

DESARROLLO DE UN CÓDIGO COMPUTACIONAL PARA SIMULAR Y ANALIZAR LA CINEMÁTICA DE ALAS BATIENTES

Bruno A. Rocca^a, Sergio Preidikman^{a y b} y Julio C. Massa^{a y b}

^a Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, Tel./Fax.:0358-4676246, broccia@ing.unrc.edu.ar, <http://www.ing.unrc.edu.ar>

^b Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, spreidik@wam.umd.edu, <http://www.efn.uncor.edu>

Palabras clave: Alas batientes, Cinemática, Micro-Vehículos Aéreos.

Resumen. En los últimos años, a medida que la brecha entre el rendimiento de las estructuras biológicas y sus análogos mecánicos se fue acortando, los ingenieros y científicos se han sentido altamente motivados a buscar y adoptar conceptos de diseño observados en la naturaleza, la cual provee innumerables ejemplos de vuelos eficientes, sostenidos y controlados. Las aves y los insectos han desarrollado modos de locomoción muy efectivos mediante el uso alas batientes que producen, al mismo tiempo, sustentación y empuje a partir de movimientos complejos relativos a sus trayectorias de vuelo. Mientras que un aeroplano convencional posee una hélice (o más) para originar empuje y alas fijas para generar sustentación, las alas de estas criaturas voladoras deben producir simultáneamente estos dos tipos de acciones. Debido a esto, la cinemática del movimiento de las alas durante el batimiento es bastante complejo. En este trabajo se presenta el desarrollo de un código computacional para simular numéricamente la cinemática de alas batientes de pájaros e insectos. Las modificaciones en la cinemática de los ciclos de batimiento se consideran como “el mecanismo” de modificación de modos de vuelo y como “el instrumento” de generación de maniobras. El código desarrollado en este esfuerzo permite estudiar la cinemática de ciclos de batimiento asociados a diferentes condiciones de vuelo, como por ejemplo el “hover”. Todos los resultados provenientes de las simulaciones numéricas pueden ser visualizados a través de una interfase gráfica que permite estudiar los parámetros característicos de cada ciclo de batimiento. El fin último de este trabajo es desarrollar herramientas de simulación para estudiar la compleja cinemática de los insectos y pájaros pequeños, y desarrollar sistemas dinámicos finitos para estudiar la aeroelasticidad de insectos y pájaros como así también la aeroservoelasticidad de micro-vehículos aéreos de alas batientes.

1 INTRODUCCIÓN

Las investigaciones referidas al desarrollo de micro-vehículos aéreos (MAVs) están en constante crecimiento en el área aeroespacial debido a las numerosas aplicaciones civiles y militares que dichos vehículos serán capaces de desarrollar. La Agencia de Proyectos Avanzados de Defensa (DARPA) define a los MAVs como una clase de vehículo volador con una dimensión máxima de 15 cm que es capaz de operar a velocidades de vuelo próximas a 50 Km/h o menores y realizar misiones con un tiempo de duración entre 20 y 30 minutos (Raney and Slominski, 2004).

Esfuerzos llevados a cabo por equipos multidisciplinarios han producido importantes avances en la miniaturización de dispositivos electrónicos, aerodinámica a bajos números de Reynolds, y otras tecnologías relacionadas con MAVs. Por otro lado, la continua reducción en el tamaño, peso, y consumo de energía de cámaras de videos y otros dispositivos de monitoreo permitirán implementar el uso de MAVs en misiones de rescate y vigilancia (Mueller and Delaurier, 2001), inspección de ambientes hostiles, etc., como así también en misiones de recolección de datos en donde vehículos mas grandes no son prácticos. Varias universidades y agencias gubernamentales realizaron diseños exitosos de micro vehículos aéreos de alas fijas que han sido construidos (ver Figura 1).

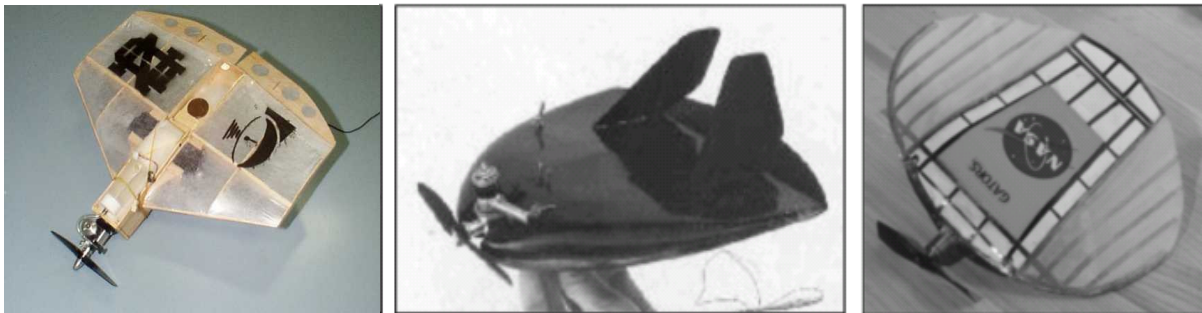


Figura 1: Micro-Vehículos aéreos de alas fijas (Raney and Slominski, 2004)

Las aplicaciones potenciales de MAVs de alas fijas están considerablemente limitadas debido a las restricciones sobre su maniobrabilidad. Éstos no poseen la agilidad y versatilidad de vuelo necesarias para realizar misiones en espacios reducidos. Para realizar este tipo de operaciones, que requieran una marcada capacidad de maniobra (súper-maniobrabilidad), los nuevos diseños propuestos se basan en alas batientes que modifican la cinemática del batimiento para adaptarse a las distintas condiciones de vuelo; éste es el “sello” que caracteriza a las criaturas voladoras más ágiles que existen en la naturaleza. En la Figura 2 se muestran varios diseños de MAVs de alas batientes.

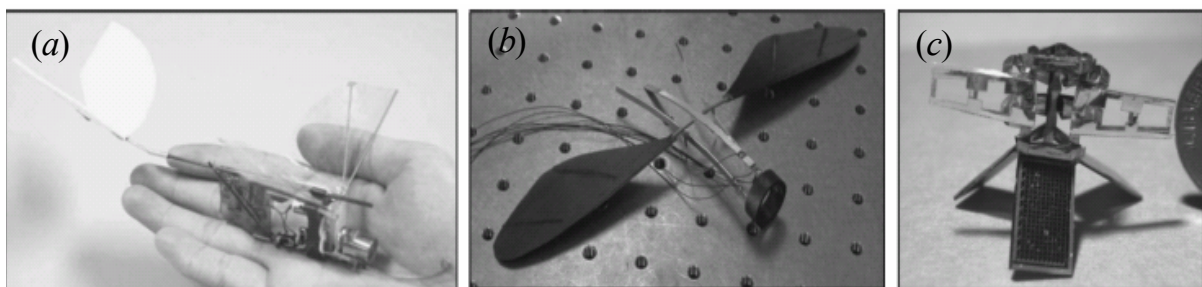


Figura 2: Micro-Vehículos aéreos de alas batientes: (a) Aerovironment Microbat; (b) Vanderbilt Elastodynamic Ornithopic Robotic Insect; y (c) University of California-Berkeley Micromechanical Flying Insect (Raney and Slominski, 2004)

Sin embargo, hay todavía grandes barreras técnicas que deben ser superadas: generación y almacenamiento de energía; materiales suficientemente livianos; miniaturización de sensores, actuadores, y unidades de cómputo de gran precisión y bajo consumo; navegación; entendimiento de flujos a bajo número de Reynolds y aerodinámica no estacionaria; desarrollo de mecanismos, que puedan ser finamente controlados para batir y torsionar las alas a las frecuencias apropiadas; desarrollo de alas con la forma, tamaño, y flexibilidad apropiadas con el fin de maximizar la sustentación y minimizar el consumo de energía; propulsión; y, comunicaciones. Un importante, aunque menos conocido, aspecto referido a los micro-vehículos aéreos de alas batientes es su comportamiento aeroelástico.

2 VUELO CON ALAS BATIENTES

Dos décadas de investigación, mucha de ella atribuida a Ellington y su grupo, han mostrado cómo los pájaros e insectos hacen un sabio uso de los mecanismos aerodinámicos no convencionales para obtener mucha más sustentación de la que predicen los mecanismos de la aerodinámica estacionaria convencional. Algunos de estos mecanismos, como por ejemplo el retraso de la pérdida dinámica, la circulación adicional generada por la rotación del ala, y la captura de la estela, entre otros, ofrecen ventajas únicas respecto de los bien conocidos vehículos aéreos de alas fijas.

Una de las claves para lograr agilidad en el vuelo con alas batientes reside en la habilidad para variar la cinemática de cada aleteo. Resulta crucial poder realizar análisis detallados de la cinemática para entender integralmente el vuelo animal, para llevar a cabo el modelado aerodinámico, y para captar los mecanismos aerodinámicos que se están empleando. La cinemática del vuelo hacia adelante de insectos y pájaros pequeños continúa siendo escasamente comprendida, a pesar de una larga historia de investigaciones sobre la trayectoria de las alas. Un estudio integral de la mecánica de vuelo debería incluir investigaciones del movimiento del eje longitudinal del ala y del movimiento de torsión que lo acompaña, todo esto, para sistemas volando en un rango de velocidades lo más amplio posible.

2.1 Cinemática del “vuelo natural”

Un correcto análisis cinemático provee información sobre el movimiento 3-D de las alas respecto del cuerpo y del movimiento del insecto respecto del medio que lo rodea. Se ha recopilado mucha información de algunos parámetros cinemáticos fáciles de medir; como por ejemplo, la frecuencia de batimiento del ala. Sin embargo, otros igualmente importantes son mucho más complejos de determinar. El mecanismo fundamental de batimiento del ala fue descrito por primera vez por Osborne (1951), quien introdujo el concepto de plano de batimiento (stroke plane). Este es el plano virtual que contiene el ala durante su movimiento periódico de batimiento. Ellington (1984a) clasificó los diferentes tipos de vuelo de acuerdo a la posición del plano de batimiento, el cual puede ser horizontal, inclinado, o vertical.

El ciclo de batimiento puede ser dividido en dos fases: (i) una primera etapa donde el ala realiza un movimiento descendente desde la parte dorsal hacia el vientre del insecto, llamada “downstroke”; y (ii) una segunda etapa donde el ala se mueve en una dirección opuesta, desde el vientre hacia la parte dorsal, llamada “upstroke” (Dickinson et al., 1999). Hacia el final del downstroke y del upstroke el ala gira rápidamente e invierte la dirección de movimiento, lo cual puede ser clasificado como la porción rotacional del ciclo de batimiento.

El giro realizado cuando el ala cambia de la fase downstroke a la de upstroke es llamado “pronation”. Cuando el ala cambia de la fase de upstroke a la de downstroke es llamado “supination”. Cada medio ciclo de aleteo, ya sea downstroke o upstroke, se denomina “half-stroke”. En la Figura 3 se presenta un esquema con las diferentes fases explicadas anteriormente.

