

## CONTROL NO LINEAL DEL DOSIFICADOR DE UNA SEMBRADORA DE PRECISIÓN

D. F. Ricci<sup>a</sup>, H. E. Rubio Scola<sup>b</sup> and M. A. Medina<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Departamento de Electrónica, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Riobamba 245 bis - (2000) Rosario - Argentina*

<sup>b</sup> *Consejo de Investigaciones, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, Riobamba 245 bis - (2000) Rosario - Argentina, e-mail: erubio@fceia.unr.edu.ar*

**Keywords:** Siembra de Precisión, Motor Hidráulico, Control Robusto, Función de Lyapunov.

**Abstract.** En este trabajo se muestra un ejemplo concreto de un innovador control no lineal aplicado a un sistema electro-hidráulico de velocidad del dosificador de una sembradora de grano grueso de precisión de catorce surcos. El sistema está esencialmente compuesto por un motor hidráulico, una electro válvula, dispositivos de medición, y un sistema de cálculo y control digital. Un modelo no lineal que contempla la dinámica mecánica del motor y de la válvula electro hidráulica es empleado tomando como variables de estado la velocidad angular del motor hidráulico, la presión de carga diferencial, y el desplazamiento de la electro válvula. Se utiliza una nueva técnica en el diseño de controladores no lineales basada en controladores de Lyapunov . Esta técnica consiste en representar al sistema en un sistema no lineal normal, que en general resulta de un cambio de variables o difeomorfismo, y dividiéndolo en dos subsistemas en cascada, uno lineal multivariable estable y otro no lineal unidimensional. Al utilizar un controlador de Lyapunov se obtiene un control robusto dado que al sistema lineal se le fija un adecuado grado de estabilidad.

# 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Estado actual del conocimiento

La introducción en los últimos años de las sembradoras neumáticas produce un gran cambio tecnológico en la siembra. Estos nuevos equipos realizan un proceso de siembra más preciso y de mayor velocidad.

Un proceso de siembra correcto es el primer paso para obtener un resultado exitoso de la implantación. El objetivo de una sembradora es entregar la cantidad de semillas por hectárea prefijada, separadas a una distancia uniforme y colocándolas en el suelo en el ambiente adecuado para que germinen y emerja la planta (profundidad uniforme; contactado semilla-suelo; tapado). Dado la pluralidad de factores intervinientes, no siempre es fácil obtener una siembra correcta. En cuanto a los sistemas de siembra de granos, los mismos pueden dividirse según el tipo de labranza que se realice, entre sistemas de siembra directa y sistemas tradicionales. Por sistema de siembra directa se entiende al proceso en el cual se realiza una mínima labranza de la tierra, en contraste con los sistemas tradicionales de siembra. La forma en que se dosifican los granos en la tierra puede ser mediante sistemas de siembra de precisión y de siembra a chorrillos. El primero de ellos (siembra de precisión) es utilizado principalmente en cultivos en los cuales se requiere una separación mínima entre plantas, como por ejemplo los cultivos de maíz, sorgo, girasol, entre otros, y se caracterizan por un manejo de las semillas una por cada vez (dosificadores monograno). En el segundo sistema, la siembra a chorrillos en línea (en masa, sin solución de continuidad), se aplica a cultivos en los cuales la distancia entre plantas no es un factor decisivo, y una menor distancia entre las mismas se compensa con un menor tamaño de las mismas. La dosificación se hace por medio de un dosificador mecánico. Como ejemplo de cultivos que utilizan el sistema de siembra a chorrillos se pueden nombrar el trigo, el arroz, el centeno entre otros ((Maroni, 2001)). En nuestro trabajo trataremos la siembra de precisión utilizada para los cultivos de grano grueso, es decir maíz, sorgo, girasol, entre otros.

Las sembradoras neumáticas de grano grueso utilizan aire a presión o succión para el funcionamiento de los dosificadores, manejando las semillas una por cada vez (dosificadores monograno). La dosificación se hace por medio de un dosificador mecánico y el aire sólo transporta las semillas a través de tubos hasta el surco correspondiente.

