

SOLUCIONES BENCHMARK PARA EL PROBLEMA DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN NATURAL EN CAVIDADES BIDIMENSIONALES A DIFERENTES TEMPERATURAS

Daniel Rebollo

Instituto de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional de San Juan, Libertador 1109 oeste,
5400, San Juan, Argentina, E-mail: drebollo@unsj.edu.ar

Palabras Claves: Convección, Laminar, Natural, Volúmenes Finitos

Resumen. En este trabajo se ha simulado numéricamente un proceso de transferencia de calor por convección natural laminar en cavidades bidimensionales rellenas con aire a diferentes temperaturas. Se han estudiado (i) una cavidad cuadrada, (ii) una cavidad con paredes inferior y superior horizontales, y paredes laterales inclinadas a 45° y (iii) una cavidad con paredes inferior y superior inclinadas 45° y las paredes laterales verticales. Además, se han considerado tres diferentes temperaturas de referencias, 300 K, 400 K y 500 K y tres números de Rayleigh, 10^4 , 10^5 , 10^6 . Todas las cavidades poseen la pared lateral derecha fría, a la temperatura de referencia, y la pared lateral izquierda caliente, la temperatura de referencia más 10 K. Las paredes superior e inferior son adiabáticas. De esta manera la diferencia de temperaturas entre las paredes laterales se mantiene constante a 10 K y solo se modifica la temperatura de referencia de la pared derecha, fría. Las propiedades físicas del aire se han considerado variables con la temperatura de referencia. Para realizar la simulación numérica se ha utilizado el método de los volúmenes finitos. El procedimiento numérico ha sido implementado en un programa de computadora que fue utilizado para obtener los resultados presentados en este trabajo. Se ha analizado la influencia de la temperatura en las isotermas, líneas de corriente, contornos de velocidad horizontal y vertical, perfiles de velocidad y temperatura en las secciones medias horizontal y vertical. También se han analizado las distribuciones de flujo de calor y los flujos de calor medio en las paredes laterales. Las soluciones obtenidas han sido comparadas con resultados publicados y el análisis muestra que las soluciones presentadas en este trabajo son correctas y pueden ser extendidas a situaciones más complejas con un amplio margen de seguridad.

INTRODUCCIÓN

El estudio del flujo en convección natural en una cavidad ha estado dedicado principalmente a dos situaciones límites, el problema de Rayleigh – Bénard, donde el vector gravitacional es paralelo al gradiente de temperatura impuesto, y la configuración de una cavidad calentada desde la pared lateral. En muchas aplicaciones la posición de la pared caliente y fría de la cavidad con respecto al vector gravitatorio demanda un estudio en el cual las fuerzas de gravedad tienen ambas componentes, tangencial y normal, respecto a las paredes de la cavidad. El presente trabajo presenta simulaciones numéricas de flujos de convección natural donde el vector de gravedad tiene ambas componentes sobre las paredes horizontales y verticales de la cavidad, por lo que la revisión de trabajos previos estará concentrada en este tipo de configuración geométrica.

Durante los 70, Hart (1971) efectuó el primer estudio completo sobre convección natural en cavidades inclinadas estudiando el problema de la estabilidad del flujo. Determinó el número de Rayleigh crítico y el patrón de flujo asociado a las inestabilidades en una placa plana caliente. Siguiendo esta aproximación cualitativa, un gran número de trabajos estuvieron enfocados en la determinación experimental del número de Nusselt en flujo laminar en cavidades alargadas inclinadas. Estos estudios aparecieron debido a la intensa investigación en la aplicación de los colectores solares y ventanas dobles. Hollands y Konicek (1973) estudiaron experimentalmente la inestabilidad en convección natural en cavidades inclinadas calentadas diferencialmente. Ozoë et al. (1974) y Catton et al. (1974) aproximaron numéricamente los flujos en convección laminar y transición a flujo turbulento, Ozoë et al. (1975) y Arnold et al. (1976) determinaron experimentalmente el número de Nusselt. Catón (1978) ha revisado y discutido la importancia de la investigación sobre flujos en convección natural en cavidades inclinadas.

En los 80, la investigación experimental estuvo enfocada en las estructuras de flujo, Linthorst et al. (1981), y en la determinación del número de Nusselt, Ozoë et al. (1983). Con el advenimiento de computadoras más potentes, a través de la simulación numérica, el estudio de los flujos fue extendido a cavidades en tres dimensiones, Ozoë et al. (1985). Vahl Davis (1983) presentó un conjunto de soluciones para cavidades cuadradas con paredes laterales calentadas diferencialmente, rellenas de aire y flujo laminar. Usó una formulación matemática basada en la función corriente y la vorticidad y fue resuelta a través del método de las diferencias finitas de segundo orden, variando el número de Rayleigh desde 10^3 hasta 10^6 . Markatos y Pericleous (1984) simularon numéricamente los flujos en convección natural laminar y turbulenta en una cavidad cuadrada con paredes laterales calentadas diferencialmente usando el método de los volúmenes finitos y el modelo de turbulencia de dos ecuaciones κ - ϵ variando el número de Rayleigh desde 10^3 hasta 10^6 para flujo laminar y desde 10^8 hasta 10^{16} para flujo turbulento. Ozoë et al. (1985) estudiaron la convección natural laminar y turbulenta del agua en canales rectangulares con paredes laterales calentadas diferencialmente, usando el método de los volúmenes finitos y el modelo de turbulencia de dos ecuaciones κ - ϵ , variando el número de Rayleigh desde 10^6 hasta 10^9 con un número de Prandtl de 5.12 y 9.17 para flujo laminar y un Rayleigh desde 10^{10} hasta 10^{11} con un Prandtl de 6.7 para flujo turbulento. Zhong et al. (1985) simularon flujos en convección natural con propiedades físicas variables bajo la influencia de la radiación térmica. Yang (1988) revisó nuevamente el problema de la transición laminar a turbulenta en convección natural en cavidades inclinadas. Hamady et al. (1989) midieron y calcularon la transferencia de calor local en cavidades inclinadas y Karkayin (1989) estudió la convección natural en cavidades diferentes a las cuadriláteras.

Durante la década de los 90, Hortman et al. (1990) presentaron un conjunto de soluciones para convección natural laminar en una cavidad cuadrada con paredes laterales calentadas diferencialmente y rellena con aire. La simulación fue hecha por medio del método de los volúmenes finitos, utilizando una técnica de grilla múltiple variando el número de Rayleigh de 10^4 hasta 10^6 y con grillas uniformes y no uniformes de hasta 640×640 volúmenes de control. Obtuvieron resultados sumamente precisos con un error del 0.01%. Lee (1991) estudió la convección natural en cavidades inclinadas diferentes a las rectangulares. Demirzic et al. (1992) presentaron un conjunto de soluciones para cavidades cuadriláteras inclinadas 45° y variadas condiciones de borde. Utilizaron el método de los volúmenes finitos y técnica de grilla múltiple con mallas uniformes y no uniformes de hasta 320×320 volúmenes de control, obteniendo resultados con una precisión menor al 0.1%. Kuyper et al. (1993) estudiaron numéricamente cavidades inclinadas en régimen laminar y turbulento con paredes laterales calentadas diferencialmente y rellenas de aire. Utilizaron el método de los volúmenes finitos y el modelo de turbulencia de dos ecuaciones κ - ϵ , variando el número de Rayleigh desde 10^4 hasta 10^{11} con 60×60 volúmenes de control. Jansen y Henkes (1993) analizaron la precisión del método de los volúmenes finitos en convección natural laminar estacionaria y no estacionaria en cavidades cuadradas con paredes laterales calentadas diferencialmente y rellenas con aire. Analizaron cuatro esquemas para la interpolación de los flujos de convección usando grillas de hasta 360×360 volúmenes de control. Razaq (1996) estudió una cavidad inclinada desde 20° hasta los 140° con y sin partición, en régimen laminar y turbulento, rellena de aire con un número de Rayleigh de 10^6 . Utilizó un programa de simulación numérica de tipo comercial basado en el método de los volúmenes finitos, usando grillas de hasta 80×120 volúmenes de control. Yao (1998) analizó las estructuras de flujo en cavidades inclinadas sometidas a cinco diferentes condiciones térmicas. Entre los diferentes casos estudiados, se destaca una cavidad cuadrilátera con paredes laterales calentadas diferencialmente, rellena con aire, donde el número de Rayleigh varía desde 10^4 hasta 10^6 y el ángulo de inclinación toma valores de 15° , 30° , 45° y 60° tanto para las paredes laterales como para la superior e inferior. La simulación numérica fue hecha con un programa escrito por el autor en lenguaje FORTRAN, utilizando el método de los volúmenes finitos con una grilla de 40×40 volúmenes de control.

En la actualidad, se puede asegurar que el fenómeno de la convección natural laminar y turbulenta en cavidades de geometría irregular es bastante bien conocido y se dispone de mucha información con la que se pueden contrastar nuevos ensayos.

