada eslabón. Una vez referidas las coordenadas de todos los puntos a un sistema de referencia tridimensional, cartesiano y absoluto a "tierra" se utiliza la subrutina PERSPECT, que emplea la transformación definida por la ecuación (1) para obtener una proyección axonométrica, o las transformaciones definidas por las ecuaciones (6) a la (13) para obtener una perspectiva angular bifocal, llevando estas coordenadas desde un espacio tridimensional a uno bidimensional, logrando de esta forma la visualización en pantalla y la sensación de profundidad.

La subrutina PERSPECT incorpora la opción de alterar los parámetros fundamentales  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$  en el caso de proyección axonométrica, o  $h$ ,  $r_b$ ,  $\theta$ , y  $\alpha$  en el caso de la perspectiva bifocal, con lo cual se logra la sensación óptica de navegación en el espacio, como se muestra en la figura 7.

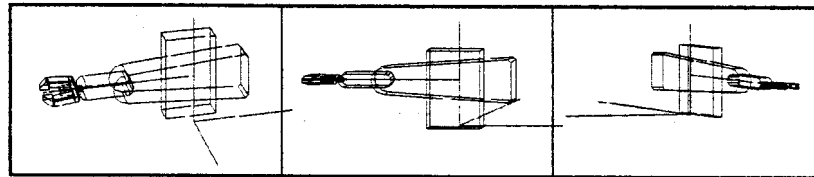


Figura 7. Perspectiva Cónica, opción de navegación

Los elementos geométricos simples que conforman el manipulador son líneas conectadas entre si que se borran y se dibujan nuevamente cada vez que cambian las coordenadas de sus extremos.

Todo lo descrito anteriormente no solo permite la animación en tiempo real (figura 8), sino la visualización también en cada instante de las coordenadas de cualquier punto del manipulador mostrado en pantalla, y su orientación en el espacio tridimensional de coordenadas absolutas, y en particular del efector final. La precisión en dichas coordenadas, así como la "rapidez" del movimiento en la pantalla se encuentra limitada por el "paso" de las coordenadas angulares del espacio de articulación, pudiendo este ser ajustado según los requerimientos.

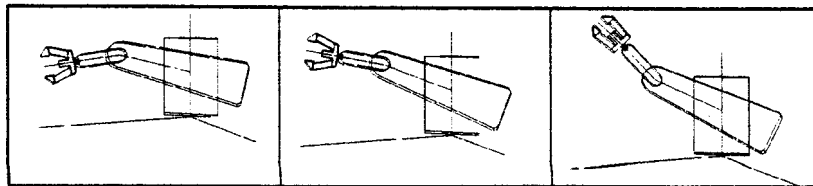


Figura 8. Movimiento del manipulador en tiempo real.



## VISUALIZACIÓN

Para la visualización en pantalla del brazo robot se presentan las siguiente opciones:

- Perspectiva Cónica con dos puntos de fuga, para dar la sensación de profundidad. Con esta opción se da al usuario la posibilidad de modificar parámetros característicos, como el ángulo focal, y lograr el efecto de navegación.
- Perspectiva Isométrica.
- Proyecciones Ortogonales.
- Acercamientos dirigidos con el "mouse" como se muestra en la figura 9
- Trazado de la trayectoria.
- Cada una de estas opciones se puede seleccionar por separado o simultáneamente, como se muestra en la figura 10.

