

## AVANCES RECIENTES EN REMODELACIÓN ÓSEA EXTERNA UTILIZANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO

Gabriela Martínez, Miguel E. Cerrolaza

Centro de Bioingeniería  
Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela  
Caracas-Venezuela ([gabrielambr@cantv.net](mailto:gabrielambr@cantv.net))

**Palabras claves:** Remodelado Óseo Externo, Elementos de Contorno, Funciones de Estímulo, Mecánica del Daño.

**Resumen.** *Este artículo muestra los avances mas recientes en simulación de modelado óseo externo utilizando como función de estímulo variables de densidad de energía de deformación (SED) y elementos de mecánica de daño. El modelo utiliza el método de los elementos de contorno para la para la obtención de las tracciones y desplazamientos en cada iteración.*

*En este trabajo se establece la hipótesis de que el nivel de daño (ver Garcia J.M.et al, 2004) y la energía de deformación en las proximidades del periostio y del endosteo controlan la respuesta ósea de remodelado externo en la zona cortical de los huesos largos. El contorno es modificado en cada paso de tiempo y el análisis numérico para cada variación de las coordenadas del contorno se resuelve a través del método citado, para luego evaluar y adaptar la geometría. Se utilizan técnicas de suavizado (Superficies B-Spline) para evitar variaciones bruscas en el contorno que impiden la convergencia de la solución. Para validar el modelo se muestra ejemplo numérico validado con data experimental obtenida por otros autores.*

## 1 INTRODUCTION

La habilidad del hueso a adaptarse según sus demandas mecánicas ha sido reconocida desde hace más de un siglo<sup>1</sup>. Esta respuesta del tejido óseo se manifiesta a través de un cambio de forma o a través de un cambio en su micro estructura; estos dos aspectos son identificados comúnmente como remodelado óseo externo y remodelado óseo interno, respectivamente<sup>2</sup>.

El proceso de remodelación ósea o adaptación funcional es representado a través de dos sistemas estrechamente relacionados. Un primer sistema que representa al hueso como “un todo”, también llamado sistema global, y un segundo modelo a nivel del tejido óseo llamado sistema local. Los componentes en un proceso de remodelado óseo de un sistema local se caracterizan por: una pequeña superficie de control alrededor de un punto del tejido óseo, el estado de fuerzas en el punto y el intercambio de materia a través de él<sup>3</sup>. Definido el sistema es necesario establecer el tipo de remodelado que se quiere modelar, como se señaló anteriormente, éste puede ser de tipo interno o externo. El presente trabajo se enfoca hacia un sistema local de remodelado óseo externo.

El proceso de remodelación ósea externa a nivel trabecular, es definido como la capacidad de formación o destrucción de la superficie ósea por actividades celulares<sup>4</sup>.

Conocido el sistema, se establece un modelo con las correspondientes variables de control que estimularan el proceso de crecimiento o resorción de masa ósea. Durante las últimas décadas se han propuesto un gran número de teorías sobre la adaptación funcional. Estas se pueden agrupar en dos grandes tendencias; una que es a través del desarrollo de modelos fenomenológicos: estos modelos asumen que el material óseo es sensible al estímulo mecánico, y en función de la magnitud del estímulo se produce la adaptación ósea. La segunda tendencia es la del desarrollo de modelos mecanicistas: estos intentan incorporar al modelo el proceso biológico y bioquímico<sup>5</sup>.

A continuación se describen brevemente los principales modelos fenomenológicos y mecanicistas de remodelación ósea externa desarrollados en el siglo XX.

Comenzamos por el modelo propuesto por Cowin y Van Buskirk<sup>6</sup> quienes asumen que el hueso puede ser modelado como un cuerpo elástico lineal en donde las superficies se mueven libremente de acuerdo a una relación constitutiva adicional. Esta relación muestra que la velocidad de crecimiento o decrecimiento en la superficie del hueso es proporcional a la variación de un valor referencial de deformación, en presencia de este valor de deformación referencial no hay crecimiento o decrecimiento óseo, es decir, hay equilibrio. La ecuación propuesta es la siguiente:

$$U = C_{ij}(Q) [\varepsilon_{ij}(Q) - \varepsilon_{ij}^o(Q)] \quad (1)$$

donde U es la velocidad (cambio de posición por unidad de tiempo) de la superficie ósea en el punto Q,  $C_{ij}$  son parámetros de la velocidad de remodelado,  $\varepsilon_{ij}(Q)$  es la deformación en el punto Q y  $\varepsilon_{ij}^o(Q)$  es la deformación referencial o de equilibrio de remodelado en el punto Q<sup>7</sup>.

En 1987, Huiskes y sus colaboradores<sup>8</sup>, proponen un modelo elástico alternativo al

existente. La primera diferencia es que el tensor de deformaciones no es la variable principal de control sino la densidad de energía de deformación (U), un valor escalar.

$$U = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} \quad (2)$$

donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor local de esfuerzos y  $\varepsilon_{ij}$  es el tensor de deformaciones. La diferencia entre el valor de la densidad de energía de deformación (U), y el equilibrio homeostático en un punto específico,  $U_n$ , es asumida como la fuerza que conduce la actividad adaptativa. Otra característica de este modelo es que en vez de asumir una relación lineal entre la variación de la adaptación y densidad de energía de deformación, se asume una “zona muerta” en el hueso, es decir, una zona donde no existe ni crecimiento ni decrecimiento óseo. Esto se muestra en la Figura 1. La densidad de energía de deformación local actual,  $U(t,x)$ , esta referida a un densidad de energía de equilibrio homeostático,  $U_n(x)$ , donde t es el tiempo y x el vector posición. Cuando  $U > (1+s)U_n$  o  $U < (1-s)U_n$  el proceso de adaptación es activado, s es el “ancho” de la “zona muerta” y C es un coeficiente de remodelado.