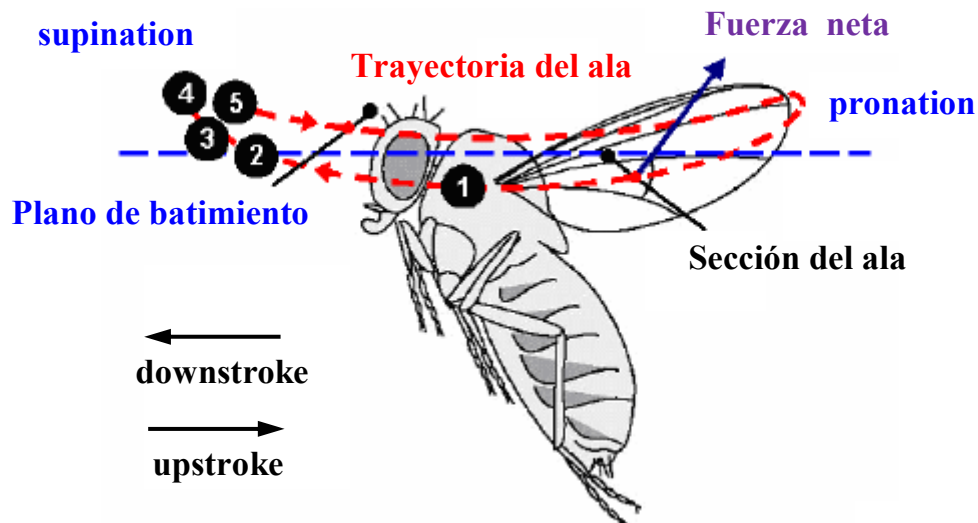


Figura 3: Fases de un ciclo de batimiento (Singh and Chopra, 2006)

2.2 Mecanismos aerodinámicos

Cuando las alas de insectos son estudiadas experimentalmente en un túnel de viento en el rango de velocidades de flujo correspondientes al vuelo natural de estas criaturas, las fuerzas medidas en los experimentos son sustancialmente más grandes que aquellas predichas por las teorías aerodinámicas convencionales. Esta deficiencia, en las predicciones de la aerodinámica convencional respecto de los valores experimentales, incentivó la búsqueda de mecanismos aerodinámicos no-convencionales que puedan explicar el incremento en la producción de sustentación y empuje presentes en vuelos con alas batientes.

Recientes estudios sobre modelos reales y modelos dinámicamente escalados de insectos han revelado tres mecanismos principales relacionados al batimiento de las alas: (i) el retraso de la pérdida dinámica (delayed stall); (ii) la sustentación rotacional (rotational lift); y (iii) la captura de la estela (wake capture) (Sane and Dickinson, 2001; Sane, 2003; Azuma et al., 2001).

El *retraso de la pérdida dinámica* aparece cuando el ala comienza a moverse; en este instante se genera un vórtice detrás del borde de fuga y otro asimétrico cerca de la posición original del ala. Dichos vórtices producen una fuerza aerodinámica neta perpendicular a la superficie del ala, lo cual implica un incremento importante en la sustentación.

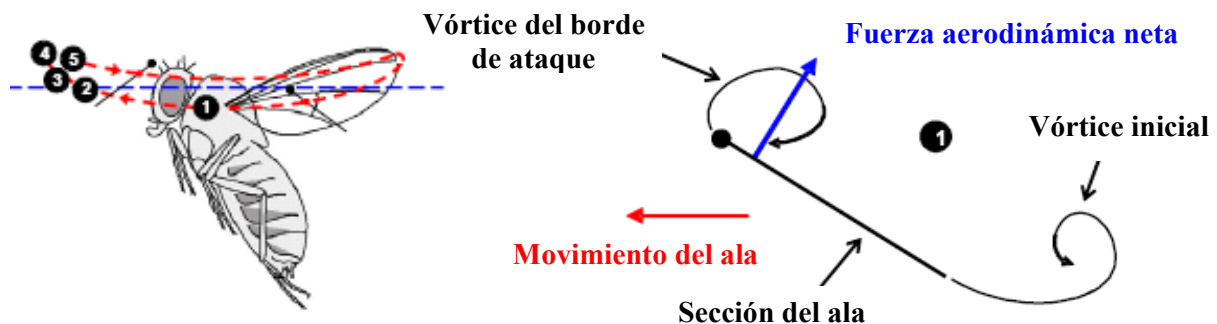


Figura 4: Esquema del mecanismo "Retraso de la pérdida dinámica" (Singh and Chopra, 2006)

La *sustentación rotacional* está relacionada con el aumento de la sustentación total debido al incremento de circulación producido por la rotación del ala alrededor de su eje longitudinal. Los investigadores concuerdan en los siguientes principios: durante el downstroke el ala gira alrededor de un eje determinado, de manera que su borde de ataque se mueve efectivamente

hacia abajo (pronation); y, durante el upstroke, el ala es girada en el sentido contrario (supination) (Weis-Fogh and Jensen, 1956). La circulación rotacional puede calcularse mediante la teoría de perfiles delgados, estos resultados han sido confirmados por numerosos experimentos (Dickinson et al., 1999; Sane and Dickinson, 2001).

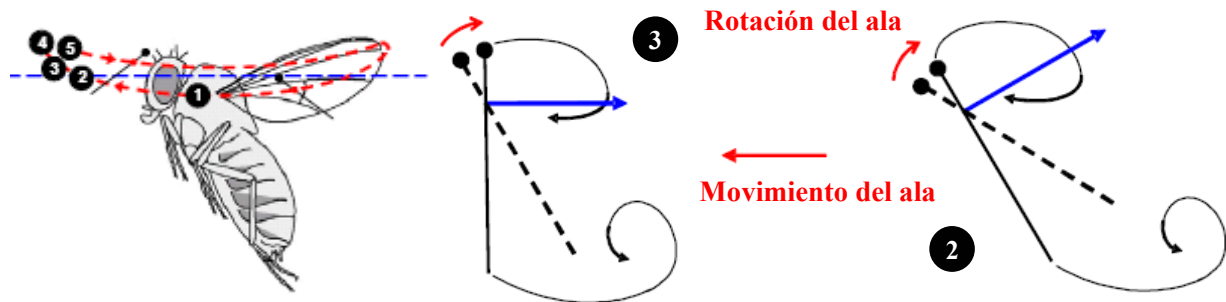


Figura 5: Esquema del mecanismo “Sustentación rotacional” (Singh and Chopra, 2006)

La *captura de la estela* ocurre durante un pequeño intervalo de tiempo al final de cada half-stroke, donde el ala se ve beneficiada por el vórtice emitido en el ciclo previo. Con el ala convenientemente orientada, el aire en movimiento, producto de la vorticidad presente en la estela, contribuye efectivamente a la sustentación.

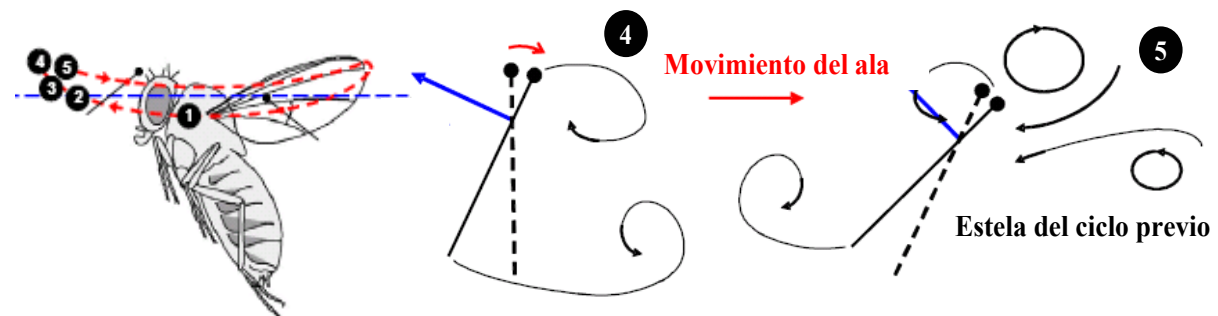


Figura 6: Esquema del mecanismo “Captura de la estela” (Singh and Chopra, 2006)

Otro punto muy importante relacionado al incremento en la sustentación está ligado al comportamiento elástico de la superficie alar. Algunos mecanismos de incremento de eficiencia aerodinámica basados en la elasticidad de las superficies sustentadoras usados por mariposas y polillas son: modificación e inversión de la combadura del perfil entre batimientos hacia arriba y hacia abajo; torsión del ala durante ciertas maniobras; contracción y expansión de la superficie alar; y, flexión transversal de las superficies sustentadoras.

3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

El modelo adoptado en este trabajo para estudiar la cinemática de las alas de un microvehículo aéreo de alas batientes se basa en un robot a escala (“robofly”) de una mosca de la fruta (*drosophila melanogaster*), desarrollado por Dickinson (Sane and Dickinson, 2001; Dickinson et al., 1999). El robot consta de dos alas rígidas sumergidas en un tanque con aceite mineral. La viscosidad del fluido, la envergadura del ala (span), y la frecuencia de batimiento del modelo fueron ajustados convenientemente con el fin de obtener un bajo número de Reynolds (Re), característico de este tipo de criaturas ($Re = 136$). En la Figura 7 se puede observar una fotografía del robot en operación y un esquema del mecanismo.

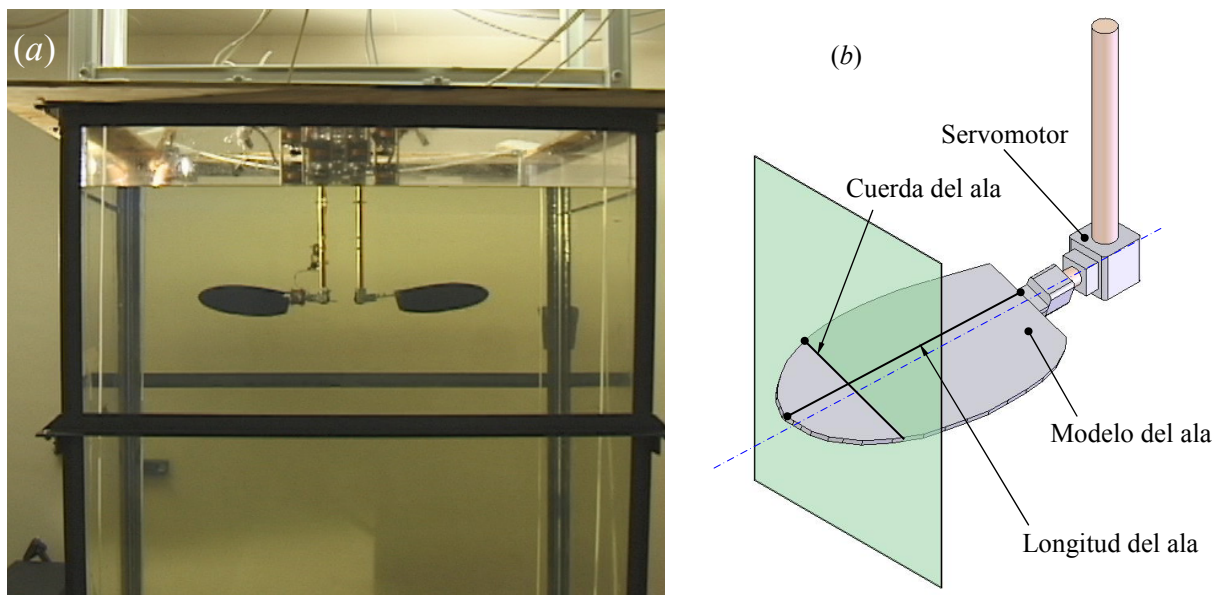


Figura 7: (a) Fotografía del robofly en operación (<http://berkeley.edu/news/media>);
 (b) Esquema indicando de las diferentes partes en el mecanismo

3.1 Modelo del ala

La geometría del ala analizada en este trabajo fue extraída del trabajo de [Ansari \(2006\)](#). En dicho trabajo el modelo del ala fue construido en Plexiglás con un espesor de 3.1 mm, una envergadura de 20 cm, y cuerda máxima de 10 cm. La forma del ala corresponde a la morfología de una mosca *drosophila melanogaster*. En el presente esfuerzo el ala se modela como un cuerpo rígido.

La cinemática del ala se puede describir especificando la evolución temporal de tres ángulos: (i) el ángulo que orienta el ala respecto del plano de batimiento, “stroke position”, $\phi(t)$; (ii) el ángulo de desviación respecto del plano de batimiento, “stroke deviation”, $\theta(t)$; y (iii) el ángulo de rotación respecto del eje longitudinal del ala, $\psi(t)$.