FORMULACIÓN MATEMÁTICA

El modelo matemático está constituido por la ecuación diferencial de la conservación de la masa (ecuación 1), la ecuación diferencial de la conservación de la cantidad de movimiento lineal (ecuación 2) y la ecuación diferencial de la conservación de la energía (ecuación 3) [Anderson et al., 1984; Ferziger y Peric, 1999; Fletcher, 1991],

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) - \rho \mathbf{g} + \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} = 0 \quad (2)$$

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T \mathbf{V}) \right] - \nabla \cdot (k \nabla T) = 0 \quad (3)$$

donde \mathbf{V} es el vector de velocidad, t el tiempo, ρ la densidad, \mathbf{g} el vector de las fuerzas de masa, p la presión cinemática, μ la viscosidad dinámica, c_p el calor específico a presión

constante, T la temperatura, k la conductibilidad térmica, ∇ el operador gradiente, $\nabla \cdot$ el operador divergencia y ∇^2 el operador de Laplace. En este estudio se considera que el flujo es laminar, el fluido es incompresible, las propiedades físicas son constantes y solo se tiene en cuenta la variación de la densidad con la temperatura.

Método numérico

El método de los volúmenes finitos es usado para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (ecuaciones 1, 2 y 3) que componen el modelo matemático, el cual ha sido extensivamente utilizado para resolver problemas de difusión-convección [Maliska, 1995; Ferziger y Peric, 1999; Patankar, 1980]. En los últimos años el método de los volúmenes finitos se ha transformado en uno de los métodos más usados y con mayor futuro. Las ecuaciones diferenciales (ecuaciones 1, 2 y 3) que integran el modelo matemático se resuelven en forma secuencial de manera segregada y el acoplamiento presión-velocidad se realiza a través del método SIMPLE [Maliska, 1995; Ferziger y Peric, 1999; Patankar, 1980] el cual se ha transformado en uno de los algoritmos de acople presión-velocidad más populares. El acoplamiento entre la temperatura y la densidad se resuelve con la aproximación de Boussinesq (ecuación 4), donde la diferencia de densidad, que causa el movimiento de fluido, se aproxima como función de la temperatura solamente,

$$\rho_0 - \rho = \rho\beta(T - T_0) \quad (4)$$

donde T_0 es la temperatura de referencia, ρ_0 la densidad correspondiente a esa temperatura y β el coeficiente de de expansión térmica.

T_0	ρ	c_p	$\mu \times 10^5$	k	Pr	$\beta = 1 / T_0$
300	1.1774	1005.7	1.8462	0.02624	0.708	1 / 300
400	0.8826	1014.0	2.2860	0.03365	0.689	1 / 400
500	0.7048	1029.5	2.6710	0.04038	0.680	1 / 500

Tabla 1: Propiedades del aire a las diferentes temperaturas de referencia.

Ra	L		
	$T_0 = 300$	$T_0 = 400$	$T_0 = 500$
10^4	0.02198076	0.03411395	0.04757031
10^5	0.04735612	0.07349629	0.10248714
10^6	0.10202567	0.15834297	0.22080184

Tabla 2: Longitudes de las caras para las diferentes temperaturas de referencia.

GEOMETRÍAS, CONDICIONES TÉRMICAS Y CONDICIONES DE BORDE

En este trabajo se estudian tres cavidades bidimensionales de paredes rectas, las cuales se muestran en la figura 1. Las cuatro paredes son de la misma longitud L , siendo la primera un cuadrado, la segunda tiene dos paredes horizontales y dos paredes laterales inclinadas 45° y la tercera tiene dos paredes laterales verticales y dos paredes, inferior y superior, inclinadas 45° . Las cavidades han sido discretizadas con 80×80 celdas interiores y se ha usado una malla irregular con una variación del ancho de la celda de tipo exponencial. Las cavidades están rellenas con aire, la densidad, el calor específico, la viscosidad cinemática, la conductividad térmica y el número de Prandtl, dadas en la tabla 1 para las diferentes temperaturas de referencia, se obtuvieron del libro de Holman (1990).

Se estudian tres valores del número de Rayleigh $Ra = 10^4$, 10^5 y 10^6 . Para estos valores de Ra , y las diferentes temperaturas de referencia, resultan las longitudes de las paredes que se muestran en la tabla 2. Para cada cavidad se ha tomado una coordenada local l en la dirección de las caras, la cual está adimensionalizada con la longitud de la cavidad L . Las velocidades han sido referidas a una velocidad de difusión (ecuación 5)

$$|\mathbf{V}_d| = \frac{\mu}{Pr \rho L} \quad (5)$$

de manera que los resultados sean comparables a los existentes en la literatura. Los valores de la temperatura se dan referidos a la temperatura de referencia T_0 .

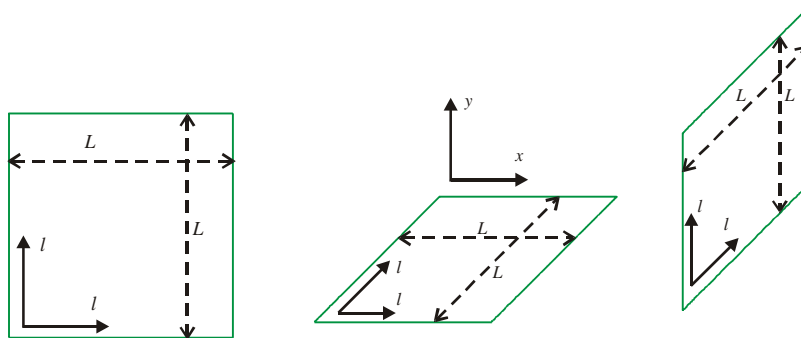


Figura 1: Geometría de las tres cavidades consideradas en este trabajo.

Las paredes oeste y este son isotérmicas, siendo la temperatura de la pared oeste igual a la temperatura de referencia T_0 mas 10 K. La temperatura de la pared este es igual a la temperatura de referencia T_0 , de esta forma, siempre el $\Delta T = 10$ K. Este es el máximo permitido para el aire dentro de la aproximación de Boussinesq [Ferziger y Peric (1999)]. Las paredes sur y norte son adiabáticas. Todas las magnitudes usadas en este trabajo están expresadas en el sistema internacional de medidas. Para tener en cuenta la transferencia total de energía térmica en las diferentes cavidades estudiadas en este trabajo, se define el flujo de calor medio q_m dado por (ecuación 6)

$$q_m = \frac{1}{L} \int_0^L q(l) dl \quad (6)$$

RESULTADOS

Los resultados se presentan en la forma clásica de isolíneas para la temperatura, la función corriente y las componentes de velocidad horizontal y vertical. También se muestran los perfiles de temperatura y velocidades en las secciones medias de la cavidad. Finalmente se presenta la distribución del flujo de calor en la pared lateral oeste y los resultados correspondientes al flujo de calor medio.

Cavidad cuadrada

En la figura 2 se muestran las isotermas, las líneas de corriente y las isolíneas de velocidad para la componente horizontal y vertical en la cavidad cuadrada para los tres valores de Ra estudiados. Los valores de las isotermas son comunes a todas las configuraciones geométricas y térmicas consideradas en este estudio y se representan en la forma clásica mínimo (incremento) máximo, 0.333 (0.667) 9.667. Se puede advertir que, mientras mayor es el Ra , la

capa límite térmica resulta más fina, siendo mayores los gradientes térmicos sobre las paredes isotérmicas. Sobre la pared oeste, los gradientes de temperatura son mayores en la proximidad de la pared sur, disminuyendo en intensidad al acercarse a la pared norte. Sobre la pared este, ocurre lo contrario. En todas estas graficas se advertirá que existe una simetría polar respecto al centro de la cavidad. Debido al aumento en la intensidad de la convección y a la aparición de vórtices centrales, las isotermas van resultando horizontales en el centro de la cavidad al aumentar el Ra . Para $Ra = 10^6$, la distribución de temperatura esta verticalmente estratificada en la región central y la temperatura se incrementa desde la pared sur hacia la pared norte, generando de esta manera el movimiento vertical del fluido. En la región central, la velocidad es mucho más pequeña que en la capa límite.

