

## SIMULACIÓN DEL TRANSPORTE DE HUMEDAD EN LA MADERA ACOPLADO CON FLUJO MIXTO

Carlos H. Salinas Lira<sup>\*</sup> y Yerko A. Gatica Lagos<sup>†</sup>

<sup>\*</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Bío-Bío  
Av. Collao 1202, fono: 731455/731499, fax: 731022  
Concepción-CHILE.  
[Casali@ubiobio.cl](mailto:Casali@ubiobio.cl).

<sup>†</sup>Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad del Bío-Bío  
Av. Collao 1202, fono: 731455/731499, fax: 731022  
Concepción-CHILE  
[ygatica@pegasus.dci.ubiobio.cl](mailto:ygatica@pegasus.dci.ubiobio.cl)

**Palabras Claves:** Difusión doble, convección mixta, madera, secado, volúmenes finito.

**Resumen.** *El presente trabajo dice relación con el transporte de masa en un trozo de madera sólida acoplado con el ambiente de secado. Se usa el concepto de Potencial Hídrico para modelar el transporte de masa (humedad) al interior de la madera, el cual es acoplado al ambiente de secado con las ecuaciones de Navier-Stokes. Se consideran condiciones de continuidad de primer y segundo orden en la interface sólido/fluido y se incorporan en forma linear los efectos del gradiente de concentraciones y/o las variaciones de densidad. El modelo matemático es resuelto numéricamente a través del Método de Volúmenes Finitos descrito en coordenadas curvilíneas y variables co-localizadas, representando los términos difusivos a través de diferencia central y usando un esquema potencial para los términos convectivos. Se muestran resultados de patrones de flujo, isoconcentraciones y curvas de secado.*

## 1 INTRODUCTION

El presente trabajo dice relación con el estudio de difusión doble de calor y masa asociada a convección mixta (natural y forzada), conjugada con difusión de calor y masa en un material poroso, todo en un contexto de secado de la madera.

En estricto rigor el material madera puede ser entendido como siendo no homogéneo, anisotrópico, poroso y no saturado en cual intervienen esfuerzo en diversas escalas, por ejemplo: Difusión a nivel molecular, efectos capilares al nivel de escalas intermedias, deformaciones macro escalas, como discutido por<sup>[1]</sup>.

Desde el punto de vista del secado, la humedad es su parámetro característico encontrándose el agua que la define en estado líquida y/o gaseosa<sup>[2]</sup>, la cual puede estar ligada o libre en las paredes celulares<sup>[3]</sup>. Además, en el proceso de secado, se alteran las relaciones y/o equilibrios de esfuerzo mecánicos, lo cual propicia la deformación del material<sup>[4]</sup>.

Pese a las diversas complejidades, que devienen de las características de la madera anteriormente expuestas, el transporte de su humedad puede aceptar un tratamiento o modelación a nivel de macro escala asumiendo una homogeneidad (implica seleccionar una madera libre de defectos), despreciando las deformaciones, considerando la anisotropía pero tomando como relevantes la variación de propiedades en sus direcciones principales (ortotropía) y ponderando los fenómenos físicos de diversas escalas en cuanto a los efectos que se producen a grandes escalas. Todo lo anterior lleva a considerar, para efectos de modelación, a la madera como siendo un material homogéneo, lo cual permite aplicar las ecuaciones desarrolladas para fenómenos de transporte bajo la hipótesis del continuo.

Siendo así, en el presente trabajo se estudia un modelo bidimensional para la simulación del proceso de secado de la madera considerando a esta como siendo un material poroso ortotrópico no deformable, lo cual implica el conocimiento de sus propiedades físicas por lo menos en dos de sus tres direcciones principales (radial, tangencial y longitudinal). La metodología de estudio contempla la caracterización física, la modelación matemática y la solución numérica del proceso de secado (pérdida de humedad) que sufre un trozo de madera sólida cuando expuesto a una corriente de aire seco. Se trabaja con una topología simple (paralelepípedo de madera sólida), para la cual se disponen datos experimentales y numéricos obtenidos por otros autores. Además, se realiza un estudio sistemático de problemas asintóticos (sub-problemas) para efectos de validar los algoritmos al obtener resultados numéricos convergentes y en concordancia con la evidencia analítica y/o experimental.

El modelo matemático implementado sigue la línea de investigación fundamentada por Luikov<sup>[5]</sup> y desarrollada en el tiempo por diversos autores<sup>[6][7][8]</sup>, incluida la formulación simplificada<sup>[9]</sup>. Procediendo de esta forma, se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden para los procesos de transporte por conducción y convección de energía y concentración descritas para las variables de humedad, temperatura y presión. En particular, para el caso del secado convencional, que se estudia aquí, las variables de temperatura y presión pueden ser omitidas, restando entonces sólo la ecuación de transporte de concentración de humedad.

Siendo así, esta ecuación de transporte del tipo diferencial parcial no lineal de segunda orden, es descrita numéricamente en términos del Método de Volúmenes Finitos<sup>[10]</sup>, en coordenadas generalizadas<sup>[11][12]</sup> con representación de segundo orden para términos difusivos y formulación implícita para el avance en el tiempo. En términos generales, la formulación numérica fue realizada según descrita por Maliska<sup>[13]</sup>. Las mallas son generadas en base a una ecuación Poisson<sup>[11]</sup>. Aplicaciones del modelo para la simulación de difusión doble isotrópica y convección mixta en dominios monofásico y bifásico son realizadas, siendo los resultados discutidos y comparados con datos experimentalmente o numéricos disponibles en la literatura.

## 2 MODELO FÍSICO

El problema físico estudio corresponde a uno de convección mixta con difusión doble de calor y masa esquematizado en la figura 1. En esta se puede observar una cámara de aire rectangular, de altura  $H$  y ancho  $L$ , en la cual, centrada en su interior, se ubica un trozo de madera también rectangular de dimensiones  $h \times l$ . En términos generales, las paredes verticales son impermeables con temperaturas constantes  $T_h$  y  $T_c$  y las horizontales son consideradas adiabáticas con concentraciones  $C_h$  y  $C_l$ . Además existe ingreso (velocidad uniforme  $V$ ) y salida de masa sobre en una sección de altura  $d$  en las paredes verticales. Naturalmente que dependiendo de los valores en los contorno (sin considerar sólido en el interior) se pueden tener problemas asintóticos ampliamente difundidos en la literatura especializada: Convección natural ( $V=C_h=C_l=0$ ), convección forzada ( $T_h=T_c=C_h=C_l=0$ ), convección mixta ( $C_h=C_l=0$ ) y Difusión doble ( $V=0$ ).

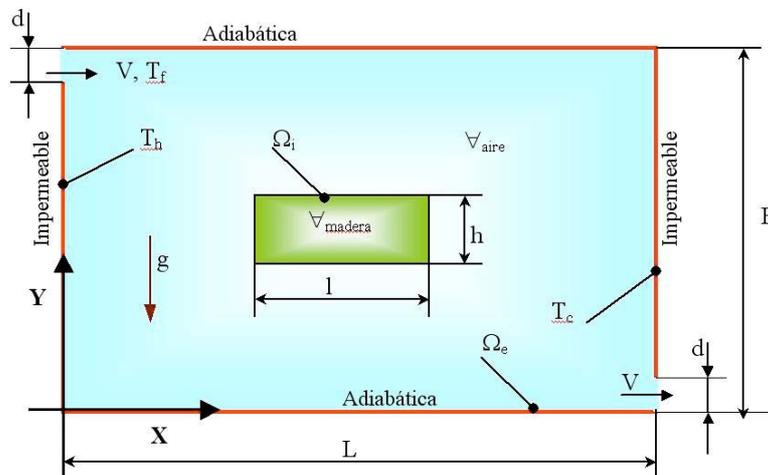


Figura 1. Esquema del problema de convección mixta con difusión doble de calor y masa en un medios poroso anisotrópico (madera).

### 3 MODELO MATEMÁTICO

#### 3.1 Dominio Fluido

El modelo matemático para esta región (Ambiente de secado) considera las ecuaciones de continuidad, momentum (Navier-Stokes), energía y masa (humedad) para un fluido incompresible de densidad  $\rho$ , viscosidad dinámica  $\mu$ , conductividad  $k$ , difusividad  $D$  y afectado por las fuerzas de cuerpo  $\mathbf{g}$  como mostrado en las ecuaciones (1-4).

$$\nabla(\mathbf{u}) = 0 \quad \text{continuidad} \quad (1)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u}(\nabla \mathbf{u}) \right] = -\nabla p + \nabla(\mu \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{F}_p \quad \text{Transporte de momentum} \quad (2)$$

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u}(\nabla T) \right] = \nabla(k \nabla T) + \dot{n}_T \quad \text{Trasporte de energia} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \mathbf{u}(\nabla \rho_A) = \nabla(D_{A-B} \nabla \rho_A) + \dot{n}_A \quad \text{Trasporte de masa A en el medio B} \quad (4)$$

Donde:

$T$	Temperatura [K]
$\rho_A$	Densidad de la especie transportada A [kg/m <sup>3</sup> ]
$c_p$	Calor específico [J/kg K]
$k$	Conductividad [W/m K]
$D_{A-B}$	Coefficiente de difusión de masa A en el medio B [m <sup>2</sup> /s]
$\dot{n}_T$	Fuente de energía [W/m <sup>3</sup> ]
$\dot{n}_A$	Fuente de masa [kg/s m <sup>3</sup> ]

En este contexto las fuerzas de empuje debido a la variación de densidad, considerando efectos de expansión térmica y de gradiente de concentraciones es expresada por la formulación de Oberdeck - Boussinesq:

$$\mathbf{F}_p = \rho \mathbf{g} \left[ \beta_T (T - T_0) + \beta_S (\rho_A - \rho_{A_0}) \right] \quad \text{Empuje} \quad (5)$$

Donde:

$\rho_{A_0}$	Densidad de referencia [kg/m <sup>3</sup> ]
$T_0$	Temperatura de referencia [K]
$\beta_T$	Coefficiente de expansión térmica [1/K]
$\beta_S$	Coefficiente de expansión por variación de concentración [m <sup>3</sup> /kg]
$\mathbf{g}$	Aceleración de gravedad [m/s <sup>2</sup> ]

Para el caso bidimensional, el modelo expresado por las ecuaciones (1) a (5) para un flujo transitorio bidimensional ( $\mathbf{u}=(u, v)$ ) en el plano XY (Y orientado en  $-\mathbf{g}$ ) de un fluido incompresible ( $\rho=\text{cte.}$ ), se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial u}{\partial t} + \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (7)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial v}{\partial t} + \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \rho g \left[ \beta_T (T - T_0) + \beta_s (\rho_A - \rho_{A_0}) \right] \quad (8)$$

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{n}_T \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + u \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_{A-B} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{A-B} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} \right) + \dot{n}_A \quad (10)$$

### 3.2 Dominio Sólido

El modelo matemático para esta región (Madera) considera que la variación local de la concentración de humedad equivalente a la divergencia del flujo se puede escribir, de acuerdo con el modelo de Luikov (1966), como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q}_m = 0 \quad (11)$$

Donde:  $C$  Concentración de humedad [ $\text{kg}_{\text{agua}}/\text{m}^3_{\text{madera-humeda}}$ ]  
 $\mathbf{q}_m$  Flujo de humedad [ $\text{kg}_{\text{agua}}/\text{m}^2_{\text{madera-humeda}} \text{ s}$ ].