Para determinar la trayectoria de puntos materiales del ala a lo largo de un ciclo de batimiento se construyó la malla mostrada en la [Figura 8](#). Para ello se utilizaron: 77 nodos, y 129 elementos triangulares simples.

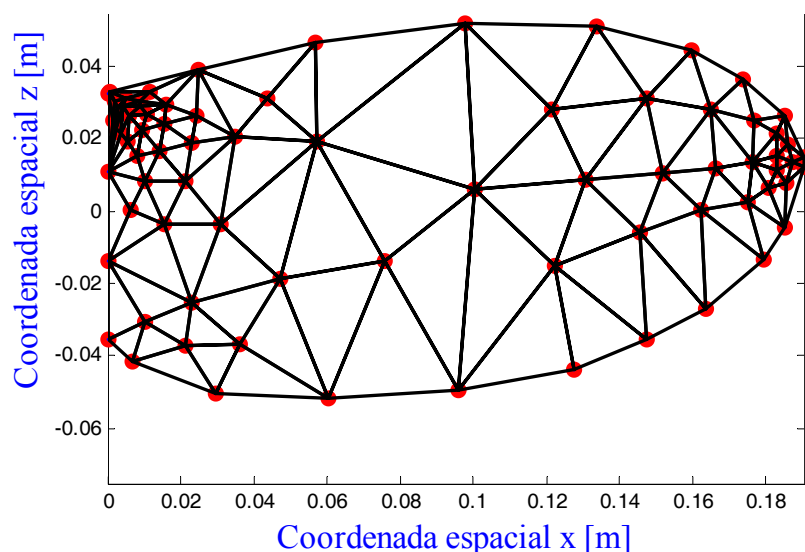


Figura 8: Geometría del ala del Robofly

3.2 Sistemas de referencia

Los sistemas de referencia comúnmente utilizados para estudiar el movimiento del ala de algunos insectos voladores son tres (Ellington, 1984b; Vanella, 2005; Valdez, 2006): (i) Un sistema de referencia fijo al cuerpo o sistema; (ii) un sistema de referencia fijo al plano de aleteo; y (iii) un sistema de referencia fijo o inercial. En este trabajo se utiliza, en primer lugar un sistema de referencia $\mathbf{N}=(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3)$ fijo al plano de aleteo. Este sistema mantiene una posición horizontal fija en el espacio; lo que implica que puede ser considerado como inercial. En segundo lugar se utiliza un sistema de referencia $\mathbf{B}=(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3)$ fijo al ala.

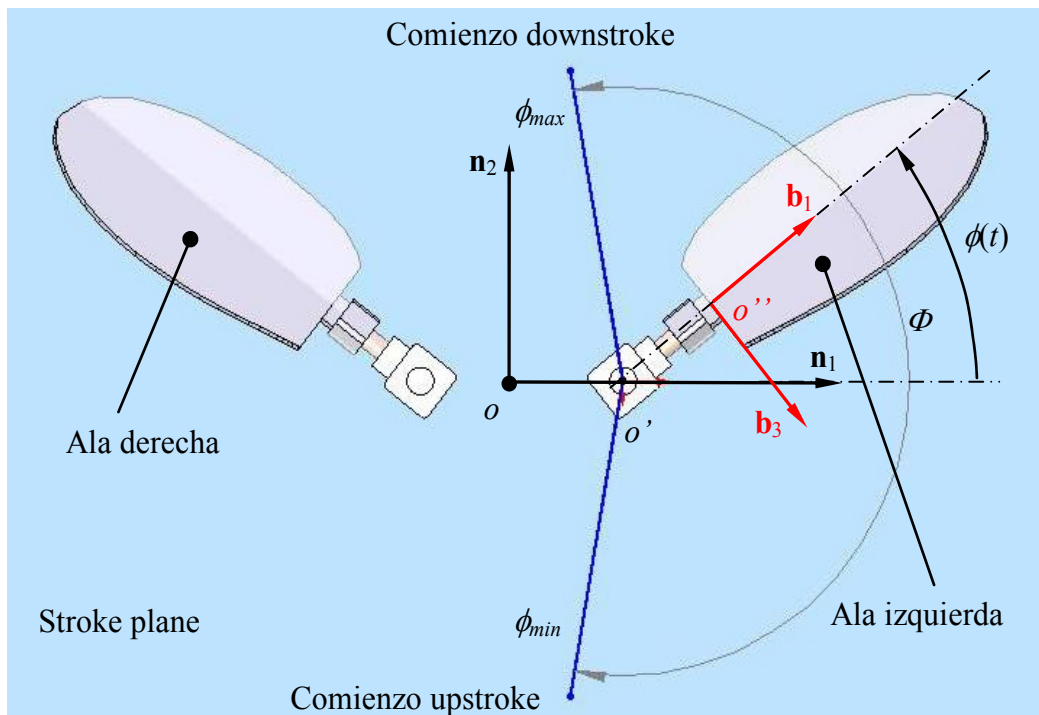


Figura 9: Robofly, definición del ángulo ϕ

El modelo y los sistemas de referencias adoptados pueden verse en las Figuras 9, 10 y 11. El ángulo de posición o de aleteo, ϕ , se define como el ángulo que forma la proyección del eje longitudinal del ala sobre el plano de batimiento y la dirección positiva del vector “ \mathbf{n}_1 ”. Este ángulo es positivo cuando el ala se encuentra en la posición dorsal, y es negativo cuando el ala se encuentra en la posición ventral (ver Figura 9).

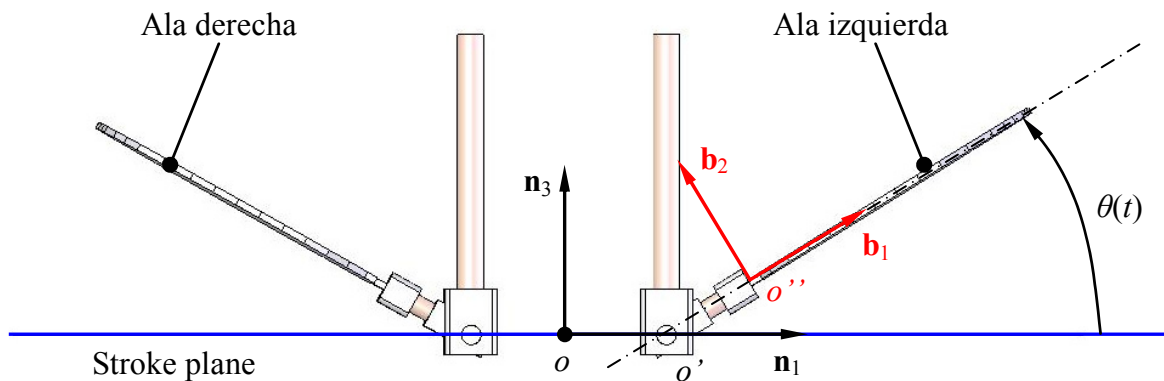


Figura 10: Robofly, definición del ángulo θ

El ángulo de desviación respecto del plano de batimiento, θ , se define como el ángulo que forman el eje longitudinal del ala y el plano de batimiento, éste es positivo cuando el ala se encuentra por encima del plano de batimiento (ver Figura 10).

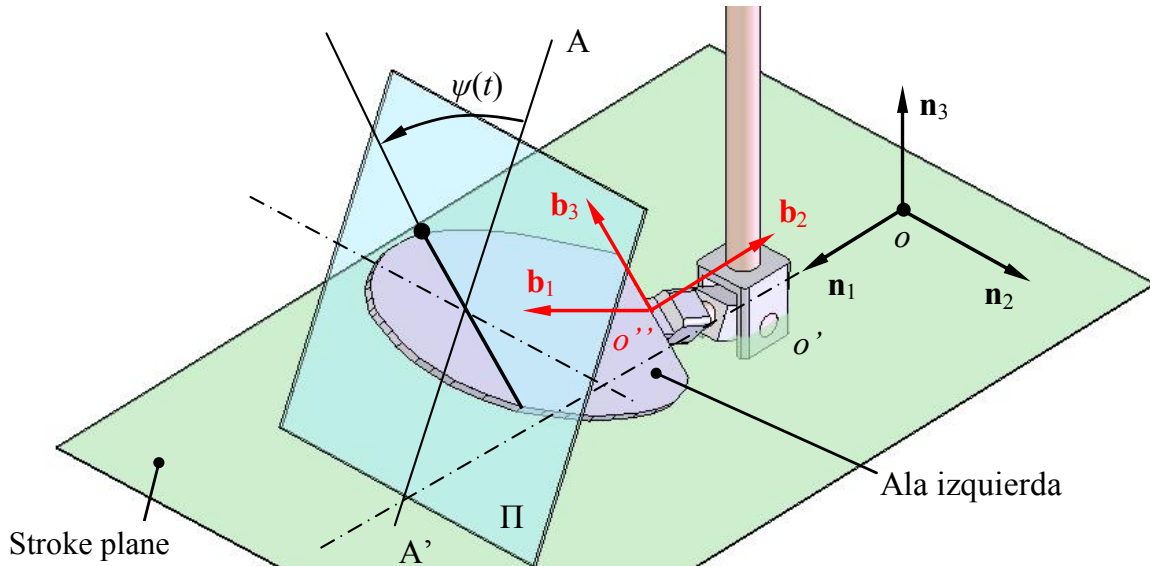


Figura 11: Robofly, definición del ángulo ψ

El ángulo que especifica la rotación del ala respecto de su eje longitudinal, ψ , se mide sobre un plano, Π , perpendicular al vector “ \mathbf{b}_1 ”, fijo al ala, y se define como el ángulo que forman la cuerda del ala y la recta $\overline{AA'}$. Este ángulo es positivo cuando el ala se encuentra en la etapa del ciclo correspondiente al downstroke y negativo en el upstroke. El ángulo de ataque se define como el complemento del ángulo de rotación ψ (ver Figura 11).

4 TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Para obtener la orientación del marco de referencia \mathbf{B} respecto del marco de referencia \mathbf{N} , se define un sistema de referencia intermedio \mathbf{A} ubicado en el punto o' . Luego se introduce otro marco intermedio \mathbf{Z} cuya orientación resulta de aplicar tres rotaciones sobre \mathbf{A} . El marco de referencia \mathbf{B} tiene una traslación, respecto del marco \mathbf{Z} , en la dirección positiva de \mathbf{z}_1 . Estos marcos de referencia pueden observarse en la Figura 12.

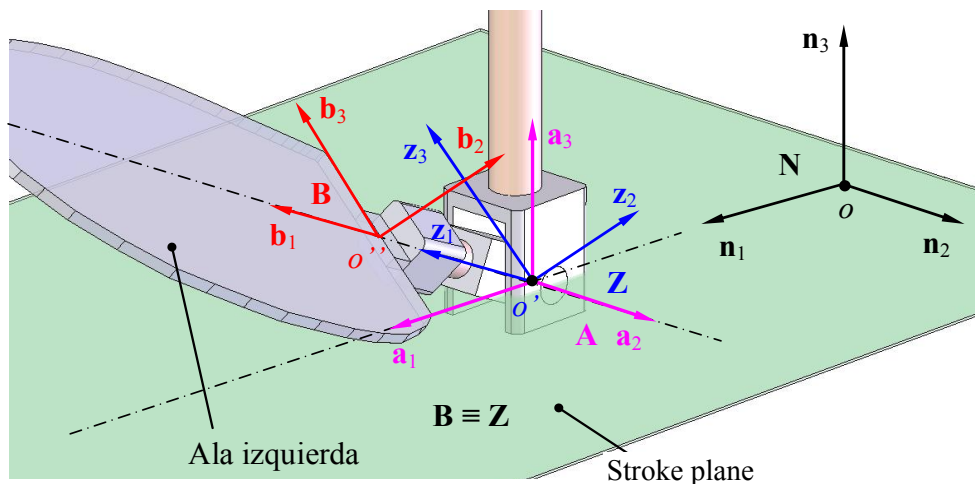


Figura 12: Marcos de referencias empleados en este trabajo

Para llevar a cabo la transformación del sistema **A** al sistema **Z** se utiliza una secuencia de ángulos de Euler (3–2–1) mediante los ángulos ϕ , θ , y ψ previamente definidos. Estas rotaciones se muestran en la **Figura 13**.