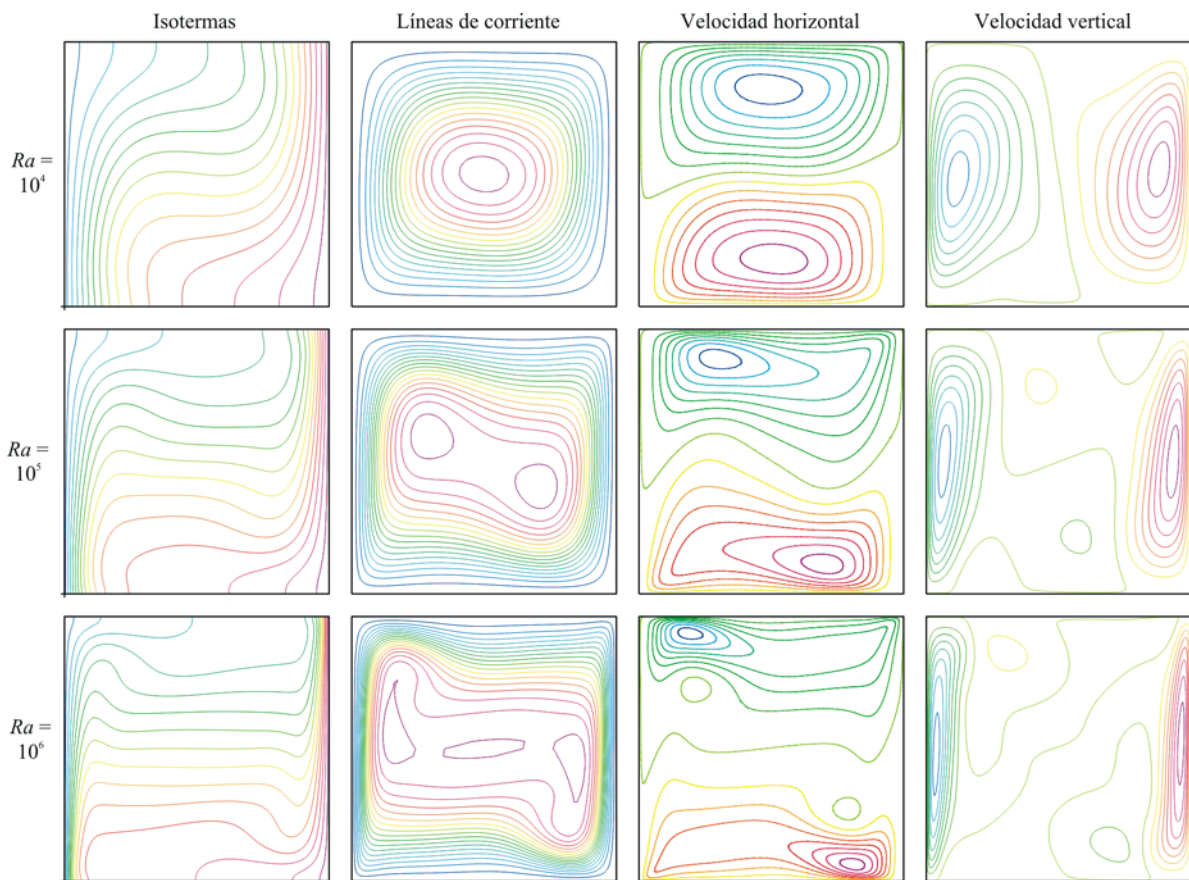


Figura 2: Isotermas, contornos de la función corriente, de la velocidad horizontal y vertical.

Con respecto a las líneas de corriente, los valores de los contornos correspondientes se dan en la tabla 3 para las tres cavidades, puede observarse que, para $Ra = 10^4$, existe un solo vórtice central, para $Ra = 10^5$, aparecen dos vórtices centrales, y para $Ra = 10^6$, resultan tres vórtices, siendo el sentido de circulación del fluido horario, desplazándose las líneas de corriente hacia las fronteras a medida que aumenta el Ra . Existe un incremento de la función corriente con Ra y T_0 , siendo el incremento con el Ra mayor que el incremento debido a T_0 . Estas figuras muestran los patrones clásicos muy conocidos en la literatura, por lo que no se analizarán en detalle.

Los valores de de las isolíneas de velocidad son -15.088 (2.159) 15.144; -40.826 (5.850) 41.070; -119.499 (17.133) 120.371 para la componente horizontal y -18.338 (2.623) 18.384; -63.934 (9.141) 64.034; -206.466 (29.513) 206.718 para la componente vertical, en función del Ra respectivamente. Se observa como, a medida que aumente el Ra , los valores absolutos

máximos de la componente horizontal se van desplazando desde la región central hacia la esquina superior izquierda e inferior derecha. Para el caso de la componente vertical, los máximos se desplazan hacia las paredes laterales, estrechándose, pero manteniéndose en la zona media de la pared. En la zona central de la cavidad, las velocidades son mínimas. Se advierte que los máximos crecen fuertemente con el Ra y que la componente vertical toma valores mayores a la componente horizontal.

Ra	T_0	cavidad cuadrada	cavidad con paredes laterales inclinadas	cavidad con paredes inferior y superior inclinadas
10^4	300	-0.1242 (0.0078) 0	-0.0622 (0.0039) 0	-0.1032 (0.0064) 0
	400	-0.1586 (0.0099) 0	-0.0763 (0.0050) 0	-0.1313 (0.0082) 0
	500	-0.1873 (0.0117) 0	-0.0939 (0.0059) 0	-0.1555 (0.0097) 0
10^5	300	-0.2357 (0.0147) 0	-0.1735 (0.0108) 0	-0.3682 (0.0230) 0
	400	-0.2990 (0.0187) 0	-0.2206 (0.0138) 0	-0.4673 (0.0292) 0
	500	-0.3533 (0.0221) 0	-0.2611 (0.0163) 0	-0.5526 (0.0345) 0
10^6	300	-0.4129 (0.0258) 0	-0.3565 (0.0223) 0	-0.7067 (0.0442) 0
	400	-0.5227 (0.0327) 0	-0.4516 (0.0282) 0	-0.8959 (0.0560) 0
	500	-0.6173 (0.0386) 0	-0.5334 (0.0333) 0	-1.0588 (0.0662) 0

Tabla 3: Valores de los contornos de las líneas de corriente en las tres cavidades.

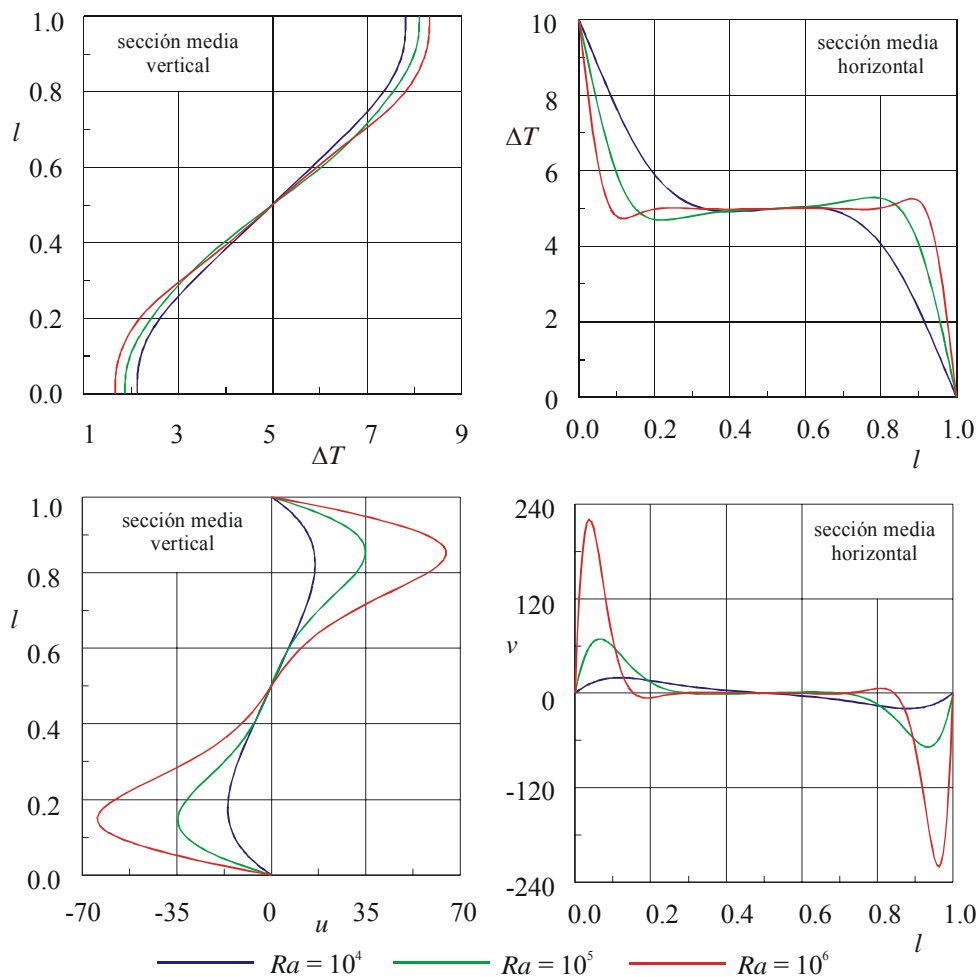


Figura 3: Perfiles de temperatura y de la velocidad horizontal y vertical en la cavidad cuadrada.