Suponiendo pequeñas variaciones de temperatura y equilibrios entre las faces del agua en la madera el flujo de humedad puede ser descrito en función de la conductividad y el potencial hídrico como:

$$\mathbf{q}_m = -\underline{K}(M, T, P) \vec{\nabla} \psi \quad (12)$$

De esta forma, reemplazando (12) en (11) y asumiendo la madera como un medio poroso indeformable, se tendrá:

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{100}{G_m \rho_w} \nabla \cdot \left[ -\underline{K}(M, T, P) \nabla \psi \right] = 0 \quad (13)$$

Donde:  $M$  Contenido de humedad [ $100 \text{ kg}_{\text{agua}}/\text{kg}_{\text{madera-seca}}$ ]  
 $P$  Presión total [Pa]  
 $T$  Temperatura [ $^{\circ}\text{K}$ ]  
 $\underline{K}$  Tensor de difusividad efectiva del agua, función de M, T y P  
 [ $\text{kg}^2_{\text{agua}}/\text{m}_{\text{madera\_humeda}} \text{ s J}$ ].  
 $\psi$  Potencial hídrico [ $\text{J}/\text{kg}_{\text{agua}}$ ]

$G_m$  Gravedad específica [ $\text{kg}_{\text{madera-seca}}/\text{m}^3_{\text{madera-humeda}} \text{kg}_{\text{agua}}$ ]  
 $\rho_w$  Densidad del agua [ $\text{kg}_{\text{agua}}/\text{m}^3_{\text{agua}}$ ].

$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$  Operador de divergencia [ $1/\text{m}_{\text{madera-humeda}}$ ]

La ecuación de transporte de masa (1), puede ser representada por conveniencia de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_\phi \phi) + \nabla \cdot \mathbf{q}_\phi = S_\phi \quad (14)$$

Donde  $\phi$  Variable dependiente [Humedad]  
 $c_\phi$  Capacidad  
 $\mathbf{q}_\phi$  Flujo de  $\phi$   
 $S_\phi$  Fuente generadora de  $\phi$

En particular, el transporte de humedad descrito en forma indirecta a través del potencial hídrico  $\psi$  [J/kg] considerando un medio ortotrópico bidimensional en el plano XY, puede ser expresado de la siguiente forma<sup>i</sup>:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_\psi \psi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{yy} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \quad (15)$$

Donde:  $k_{xx}$  y  $k_{yy}$  difusividades ortogonales XY [ $\text{kg}^2_{\text{agua}}/\text{m}_{\text{madera-humeda}} \text{ s J}$ ]  
 $c_\psi = \frac{G_m \rho_m}{100} \frac{\partial M}{\partial \psi}$  capacidad de difusión de masa [ $\text{kg}^2_{\text{agua}}/\text{J m}^3_{\text{madera-humeda}}$ ]

Siendo las difusividades  $k_{xx}$  y  $k_{yy}$  en las direcciones principales X e Y respectivamente y  $\partial M / \partial \psi$  la variación de humedad en relación al potencial, parámetros físicos de transporte a ser determinados experimentalmente<sup>[8]</sup>.

Alternativamente (15) puede ser expresada en función de la concentración (% de humedad H) de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(c_H H) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k'_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k'_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} \right) \quad (16)$$

Donde:  $k_{xx}$  y  $k_{yy}$  difusividades ortogonales XY [ $\text{kg}^2/\text{m}_{\text{madera-humeda}} \text{ s J}$ ]  
 $k'_{xx} = k_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial M}$  y  $k'_{yy} = k_{yy} \frac{\partial \psi}{\partial M}$  difusividades modificadas [ $\text{kg}_{\text{madera-seca}}/\text{m}_{\text{madera-humeda}} \text{ s}$ ]  
 $c_H = \frac{G_m \rho_m}{100}$  capacidad de difusión de humedad [ $\text{kg}_{\text{madera-seca}}/\text{m}^3_{\text{madera-humeda}}$ ]

<sup>i</sup> Observar que los coeficientes  $c_\psi$ ,  $k_{xx}$  y  $k_{yy}$  corresponden a los coeficientes  $a_i$  y  $a_d$  de la ecuación genérica (17). Observar además, que los mencionados coeficientes son ahora dependientes de la variable transportada y para el caso de la difusividad dependiente también de la dirección. Todo lo anterior, configura un transporte de masa no lineal y ortotrópico.

### 3.3 Formulación Genérica

Las ecuaciones (7) a (10) y (16) pueden ser expresadas genéricamente por (17), cuyos coeficientes para cada ecuación de transporte son mostrados en la tabla 1

$$\frac{\partial(c_\phi\phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u\phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v\phi)}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(a_d \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(a_d \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + a_m\phi + F \quad (17)$$

Tabla 1. Coeficientes de la ecuación dimensional (17).

$\phi$	$c_\phi$	$a_d$	$F$	Ecuación
$\mathbf{1}$	0	0	0	continuidad
$\mathbf{u}$	$\rho$	$\mu$	0	momentum en X
$\mathbf{v}$	$\rho$	$\mu$	$\rho g \begin{bmatrix} \beta_T(T-T_0) \\ +\beta_S(\rho_A-\rho_{A_0}) \end{bmatrix}$	momentum en Y
$\mathbf{T}$	$\rho c_p$	$k$	0	Energía
$\rho_A$	1	$D_{A-B}$	0	Masa en el fluido
$\psi$	$c_\psi$	$k_{xx}; k_{yy}$	0	Potencial hídrico

### 3.4 Condiciones de Contorno

Las condiciones iniciales son las siguientes,

$$\left. \begin{array}{l} (u, v) = (0, 0) \\ \rho_A = 0 \\ T = T_c \end{array} \right\} \text{ en } \nabla_{\text{aire}} \quad \left. \begin{array}{l} (u, v) = (0, 0) \\ \rho_A = 100 \\ T = T_c \end{array} \right\} \text{ en } \nabla_{\text{poroso}} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} (u, v) = (0, 0) \\ \rho_A = 0 \\ T = T_c \end{array}} \right\} \text{ Condición iniciales (t = 0)} \quad (18)$$

En cuanto las condiciones de contorno en la interface cuerpo/fluido (madera/aire) y en la frontera externa del dominio fluido finito considerado, son las siguientes:

$$\left. \begin{array}{l} (u, v) = \begin{cases} (0, 0) \text{ en } \Omega_i + \Omega_e \\ (V, 0) \text{ en } x=0 \text{ con } H-d \leq y \leq H \end{cases} \\ T = \begin{cases} T_h \text{ en } x=0 \\ T_c \text{ en } x=L \\ T_f \text{ en } x=0 \text{ con } H-d \leq y \leq H \end{cases} \\ \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = 0 \text{ en } \begin{cases} y=0 \\ y=H \end{cases} \\ \frac{\partial \rho_A}{\partial x} = 0 \text{ en } \begin{cases} x=0 \\ x=L \end{cases} \end{array} \right\} \text{ Condiciones de contorno} \quad (19)$$

El modelo matemático es resuelto numéricamente a través del Método de Volúmenes

Finitos descrito en coordenadas curvilíneas y variables co-localizadas, representando los términos difusivos a través de diferencia central y usando un esquema potencial para los términos convectivos.

## 4 RESULTADOS

### 4.1 Difusión Doble

Con el objeto de validar el modelo se generan resultados para el caso de difusión dobles isotrópica Monofásico, lo cual implica no considerar ingreso y egreso de masa ( $V=0$ ), sin el trozo de madera al interior. Resultados obtenidos para determinados adimensionales definidos por la ecuación (20), dados en la tabla 2 y para malla de 15x30 a 40x80 son mostrados en las figuras (2-6).