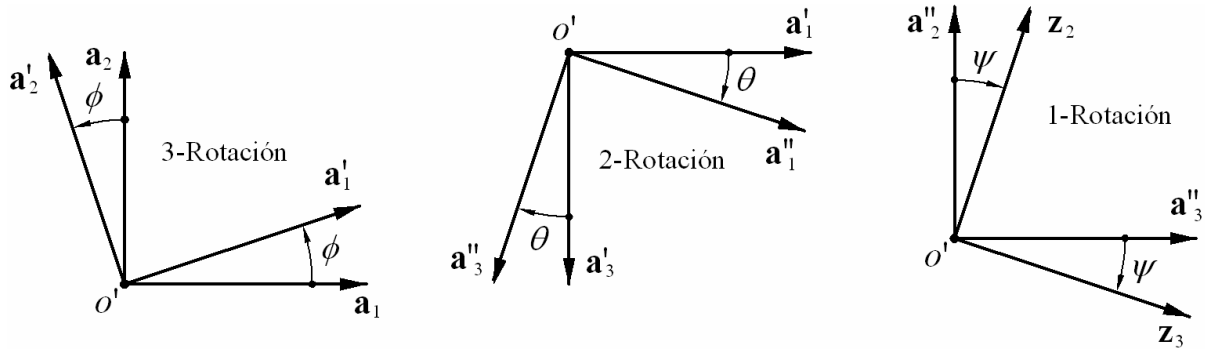


Figura 13: Secuencia de rotaciones (3–2–1)

Cada rotación tiene asociada una matriz ortogonal de rotación, de modo tal que la secuencia descrita en la **Figura 12** puede escribirse como el siguiente producto matricial,

$$[\mathbf{T}_{ZA}] = [\mathbf{T}_{ZA^*(\psi)}] [\mathbf{T}_{A^*A^*(-\theta)}] [\mathbf{T}_{A'A(\phi)}] \quad (1)$$

donde,

$$[\mathbf{T}_{ZA}] = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & \sin \theta \\ -\sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi & \cos \psi \cos \phi - \sin \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \cos \theta \\ \sin \psi \sin \phi - \cos \psi \sin \theta \cos \phi & -\cos \psi \sin \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \cos \psi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

El marco de referencia **B** tiene una traslación respecto del marco **Z**, y **A** tiene una traslación respecto del marco inercial **N**, por lo tanto,

$$[\mathbf{T}_{BN}] = [\mathbf{T}_{ZA}] \quad (3)$$

5 VELOCIDADES

En este esfuerzo, las expresiones de las velocidades de puntos materiales contenidos en el ala se formulan en términos del sistema **B**.

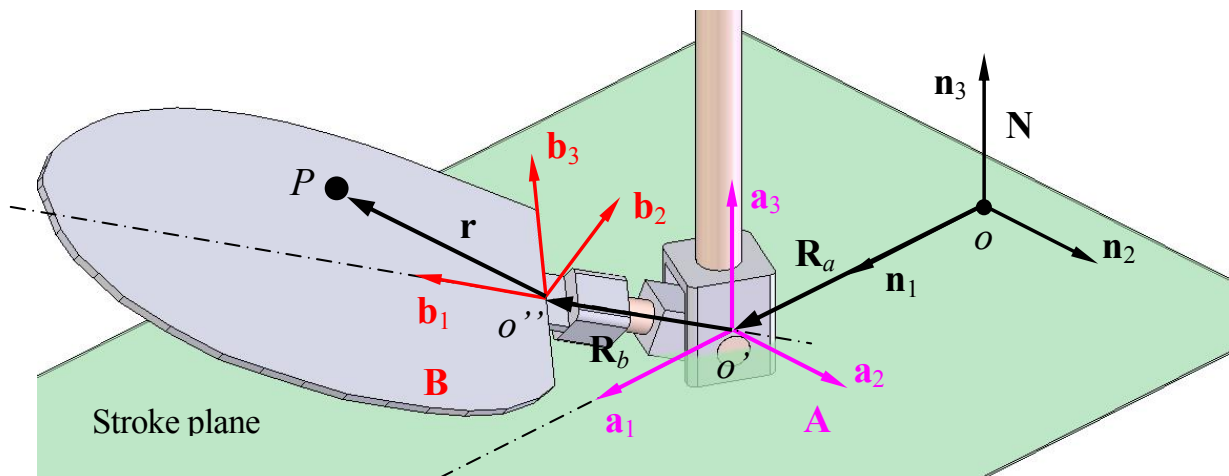


Figura 14: Vector Posición de un punto genérico *P* fijo sobre el ala

Sea P un punto material perteneciente al ala (ver [Figura 14](#)). Su vector posición está dado por,

$$\{\mathbf{R}_p\} = \{\mathbf{R}_a\} + \{\mathbf{R}_b\} + \{\mathbf{r}\} \quad (4)$$

Se indica mediante $\{\mathbf{R}_p\}_N$ al vector posición de un punto genérico P expresado en \mathbf{N} , y mediante $\{\mathbf{R}_p\}_B$ al mismo vector posición expresado en \mathbf{B} . Estos dos vectores se relacionan de la siguiente forma,

$$\{\mathbf{R}_p\}_B = [\mathbf{T}_{BN}] \{\mathbf{R}_p\}_N \quad (5)$$

donde $[\mathbf{T}_{BN}]$ es la matriz de rotación indicada en la Ecuación (3).

La velocidad del punto P se obtiene mediante la evaluación de la derivada total respecto del tiempo realizada por un observador fijo al marco de referencia inercial \mathbf{N} . Esto es,

$$\frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_p\} = \frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_a\} + \frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_b\} + \frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{r}\} \quad (6)$$

donde,

$$\frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_a\} = \mathbf{0} \quad (7)$$

por estar \mathbf{R}_a fijo al sistema inercial \mathbf{N} . $\frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_b\}$ es la velocidad instantánea del origen del sistema de referencia \mathbf{B} fijo al ala. Notar que la dirección del vector \mathbf{R}_b coincide con la dirección del vector unitario \mathbf{b}_1 . Las derivadas totales respecto del tiempo realizada por un observador fijo al marco de referencia inercial \mathbf{N} de los vectores \mathbf{R}_b y \mathbf{r} respecto de \mathbf{N} se pueden escribir utilizando el teorema de transporte ([Baruh, 1999](#)) como,

$$\frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_b\} = \frac{{}^B d}{dt} \{\mathbf{R}_b\} + \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} \times \{\mathbf{R}_b\}, \quad \frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{r}\} = \frac{{}^B d}{dt} \{\mathbf{r}\} + \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} \times \{\mathbf{r}\} \quad (8)$$

donde, $\frac{{}^B d}{dt} \{\mathbf{r}\}$ es la velocidad de un punto genérico P relativa a un observador fijo en \mathbf{B} ,

$\frac{{}^B d}{dt} \{\mathbf{R}_b\}$ es la velocidad del origen del sistema de referencia \mathbf{B} visto por un observador en \mathbf{B} ,

y $\{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\}$ es la velocidad angular del marco de referencia fijo al ala \mathbf{B} respecto del sistema de referencia inercial \mathbf{N} .

Reemplazando (7) y (8) en (6) se obtiene,

$$\frac{{}^N d}{dt} \{\mathbf{R}_p\} = \frac{{}^B d}{dt} \{\mathbf{R}_b\} + \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} \times \{\mathbf{R}_b\} + \frac{{}^B d}{dt} \{\mathbf{r}\} + \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} \times \{\mathbf{r}\} \quad (9)$$

Como se mencionó anteriormente, la dirección del vector \mathbf{R}_b coincide con la dirección del vector unitario \mathbf{b}_1 , por lo tanto su derivada respecto del marco \mathbf{B} es igual a cero. Por otro lado, la adopción de un modelo de cuerpo rígido para el ala implica que el vector \mathbf{r} , para cada punto P en el ala, se mantiene fijo relativo a un observador fijo en \mathbf{B} , por lo tanto su derivada respecto del sistema \mathbf{B} se anula. Luego:

$$\frac{{}^N d}{{}^N dt} \{\mathbf{R}_p\} = \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} \times \{\mathbf{R}_b\} + \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} \times \{\mathbf{r}\} \quad (10)$$

El vector velocidad angular del marco \mathbf{B} respecto del marco inercial \mathbf{N} es calculado mediante el teorema de adición (Kane, 1968) empleando los sistemas de referencia intermedios definidos en la Figura 12.

$$\{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} = \{{}^N \boldsymbol{\omega}^{A'}\} + \{{}^{A'} \boldsymbol{\omega}^{A''}\} + \{{}^{A''} \boldsymbol{\omega}^B\} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta la secuencia de ángulos de Euler presentada anteriormente se tiene,

$$\{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\} = \dot{\phi} \mathbf{a}'_3 - \dot{\theta} \mathbf{a}''_2 + \dot{\psi} \mathbf{b}_1 \quad (12)$$

La velocidad angular, resuelta en términos de \mathbf{B} , está dada por,

$$\{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\}_B = [\mathbf{T}_{(\theta, \psi)}] \{\dot{\boldsymbol{\eta}}_B\} = \omega_1 \mathbf{b}_1 + \omega_2 \mathbf{b}_2 + \omega_3 \mathbf{b}_3 \quad (13)$$

donde

$$[\mathbf{T}_{(\theta, \psi)}] = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & 1 \\ \cos \theta \sin \psi & -\cos \psi & 0 \\ \cos \theta \cos \psi & \sin \psi & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{y} \quad \{\dot{\boldsymbol{\eta}}_B\} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para simplificar las expresiones de las velocidades y de las aceleraciones es conveniente expresar sus componentes en términos de los versores de la base ($\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$) fija al ala. Se llamará $\{\mathbf{V}_p^N\}_B$ a la velocidad de un punto arbitrario P sobre el ala respecto del marco inercial \mathbf{N} expresada en el marco de referencia \mathbf{B} . Finalmente, teniendo en cuenta que,

$$\{\mathbf{r}\}_B = r_1 \mathbf{b}_1 + r_2 \mathbf{b}_2 + r_3 \mathbf{b}_3, \quad \{\mathbf{R}_b\}_B = L_2 \mathbf{b}_1 \quad \text{donde } L_2 = \|\mathbf{R}_b\|_2 \quad (15)$$

se obtiene la velocidad de P resuelta en el sistema de referencia \mathbf{B} ,

$$\{\mathbf{V}_p^N\}_B = \frac{{}^N d}{{}^N dt} \{\mathbf{R}_p\} = \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\}_B \times \{\mathbf{R}_b\}_B + \{{}^N \boldsymbol{\omega}^B\}_B \times \{\mathbf{r}\}_B \quad (16)$$

6 ACELERACIONES

La aceleración del punto P se obtiene mediante la evaluación de la derivada total respecto del tiempo de la Ecuación (10). Esta derivada es realizada por un observador fijo al marco de referencia inercial \mathbf{N} .