En la figura 3 pueden verse los perfiles de temperatura y velocidad en las secciones medias vertical y horizontal. En la sección vertical puede observarse una variación de la temperatura prácticamente lineal en aproximadamente la mitad central de la sección, donde las velocidades son menores. En las cercanías de la pared adiabática sur, se observa que las temperaturas alcanzadas disminuyen con el Ra , ocurriendo lo contrario sobre la pared norte, debido al aumento de la convección. En la sección media horizontal puede observarse, como ya se destacó en el análisis de las isotermas, que las temperaturas son prácticamente constantes e igual al valor medio del ΔT , extendiéndose hasta prácticamente el 90% del ancho de la cavidad para $Ra = 10^6$.

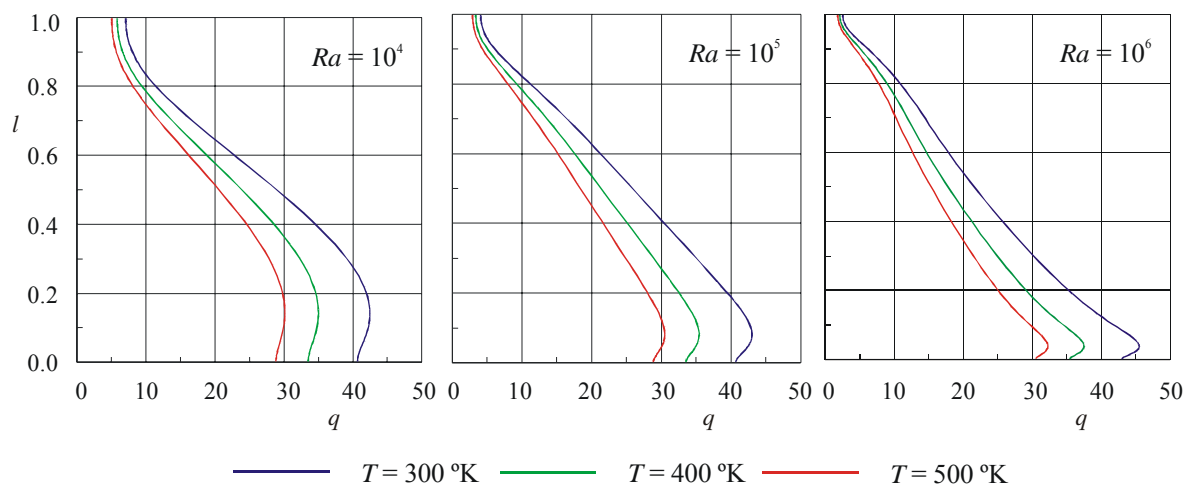


Figura 4: Distribución del flujo de calor en la pared oeste de la cavidad cuadrada.

Ra	T_0	cavidad cuadrada	cavidad con paredes laterales inclinadas	cavidad con paredes inferior y superior inclinadas
10^4	300	26.988	18.368	23.525
	400	22.263	15.151	19.403
	500	19.165	13.050	16.708
10^5	300	25.143	19.134	23.903
	400	20.733	15.791	19.702
	500	17.852	13.601	16.959
10^6	300	22.765	18.778	22.053
	400	18.780	15.511	18.181
	500	16.171	13.366	15.650

Tabla 4: Calor medio en la pared oeste de las tres cavidades.

Con respecto a las velocidades, se observa que la componente horizontal alcanza los valores máximos en las cercanías de la coordenada $l = 0.85$ y los mínimos sobre la coordenada $l = 0.15$, siendo estos máximos función del número de Ra . Esto indica un incremento importante de la convección con el Ra . En el centro de la cavidad, como ya se destacó en el análisis de las isolíneas de velocidad, la velocidad se reduce notablemente y se advierte la perfecta simetría polar existente entre estos perfiles de velocidad. Respecto de la componente vertical, como ya se destacó, se aprecia que los máximos y mínimos de velocidad se desplazan hacia las paredes laterales. También es posible advertir el importante incremento en los máximos de velocidad al aumentar el Ra y que la componente vertical toma valores máximos mayores que la componente horizontal. Para $Ra = 10^6$, la componente vertical de velocidad es prácticamente nula desde la coordenada $l = 0.2$ hasta 0.8.

La figura 4 muestra la distribución del flujo de calor q a lo largo de la pared oeste para los tres Ra y las tres T_0 analizadas. Se advierte que los máximos se encuentran en las cercanías de la pared sur, ya que el aire frío se dirige hacia ella en este sector de la cavidad debido al sentido horario de circulación. Puede verse además, que los mayores flujos de calor corresponden a la temperatura de referencia más baja y los menores flujos a las temperaturas mayores. También se aprecia que, para una misma temperatura, el valor máximo del flujo de calor crece con el Ra y se aproxima mas a la pared sur, debido al aumento de la circulación y la reducción de la capa limite. Los valores mínimos del flujo de calor se ubican en las proximidades de la pared norte, ya que el aire que se desplaza hacia arriba junto a la pared norte se va calentando, reduciendo el gradiente de temperatura. Los mínimos van disminuyendo con el Ra . Del análisis de la distribución del flujo de calor a lo largo de la pared caliente, se desprende que la T_0 ejerce un efecto negativo en la transferencia de calor, disminuyendo la eficiencia térmica de la cavidad.

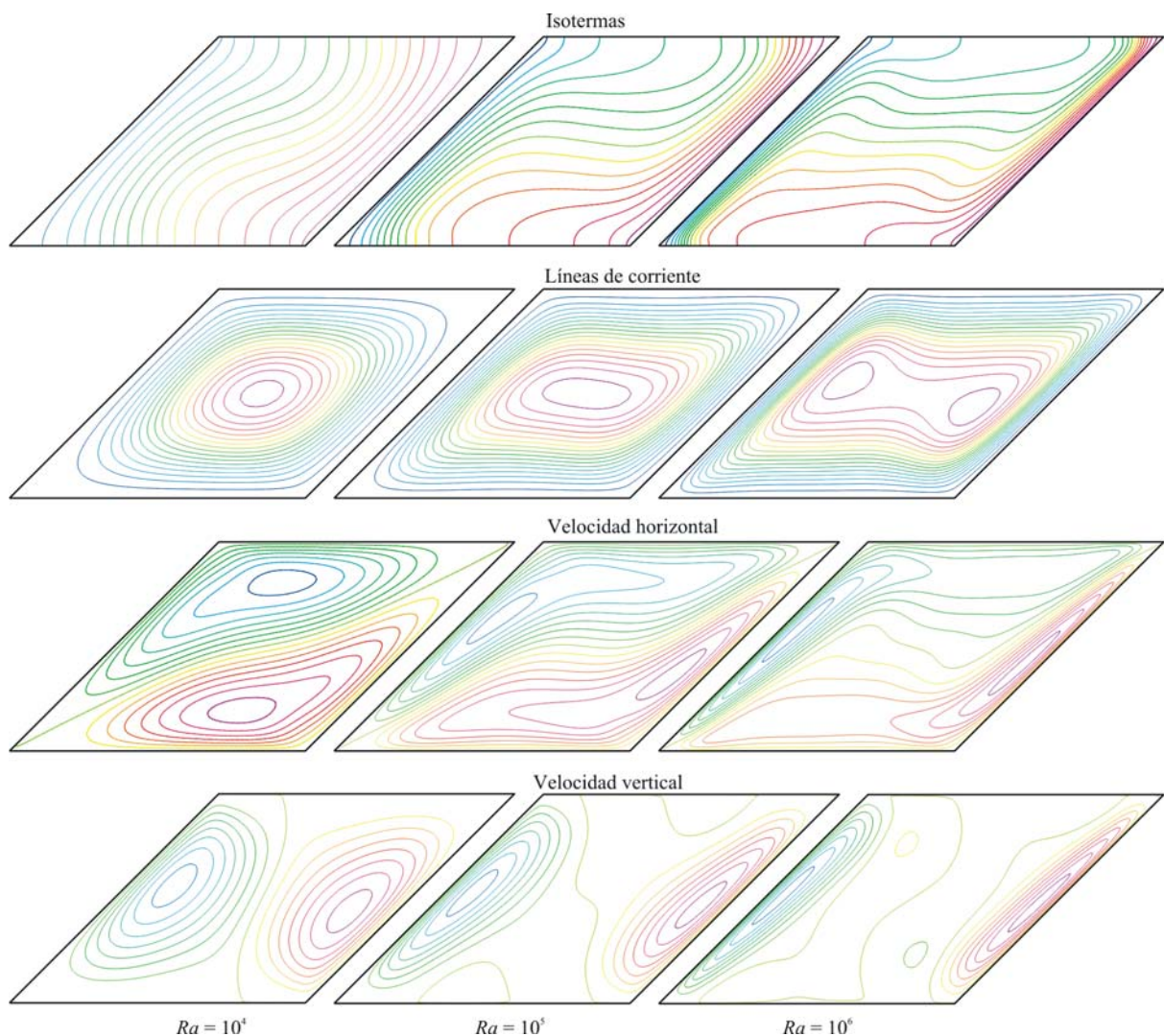


Figura 5: Isotermas, contornos de la función corriente, de la velocidad horizontal y vertical.