La figura 2, presenta las mallas no uniformes del tipo cosenoidal utilizadas. La figura 3, muestra el análisis de consistencia con relación al tipo de malla y la figura 4 de forma similar para el paso de integración. Las figuras (5 y 6) muestran evoluciones transitorias en forma de líneas de corriente, isothermas y isoconcentraciones respectivamente. En términos generales se puede concordar que con las mallas de 30x60 y pasos de tiempo 50 [s] se obtienen resultados convergentes. En cuanto a la cualidad de los resultados, estos resultaron ser similares a los obtenidos por Bennacer<sup>[14]</sup>.

$$\begin{aligned}
 Pr &= \frac{\rho c_p V}{k} && \text{Número de Prandtl} \\
 Gr_T &= \frac{g \beta_T [T_h - T_c] H^3}{\nu^2} && \text{Número de Grashof} \\
 Sc &= \frac{V}{D_{A-B}} = Pr \cdot Le && \text{Número de Schmidt} \\
 Le &= \frac{\alpha}{D_{A-B}} && \text{Número de Lewis} \\
 N &= \frac{\beta_s \Delta \rho_A}{\beta_T \Delta T} && \text{Número de flotación} \\
 Da &= \frac{K}{H^2} && \text{Número de Darcy} \\
 Re &= \frac{VH}{\nu} && \text{Número de Reynolds} \\
 Ri &= \frac{Gr}{Re^2} && \text{Número de Reynolds} \\
 A &= \frac{L}{H} && \text{Relacioin de aspecto}
 \end{aligned} \tag{20}$$

Tabla 2. Adimensionales para Difusión Doble (17)

<b>N</b>	<b>Pr</b>	<b>Gr<sub>T</sub></b>	<b>Gr<sub>s</sub></b>	<b>Le</b>	<b>A</b>
2,5	7,0	10000,0	24999,9	100,0	2,0

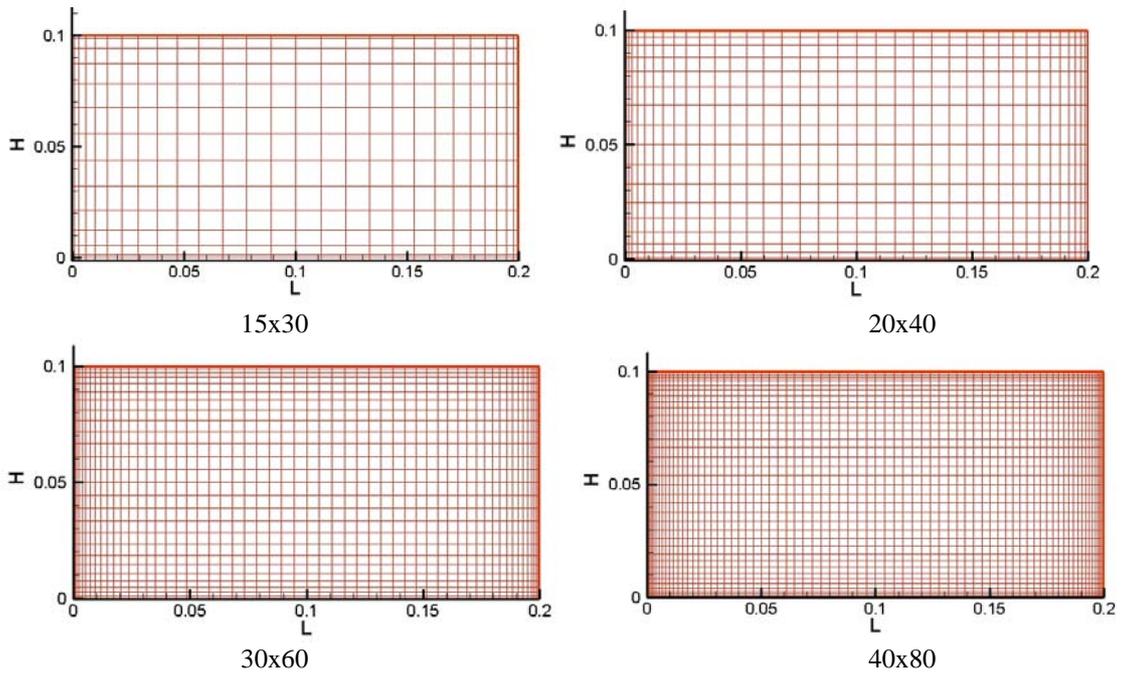


Figura 2. Mallas de distribución no uniforme cosenoidal utilizadas

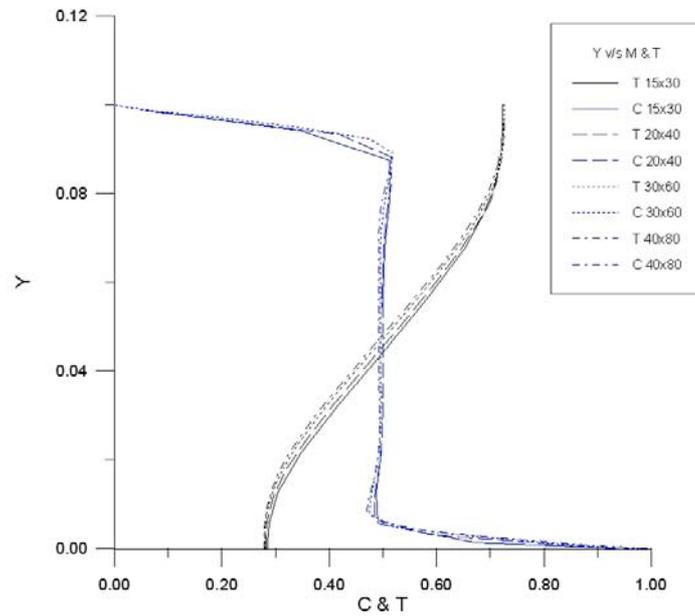


Figura 3. Análisis de convergencia de temperatura y concentración en la sección  $x=L/2$  en función del tipo de malla.

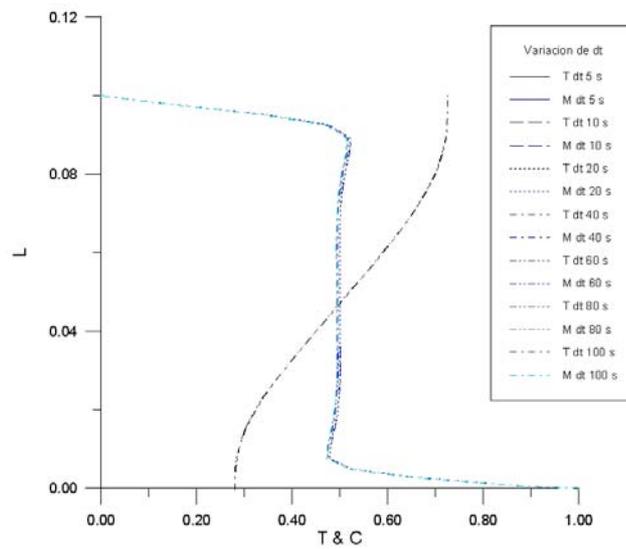


Figura 4. Análisis de convergencia de temperatura y concentración en la sección  $x=L/2$ , para una malla de 30x60 en función del paso de integración temporal  $dt$  ( $5 < dt < 100$ )