Así, el modelo de adaptación ósea se puede expresar como:

$$\frac{dX}{dt} = \begin{cases} C[U - (1+s)U_n] & U > (1+s)U_n \\ 0 & (1-s)U_n < U < (1+s)U_n \\ C[U - (1-s)U_n] & U < (1-s)U_n \end{cases} \quad (3)$$

donde  $\frac{dX}{dt}$  es la variación del movimiento de la superficie en dirección perpendicular a la misma.

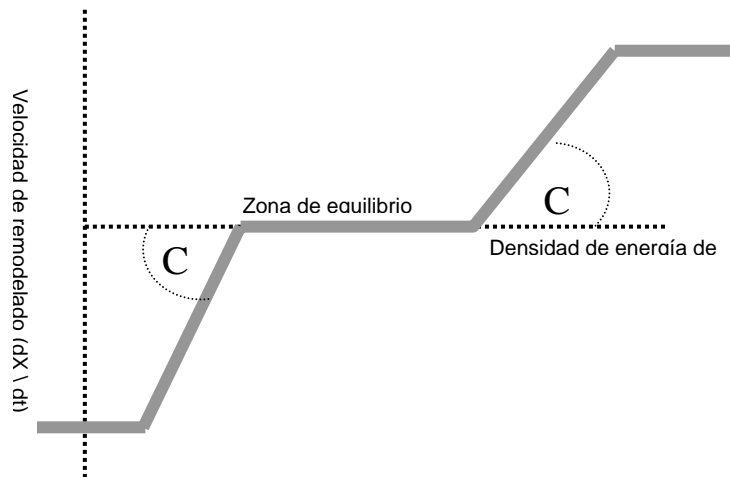


Figura 1. Curva Trilineal de velocidad de remodelado en función de la densidad de energía de deformación

Los modelos mostrados hasta ahora se clasifican como modelos fenomenológicos, en 1992 Mc Namara, Prendergast y Taylor<sup>9</sup>, presentan un modelo mecanicista, bajo la hipótesis

de que el hueso puede activarse por la acumulación de daño. Este modelo asume que un cierto valor de daño mantiene el equilibrio en el remodelado (RE) y que la variación en la reparación esta asociada a la variación del daño. Matemáticamente, en equilibrio del remodelado (RE),  $\omega_{\text{eff}} = 0$  y  $\dot{\omega} = \omega_{\text{RE}}$ , donde  $\omega_{\text{eff}}$  es el daño efectivo,  $\omega$  es la variación actual de la producción del daño y  $\omega_{\text{RE}}$  es la variación de la producción del daño en RE, entonces:

$$\frac{dX}{dt} = C\omega_{\text{eff}} \quad (4)$$

donde X denota la extensión de hueso formado o reabsorbido y C es una constante de remodelado.

En 1998 Fridez y sus colaboradores<sup>10</sup> plantean un modelo fenomenológico general, para luego particularizarlo al modelo de Huiskes, proponiendo dividir el estímulo en dos partes, una para cada tipo de remodelación, a través de un parámetro  $\alpha$ , permitiéndole así dar mayor relevancia a uno u otro efecto<sup>11</sup>.

La función de estímulo propuesta es:

$$\Psi = \alpha \hat{\Psi}_v(p, \tau_{oct}, \sigma_{vv}, \tau_{vv}) + (1 - \alpha) \hat{\Psi}_s(p_m, p_{nt}) \quad (5)$$

En el año 2000 Doblaré y otros<sup>12</sup>, proponen un modelo de remodelación ósea externa – interna basado en los principios de mecánica del daño, este modelo se caracteriza por considerar la variable daño en el proceso de remodelación. Este artículo muestra los avances mas recientes en simulación de modelado óseo externo utilizando como función de estímulo variables de densidad de energía de deformación (SED) y mecánica del daño. Éste modelo utiliza el método de los elementos de contorno para la para la obtención de las tracciones y desplazamientos en cada iteración.

La metodología expuesta a continuación forma parte de una línea de investigación orientada a simular el proceso de remodelación ósea externa tanto a nivel global como local, cuyos primeros resultados pueden encontrarse en Martínez y otros<sup>13, 14</sup>.

A continuación se describen brevemente las características fundamentales del método numérico para la realización del cálculo estructural, el modelo fenomenológico utilizado que es el propuesto inicialmente por García y otros, y el algoritmo de remodelación ósea propuesto. Finalmente se mostrarán ejemplos numéricos para validar esta metodología.

## 2 METODOLOGÍA

### 2.1 Características del método numérico utilizado

Hasta ahora, el método de los elementos finitos ha sido el método más utilizado como técnica numérica en los modelos computacionales de remodelación ósea. Este método ha sido muy exitoso para simular alteraciones de la densidad ósea en el tiempo, producto de factores

biológicos y mecánicos. Sin embargo, cuando los factores externos (principalmente mecánicos) que afectan a la masa ósea, son capaces de producir cambios considerables en su geometría, este método resulta poco atractivo pues la modificación geométrica conduce a una distorsión en la malla (formada por nodos y elementos con conectividades), haciendo necesario el remallado (definición de un nuevo grupo de nodos y elementos con diferentes conectividades).

Este inconveniente es la principal ventaja del método de los elementos de contorno, pues la discretización de la geometría y la generación de la malla solo se realiza en la superficie en estudio, por consiguiente, al someter al modelo a factores mecánicos que alteren su geometría, solo será necesario modificar la posición de los nodos (que definen la geometría) manteniendo la conectividad preestablecida.

Las ventajas de este método numérico en modelos tridimensionales de remodelación ósea externa se incrementa considerablemente por la reducción del tamaño de la malla. Sin embargo, el método de los elementos de contorno presenta una limitación principal que es la complejidad del cálculo cuando nos encontramos en presencia de materiales no homogéneos y anisotrópicos. Por ello la aplicación de esta metodología se limitará en esta tesis a la simulación de la adaptación ósea tridimensional en diáfisis de huesos largos sometidos a alteraciones mecánicas. En esta zona predomina el hueso cortical (esto permite asumir condiciones de homogeneidad pues la densidad de la sección transversal es prácticamente constante) y el material está sometido principalmente, a cargas de flexo-compresión.