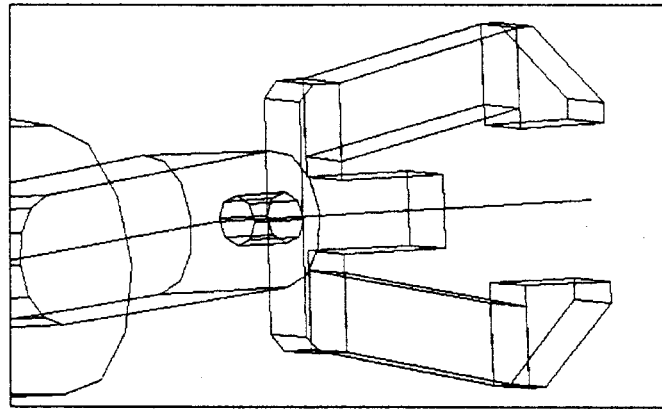


Figura 9. Acercamiento (ZOOM)

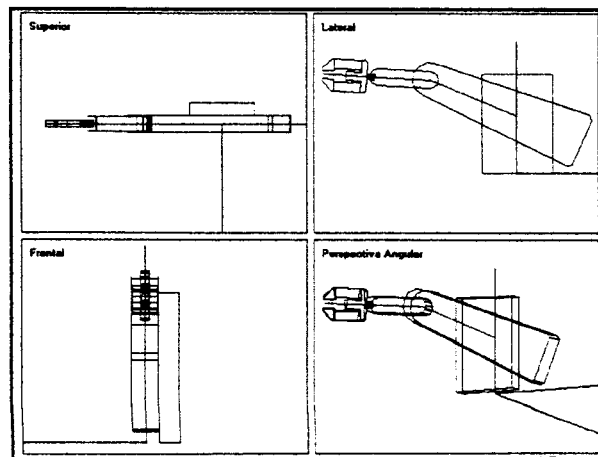


Figura 10. Opción Cuatro Vistas.

### CONCLUSIONES

- Para el análisis cinemático y la generación de trayectorias en el movimiento del manipulador, resulta muy útil la simulación gráfica de dichos movimientos, pues esta visualización permite apreciar la posición, orientación y trayectoria del efector final según las restricciones impuestas.
- Las herramientas gráficas de perspectivas y navegación permiten la visualización que complementa la comprensión espacial de los resultados obtenidos, tanto en el caso de las ocho posibles soluciones arrojadas por el cálculo de cinemática inversa como en el caso del trazado de las trayectorias generadas.
- La metodología empleada en la generación de trayectorias que permite modular independientemente el desplazamiento de cada articulación, resulta en una gran variedad de posibilidades para seleccionar la más adecuada, en función de los requerimientos preestablecidos.

### REFERENCIAS

- [1] Nethery J.F. and Spong M.W., "Robotica: A Mathematica Package for Robot Analysis", *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 1, Nº 1, págs. 13-20, Marzo 1994
- [2] Robin 1.3 Copyright © 1995 MTS Mathematisch Technische Software-Entwicklung GmbH Berlin (DEMO propiedad de la U.S.B.)
- [3] Mashefka D. W., Orin D. E., "XAnimate: An Educational Tool for Robot Graphical Simulation". *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 3, Nº 2, págs. 6-14, Junio 1996
- [4] Granados M., A. L. "Perspectiva Tridimensional Mediante Proyecciones Axonómicas y Cónicas". Avances Recientes en Bioingeniería: Investigación y Tecnología Aplicada, Ed. V. Barrios, G. Montilla y M. Cerrolaza, Sociedad Venezolana de Métodos Numéricos (SVMNI), Caracas, 1997. págs. IT1-IT6
- [5] Müller-Karger, C., Granados, A., "Hyperbolic Trajectories for Pick and Place Operations to Elude Obstacles". XVIII Congreso Ibero Latino-Americano de Métodos Computacionales en Ingeniería (XVIII CILAMCE), Brasilia, 29-31 Octubre de 1997.
- [6] Wolovich, W., "Robotics: Basic Analysis and Design", CBS College Publishing, New York, USA, 1987.
- [7] Microsoft *Visual Basic "Programers Guide"* Microsoft Corporation, USA, 1993
- [8] Cornell, G. *Manual de Visual Basic 3 para Windows*, McGraw Hill, Madrid, España, 1994.
- [9] Merayo, F. G. *Fortran 77*, Paranifo, Madrid, España, 1986.