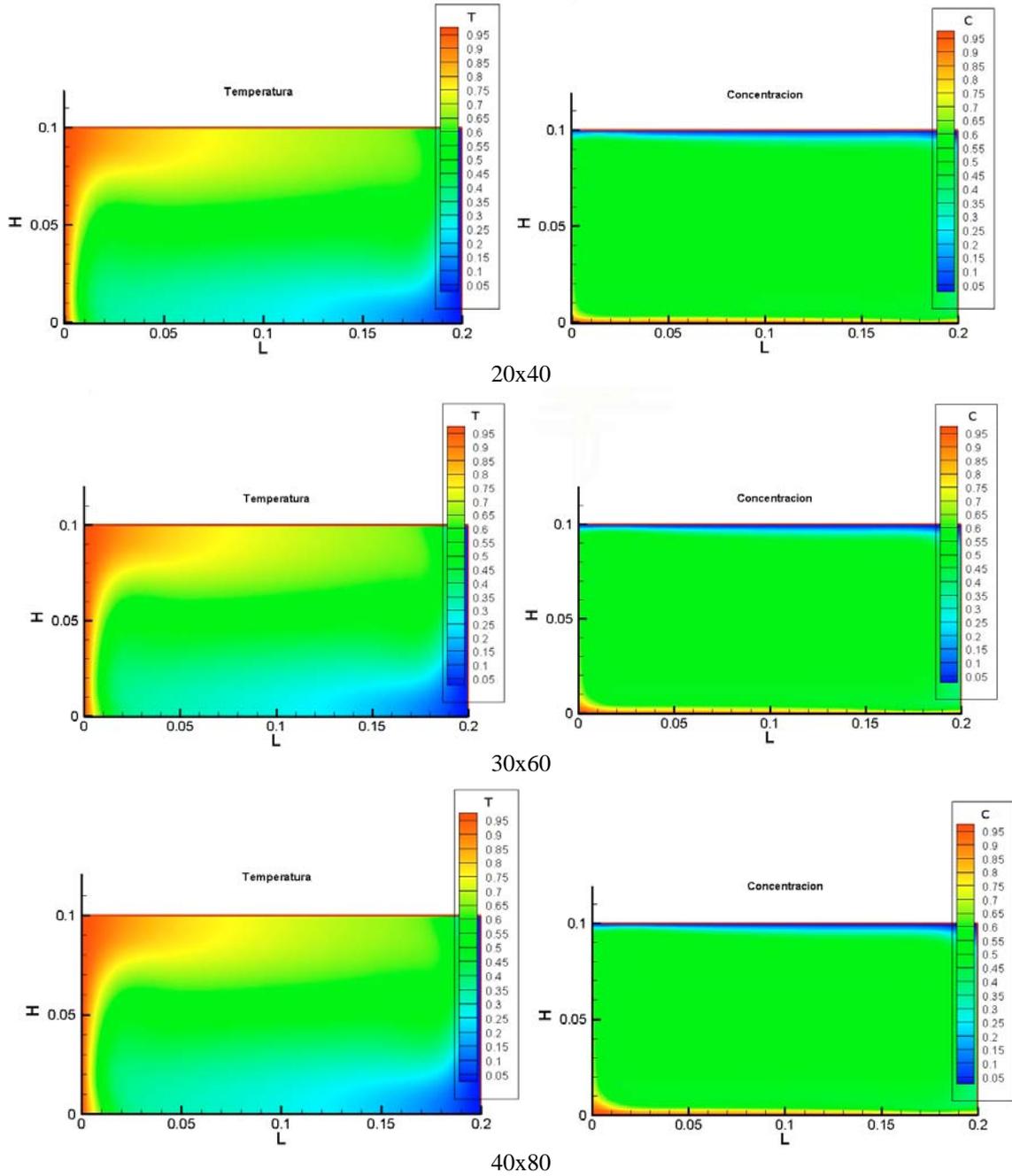


Figura 5. Distribución de temperaturas y concentraciones para diversas mallas

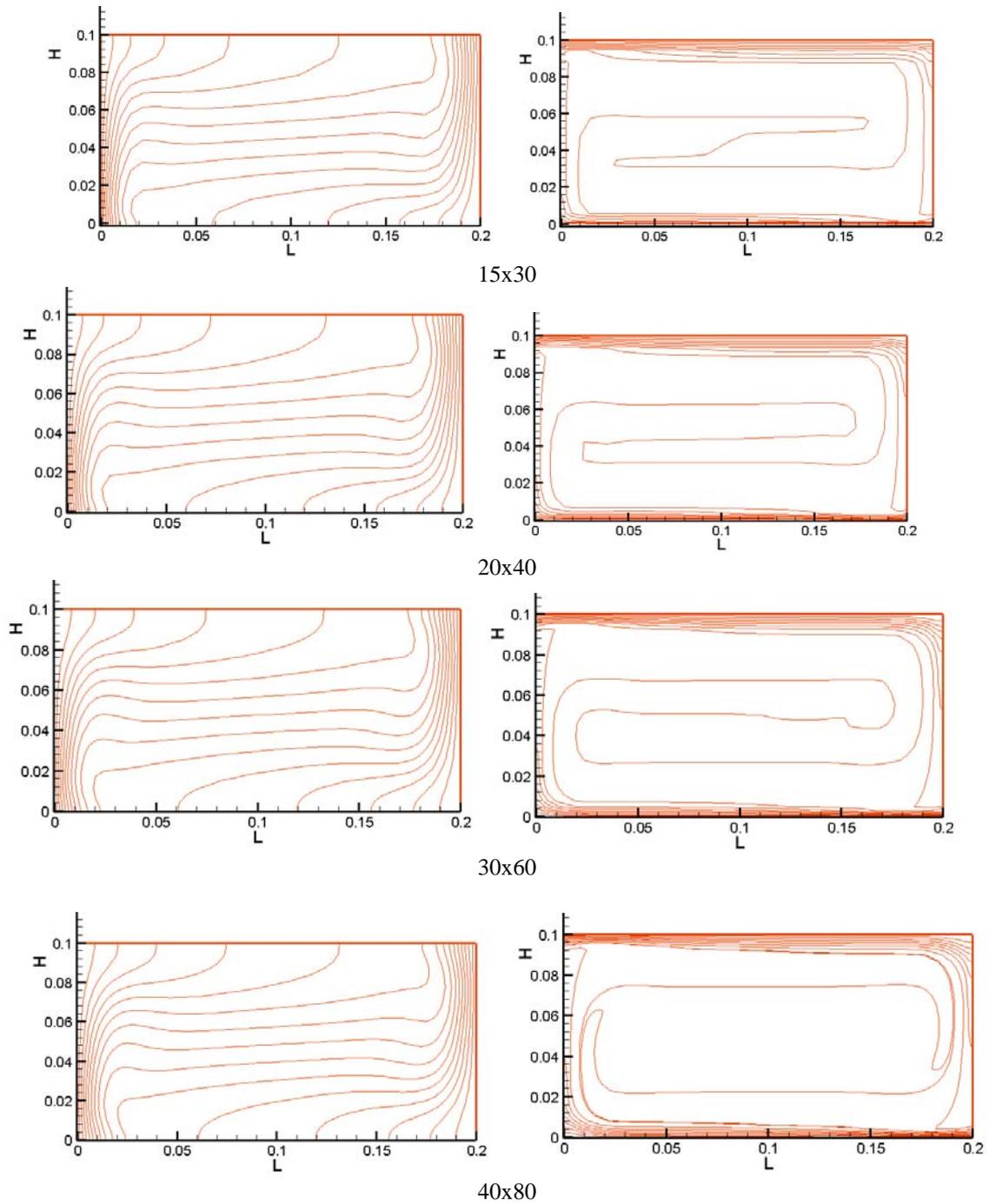


Figura 6. Líneas de isotermas y isoconcentraciones para diversas mallas

### 4.2 Convección Mixta

También con el objetivo de validar el modelo se generan resultados para el caso de difusión mixta isotrópica monofásica, lo cual implica considerar ingreso de masa con velocidad  $V$ , a través de una cavidad de altura  $d$  sobre extremo superior izquierdo de la pared vertical  $x=0$ . El egreso de masa se realiza, a través de una cavidad de altura  $d$  sobre extremo inferior derechos de la pared vertical en  $x=L$ . Par este caso no se considera material poroso al interior (no hay trozo de madera, ver figura 1). Resultados obtenidos para determinados adimensionales definidos por la ecuación (20), dados en la tabla 3 y para malla no uniforme  $40 \times 60$  del tipo cosenoidal, son mostrados en las figuras (7-10).

Los resultados líneas de corriente y isotemperaturas, cuando comparados con los obtenidos por Shu-Ching Lee<sup>[15]</sup> resultaron ser muy similares cualitativamente pero presentan diferencias cuantitativas en la distribución de temperaturas. Para mayor detalle, las figuras (9 y 8) muestran las componentes de las velocidades cartesianas  $u$  y  $v$ , a través de las cuales se pueden apreciar entre otras las direcciones preferenciales de velocidad.

Tabla 3. Adimensionales para Convección Mixta

Pr	Ri	Re	A
0,7	0.1	100	1,5

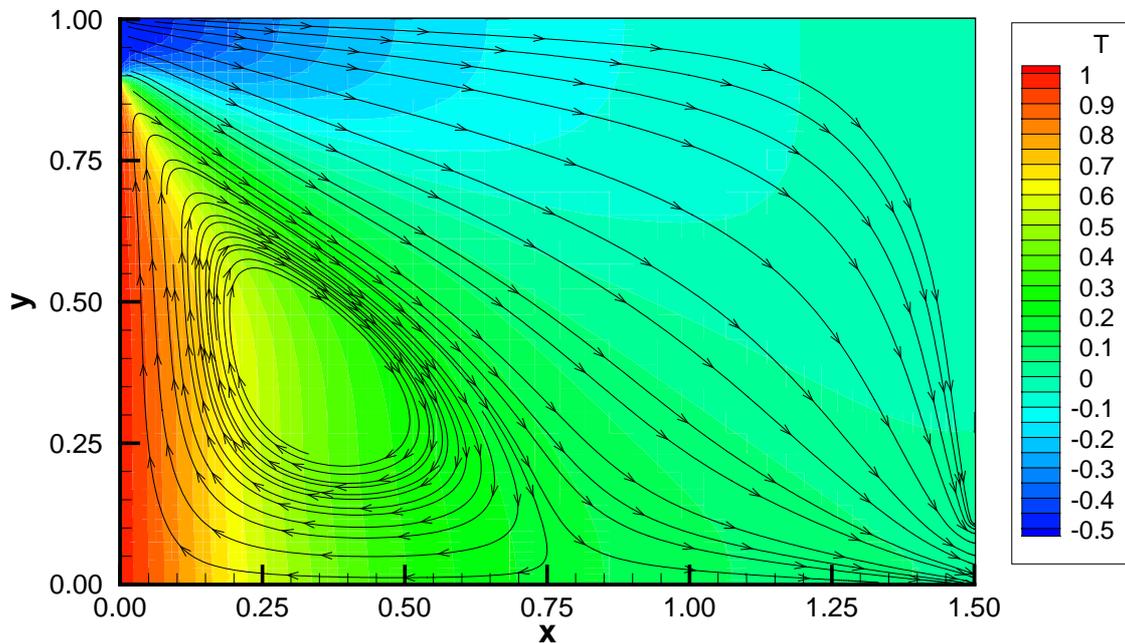


Figura 7 Líneas de corriente para Convección Mixta.

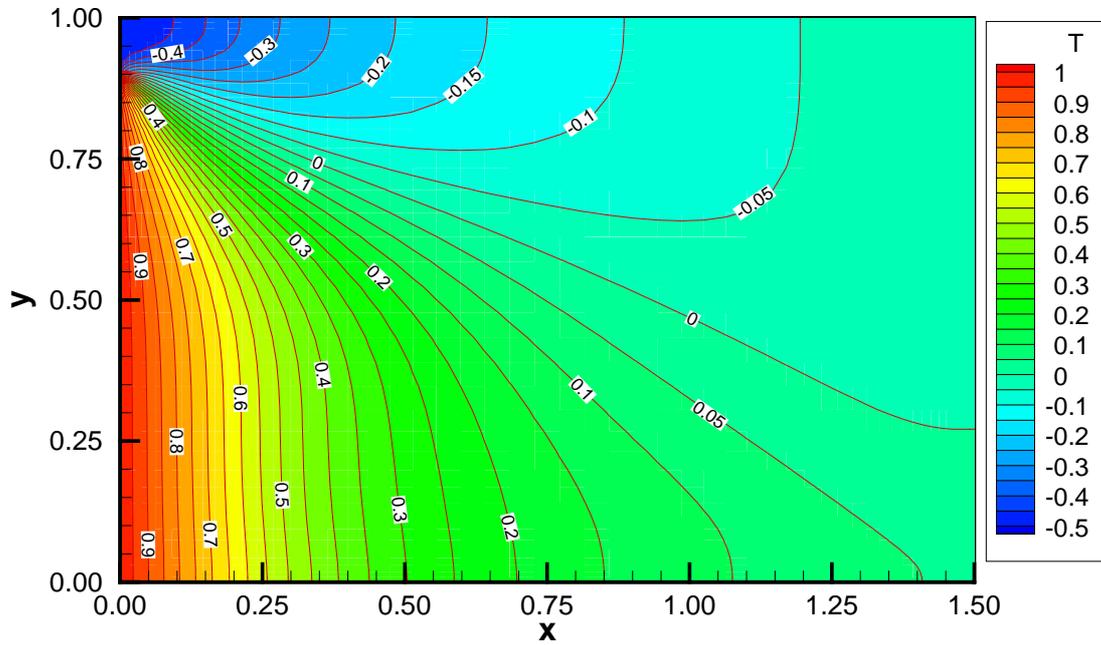


Figura 8 Isotermas para Convección Mixta.