$$\frac{{}^N d^2}{dt^2} \{ \mathbf{R}_p \} = \frac{{}^N d}{dt} \left[\{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{R}_b \} \right] + \frac{{}^N d}{dt} \left[\{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{r} \} \right] \quad (17)$$

$$= \frac{{}^N d}{dt} \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{R}_b \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \frac{{}^N d}{dt} \{ \mathbf{R}_b \} + \frac{{}^N d}{dt} \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{r} \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \frac{{}^N d}{dt} \{ \mathbf{r} \} \quad (18)$$

Simplificando y utilizando el teorema de transporte se obtiene la siguiente expresión,

$$\begin{aligned} \frac{{}^N d^2}{dt^2} \{ \mathbf{R}_p \} = & \{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \} \times \{ \mathbf{R}_b \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \left[\frac{{}^B d}{dt} \{ \mathbf{R}_b \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{R}_b \} \right] + \\ & + \{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \} \times \{ \mathbf{r} \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \left[\frac{{}^B d}{dt} \{ \mathbf{r} \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{r} \} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

donde $\{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \}$ es el vector aceleración angular del marco de referencia \mathbf{B} respecto del marco inercial \mathbf{N} . Recordando que \mathbf{R}_b y \mathbf{r} están fijos en el sistema \mathbf{B} , sus derivadas respecto del tiempo, relativa a un observador fijo en \mathbf{B} , se anulan, por lo tanto,

$$\frac{{}^N d^2}{dt^2} \{ \mathbf{R}_p \} = \{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \} \times \{ \mathbf{R}_b \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{R}_b \} + \{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \} \times \{ \mathbf{r} \} + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \} \times \{ \mathbf{r} \} \quad (20)$$

El vector aceleración angular se calcula como la derivada respecto del tiempo de la velocidad angular de \mathbf{B} respecto de \mathbf{N} resuelta en términos de \mathbf{B} . Para tomar esta derivada se utiliza nuevamente el teorema de transporte,

$$\frac{{}^N d}{dt} \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B = \frac{{}^B d}{dt} \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B \times \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B \quad (21)$$

Teniendo en cuenta la Ecuación (13) se tiene,

$$\{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \}_B = \frac{{}^N d}{dt} \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B = \frac{{}^B d}{dt} \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B = \dot{\omega}_1 \mathbf{b}_1 + \dot{\omega}_2 \mathbf{b}_2 + \dot{\omega}_3 \mathbf{b}_3 \quad (22)$$

Introduciendo la Ecuación (15) se obtiene finalmente la expresión para la aceleración del punto P respecto del marco \mathbf{N} y resuelta en términos del sistema de referencia \mathbf{B} ,

$$\begin{aligned} \{ \mathbf{A}_p^N \}_B = & \frac{{}^N d^2}{dt^2} \{ \mathbf{R}_p \} = \{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \}_B \times \{ \mathbf{R}_b \}_B + \\ & + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B \times \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B \times \{ \mathbf{R}_b \}_B + \{ {}^N \boldsymbol{\alpha}^B \}_B \times \{ \mathbf{r} \}_B + \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B \times \{ {}^N \boldsymbol{\omega}^B \}_B \times \{ \mathbf{r} \}_B \end{aligned} \quad (23)$$

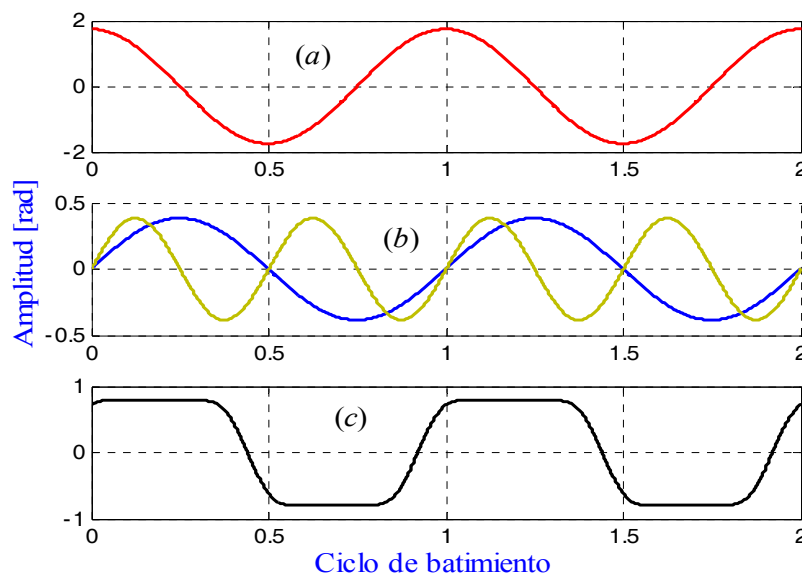
7 SIMULACIONES NUMÉRICAS

El código computacional para simular la cinemática del robofly fue desarrollado íntegramente en MATLAB®. Éste permite ingresar funciones en forma discreta para representar la evolución temporal de los ángulos ϕ , θ , y ψ . El programa cuenta con una rutina de pre-procesamiento que interpola los datos discretos. Luego, los datos interpolados son utilizados para computar la orientación espacial del ala, y la velocidad y aceleración de distintos puntos contenidos en la misma.

El post-procesamiento de los datos permite obtener visualizaciones de las trayectorias que siguen las alas a lo largo de un ciclo de batimiento, obtener proyecciones 2D de las trayectorias 3D que describen puntos distribuidos a sobre el ala, como así también gráficos de la velocidad y aceleración de dichos puntos.

7.1 Señales de entrada

En este trabajo la historia en el tiempo de los ángulos ϕ , θ , y ψ es la implementada por Dickinson (2001) en su estudio, sobre un modelo mecánico a escala de una *drosophila melanogaster*, para investigar como los cambios en estos parámetros afectan la producción de fuerzas aerodinámicas.



(a) ángulo de posición $\phi(t)$, (b) ángulo de desviación $\theta(t)$, (c) ángulo de rotación respecto del eje longitudinal del ala $\psi(t)$

Figura 15: Señales de entrada

Para generar el ángulo de posición dentro del plano de batimiento $\phi(t)$ y el ángulo de desviación $\theta(t)$ se utilizaron funciones armónicas. Como se puede observar en la Figura 15(b) se emplearon dos funciones para describir el ángulo de desviación:

- i. un patrón en forma de elipse: el ala se desvía del plano de aleteo siguiendo medio ciclo de una función seno por cada half-stroke, y
- ii. un patrón en forma de ocho: el ala se desvía del plano de aleteo siguiendo un ciclo completo de una función seno por cada half-stroke.

El ángulo de rotación respecto del eje longitudinal del ala $\psi(t)$ fue descrito mediante una forma de onda trapezoidal, la cual mantiene un ángulo constante durante cada half-stroke y una velocidad de rotación constante correspondiente a la fase rotacional del movimiento “reversal stroke”.

7.2 Planos de proyección

Los planos sobre los cuales se proyectan las trayectorias 3D que describen los diferentes puntos contenidos en el ala se indican en la [Figura 16](#). El plano “ χ ” es paralelo al plano formado por los versores \mathbf{n}_2 y \mathbf{n}_3 y el plano “ β ” es el generado por los versores \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_3 .

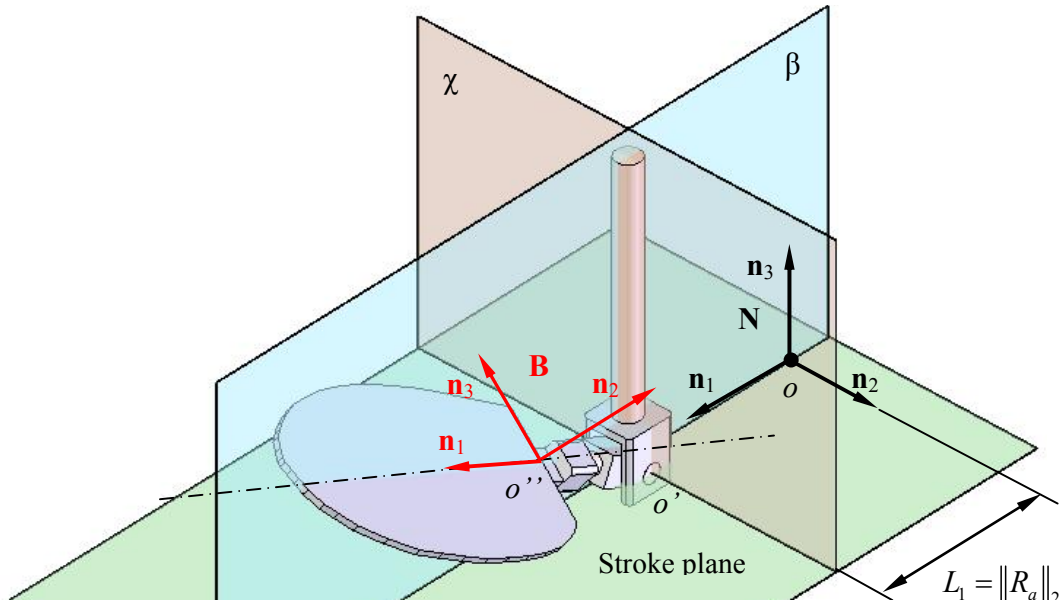


Figura 16: Planos de proyección

7.3 Trayectoria 3-D de la punta del ala y validación de la herramienta computacional desarrollada

En la [Figura 17](#) y [18](#) muestran gráficos correspondientes a la trayectoria tridimensional que sigue la punta del ala. Los puntos en azul corresponden a la fase downstroke, los puntos en rojo a la fase upstroke, y el punto color verde marca el comienzo del downstroke. La proyección de estos gráficos sobre el plano “ χ ” genera las trayectorias 2D en forma de elipse y en forma de ocho mencionadas anteriormente ([Ellington, 1984b](#)). Las coordenadas (X, Y, Z) están asociadas a las direcciones (\mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 , \mathbf{n}_3) en el sistema de referencia inercial N.

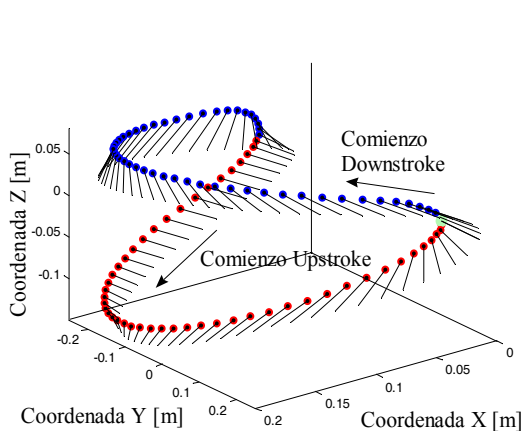


Figura 17: Trayectoria 3-D de la punta del ala, correspondiente al patrón en elipse

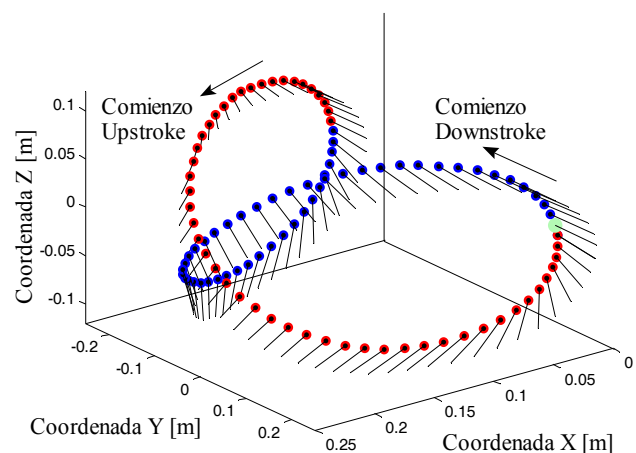


Figura 18: Trayectoria 3-D de la punta del ala, correspondiente al patrón en ocho