La tabla 4 muestra los flujos de calor medio por convección en la pared oeste de la cavidad cuadrada, para cada Ra y T_0 considerados. Se puede comprobar que el flujo de calor medio disminuye con T_0 y con Ra . Para los tres Ra , el flujo de calor medio para $T_0 = 400$ se reduce en un 17.5 %, y para $T_0 = 500$, en un 29.0 % del valor correspondiente a $T_0 = 300$. Además, se

puede verificar que, para todas las T_0 , el flujo de calor medio disminuye en un 6.9 %, para $Ra = 10^5$, y en un 15.6 %, para $Ra = 10^6$, del valor correspondiente a $Ra = 10^4$.

Cavidad con paredes laterales inclinadas

En la figura 5 se muestran las isotermas, isolíneas de corriente y contornos de velocidad horizontal y vertical en la cavidad con paredes laterales inclinadas para los tres Ra estudiados. Se puede observar que mientras mayor es el Ra , como ya se destacó en el caso de la cavidad cuadrada, la capa límite térmica en las paredes laterales resulta más fina, siendo mayores los gradientes térmicos, concentrándose en las cercanías del vértice inferior izquierdo y superior derecho. Debido al aumento en la intensidad de la convección, y a la aparición de vórtices centrales, las isotermas resultan horizontales en el centro de la cavidad a medida que aumenta el Ra .

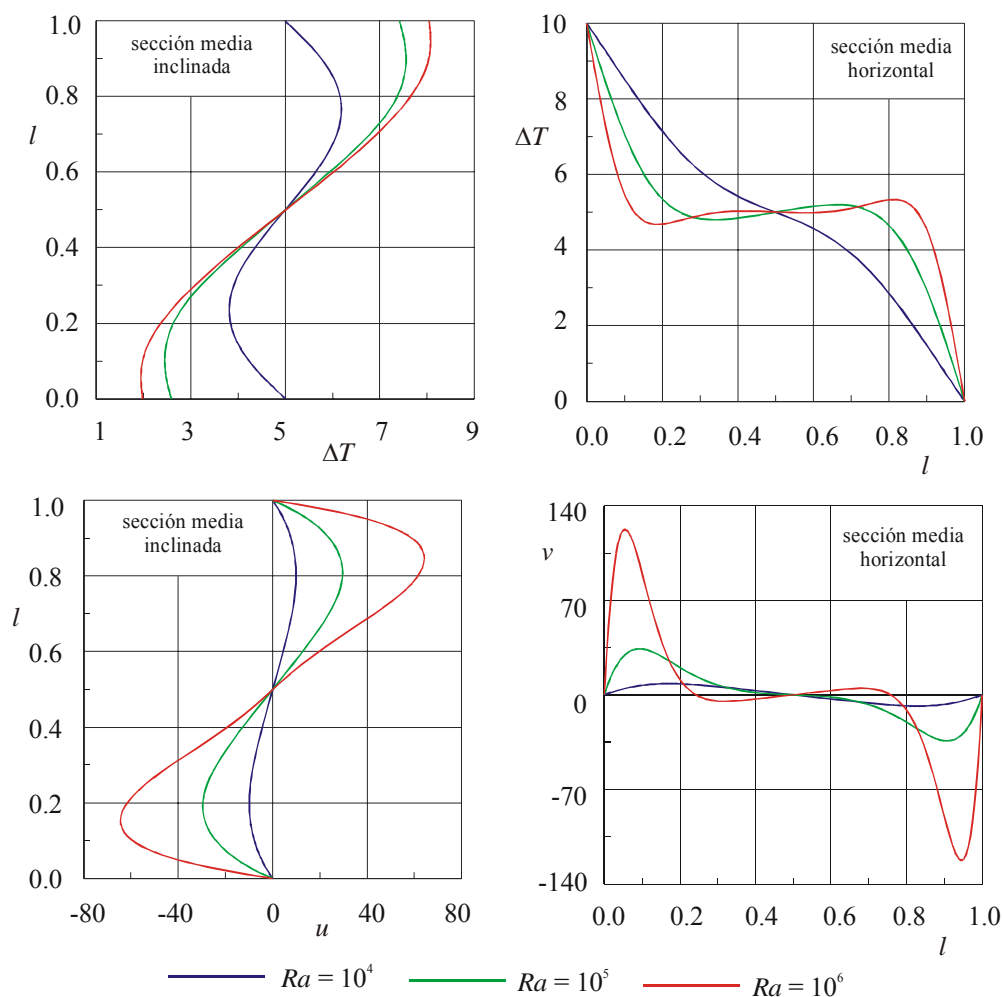


Figura 6: Perfiles de temperatura y de la velocidad horizontal y vertical en la cavidad con paredes laterales inclinadas.

Con respecto a las líneas de corriente, sus valores correspondientes se dan en la tabla 3, se advierte que, para $Ra = 10^4$ y 10^5 , existe un solo vórtice central, el cual se va alargando en sentido horizontal, apareciendo el segundo vórtice para $Ra = 10^6$. También se observa que en los vértices inferior izquierdo y superior derecho existe una zona de estancamiento, la cual se reduce a medida que aumenta el Ra . Las líneas de corriente se van desplazando hacia las paredes de la cavidad debido al aumento de la circulación con el incremento del Ra . Se

advierte que los valores de la función corriente crecen con la T_0 y el Ra y son menores a los correspondientes a la cavidad cuadrada.

Los contornos de velocidad horizontal y vertical toman los valores de -10.448 (1.493) 10.449; -33.920 (4.846) 33.920; -117.378 (16.759) 117.255 para la componente horizontal y -7.902 (1.129) 7.902; -32.053 (4.579) 32.052; -114.651 (16.370) 114.528 para la componente vertical, para cada Ra respectivamente. Se advierte que los máximos correspondientes a la componente horizontal se van desplazando hacia las paredes laterales, ubicándose en su zona media, ligeramente desplazados en la dirección de la corriente. Con respecto a la componente vertical, sus máximos se desplazan hacia las paredes laterales, manteniéndose en la zona central y alargándose en la dirección de estas. Los máximos de velocidad crecen fuertemente con el Ra , siendo estos menores a los correspondientes a la cavidad cuadrada, y a diferencia de lo que ocurría en la cavidad cuadrada, la componente horizontal toma valores mayores que la componente vertical.

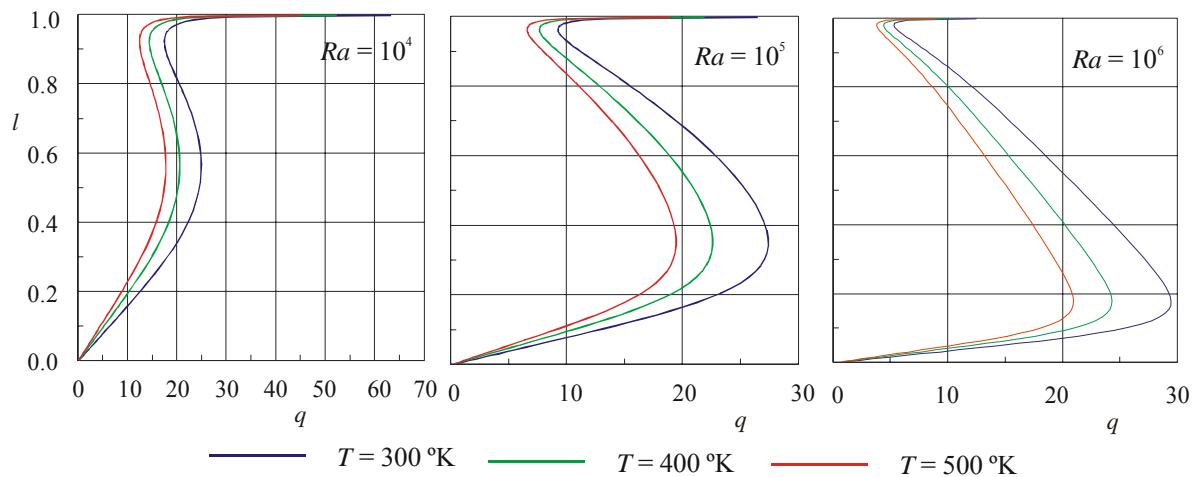


Figura 7: Distribución del flujo de calor en la pared oeste de cavidad con paredes laterales inclinadas.

En la figura 6 pueden verse los perfiles de temperatura y velocidades en la sección media inclinada y horizontal. En la sección inclinada puede observarse una variación de la temperatura no tan lineal como en el caso de cavidad cuadrada, conservando la simetría polar respecto al centro de la cavidad. Además, se nota una reducción importante en los valores que toma el perfil correspondiente a $Ra = 10^4$, si se lo compara con los correspondientes a los otros Ra y al perfil en la cavidad cuadrada. En la sección media horizontal puede observarse que las temperaturas son prácticamente constantes e iguales al valor medio del ΔT para el caso de $Ra = 10^5$ y 10^6 , aunque en una región mas estrecha que en el caso de cavidad cuadrada. Para el caso de $Ra = 10^4$, la variación tiende a ser lineal, lo que puede verificarse observando la separación de las isotermas en esta sección.