## 2.2 Modelo de Remodelación ósea

El algoritmo propuesto es similar al mostrado en dos dimensiones, mas es necesario utilizar técnicas de suavizado en cada iteración<sup>15</sup>. El modelo teórico para simular el proceso de remodelado, está basado en un modelo propuesto por Doblaré y García<sup>11</sup> que toma en cuenta la evolución del daño en el proceso de remodelado óseo.

En el modelo se propone una función de estímulo compuesta que controle la activación de las células osteoprogenitoras y de los osteoblastos, las cuales, se encuentran en las superficies de los huesos y dependen no solo de la deformación ósea, a través de la densidad de energía de deformación como variable de control, sino también de una variable de daño que toma en cuenta la historia de cargas y la acumulación de daño a nivel microestructural que origina la formación y crecimiento de grietas en la superficies óseas.

Así, García y otros<sup>16</sup> definieron la función compuesta de estímulo  $S(\xi, d)$  como:

$$S(\xi, d) = \frac{\xi}{\xi + c} (1 - d)^k \quad (6)$$

$$S(0, d) = 0$$

$$S(\xi, 1) = 0 \quad (7)$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \infty} S(\xi, 0) = 1$$

$c$  y  $k$  son parámetros del modelo. Las expresiones 6 y 7 se muestran en la figura 2.

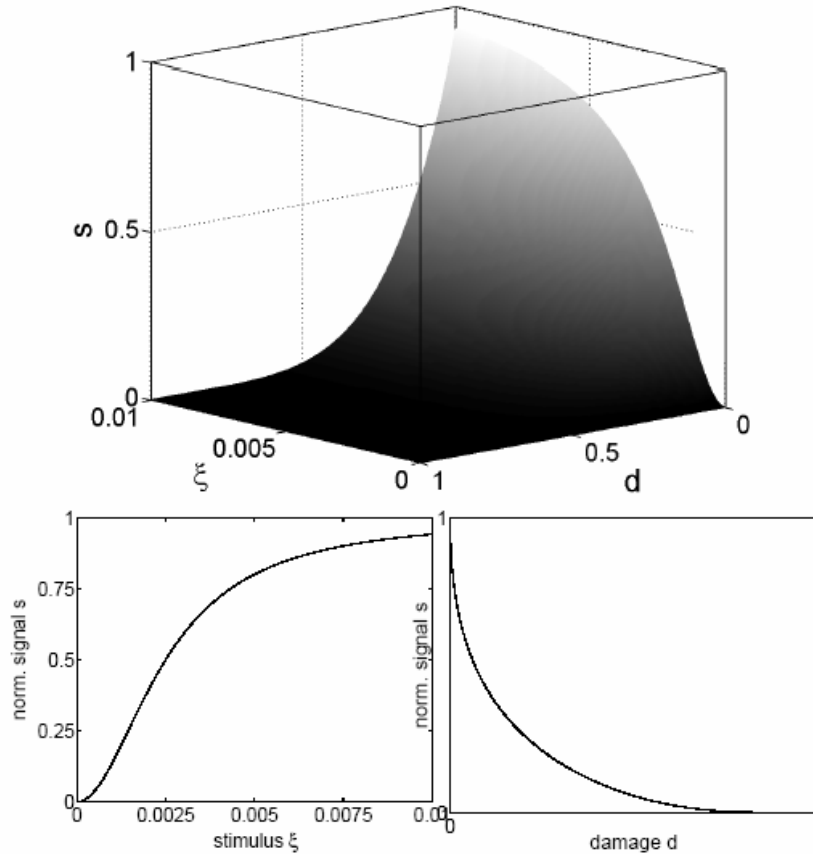


Figura 2. (a) Grafica de la función de estímulo  $S(\xi, d)$  normalizada, (b) Representación bidimensional de  $S(\xi, 0)$ , (c) Representación bidimensional de  $S(\infty, d)$ . Tomada de García y otros 2004<sup>16</sup>.

la función  $\xi$  depende principalmente de la variable de deformación y se expresa como<sup>17</sup>:

$$\xi = \left( \sum N_i \bar{\varepsilon}_i^m \right)^{1/m} \quad (8)$$

en esta función el estímulo diario está expresado en función de las deformaciones en vez de expresarse en función de las tensiones como suele hacerse tradicionalmente.  $N_i$  es el número de ciclos por cada caso de cargas,  $m$  es una constante empírica utilizada para ponderar las contribuciones entre las deformaciones y el número de ciclos de carga. La magnitud escalar  $\bar{\varepsilon}_i$  representa la magnitud de la energía cíclica de deformación efectiva y está expresada en términos de la densidad de energía de deformación ( $U_P$ ), de la siguiente manera:

$$\bar{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2U_P}{E}} \quad (9)$$

$$U_P = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} \quad (10)$$

La variable  $d$  representa el aporte del daño al proceso de adaptación ósea. Esta variable, introducida en la ecuación 6, afecta directamente la función estímulo. García y otros<sup>16</sup> definieron una ley de evolución del daño consistente con la información experimental obtenida por Pattin y otros<sup>18</sup>. Esta información proviene de estudios *in vitro* de muestras de tejido óseo sometidos a cargas cíclicas. Aunque estos resultados arrojan información muy variada, García y su grupo de colaboradores definieron una función de comportamiento ajustando parámetros en función de los resultados experimentales. Así, la función de evolución del daño por fatiga es formulada según sea en tracción o compresión como:

$$\begin{aligned} d_t &= 1 - \gamma_2 \sqrt{\frac{1}{C_3} \ln(e^{C_3} - C_2 \varepsilon^{\delta_2} N)} \\ d_c &= -\frac{1}{\gamma_1} \left[ \ln(1 - C_1 \varepsilon^{\delta_1} N) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Los parámetros  $C_j, \gamma_j$ , y  $\delta_j$  dependen del nivel de deformación aplicada. La expectativa de vida a fatiga se define típicamente como:

$$N_f = C \varepsilon^{\sim \delta} \quad (12)$$

haciendo  $d=1$  en las ecuaciones de 11 e igualando  $N=N_f$  se despejan los parámetros  $C_i$ ,  $\delta_i$ , y  $\gamma_i$ , así los valores de los parámetros propuestos por García se expresan en función de la deformación aplicada como:

En compresión:

$$\delta_1 = 10.3 \quad (13)$$

$$\gamma_1 = -5.238(\bar{\varepsilon} - 6100)10^{-3} + 7 \quad (14)$$

$$C_1 = \frac{1 - e^{-\gamma_1}}{9.333 \cdot 10^{40}} \quad (15)$$

En tracción

$$\delta_2 = 14.1 \quad (16)$$

$$\gamma_2 = -0.018(\bar{\varepsilon} - 4100) + 12 \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{e^{-C_3} - 1}{1.445 \cdot 10^{53}} \quad C_3 = -20 \quad (18)$$

De esta forma, la ecuación 6 depende de la densidad de energía de deformación (a través del valor escalar  $\xi$ ) y de una variable de daño  $d$ , bien sea a tracción o a compresión ( $d_t$  ó  $d_c$ ), para ello se propone tomar en cuenta la traza del tensor de deformaciones en cada punto del contorno y evaluarla de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ii} < 0 &\rightarrow d \equiv d_c \\ \varepsilon_{ii} \geq 0 &\rightarrow d \equiv d_t \end{aligned} \quad (19)$$

La variable de daño,  $d$ , (bien sea a tracción o compresión) no afectará a la función estímulo en cada valor medido de deformaciones (ambas expresiones,  $\xi$  y  $d$ , dependen de la deformación), pues como demostraron Pattin y otros<sup>18</sup> el rango de microdeformaciones que hacen que la variable se active está entre las 2500 y 3200 microdeformaciones en tracción y las 2500 a 4000 en compresión, estos parámetros se respetarán en el modelo propuesto, estableciendo límites superiores e inferiores para que esta variable afecte a la función estímulo.

La función  $S(\xi, d)$  se evalúa en la curva trilineal suavizada para hallar la “velocidad de remodelado”,  $U(S)$ , mostrada en la figura 3. En este modelo no se propone una curva suavizada equivalente de evolución, pues los resultados obtenidos en la evaluación de modelos bidimensionales muestran un incremento significativo en la convergencia de la solución.

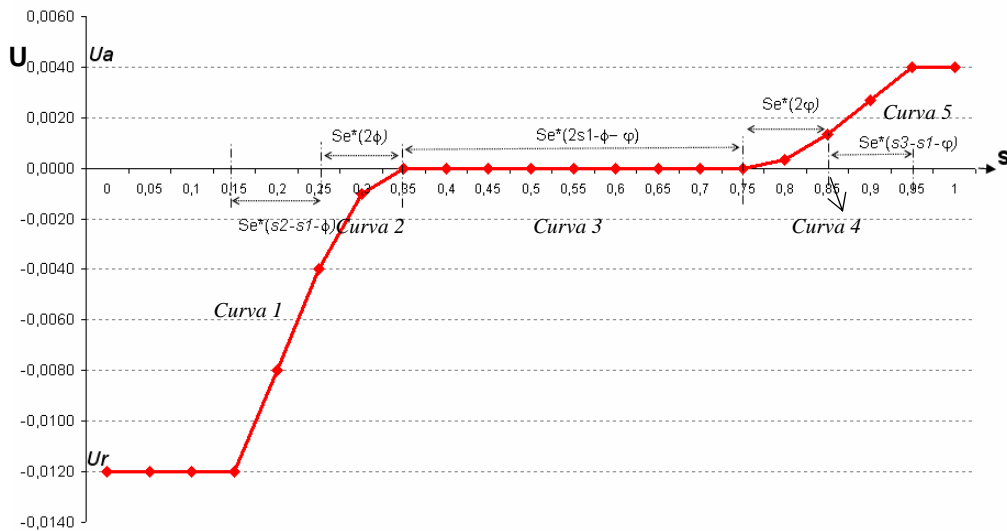


Figura 3. Curva trilineal suavizada a partir de la función compuesta para la adaptación ósea.



Los diversos coeficientes de la curva provienen de valores experimentales, obtenidos de diversos especímenes, la zona de equilibrio representa aproximadamente un 40% de la longitud total y está caracterizado con el parámetro  $s_1$ . El estímulo diario de equilibrio  $S_e$ , se fijó en 2.000 microdeformaciones/día según estudios experimentales realizados por Rubin y Lanyon<sup>19</sup>. Los parámetros  $s_1, s_2, s_3$  se normalizaron para generar una curva unitaria pero mantienen las proporciones en forma similar los valores mostrados en la data experimental consultada. Los parámetros  $\phi$  y  $\varphi$  se introdujeron para caracterizar las curvas de transición o suavizado al inicio y final de la zona de equilibrio.