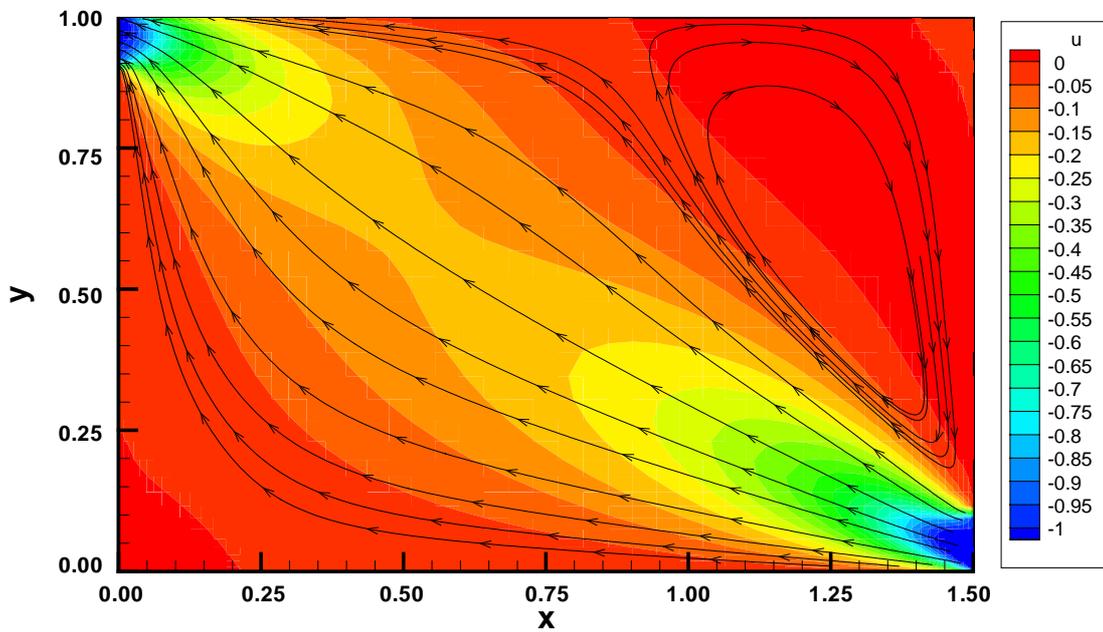


Figura 9 Componente horizontal u para Convección Mixta.

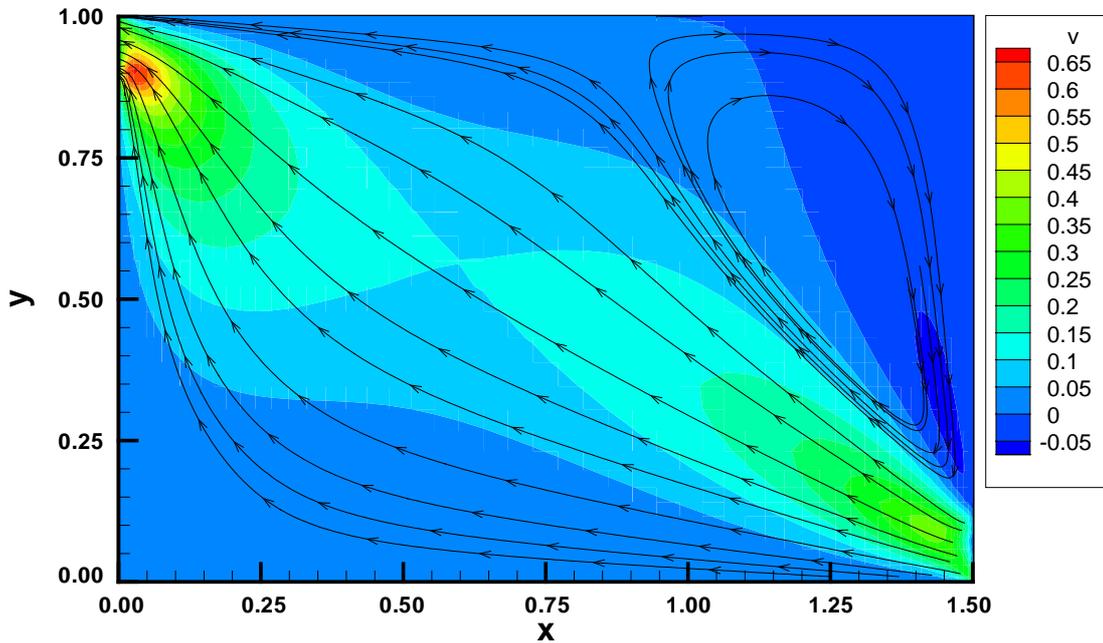


Figura 10 Componente vertical de velocidad  $v$  para Convección Mixta.

### 4.3 Difusión Bidimensional Ortotrópica

A continuación se presenta un problema de transferencia de masa bidimensional ortotrópico modelado en base al potencial hídrico (ver figura 11). Se considera una pieza de madera sólida de  $9 \times 9$  [cm<sup>2</sup>], de la especie *Aspen* expuesta a un flujo de humedad ( $q_m$ ) por convección en sus caras exteriores. Naturalmente, el problema tiene una doble simetría (Ejes  $x_1$  y  $x_2$ , ver figura 9), lo cual permite trabajar con un cuarto del dominio. Para el problema se considera un coeficiente convectivo de transferencia de masa de  $k_m = 9.36 \times 10^{-10}$  [kg<sup>2</sup>/ J m<sup>2</sup>s] (Velocidad del aire  $v = 2.5$  [m/s]), gravedad específica  $G_m = 0.419$  [1], densidad del agua  $\rho_w = 1000$  [kg/m<sup>3</sup>] y potencial de equilibrio  $\psi_\infty = -119400$  [J/kg] (Implica una humedad de equilibrio ambiental CHE=9 [%] a una temperatura  $T_{amb} = 20$  [°C])

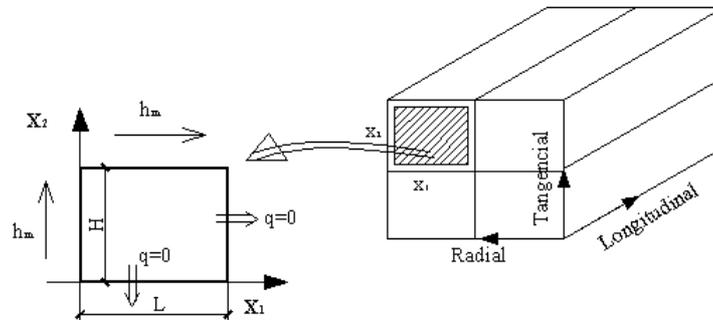


Figura 11 Esquema del problema (difusión bidimensional ortotrópica)

El modelo matemático es descrito por la ecuación (15) cuyas condiciones iniciales y de contorno se detallan a continuación:

$$\psi(t = 0) = 1.4 \text{ [J/kg]} \Rightarrow M = 175 \text{ [%]} \quad \text{Condición iniciales}$$

$$\mathbf{q}_\phi = \begin{cases} h_m (\psi_{x_1=0} - \psi_\infty) & \text{para } \begin{cases} x = 0 \\ Y = H \end{cases} \\ 0 & \text{para } \begin{cases} x = L \\ Y = 0 \end{cases} \end{cases} \quad \text{condiciones de contorno}$$

Los valores experimentales de coeficiente de difusión y potencial hídrico, requeridos por el modelo, son presentados en forma gráfica<sup>[8]</sup>.

La figura 12 muestra las curvas de secado experimental y numéricas obtenidas por volúmenes finitos para temperaturas de 20 [°C], con mallas de 10x10, 12x12, 20x20 y 40x40, para el secado convencional de *Aspen* se aprecia la influencia de la ampliación del número de elementos en la curva de secado observándose la similitud de resultados entre mallas 20x20 y 40x40, pudiéndose afirmar que para mallas iguales o superiores 20x20 elementos se obtienen soluciones convergentes.

Las figuras 13 (a, b y c) muestran distribuciones espaciales transitorias de humedad modelada. Se observa el carácter ortotrópico de material en la asimetría de la difusión de masa conforme las direcciones  $x_1$  y  $x_2$ , existiendo zonas de marcado gradientes de concentración (Región inferior de la Figuras 13 a y b), lo cual puede dar indicios para la determinación de defectos durante el secado.