Se advierte que los máximos de la componente horizontal y vertical mantienen su posición, con un pequeño desplazamiento hacia las paredes horizontales e inclinadas, respectivamente, a medida que aumenta el Ra . Los máximos de velocidad crecen fuertemente con el Ra , tomando la componente vertical, valores menores a los correspondientes a la cavidad cuadrada. También se observa la perfecta simetría polar, siendo las velocidades nulas en el centro de la cavidad.

La figura 7 muestra la distribución del flujo de calor a lo largo de la pared oeste, para los tres Ra y T_0 consideradas en este estudio. Se puede ver que el flujo de calor toma un valor importante en la proximidad de la pared norte, el cual va disminuyendo con el incremento del

Ra . Esto puede justificarse observando que la isoterma más próxima a la pared oeste, en las proximidades de la pared norte, se acerca hacia la pared oeste, incrementando el gradiente de temperatura y, como consecuencia, incrementando el flujo de calor. En la proximidad de la pared sur, la zona de recirculación impide que el fluido frío llegue al vértice sur oeste, dificultando el proceso convectivo, y por lo tanto, la evacuación de calor, por lo que el flujo toma un valor prácticamente nulo. Se advierte cómo el flujo de calor se incrementa a lo largo de toda la pared, con la disminución de la temperatura, tomando valores menores que en la cavidad cuadrada. Los máximos crecen con el Ra al aumentar la circulación del aire, incrementándose su máximo, el cual se desplaza hacia la pared sur debido a la reducción de la capa límite. Esto se puede verificar observando las isotermas, las cuales se concentran en la zona de los valores máximos de q sobre la pared oeste.

La tabla 4 muestra los flujos de calor medio por convección en la pared oeste de la cavidad con paredes laterales inclinadas, para cada Ra y T_0 considerados. Se puede comprobar que el flujo de calor medio disminuye con T_0 , como lo hacía en la cavidad cuadrada, pero tiene un comportamiento errático respecto al Ra . Los mayores flujos de calor medio corresponden a $Ra = 10^5$, y los menores, a $Ra = 10^4$. Para los tres Ra , el flujo de calor medio para $T_0 = 400$ se reduce en un 17.5 %, y para $T_0 = 500$, en un 29.0 % del valor correspondiente a $T_0 = 300$, siendo estos valores similares a los correspondientes a la cavidad cuadrada. Además, se puede verificar que el flujo de calor medio se incrementa en un 4.2 %, para $Ra = 10^5$, y en un 2.4 %, para $Ra = 10^6$, respecto del valor correspondiente a $Ra = 10^4$. Se advierte que los valores del flujo de calor medio son menores que los correspondientes a la cavidad cuadrada.

Cavidad con paredes inferior y superior inclinadas

En la figura 8 se muestran las isotermas, isolíneas de corriente y contornos de velocidades para la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas. Se puede observar que mientras mayor es el Ra , las líneas se desplazan hacia las paredes laterales, incrementando los gradientes térmicos sobre las paredes isotérmicas, como ya se destacó en los casos anteriores. Sin embargo, se puede advertir una distribución más uniforme a lo largo de la pared lateral que en el caso anterior. A medida que el Ra crece, las isotermas en la región central cambian su orientación, alineándose en la dirección de la diagonal menor. También se observa que la isoterma más próxima a la pared oeste, en las proximidades de la pared norte, se acerca a la pared isotérmica, incrementando el gradiente de temperatura, y en la proximidad de la pared sur, se aleja, disminuyéndolo.

Para las líneas de corriente, los valores de los contornos están dados en la tabla 3, se observa que el vórtice central se va alargando en la dirección de la diagonal mayor y para $Ra = 10^6$ aparecen tres vórtices en la zona media de la cavidad. También se advierte que al aumentar el Ra , y en consecuencia la convección y la circulación, las líneas se van desplazando hacia las paredes de la cavidad reduciendo la capa límite y las velocidades en la zona central, dando origen a la aparición de tres vórtices centrales. Para $Ra = 10^4$ existen zonas de recirculación en los vértices inferior izquierdo y superior derecho, las cuales se reducen a medida que aumenta el Ra . Nuevamente, la función corriente crece con la T_0 y el Ra , tomando valores inferiores a los correspondientes a la cavidad cuadrada, para $Ra = 10^4$ y 10^6 , pero superiores para $Ra = 10^5$.

Los valores de los contornos de la componente de velocidad horizontal y vertical están dados por -13.104 (1.872) 13.104; -58.641 (8.377) 58.639; -196.407 (28.057) 196.390 para la componente horizontal y -18.481 (2.640) 18.481; -80.856 (11.551) 80.854; -272.176 (38.881) 272.159 para la componente vertical y los tres Ra respectivos. Puede verse como los máximos de la componente horizontal se desplazan hacia las paredes adiabáticas, estrechándose, mientras que los de la componente vertical, lo hacen hacia las paredes isotérmicas. Como

consecuencia, las velocidades en la zona central son menores. Ambas componentes crecen fuertemente con el Ra , tomando la componente vertical valores mayores que la horizontal. Comparando con la cavidad cuadrada, la componente de velocidad horizontal es levemente menor para $Ra = 10^4$, pero para $Ra = 10^5$ y 10^6 , los valores alcanzados son mayores. Para la componente vertical, son todas mayores, siendo muy similares para $Ra = 10^4$.

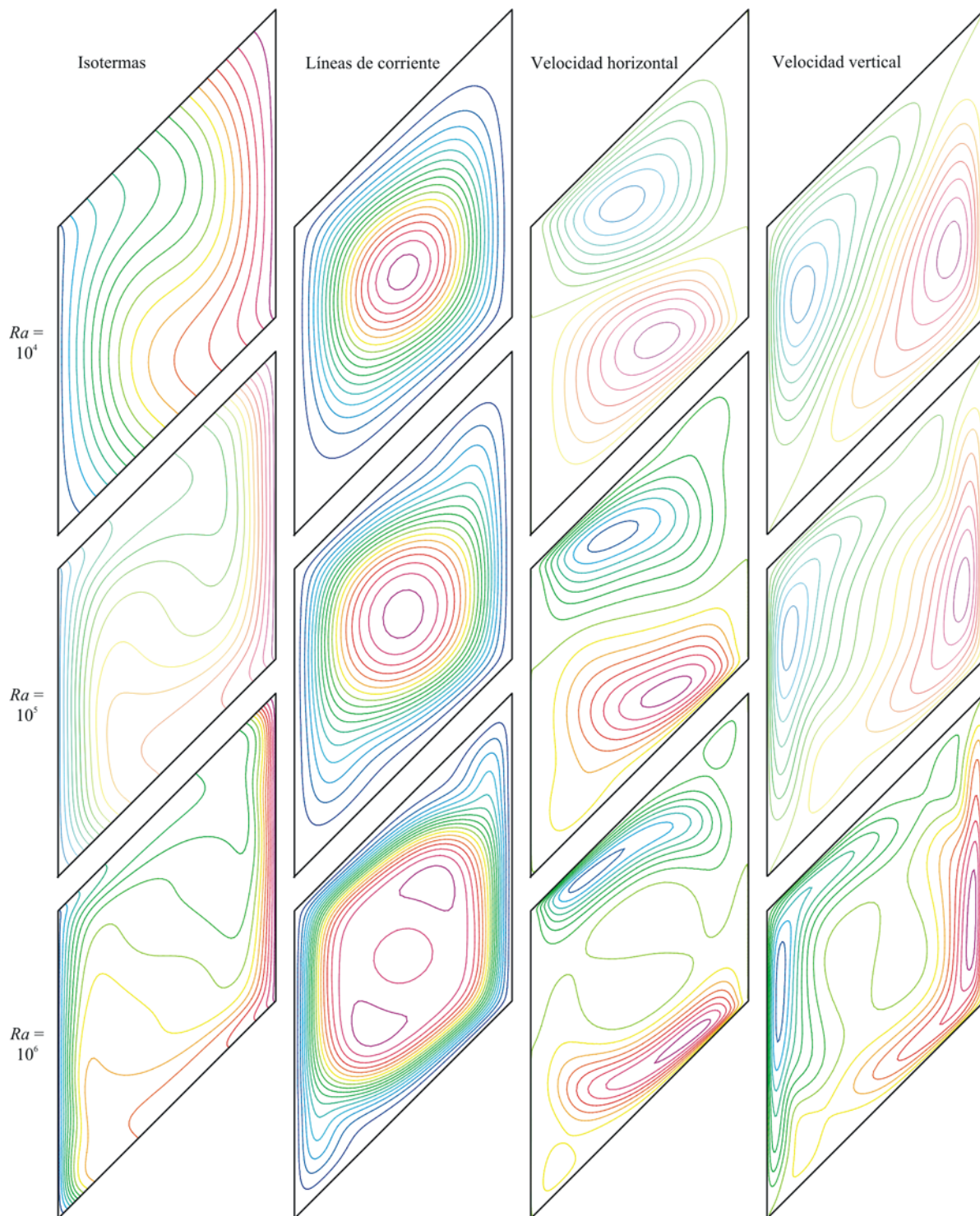


Figura 8: Isotermas, contornos de la función corriente, de la velocidad horizontal y vertical.