A continuación se muestran los pasos del algoritmo desarrollado para evaluar la remodelación ósea en el tiempo:

- Definición de la geometría, esto puede hacerse a través de la digitalización de coordenadas de la superficie tanto de tomografías como de micro tomografías axiales computarizadas o cualquier otra técnica de obtención de datos. Las coordenadas  $(x_1, x_2, x_3)$  de cada punto introducido corresponderá a un nodo de la malla.
- Introducir datos referentes a: propiedades mecánicas del material ( $E, G, \nu$ ), parámetros de remodelado ( $S_e, s_1, s_2, s_3, U_r, U_a$ ) y otros parámetros a utilizarse en el cálculo de la función de estímulo, como período de tiempo a estudiar, paso, función de carga (bien sea constante o periódica)
- Definición de los grafos de control, estos se generan en función de las superficies susceptibles de remodelado.
- Cálculo estructural (BEM) para hallar las tensiones y los desplazamientos en el contorno o los contornos
- Cálculo de la función compuesta  $S(\xi, d)$ , sobre cada punto del contorno. Cálculos matriciales que involucren el tensor de deformaciones.
- Evaluación de la función de estímulo en la curva trilineal suavizada de velocidad de remodelado; donde:

$$U = \left\{ \begin{array}{l} \text{curva}_1 \text{ si } 0 \leq S_e \leq (s_2 - s_1 - \phi)S_e \\ \text{curva}_2 \text{ si } (s_2 - s_1 - \phi)S_e \leq S \leq S_e(s_2 - s_1 + \phi) \\ \text{curva}_3 \text{ si } (s_2 - s_1 + \phi)S_e < S < (s_3 - s_1 - \varphi)S_e \\ \text{curva}_4 \text{ si } (s_3 - s_1 - \varphi)S_e \leq S \leq S_e(s_3 - s_1 + \varphi) \\ \text{curva}_5 \text{ si } S \geq (s_3 - s_1 + \varphi)S_e \end{array} \right. \quad (20)$$

- Obtención de las nuevas coordenadas
- Para garantizar la estabilidad de la solución, se establece una tolerancia en la variación global de las coordenadas.
- Cálculo de la nueva superficie suavizada a través de funciones  $\beta$ -Spline.
- Ubicación de las nuevas de coordenadas en los puntos del contorno, el proceso es iterativo y se realiza hasta lograr convergencia en la solución. Finalmente, el algoritmo propuesto en tres dimensiones se muestra en la figura 4.