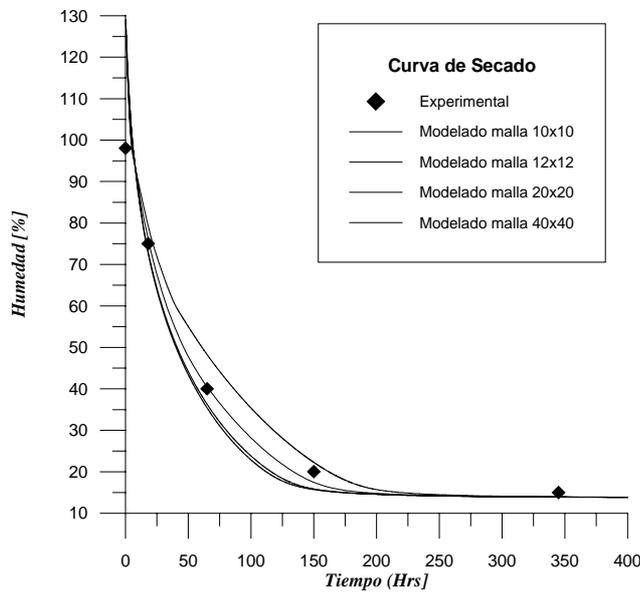
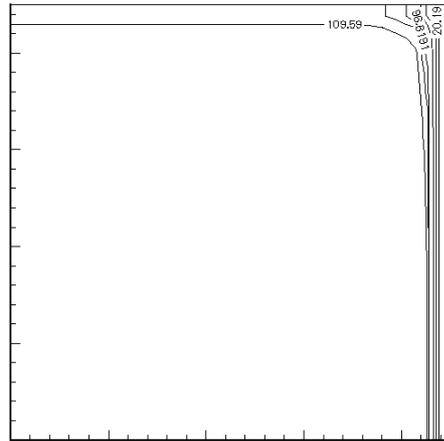
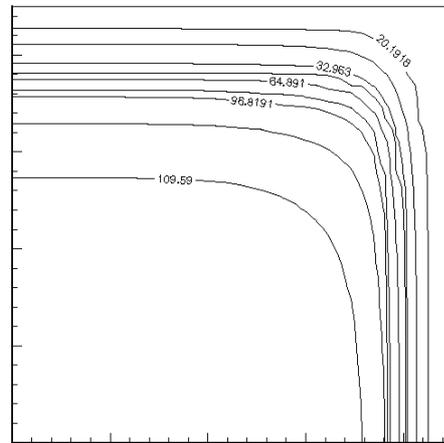


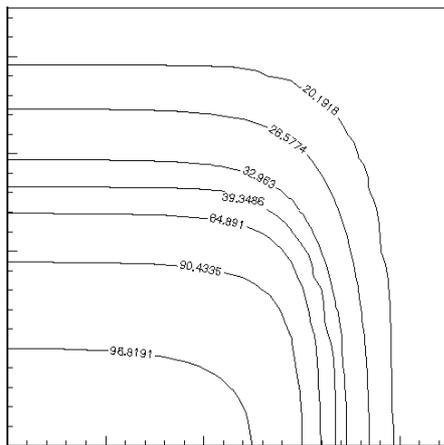
Figura 12. Curvas de secado experimental y numéricas (T= 20 [°C,] y dt=36 [s]).



(a) 1 [hr]



(b) 10 [hr]



(c) 40 [hr]

Figura 13. Isoconcentraciones (para 20 [°C,] dt=36 [s] y malla 40x40).

### 4.3 Convección mixta en dominio bifásico (fluido y sólido)

Validado el algoritmo, se realizan dos aplicaciones del problema planteado en la figura 1, cuyos resultados son mostrados en las figuras (14 a 20), para la malla mostrada en la figura 13 con los parámetros adimensionales dados en la tabla 3. Primero, convección Mixta en Dominio Bifásico con difusión simple (calor) en torno de un cuerpo sólido adiabático. Segundo, convección Mixta en Dominio Bifásico con difusión doble (calor y masa) en torno de un cuerpo sólido poroso (madera). Las propiedades en el aire son constantes, salvo la densidad, cuya variación es modelada por la aproximación Boussinesq, en cuanto en la madera son variables la conductividad (ortotrópica) y el calor específico. La modelación del transporte de humedad en la madera es modelada de acuerdo a lo discutido en el ítem anterior.

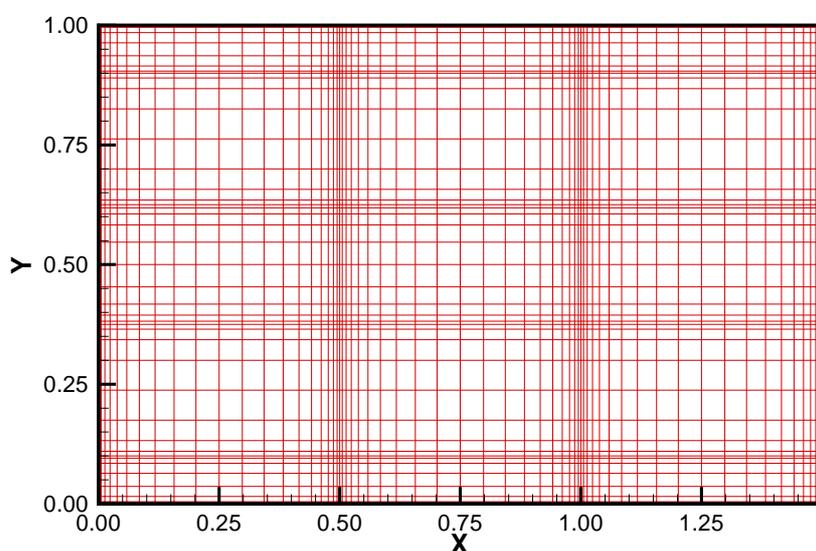


Figura 14. Malla 60x40 para la Convección Mixta Bifásica

Resultados permanentes son presentados en la forma de isotermas e isoconcentraciones para el primer caso (Sólido adiabático) son mostrados en las figuras 14 y 16. Las líneas de corriente de la figura 15 muestran una gran recirculación en la parte inferior de la entrada, lo cual es responsable de la marcada estratificación de temperaturas caracterizada por una porción media superior con dominada por la temperatura del flujo incidente y una inferior afectada por la y temperatura de la pared vertical “caliente”. De la misma forma la figura 16 muestra la modelación de las características adiabáticas del cuerpo (isotermas normales) y por su puesto la estratificación de temperaturas como discutido para la figura 15.

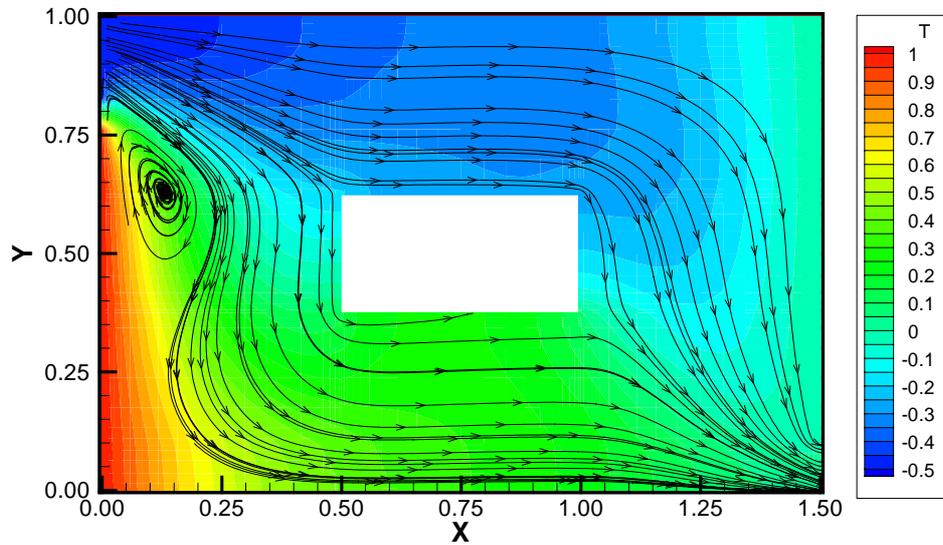


Figura 15. Líneas de Corriente para Convección Mixta Bifásica (Sólido adiabático)

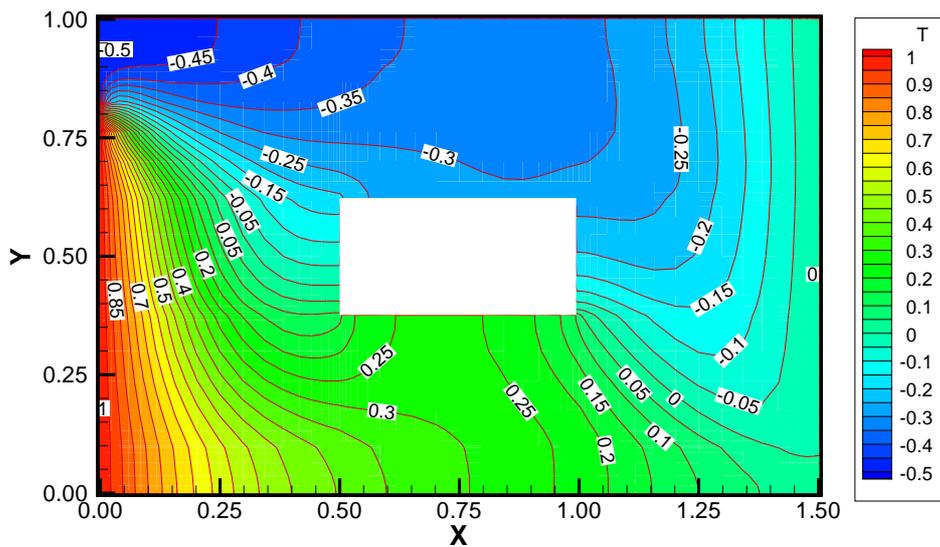


Figura 16. Isotermas de Convección Mixta Bifásica (Sólido adiabático)

Similarmente a las figuras 15 y 16, las figuras (17-20) muestran los resultados para el caso en que el cuerpo representa un trozo de madera en cuyo dominio es modelado el transporte de masa (humedad), de acuerdo al potencial hídrico. Para este caso se consideran desacoplados los efectos de transporte de masa y calor al interior de la madera. La figura 17 muestra leves diferencias del campo de velocidad en relación a los mostrados en la figura 15 debido a los efectos del gradiente de concentración y temperaturas en este último caso. En cuanto a la figura 18, en ella se puede apreciar como las isothermas pasan a través de la madera con discontinuidades más bien atenuadas. También se destaca que la estratificación de

temperaturas discutida anteriormente se presenta pero en forma menos intensa. En cuanto a las figuras (19 y 20), que muestran la distribución de velocidades tangenciales y radiales (componentes cartesianas  $u$  y  $v$ ), denotan que la componente  $u$  es marcadamente dominante, siendo esta de la orden de 5 veces  $v$ . También se observa que de acuerdo a la disposición del sólido, realmente el flujo es forzado a contornearlo más o menos de una forma uniforme, cuya no uniformidad es responsabilidad del gran vórtice formado en la parte inferior de la entrada. El control de este último factor podría incidir en una mejor distribución del flujo.