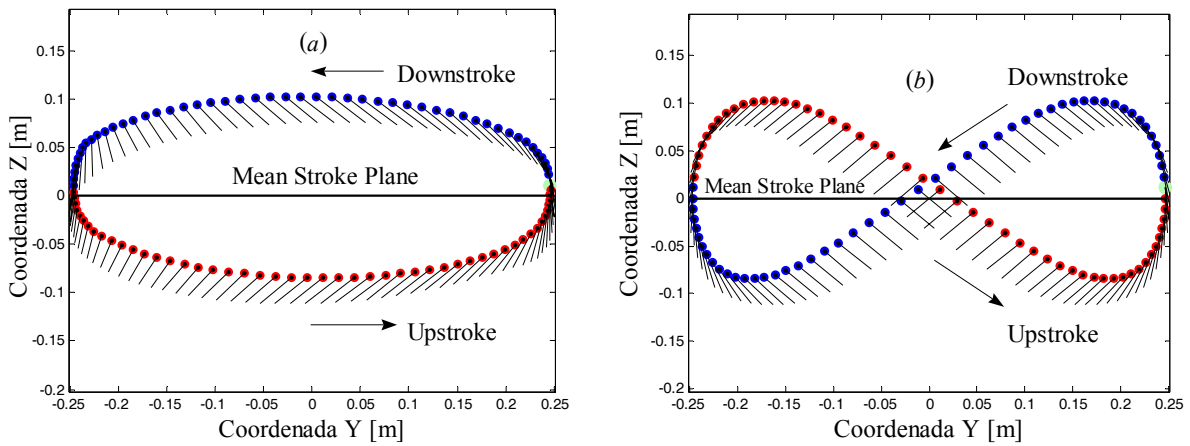


Figura 19: (a) Trayectoria de la punta del ala proyectado sobre el plano “ χ ” (patrón en forma de elipse)
 (b) Trayectoria de la punta del ala proyectado sobre el plano “ χ ” (patrón en forma de ocho)

Comparando la [Figura. 19](#) (generada con el código desarrollado en este esfuerzo) con la [Figura 20](#) (generada experimentalmente por Dickinson), se observa que las simulaciones numéricas reproducen fielmente las trayectorias del “robofly” determinadas experimentalmente.

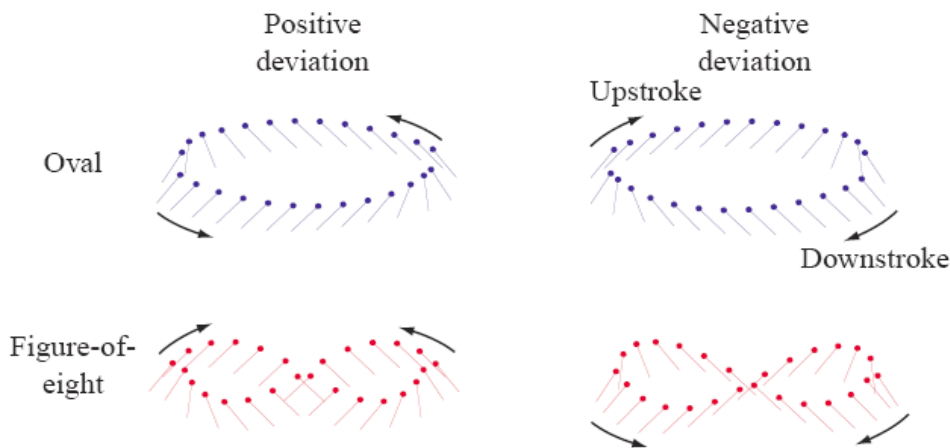


Figura 20: Trayectorias del robofly determinadas experimentalmente ([Sane and Dickinson, 2001](#))

7.4 Trayectorias 2-D de puntos distribuidos a lo largo de la cuerda del ala

En esta sección se presentan las proyecciones sobre los planos “ χ ” y “ β ” de las trayectorias 3D de puntos distribuidos al 0, 50 y 100 % de la cuerda del ala (ver [Figura 21](#)).

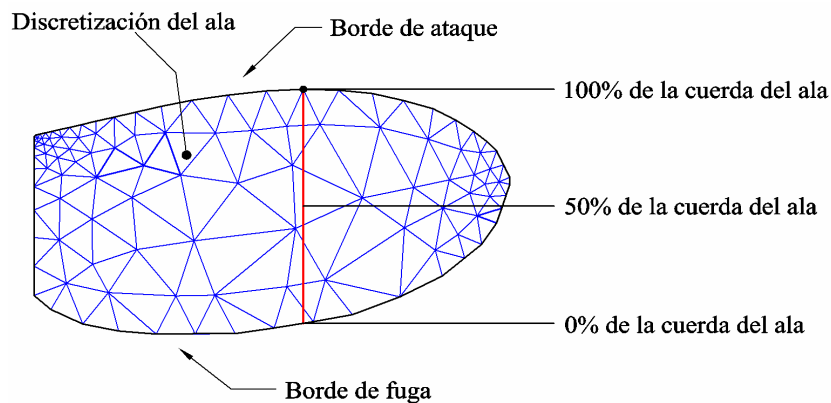


Figura 21: División sobre la cuerda del ala

Estas trayectorias, para un ángulo de desviación correspondiente a medio ciclo de una onda seno en cada half-stroke (patrón en forma de elipse), son mostradas en la [Figura 22](#).

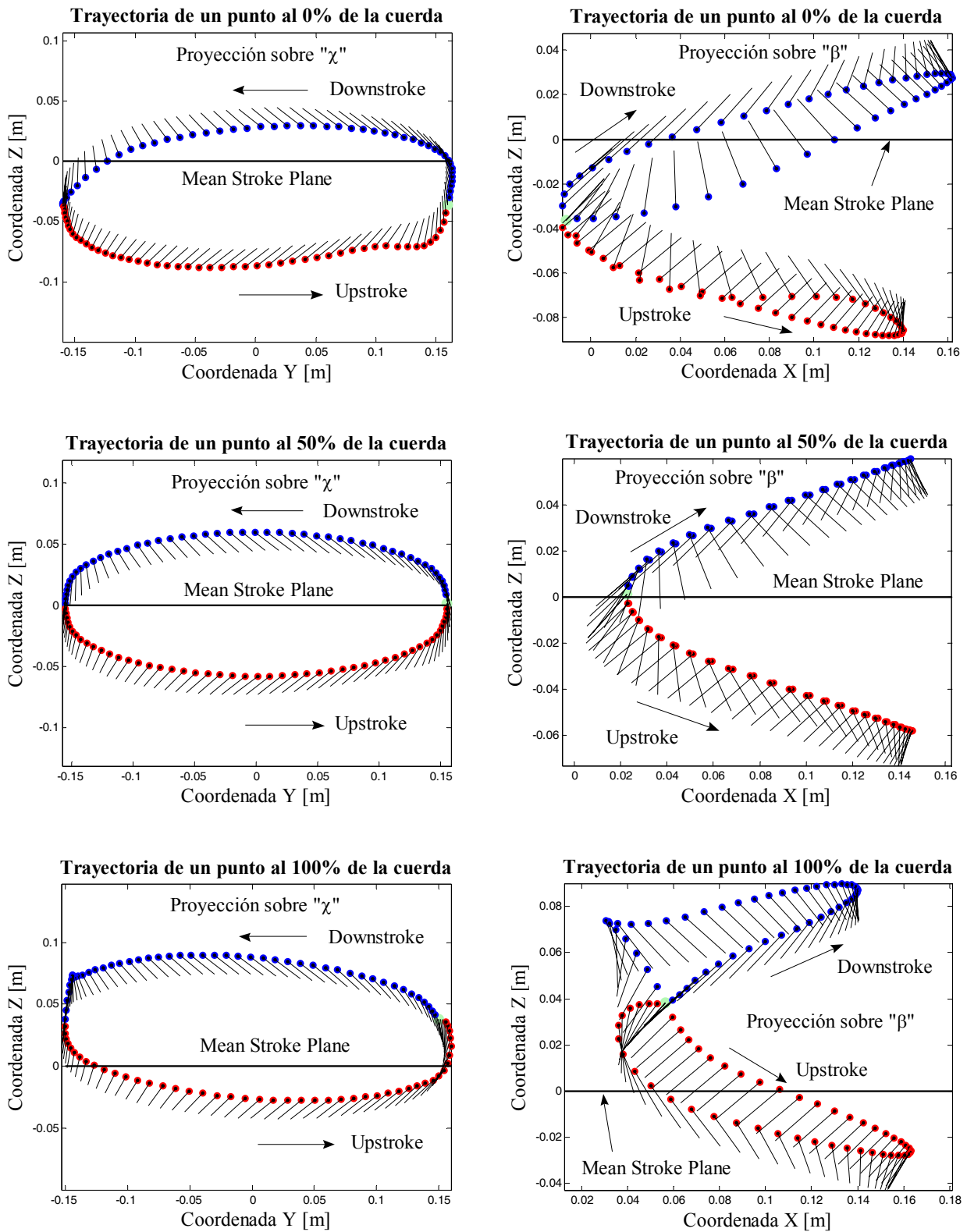


Figura 22: Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la cuerda del ala (patrón en forma de elipse)

Al modificar el ángulo de desviación de modo que el ala se desvíe del plano de aleteo siguiendo un ciclo completo de una función seno en cada half-stroke se producen las trayectorias 2D sobre los planos “ χ ” y “ β ” (patrón en forma de ocho) indicadas en la [Figura 23](#).

En las proyecciones hechas sobre el plano “ β ” no se pueden distinguir las fases downstroke y upstroke. Esto se debe a que cada una de estas fases tiene exactamente la misma proyección sobre el plano “ β ”. En estos gráficos, el punto de color verde que marca el comienzo de la etapa de downstroke coincide con el comienzo de la etapa de upstroke.