2.3 Algoritmo computacional propuesto

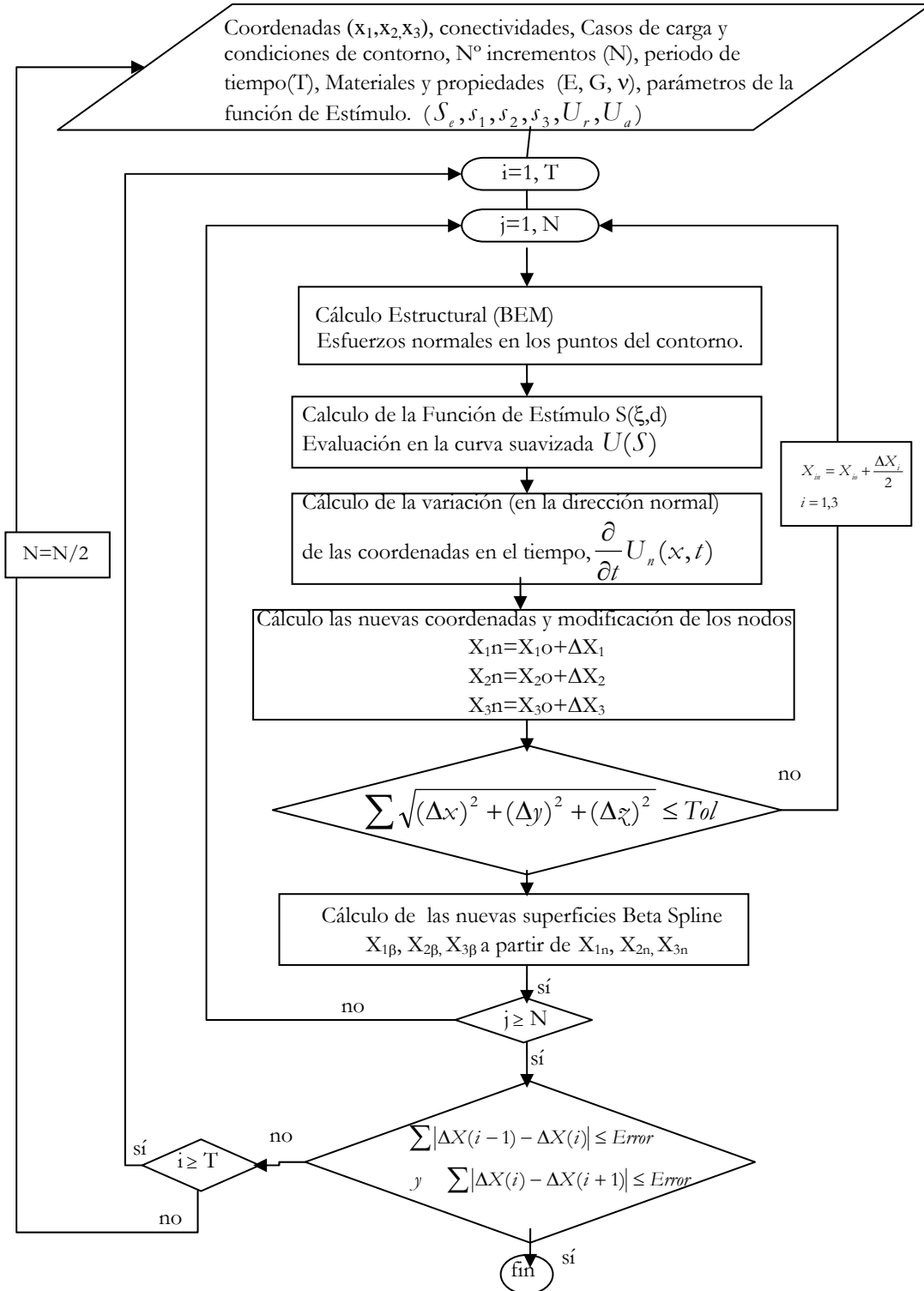


Figura 4. Flujoograma del proceso de remodelación ósea bidimensional propuesto

### 3 EJEMPLO NUMÉRICO, MODELO DE CÚBITO DE PAVO

#### 3.1 Descripción teórico-experimental del problema propuesta por Brown<sup>1</sup>

Este modelo se basa en datos experimentales y teóricos obtenidos por Brown y sus colaboradores<sup>1</sup> quienes desarrollaron un experimento teórico – práctico para identificar parámetros mecánicos que afectarían el proceso de remodelado en el periosteo. Para ello tomaron una sección del cúbito de un pavo adulto, la aislaron bajo condiciones controladas y le aplicaron cargas conocidas en la dirección axial. Midieron las microdeformaciones en el periosteo utilizando galgas extensiométricas (estos valores se asumieron de equilibrio en el remodelado). Posteriormente sometieron a dos pavos adultos vivos a una serie de ciclos de carga controlados durante cuatro y ocho semanas respectivamente y repitieron el mismo procedimiento con ellos: tomaron una sección del cúbito, la aislaron bajo condiciones controladas y evaluaron la variación de los parámetros de control. Paralelamente desarrollaron un modelo computacional (basado en el método de elementos finitos) que simulaba la sección en estudio y las cargas y condiciones de contorno impuestas. Esta información resultó muy útil, pues permitió identificar parámetros experimentales y asociarlos a una geometría conocida. La figura 5 muestra la sección transversal del cúbito de un pavo en el estado inicial, transcurridas cuatro semanas y transcurridas ocho semanas.

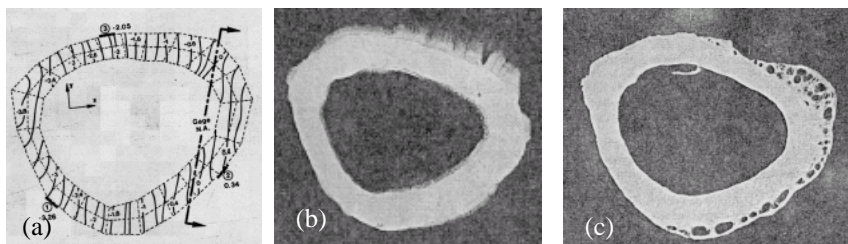


Figura 5 (a) Geometría original con la ubicación de las galgas extensiométricas, (b) Sección transversal del cúbito de pavo al cabo de 4 semanas, (c) Sección transversal del cúbito de pavo al cabo de 8 semanas.

La figura 6 muestra la sección *in vitro* en la máquina de ensayo y la misma sección modelada a través de elementos finitos.

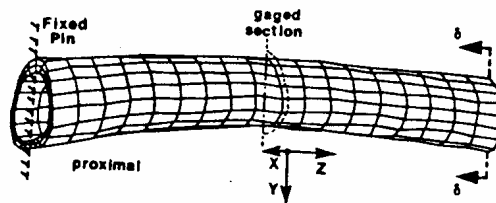
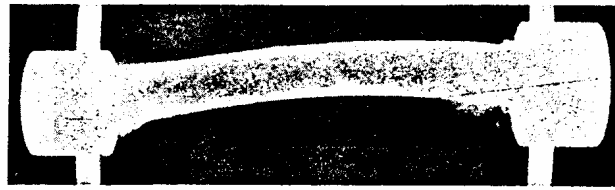


Figura 6 (a) Sección del cúbito colocada en la máquina de ensayos, (b) Modelado de la sección en estudios utilizando elementos finitos

Las condiciones de contorno a las que sometió la sección fueron: carga axial de 525 N y ciclos de carga igual a 30000 ciclos por día, 5 días por semana.

### 3.2 Consideraciones de las condiciones del contorno en nuestro diseño

Con toda esta información se generó un modelo computacional formado por 1152 nodos y 384 elementos de contorno cuadriláteros. El modelo fue restringido en el extremo distal y sometido a cargas cíclicas en el extremo proximal. La figura 7 muestra la geometría descrita a través de una malla de elementos de contorno con las mismas condiciones de contorno descritas por Brown.

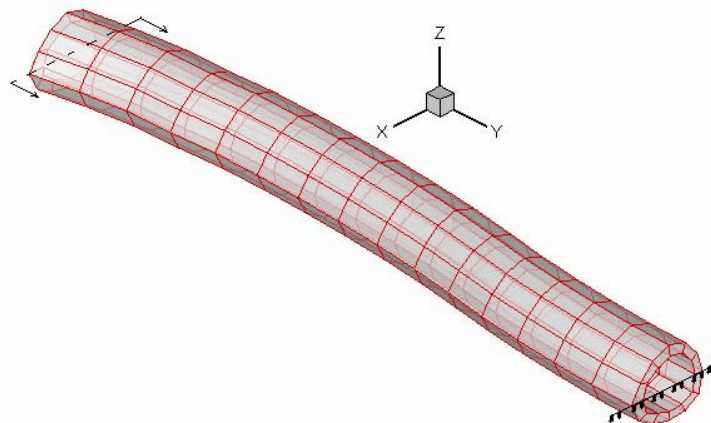


Figura 7 Sección del cúbito modelada con elementos de contorno

Al igual que en el ejemplo anterior, los grafos de control para hallar las superficies  $\beta$ -Spline se realizaron en función del número de superficies susceptibles a movimiento, por lo que la malla esta definida por dos grafos de control con la siguiente topología:

- Superficie del periosteo del cúbito: 192 vértices distribuidos en 12 filas cinco filas y 16 columnas
- Superficie del endósteo del cúbito: 192 vértices distribuidos en 12 filas cinco filas y 16 columnas

*Evaluación del modelo*

La figura 8 muestra la primera iteración del modelo propuesto de acuerdo al flujograma de la figura 4.