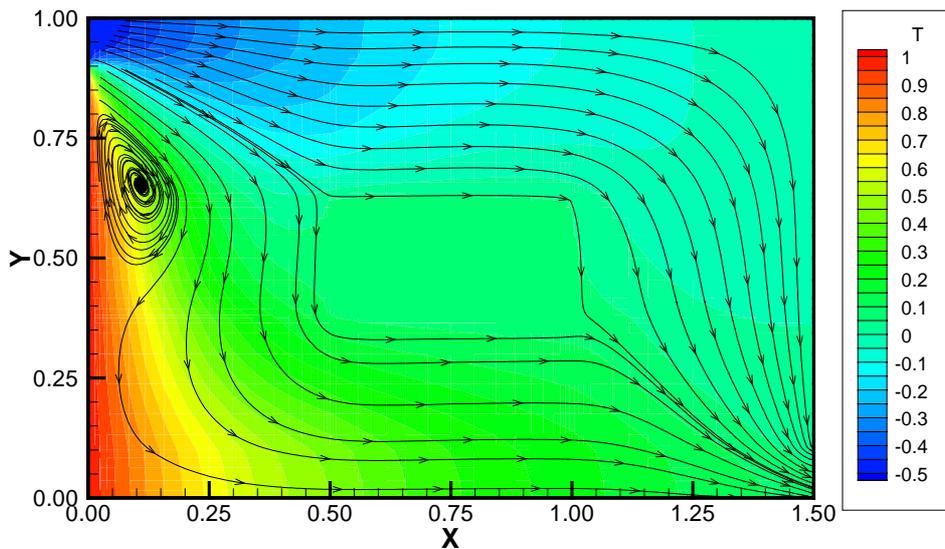


Figura 17. Campos de temperaturas y líneas de corriente para  $t=400$  [hr]

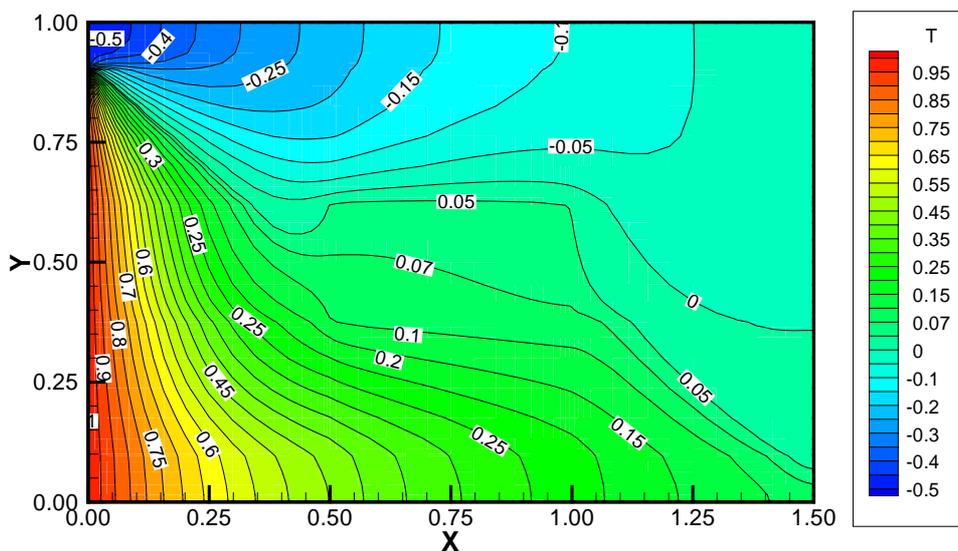


Figura 18. Campo de temperatura para  $t=400$  [hr]

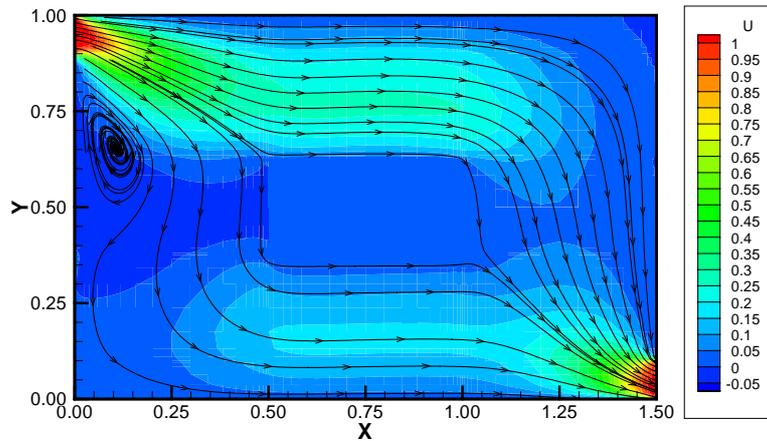


Figura 19: Campo de velocidad tangencial para  $t=400$  [hr]

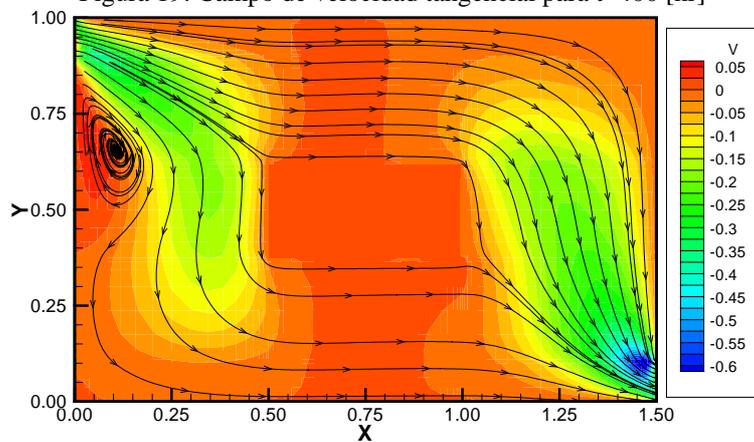


Figura 20: Campo de velocidad radial para  $t=400$  [hr]

Las figura 21 al 23 muestran algunas características del secado del trozo de madera. En particular, la secuencia de la figura 21 muestra las isoconcentraciones de humedad. En ella se puede apreciar que la humedad es evacuada la madera preferentemente a través de las paredes horizontales. Esto parece lógico pues la difusión de masa es mayor en sentido radial en relación al tangencial<sup>[8]</sup>. Además, los gradiente de velocidades son mayores en las vecindades de las paredes tangenciales, lo cual propicia una mayor convección de masa en estas regiones. La figura 22, muestra perfiles de concentraciones para  $y=H/2$ , al interior de la madera, para diversos tiempos de secado: 10 y 50 horas figura 22a y 300 y 400 horas la figura 22b. En ellas se pueden apreciar: Primero que los gradientes de humedad son bajos y que presentan una marcada asimetría. Segundo, que existe una claro aumento del gradiente de concentraciones conforme se avanza en el secado hacia menores grados de humedad.

Por último, la figura 23, muestra la curva de secado representada por la humedad media en la madera. En esta se aprecia una gran velocidad de secado en el rango de 175% al 90% de humedad y seguida de una creciente atenuación, tendiente a permanecer contante por debajo del 70% de humedad. Estos resultados parecen ser razonables en cuanto a tiempo y velocidad de secado pero sin duda requieren de verificación experimental.