La figura 9 muestra el perfil de temperatura y velocidad en la sección media vertical e inclinada respectivamente. Allí se aprecia que, a medida que aumenta el Ra , la variación de la temperatura, en la sección media vertical, se hace más suave, ocurriendo lo contrario en la sección media inclinada. El punto medio de la pared sur está más caliente para $Ra = 10^4$, lo contrario ocurre en la pared norte.

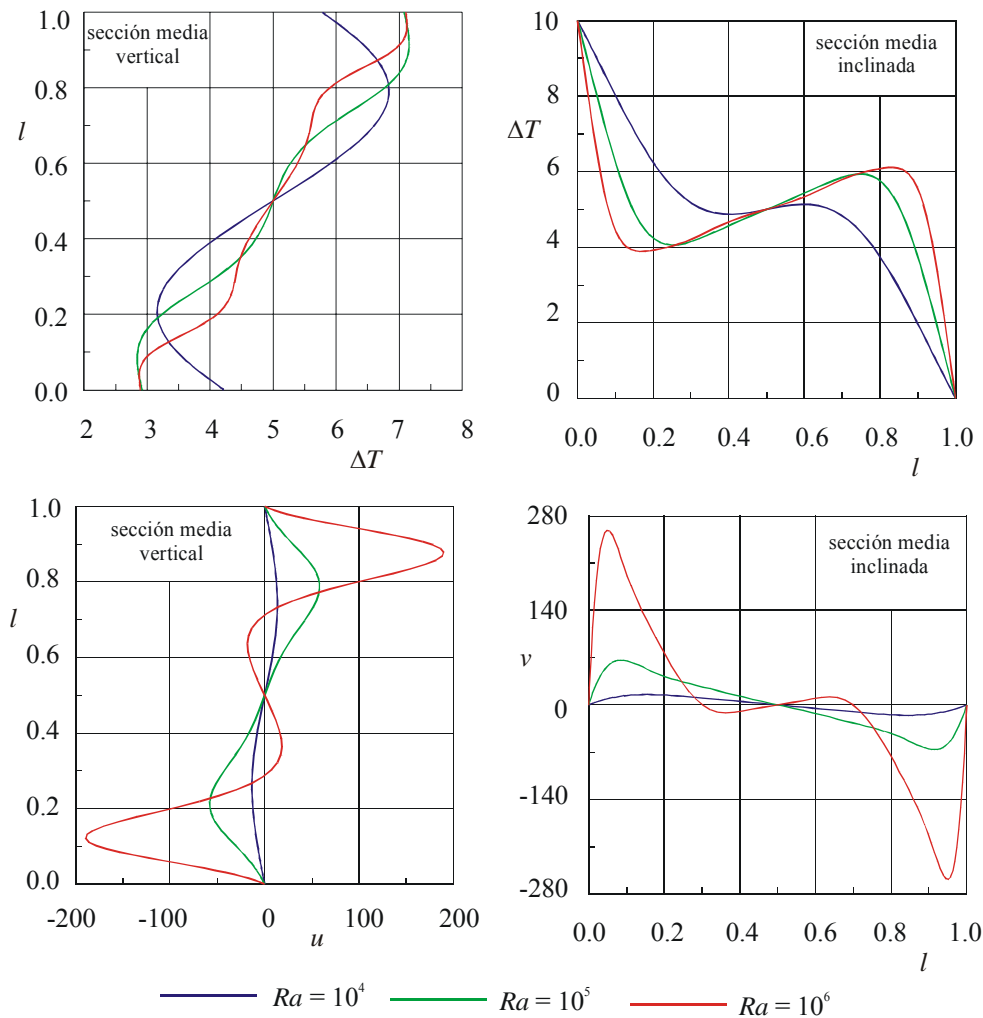


Figura 9: Perfiles de temperatura y de la velocidad horizontal y vertical en la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas.

Puede advertirse cómo los máximos de velocidad crecen fuertemente con el Ra y se desplazan hacia las paredes de la cavidad, debido a la reducción del espesor de la capa límite, mostrando una simetría polar perfecta. Se observa que la componente horizontal toma valores máximos menores que la componente vertical, siendo los máximos mayores que los correspondientes a la cavidad cuadrada.

La figura 10 muestra la distribución del flujo de calor en la pared oeste para los Ra y T_0 considerados en este estudio. Allí puede advertirse que, en forma similar a lo que ocurre en la cavidad con paredes laterales inclinadas, en las cercanías de la pared norte se produce un importante incremento del flujo de calor, el cual se va reduciendo a medida que aumenta el Ra . En las cercanías de la pared sur, los flujos son prácticamente nulos, debido a la recirculación existente en esa zona. En la zona central de la pared existe un máximo, el cual

va creciendo a medida que aumenta el Ra , presentando una ondulación para $Ra = 10^6$. Este máximo se va desplazando hacia la pared sur a medida que aumenta el Ra . Para $Ra = 10^4$ y 10^5 , los valores alcanzados por el flujo de calor son mayores a los correspondientes a la cavidad con paredes laterales inclinadas, para $Ra = 10^6$, los máximos alcanzados en las cercanías de la pared sur son comparables a los correspondientes a la cavidad con paredes laterales inclinadas, en las cercanías de la pared norte son notablemente mayores. Como sucede en las cavidades anteriores, se observa que, para cada Ra , los mayores flujos corresponden a la temperatura de referencia menor.

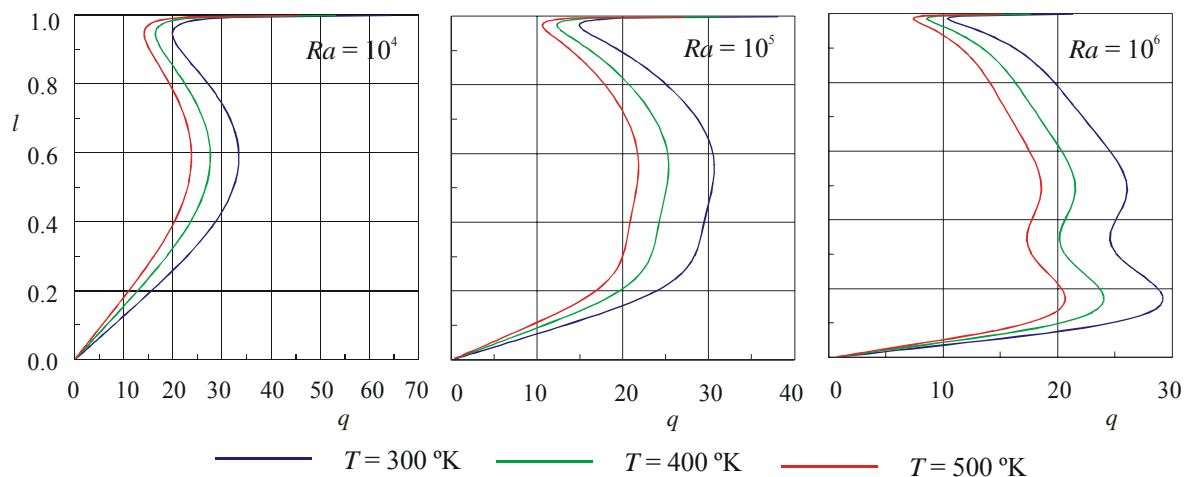


Figura 10: Distribución del flujo de calor en la pared oeste de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas

	Vahl Davis 41x41	Hortmann 80x80	Markatos 80x80	Rebollo 80x80
u_{max}	16.182	16.1630	16.18	16.189
$l_y(u_{max})$	0.823	0.82246	0.832	0.822
v_{max}	19.509	19.6082	19.44	19.640
$l_x(v_{max})$	0.120	0.12261	0.113	0.121
Nu_{med} (oeste)	2.242	2.24446	2.201	2.263
Nu_{max} (oeste)	3.545		3.482	3.562
$l_y(Nu_{max})$	0.149		0.1425	0.142
Nu_{min} (oeste)	0.592		0.643	0.594
$l_y(Nu_{min})$	1.000		0.9925	0.998
Nu_{max} (este)		3.5326		3.501
$l_y(Nu_{max})$		0.85667		0.858

Tabla 5: Comparación de resultados para cavidad cuadrada y $Ra = 10^4$

La tabla 4 muestra los flujos de calor medio por convección en la pared oeste de la cavidad con paredes inferior y superior inclinadas, para cada Ra y T_0 considerados. Se comprueba, como en las geometrías antes analizadas, que el flujo de calor medio disminuye con T_0 , pero tiene un comportamiento errático respecto al Ra . Los mayores flujos de calor medio corresponden a $Ra = 10^5$, y los menores, a $Ra = 10^6$. Para los tres Ra , el flujo de calor medio para $T_0 = 400$ se reduce en un 17.5 %, y para $T_0 = 500$, en un 29.0 % del valor correspondiente a $T_0 = 300$, valores similares a los correspondientes a las cavidades ya examinadas. Además, se puede verificar que el flujo de calor medio se incrementa en un 1.5 %, para $Ra = 10^5$, y se reduce en un 6.3 %, para $Ra = 10^6$, respecto del valor correspondiente a $Ra = 10^4$. Se advierte que los valores del flujo de calor medio son menores que los

correspondientes a la cavidad cuadrada y mayores que los correspondientes a la cavidad con paredes laterales inclinadas.