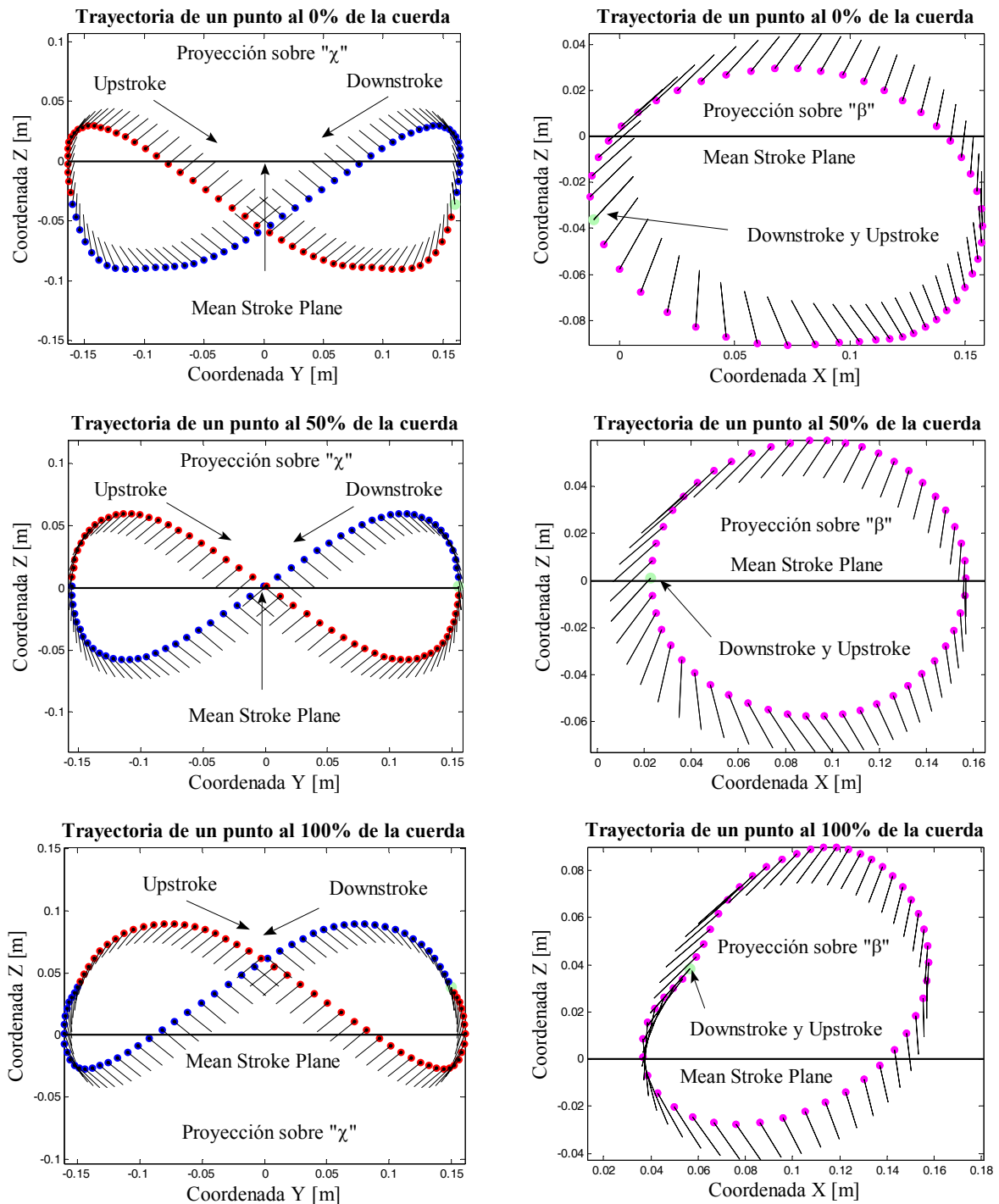


Figura 23: Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la cuerda del ala (patrón en forma de ocho)

7.5 Trayectorias 2D de puntos distribuidos a lo largo de la longitud del ala “span”

En esta sección se presentan proyecciones sobre los planos “ χ ” y “ β ” de las trayectorias 3D de puntos distribuidos al 0, 50 y 100 % de la envergadura del ala (ver [Figura 24](#)).

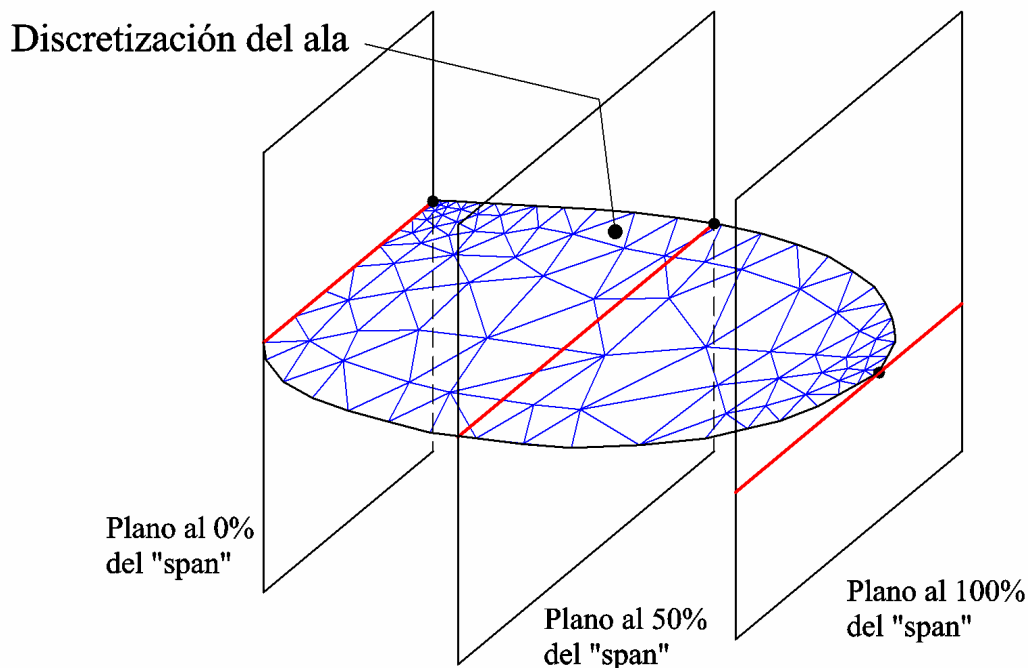


Figura 24: División sobre la envergadura del ala

Las trayectorias proyectadas sobre los planos antes mencionados con un ángulo de desviación correspondiente a medio ciclo de una función seno en cada half-stroke (patrón en forma de elipse) se muestran en la [Figura 25](#).

Cuando el ala se desvía del plano de aleteo siguiendo un ciclo completo de una función seno en cada half-stroke, las proyecciones 2D son similares a los gráficos de la [Figura 23](#), y se muestran en la [Figura 26](#).

Como se mencionó anteriormente el plano de aleteo permanece en una posición horizontal fija en el espacio, lo cual implica que el tipo de vuelo analizado corresponde a una clase de “hover”. Este tipo de vuelo fue extensivamente estudiado por [Weis-Fogh \(1972, 1973\)](#) quien caracterizó los patrones normales de “hovering”. La amplitud del ángulo que describe la posición dentro del plano de aleteo entre las fases de rotación “pronation” y “supination” es bastante grande, lo cual habilita a las alas a operar con grandes ángulos de ataque. Esto se observa claramente en los gráficos presentados a continuación.

Por otro lado las [Figuras 22, 23, 25, y 26](#) muestran la compleja cinemática asociada a los diferentes puntos contenidos en el ala. Estos patrones en forma de elipse y en forma de ocho han sido confirmados por varios investigadores a lo largo de décadas de trabajo. Para realizar un correcto análisis dinámico y aerodinámico del vuelo con alas batientes, es fundamental entender como los insectos y aves modifican la cinemática de sus alas para desarrollar distintas condiciones de vuelo.

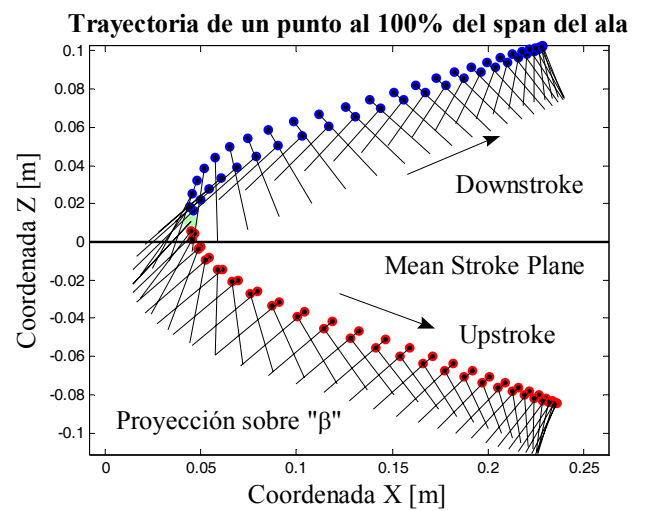
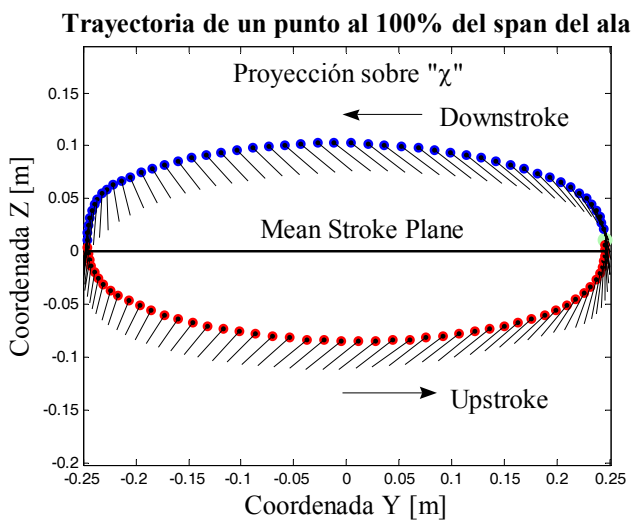
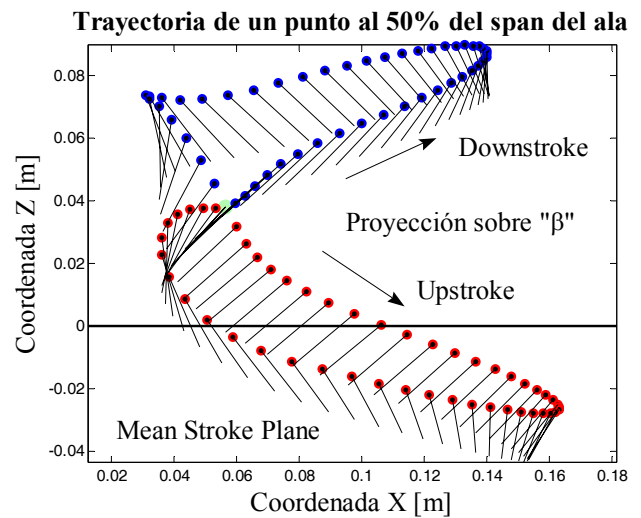
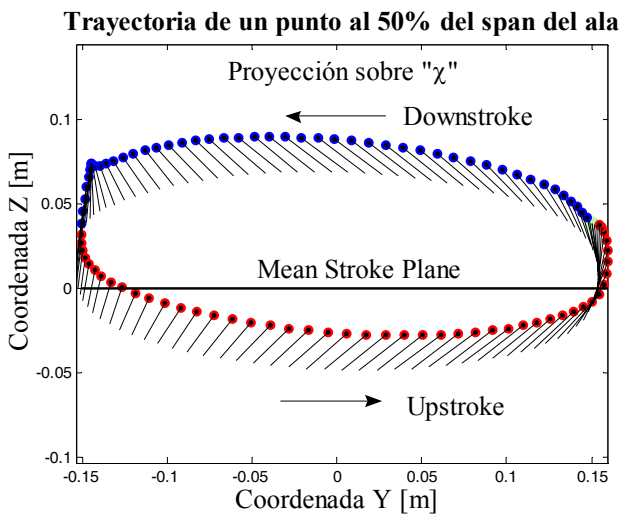
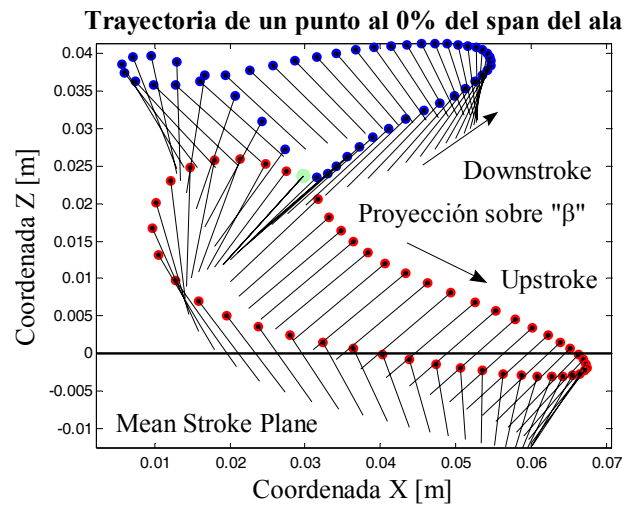
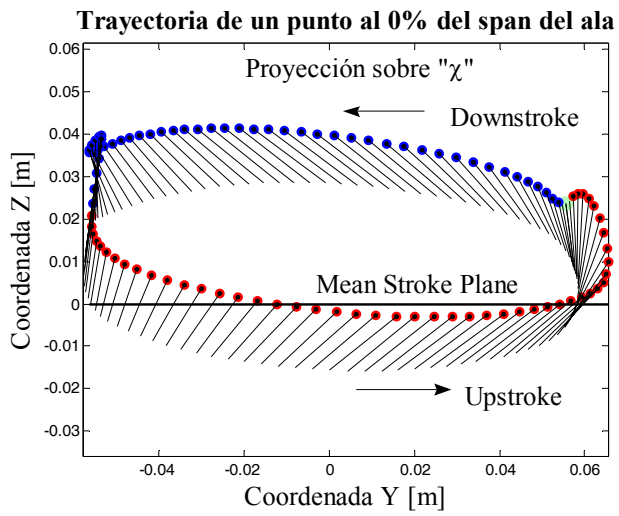