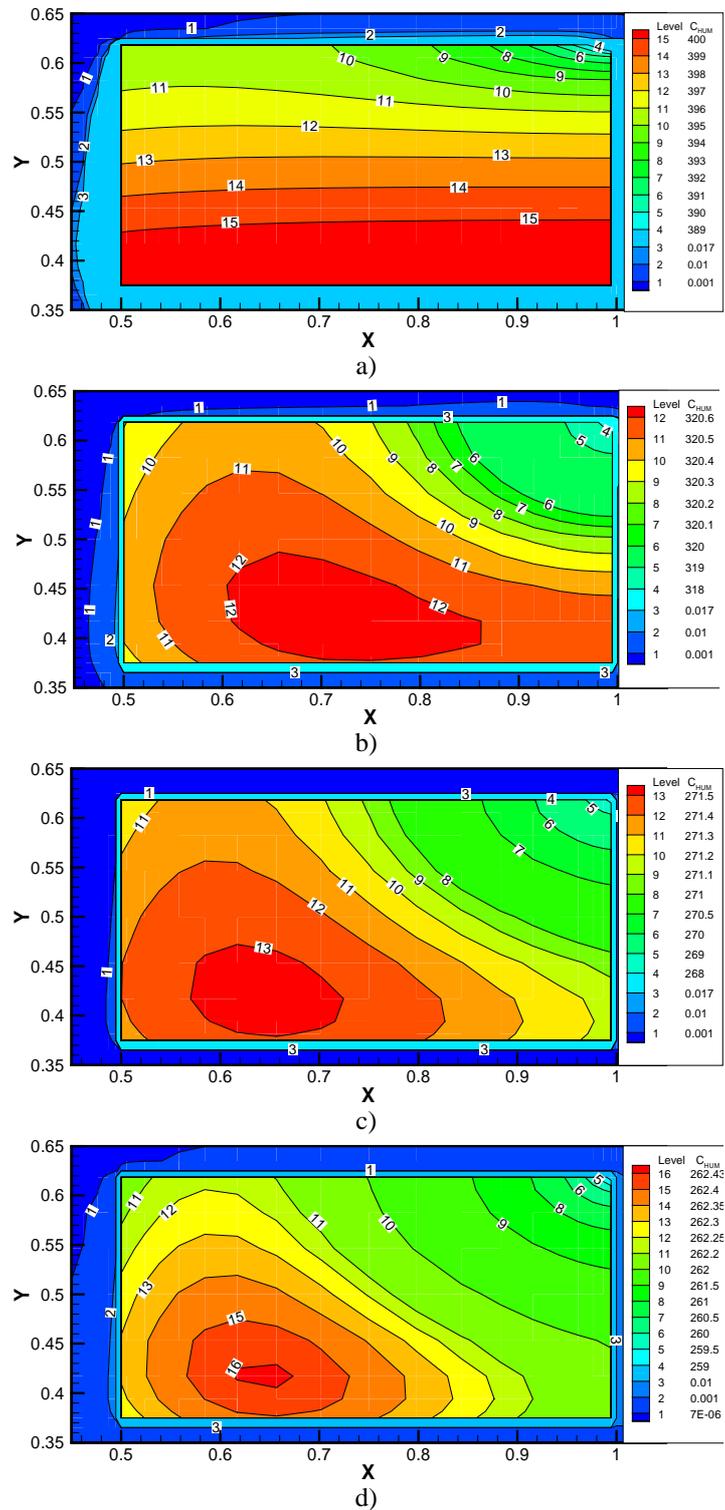
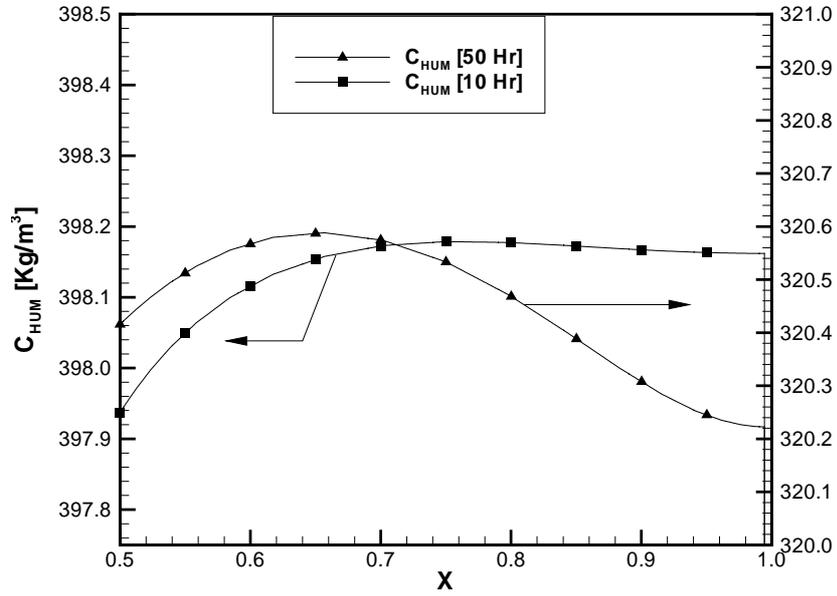
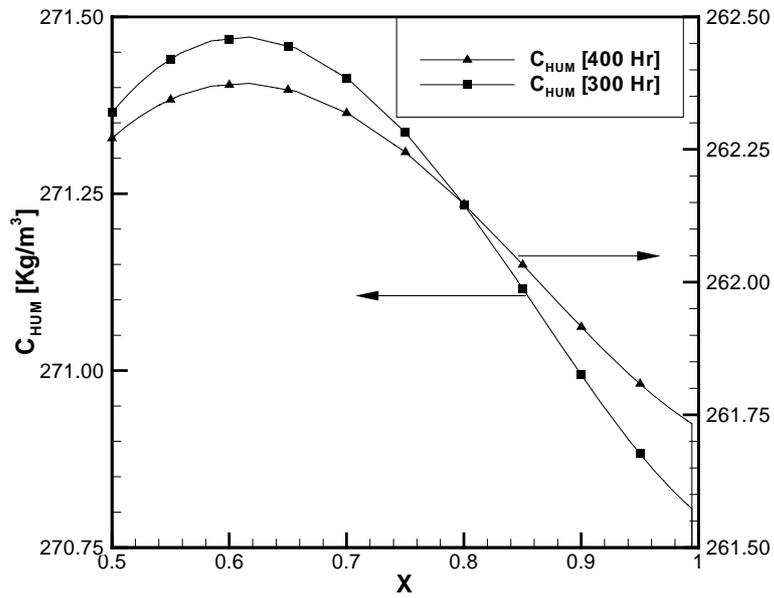


Figura 21. Isoconcentraciones de Humedad [ $\text{Kg/m}^3$ ]: ( a)10 hr, b) 50 hr, c) 300 hr y d) 400 hr )



(a)



(b)

Figura 22. Humedades en  $y=H/2$

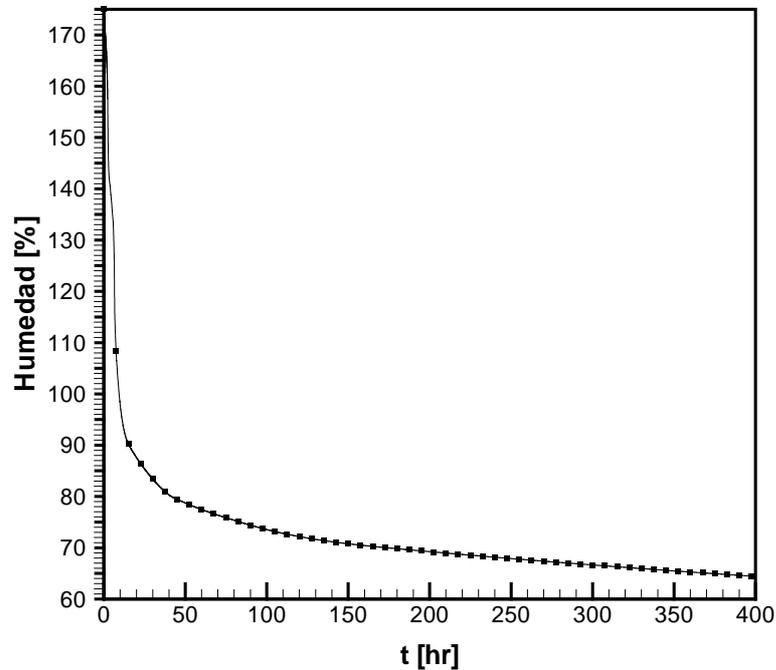


Figura 23. Curva de Secado (humedad media)

## 5 CONCLUSIONES

Se ha mostrado en términos generales un modelo que permite simular convección mixta asociada a dominios bifásicos (fluido/sólido) en el contexto del secado de la madera.

El modelo es validado para el transporte de calor y masa en dominios bifásicos a través de comparación de resultados de problemas similares abordados en la literatura especializada: Difusión simple, Difusión doble y Convección mixta.

Resultados preliminares muestran que el modelo permite a lo menos cualitativamente la modelación conjugada de transporte de masa desde un trozo de madera hacia un ambiente de secado, sin que medie cualquier determinación experimental de parámetros que caractericen la convección.

Nuevos resultados obtenidos en base a variaciones de parámetros característicos de forma y propiedades requieren ser generados para poder concluir sobre aspectos particulares de los diversos problemas abordados.

## 6 AGRADECIMIENTOS

Se agradece a Conicyt y a la Universidad del Bío-Bío, por el financiamiento de los FONDECYT N° 1030209 y FPI N° 0152112 respectivamente. También al Sr. Pedro Pacheco Fernandoy por su valioso aporte en este trabajo.

## 6 REFERENCIAS

- [<sup>1</sup>] **TURNER, I.; MUJUMDAR, A.S. 1997.** *Mathematical modeling and numerical techniques in drying technology*, Marcel Dekker Inc., New York, ISBN 0-8247-9818-X.
- [<sup>2</sup>] **PERRE, P.; MOSER, M.; MARTIN, M. 1993.** Advances in transport phenomena during convective drying with superheated steam and moist air *Int. J. Heat and Mass Transfer* 36(11):2725-2746.
- [<sup>3</sup>] **SIAU, J.F. 1995.** Wood: Influence of moisture on physical properties. Virginia Tech. USA.
- [<sup>4</sup>] **LEWIS, R.W.; MORGAN, K.; THOMAS, H.R. 1979.** Drying induced stresses in porous bodies – An elastoviscoplastic model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 20: 291-301.
- [<sup>5</sup>] **LUIKOV, A.V. 1966.** *Heat and mass transfer in capillary porous bodies*. Pergamon Press, Oxford.
- [<sup>6</sup>] **LIU, J. Y.; CHENG, S. 1989.** Solution of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary porous bodies. *Int. J. Heat and Mass Transfer* 34(7):1745-1754.
- [<sup>7</sup>] **GUI, Y.Q.; JONES, E.W.; TAYLOR, F.W.; ISSA, C.A. 1994.** An applications of finite element analysis to wood drying. *Wood Fiber Sci*, 26(2): 281-293.
- [<sup>8</sup>] **CLOUTIER, A.; FORTIN, Y. 1994.** Wood drying modeling based on the water potential concept: Effect of the hysteresis in the M- $\psi$  relationship. *Drying Technology* 12(8):1793-1814.
- [<sup>9</sup>] **DEFO, M.; CLOUTIER, A.; FORTIN, Y. 2000.** Modeling vacuum-contact drying of wood: The water potential approach. *Drying Technology* 18(8) : 1737-1778.
- [<sup>10</sup>] **PATANKAR, S.V. 1980.** *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, DC.
- [<sup>11</sup>] **THOMPSON J.F.; WARSI, Z.U.A.; MASTIN, C.W. 1985.** *Numerical grid generation*, Elsevier Science. Publishing.
- [<sup>12</sup>] **HIRSCH, C. 1990.** *Numerical computation of internal and external flows*. Vol. 2, chap. 2, John Wiley & Sonc, Inc., New York.

- <sup>[13]</sup> **Maliska, G.R.** Transferencia de calor y mecánica de fluidos computacional. Livros Técnicos y Científicos Editora S.A., RJ, Brasil, 1995.
- <sup>[11]</sup> **THOMPSON J.F.; WARSI, Z.U.A.; MASTIN, C.W. 1985.** *Numerical grid generation*, Elsevier Science. Publishing.
- <sup>[14]</sup> **Bennacer R.**, Mohamad and Akrou D. Transient natural in an enclosure with temperature and vertical solutal gradients, *Int. J. Therm. Sci.* 40: 899-910, 2001.
- <sup>[15]</sup> **Shun-Shing Lee et al.** Finite element solutions of laminar and turbulent flows with forced and mixed convection in an air-cooled room. *Num. Heat Transfer Part A*, 31:529-550, 1997.