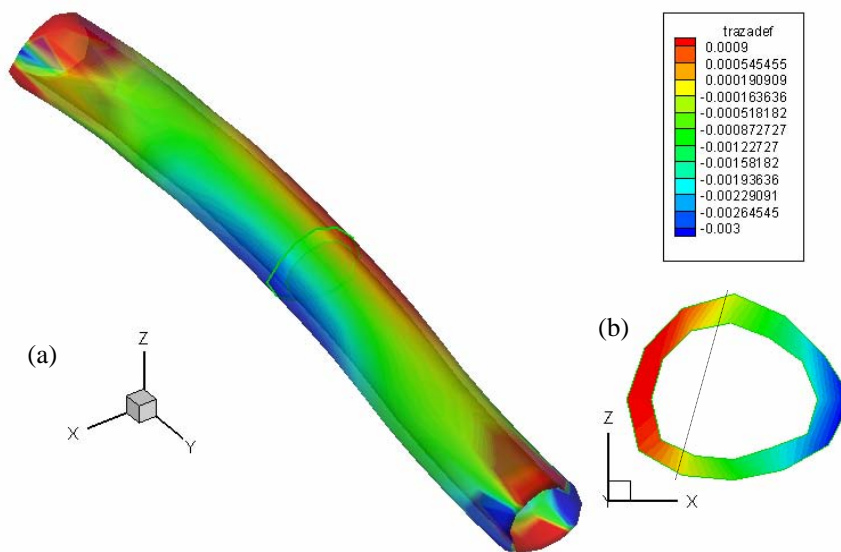


Figura 8 (a) Modelo tridimensional de la sección del cúbito, (b) Sección transversal. Ambas figuras muestran distribución de la traza de deformaciones. La línea segmentada representa un eje neutro de deformaciones

En la figura 8 (b) se destaca una línea segmentada negra que muestra en forma aproximada el eje neutro de deformaciones, el cual se aproxima al obtenido por Brown en su ensayo a compresión (ver figura 9 (a)).

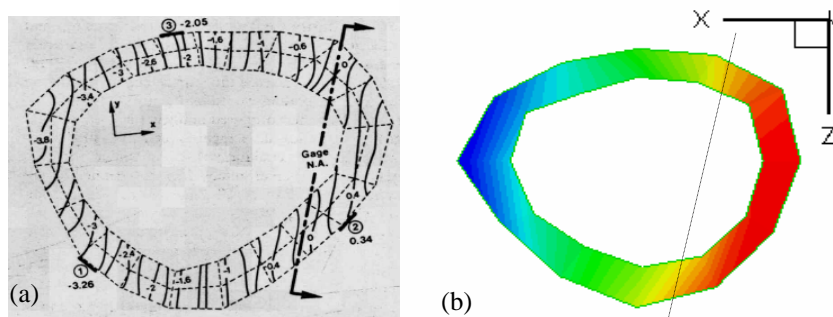


Figura 9 (a) Sección transversal de la geometría obtenida por Brown, la línea segmentada muestra el eje neutro entre tracción y compresión, (b) Sección transversal en la iteración número uno del modelo propuesto.

Es importante destacar que en el modelo predominan las cargas de compresión y que el proceso de formación ósea es mucho más activo bajo este tipo de cargas. Esto se corresponde con la evolución del modelo. En la iteración número 40 (ver figura 10 (b)) se obtiene la convergencia. Se observa el predominio del crecimiento óseo en el área sometida a compresión, mientras se observa una disminución de la superficie del periosteo en la zona de tracción.

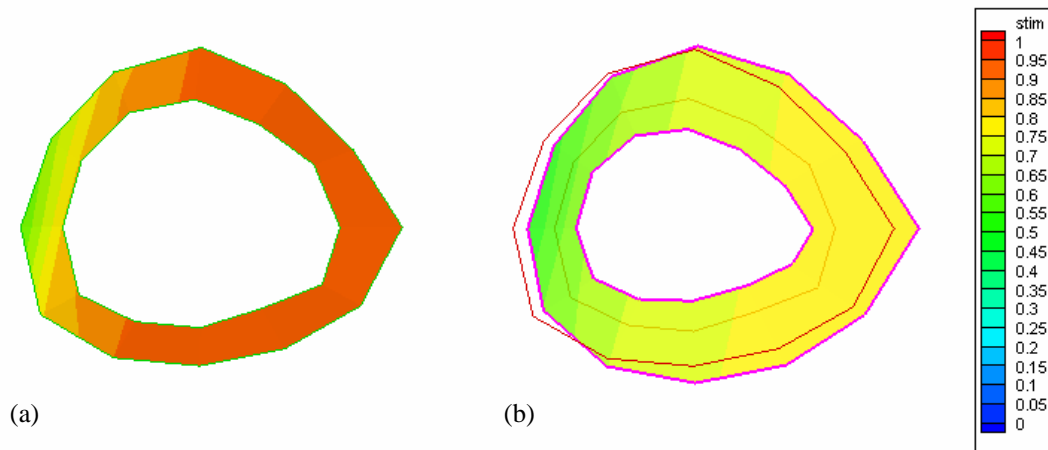


Figura 10 (a) Iteración número uno, distribución de la función estímulo, (b) Iteración número cuarenta, distribución unitaria de la función de estímulo

Se observa en la figura 10 (b)) una disminución de la superficie del endósteo, producto de la acción del remodelado, se dificulta establecer un patrón de comportamiento relacionado con el endósteo pues las primeras aproximaciones numéricas no consideran el libre movimiento de esta superficie.

#### 4 CONCLUSIONES

El modelo de remodelación ósea externa tridimensional presentado basado en el método de los elementos de contorno, ha resultado ser una poderosa herramienta de simulación numérica específicamente cuando los factores externos (principalmente mecánicos) que afectan al hueso, son capaces de producir cambios considerables en su geometría.

El modelo propuesto ha resultado ser muy atractivo pues al utilizar, para el cálculo estructural, el método de los elementos de contorno, solo se requiere la discretización o mallado de las superficies susceptibles al fenómeno de remodelado, reduciendo considerablemente el tamaño de la malla y por consiguiente el tiempo necesario para obtener la solución computacional.