Figura 25: Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la envergadura del ala (patrón en forma de elipse)

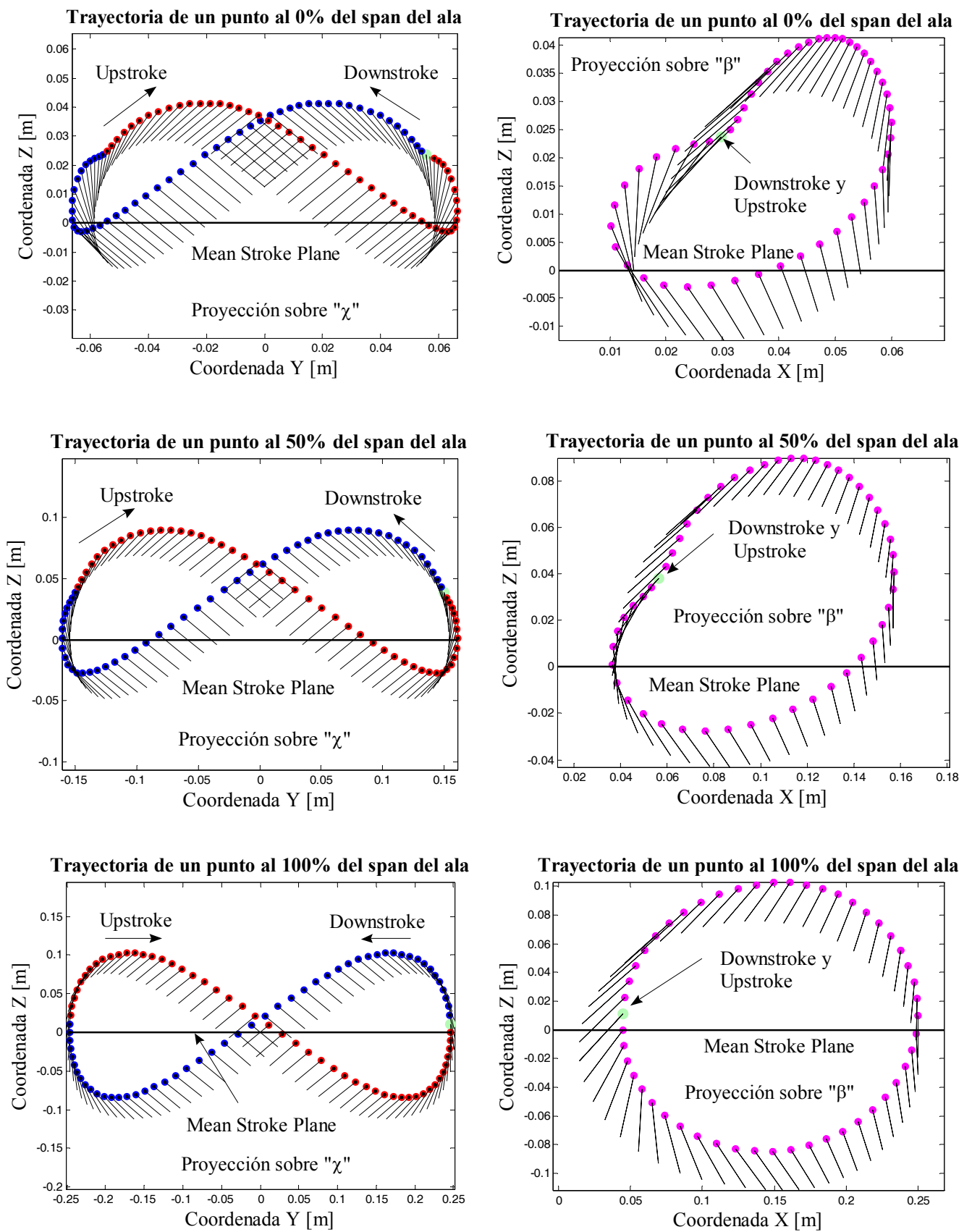


Figura 26: Trayectorias de puntos al 0, 50 y 100% de la envergadura del ala (patrón en forma de ocho)

7.6 Velocidad y aceleración de la punta del ala

El programa desarrollado cuenta con una rutina que determina en forma numérica la velocidad y aceleración de los diferentes puntos analizados en las secciones 7.4 y 7.5. En la [Figura 27](#) se grafica el módulo de la velocidad y de la aceleración de la punta del ala.

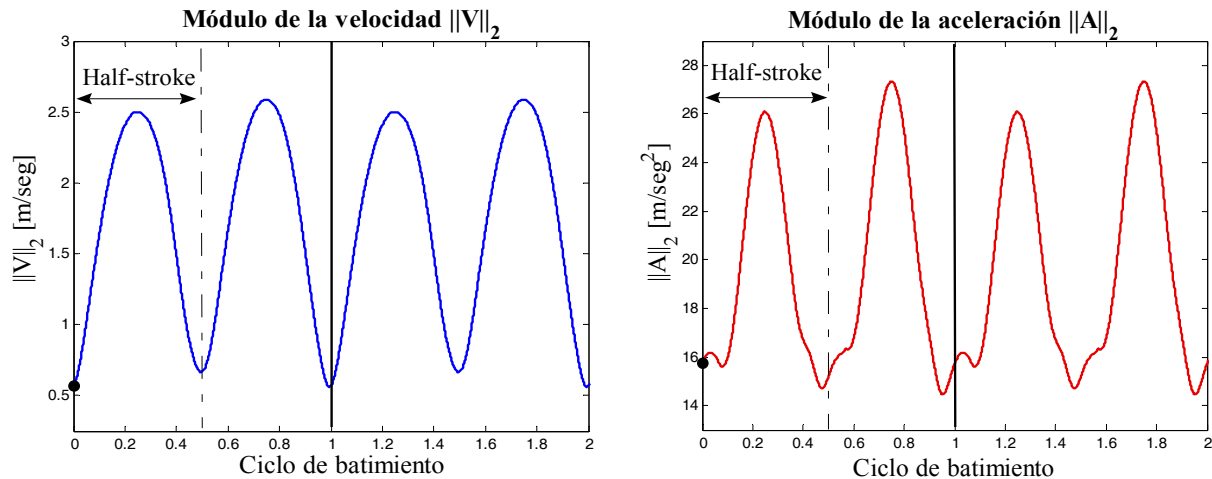


Figura 27: Módulo de la velocidad y aceleración de la punta del ala

Los cambios bruscos en la velocidad y aceleración que se observan en las figuras anteriores hacia el final de cada half-stroke (donde el ala cambia rápidamente su dirección de movimiento) tienen una gran influencia sobre las fuerzas de sustentación producidas por la rotación del ala respecto de su eje longitudinal (rotational lift) y sobre las fuerzas generadas debido a la captura de la estela (wake capture). Estos mecanismos aerodinámicos inestacionarios dependen explícitamente de la fase rotacional del ciclo de batimiento (pronation y supination) e interactúan con mecanismos tales como el retraso de la pérdida dinámica (delayed stall) que depende básicamente de la fase de traslación del ala.

8 CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló una herramienta computacional versátil que permite estudiar la compleja cinemática asociada a micro-vehículos aéreos no-tripulados super-maniobrables de alas batientes. Se ha desarrollado un modelo de ala rígida, cuya morfología corresponde a una mosca de la fruta. El carácter interactivo del código posibilita ingresar diferentes patrones cinemáticos que permiten llevar a cabo un análisis integral de la mecánica del vuelo natural, como así también, estudiar diferentes configuraciones (despegue, ascenso, “hover”, descenso y aterrizaje, entre otras) observadas en el vuelo de pájaros pequeños e insectos. Más allá del carácter cuantitativo, el código desarrollado mostró una gran utilidad al momento de clasificar cualitativamente las diferentes trayectorias seguidas por las alas a lo largo de un ciclo de batimiento.

Los resultados logrados reproducen fielmente mediciones experimentales de las trayectorias, velocidades, y aceleraciones de un robot dinámicamente escalado. Todo esto demuestra el potencial del modelo y del programa desarrollado. En un futuro se pretende incorporar al programa la cinemática de aves pequeñas y dotar a las alas de características elásticas para de esta forma estudiar como la deformación del perfil del ala, la torsión, la flexión transversal, y la expansión y contracción de la superficie alar, influyen sobre la producción de fuerzas aerodinámicas.

REFERENCIAS

- Ansari S.A., Żbikowski R. and Knowles K., Non-linear unsteady aerodynamics model for insect-like flapping wings in the hover. Part 2: implementation and validation. *Aerospace Engineering*, 220:169-186, 2006.
- Azuma A., Okamoto M. and Yasuda K., Aerodynamics characteristics of wings at low Reynolds number. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:341-398, 2001.
- Baruh H., *Analytical Dynamics*. McGraw Hill, 1999.
- Dickinson M.H., Lehmann, F.O. and Sane S.P., Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight. *Science*, 284:1954–1960, 1999.
- Dickinson M., Solving the mystery of insect flight. *Scientific American*, 284(6):48-57, 2001.
- Ellington C.P., The aerodynamics of hovering insect flight. I. The quasi-steady analysis. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 305(1122):1-16, 1984a.
- Ellington C.P., The aerodynamics of hovering insect flight. III. Kinematics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 305(1122):41-78, 1984b.
- Kane T.R., *Dynamics*. Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1968
- Mueller T.J. and Delaurier J.D., An Overview of Micro Air Vehicle Aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:1-10, 2001.
- Osborne M.F., Aerodynamics of flapping flight with application to insects. *Journal of Experimental Biology*, 28:221-245, 1951.
- Raney D.L. and Slominski E.C., Mechanization and control concepts for biologically inspired micro air vehicles. *Journal of Aircraft*, 41:1257-1265, 2004.
- Sane S., The aerodynamics of insect flight. *The Journal of Experimental Biology*, 206:4191-4208, 2003.
- Sane S.P. and Dickinson M., The control of flight force by a flapping wing: Lift and drag production. *The Journal of Experimental Biology*, 204:2607-2626, 2001.
- Singh B. and Chopra I., Airloads prediction for flapping and rotary wing MAVs. 10th International workshop on aerolasticity of rotorcraft systems, 2006.
- Valdez M., Preidikman S. y Massa J., Aerodinámica de flujos bidimensionales e inestacionarios dominados por vorticidad. Asociación Argentina de Mecánica Computacional, 25:2333-2357, 2006.
- Vanella M., Preidikman S. y Massa J., Un modelo híbrido de cuerpos rígidos y flexibles para estudiar la cinemática no-lineal de micro-vehículos aéreos súper-maniobrables de alas batientes inspirados en la biología. *Congreso Argentino de Tecnología Espacial*, 2005.
- Weis-Fogh T. and Jensen M., Biology and physics of locust flight: I. Basic principles in insect flight. A critical review. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 239:415-458, 1956.
- Weis-Fogh T., Energetics of hovering flight in hummingbirds and in *Drosophila*. *Journal of Experimental Biology*, 56:79-104, 1972.
- Weis-Fogh T., Quick estimates of flight fitness in hovering animals, including novel mechanisms for lift production. *Journal of Experimental Biology*, 59:169-230, 1973.