Comparación con resultados publicados

Las tablas 5 a 8 muestran comparaciones de los valores máximos de la velocidad horizontal, vertical y del número de Nusselt máximo y mínimo, con sus respectivas coordenadas, con resultados publicados por Hortmann et al. (1990), Markatos y Pericleous (1984), Vahl Davis (1983) y Yao (1998).

	Vahl Davis 41x41	Hortmann 80x80	Markatos 80x80	Rebollo 80x80
u_{max}	34.81	34.7132	35.73	34.816
$l_y(u_{max})$	0.855	0.85665	0.857	0.858
v_{max}	68.22	68.5383	69.08	68.547
$l_x(v_{max})$	0.066	0.06902	0.067	0.062
Nu_{med} (oeste)	4.523	4.52556	4.430	4.541
Nu_{max} (oeste)	7.761		7.626	7.767
$l_y(Nu_{max})$	0.085		0.0825	0.077
Nu_{min}	0.736		0.824	0.734
$l_y(Nu_{min})$	1.00		0.9925	0.998
Nu_{max} (este)		7.8289		7.693
$l_y(Nu_{max})$		0.91444		0.915

Tabla 6: Comparación de resultados para cavidad cuadrada y $Ra = 10^5$

	Vahl Davis 41x41	Hortmann 80x80	Markatos 80x80	Rebollo 80x80
u_{max}	65.33	64.6276	68.81	64.739
$l_y(u_{max})$	0.851	0.85665	0.872	0.858
v_{max}	216.75	220.497	221.8	220.799
$l_x(v_{max})$	0.0387	0.03947	0.0375	0.037
Nu_{med} (oeste)	8.928	8.85148	8.754	8.858
Nu_{max} (oeste)	18.076		17.872	17.705
$l_y(Nu_{max})$	0.0456		0.0375	0.037
Nu_{min} (oeste)	1.005		1.232	0.985
$l_y(Nu_{min})$	1.00		0.9925	0.998
Nu_{max} (este)		17.743		17.604
$l_y(Nu_{max})$		0.96053		0.963

Tabla 7: Comparación de resultados para cavidad cuadrada y $Ra = 10^6$

Ra	Yao	Rebollo		
		$T = 300$	$T = 400$	$T = 500$
10^4	1.544	1.539	1.537	1.535
10^5	3.584	3.457	3.452	3.449
10^6	8.149	7.324	7.315	7.315

Tabla 8: Comparación de resultados Nu medio en la cavidad de paredes laterales inclinadas

CONCLUSIONES

Se han mostrado resultados correspondientes a convección natural con flujo laminar en cavidades bidimensionales. Se analizaron los campos de temperatura, velocidad y función corriente junto con los perfiles de temperatura y velocidad en las secciones medias de las tres

cavidades. Se mostraron las distribuciones de flujo de calor en las paredes de las cavidades y el flujo de calor medio. Se hicieron las comparaciones correspondientes, se mostraron las dependencias mutuas entre la temperatura de referencia y el número de Rayleigh y se dieron las explicaciones necesarias para entender como estas interacciones afectan las distribuciones de temperatura, velocidad y flujo de calor.

REFERENCIAS

- Anderson D. A., Tannehill J. C., Pletcher R. H., *Computational fluid mechanics and heat transfer*, Hemisphere Publishing, 1984.
- Arnold J. N., Catton I., Edwards D. K., Experimental investigation of natural convection in inclined rectangular regions of different aspect ratios, *J. Heat Transfer*, vol. 98, pp. 67-71, 1976.
- Catton I., Ayyaswamy P. S., Clever M., Natural convection flow in a finite, rectangular slot arbitrarily oriented with respect to the gravity vector, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 17, pp. 173-184, 1974.
- Catton I., *Natural convection in enclosures*, Proc. Sixth Int. Heat Transfer Conf., Toronto, Canada, vol. 6, pp. 13-31, 1978.
- Demirdzic I., Lilek Z., Peric M., *Fluid flow and heat transfer test problems for non - orthogonal grids: bench - mark solutions*, *Int. J. Numerical Methods Fluids*, vol. 15, pp. 329-354, 1992.
- Ferziger J. H., Peric M., *Computational Methods for fluids dynamics*, Springer-Verlag, 1999.
- Fletcher C. A. J., *Computational techniques for fluid dynamics, vol. I II*, Springer – Verlag, Berlin Heidelberg, 1991.
- Hamady F. J., Lloyd J. R., Yang H. Q., Yang K. T., *Study of local natural convection heat transfer in an inclined enclosure*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 32, pp. 1697-1708, 1989.
- Hart J. E., Stability of the flow in a differentially heated inclined box, *J. Fluid Mech.*, vol. 47, pp. 547-676, 1971.
- Hollands K. G. T., Konicek L., *Experimental study of the stability of differentially heat inclined air layers*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 16, pp. 1467-1476, 1973.
- Holman J. P., *Heat transfer*, McGraw-Hill, 1990.
- Hortmann M., Peric M., Scheuerer G., *Finite volume multigrid prediction of natural convection: bench – mark solutions*, *Int. J. Numerical Methods Fluids*, vol. 11, pp. 189-207, 1990.
- Jansen R. J. A., Henkes R. A. W. M., Accuracy of finite - volume discretizations for the bifurcating natural – convection flow in a square cavity, *Numerical Heat Transfer, part B*, vol. 24, pp. 191-207, 1993.
- Karyakin Y. E., Transient natural convection in prismatic enclosures of arbitrary cross – section, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 32, pp. 1095-1103, 1989.
- Kuyper R., Van Der Meer T., Hoogendoorn C., Henkes R., *Numerical study of laminar and turbulent natural convection in an inclined square cavity*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36, pp. 2899-2911, 1993.
- Lee T. S., Numerical experiments with fluid convection in tilted nonrectangular enclosures, *Numerical Heat Transfer*, vol. 19, pp. 487-499, 1991.
- Linthorst S. J. M., Schinkel W. M. M., Hoogendoorn C. J., *Flow structure with natural convection in inclined air – filled enclosures*, *J. Heat Transfer*, vol. 103, pp. 535-539, 1981.
- Maliska R. C., *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, 1995.
- Markatos N. C., Pericleous K. A., *Laminar and turbulent natural convection in an enclosure cavity*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 27, pp. 755-772, 1984.

- Ozoe H, Sayama H., Churchill S. W., Natural convection in an inclined rectangular channel at various aspect ratios and angles – experimental measurements, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 18, pp. 1425-1431, 1975.
- Ozoe H., Fujii K., Lior N., Churchill S. W., *Long rolls generated by natural convection in an inclined rectangular enclosure*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 26, 1427-1438, 1983.
- Ozoe H., Mouri A., Ohmuro M., Churchill S., Lior N., Numerical calculations of laminar and turbulent convection in water in rectangular channels heated and cooled isothermally on the opposing vertical walls, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 28, pp. 125-138, 1985.
- Ozoe H., Sayama H., Churchill S. W., *Natural convection in an inclined square channel*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 17, pp. 401-406, 1974.
- Ozoe H., Yamamoto K., Sayama H., Churchill S. W., *Natural convection in an inclined rectangular channel heated on one side and cooled on the opposing side*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 17, pp. 1209-1217, 1974.
- Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw - Hill, New York, 1980.
- Razzaq Khan M. A., *Numerical simulation of turbulent natural convection in enclosures*, Master of Science Thesis, King Fahd University of Petroleum & Minerals, Dhahran, Saudi Arabia, 1996.
- Val Davis G., *Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solutions*, *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- Yang K. T., Transitions and bifurcations in laminar buoyant flows in confined enclosures, *J. Heat Transfer*, vol. 110, pp. 1191-1204, 1988.
- Yao H., Studies of natural convection in enclosures using the finite volume method, PhD Thesis, York University, Ontario, Canada, 1998.
- Zhong Z. Y., Yang K. T., Lloyd J. R., *Variable property natural convection in tilted enclosures with thermal radiation* (Edited by R. W. Lewis and K. Morgan), vol. 3, pp. 195-214, Wiley, New York, 1985.