La necesidad de modificar la geometría en el tiempo (remodelación externa) hace mucho más atractivo el uso de elementos de contorno, pues a diferencia del método de los elementos finitos, el proceso de adaptación conduce al re-posicionamiento de los nodos de la malla, sin necesidad de modificar las conectividades o definir elementos adicionales. Esto será así siempre y cuando la modificación de la geometría sea uniforme y no se generen grandes distorsiones, producto, por ejemplo, de una alteración significativa en el tamaño. Esto reduce

considerablemente el costo computacional, pues no es necesario el remallado para obtener la convergencia de la solución.

Los primeros modelos tridimensionales desarrollados presentaron problemas de convergencia debido a que la nueva superficie generada de cada iteración se calculaba directamente al desplazar los nodos del contorno, un valor obtenido directamente de la curva de evolución, produciéndose picos y superficies irregulares. La inclusión de superficies  $\beta$ -spline en el modelo propuesto, evitando este inconveniente, suavizando en cada iteración las superficies modificadas.

Introducir la variable de daño en la función de estímulo que controla el proceso de remodelación ósea ha demostrado ser de gran utilidad, pues a través de esta variable se toma en cuenta la historia de cargas y la acumulación de daño a nivel microestructural, originando la formación y crecimiento de grietas en las superficies óseas. Los resultados obtenidos considerando esta variable se asemejan mucho más a los valores experimentales.

## 5 RECOMENDACIONES

Tomar en cuenta los factores biológicos en el proceso de adaptación ósea. Aunque es sabido que los factores mecánicos son la variable principal que afecta al proceso de adaptación geométrica, los factores biológicos también forman parte del proceso y su aporte debe ser considerado.

Es importante integrar en el modelo de remodelación ósea propuesto, propiedades del material como lo son la densidad y la anisotropía. Esto se puede lograr modificando las subrutinas de cálculo estructural (realizado a través del método de los elementos de contorno).

Se recomienda generar un código computacional para el mallado automático de superficies que a su vez permita definir las superficies de suavizado.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración del Centro de Desarrollo Científico y Humanístico de la Universidad Central de Venezuela, y al Instituto de Ingeniería de Aragón (I3A).

## 7 REFERENCIAS

- [1] Brown T.D., Pedersen R., Gray M.L., Brand A., Rubin T., "Toward an identification of mechanical parameters initiating periosteal remodeling: a combined experimental and analytic approach", *J. Biomechanics*, **23(9)**: 893-905, 1990.
- [2] Pettermann H.E., Reiter T.J., Rammerstorfer F.G., "Computational Simulation of internal bone remodeling", *Archives of Computational Methods in Engineering*, **4(4)**: 295-323, 1997.
- [3] Cowin S.C., "Mechanical Modeling of the stress adaptation process in bone", *Calcified Tissue Int.*, **36**: 98-103, 1984.
- [4] Adachi T., Tsubota K., Hollister S., "Trabecular Surface Remodeling Simulation for Cancellous bone Using Microstructural Voxel Finite Elements Models", *Journal of*

- Biomechanics Engineering*, **123**: 403-409, 2001.
- [5] Hart R.T., Oden Z.M., Parrish W., “Computational methods for bone mechanics studies”, *The international Journal of supercomputer applications*, **6(2)**: 164-174, 1992.
- [6] Cowin S.C., Van Buskirk W.C., “Surface bone remodeling inducing by a modularly pin”, *J. Biomechanics*, **12**: 269-276, 1979.
- [7] Cowin S.C., Firoozbakhsh K, “Bone remodeling of diaphysial surfaces under constant load: theoretical predictions”, *J. Biomechanics* **7**: 471-484, 1981.
- [8] Huskies R., Weinans H., Grootenboer H.J., Dalstra M., Fudala B., Slooff T.J., “Adaptative bone remodeling theory applied to prosthetic design analysis”, *Journal of Biomechanics* **20(11/12)**: 1135-1150, 1987.
- [9] Prendergast P.J., Taylor D., “Prediction of bone adaptation using damage accumulation”, *Journal of Biomechanics*, **27(8)**: 1067-1076, 1994.
- [10] Fridez P., Rakotomanana L., Terrier A., Leyvraz P.F., “Three dimensional model of bone external adaptation”, *Computer methods in Biomechanics & Biomedical Engineering*, **2**: 189-196, 1998.
- [11] Doblare M., García J.M. y García L., “Un proceso de remodelación ósea interna basado en los principios de la mecánica del daño”, *Revista internacional de métodos numéricos para el cálculo y diseño en ingeniería*, **16(4)**: 513-551, 2000.
- [12] J.M. García-Aznar, “Modelos de remodelación ósea: análisis numérico y aplicaciones al diseño de fijaciones de fracturas del fémur proximal”, Tesis de doctorado, CPS de la Universidad de Zaragoza, España 1999.
- [13] Martínez G., Cerrolaza M., Martínez M., “Remodelado óseo externo utilizando elementos de contorno”, *En memorias del II Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas Vol 2*: 977-1006, Mexico, 2002.
- [14] Cerrolaza M., Martínez G., “The boundary element method in external bone remodelling”, *Proceedings of the Third International Conference on BeTeQ*, Tsinghua University Press & Springer-Verlag 220:224 , Beijing, China , 2002.
- [15] Martínez G., Annicchiarico W., Cerrolaza M., “External Bone Remodeling By Using Boundary Elements Method And Geometry Design Elements”, *In International Congress of Bioengineering*, ed. by Doblare, Cerrolaza and Rodrigues (Eds.), Zaragoza,-España: 433-440, 2003.
- [16] García J.M., Rueberg T., Doblare M., A mechanobiological bone remodelling model based on 3D BMU-activity, *J.Biomech Eng.* (in press), 2004.
- [17] Carter D.R., Beaupre G.S., *Skeletal function and form*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
- [18] Pattin C.A., Caler W.E., Carter D.R., “Cyclic mechanical property degradation during fatigue loading of cortical bone”, *J Biomech.* **29(1)**:69-79, 1996.
- [19] Rubin CT, Lanyon LE., “Regulation of bone formation by applied dynamic loads”, *J. Bone Joint Surg Am.*, **66(3)**:397-402, 1984.