Este tipo de sembradoras permite sembrar a velocidades más elevadas que las sembradoras convencionales. Estas sembradoras se utilizan en las grandes planicies de los Estados Unidos, Canadá y Australia, donde la gran capacidad de trabajo y el ancho de labor es una condición fundamental para poder sembrar muchas hectáreas por día en la época y momento oportunos.

En Argentina ha comenzado la introducción de este tipo de máquinas siendo la zona pampeana el área ideal para su difusión. La gran capacidad de trabajo es una condición muy interesante para los planteos productivos nacionales.

## 1.2 Objetivo del presente trabajo

En el presente trabajo se reemplazará el sistema mecánico que hace girar el dosificador por un sistema electro hidráulico con el objetivo de poder regular la separación entre semillas desde el tractor.

Los sistemas electro hidráulicos son utilizados en un amplio rango de aplicaciones industriales debido a la habilidad de manejar grandes inercias y torques de carga, y a la vez alcanzar respuestas rápidas con un alto grado de precisión y performance (Merritt, 1967), (Watton, 1996). Las aplicaciones típicas van desde sistemas de suspensión activa, control de robots industriales, proceso de plásticos., etc. Los componentes electrónicos proveen la flexibilidad deseada

mientras la parte hidráulica es responsable del manejo de gran potencia. Los principales componentes de estos sistema son su suministro hidráulico de potencia, su servo válvula electro hidráulica, y sus actuadores hidráulicos. En la práctica estos dispositivos son usualmente accionados por cilindros y motores hidráulicos. Dependiendo del objetivo del control deseado, un servo sistema electro hidráulico puede ser clasificado como servo sistemas de posición, velocidad o fuerza/torque. Entre estos el control de posición ha recibido por lejos la mayor atención en las literaturas. Sin embargo la mayoría de ellos ha estado basada en la teoría clásica de control lineal o técnicas de linealizaciones a pesar del hecho de tener dinámicas no lineales con inevitables incertidumbres de modelo.

En artículos recientes (Yao et al., 2000), (Alleyne and Liu, 2000) y (Jovanovic, 2002) tratan estos importantes resultados. En (Yao et al., 2000) se usa un control robusto adaptativo que tiene en cuenta el efecto de las incertidumbres paramétricas y de no linealidades residuales. En (Alleyne and Liu, 2000) se desarrolla una estrategia de control que garantiza estabilidad global de sistemas no lineales de fase no mínima de una sola entrada y una sola salida (SISO) usando pasividad mejorada. (Jovanovic, 2002) presenta dos diferentes procedimientos de diseño, linealización por retroalimentación y backstepping. Estos artículos muestran que los sistemas electro hidráulicos son un área de investigación intensiva.

En este trabajo se desarrolla un control de velocidad novedoso aplicado al sistema electro hidráulico descrito en (Jovanovic, 2002). Este desarrollo es aplicado a un ejemplo concreto de tracking para el dosificador de granos de una sembradora. El sistema completo está constituido por una sembradora arrastrada por un tractor. El dosificador de granos debe seguir la velocidad de la sembradora con precisión de forma que la distancia entre las semillas esparcidas en cada surco de siembra se mantenga lo mas equidistante posible. El mecanismo que moverá el dosificador está compuesto esencialmente por un motor hidráulico cuyo modelo matemático tiene en cuenta no linealidades de flujo y fricción interna. Se mostrará que este sistema tiene un grado relativo bien definido. La última propiedad muestra que nuestro sistema es por definición de fase no mínima lo cual nos permite aplicar varias herramientas diferentes de diseño. En particular, ha sido diseñado un control estabilizante usando técnicas de linealización por retroalimentación.

Como se dice en (Jovanovic, 2002): "Los métodos de linealización por retroalimentación y backstepping son herramientas de diseño bien estudiadas para los sistemas no lineales en (Krstic et al., 1995), (Isidori, 1996), (Khalil, 1996). La linealización por retroalimentación emplea un cambio de coordenadas y un control en realimentación para cambiar un sistema no lineal dado en un sistema lineal equivalente (Isidori, 1996). El mayor riesgo de esta última está relacionado con las cancelaciones de no linealidades introducidas en el proceso de diseño. Normalmente este diseño no hace uso del beneficio de estas no linealidades lo cual puede conducir a inestabilidades en presencia de incertidumbres de modelización. Por otra parte backstepping representa un esquema de diseño recursivo que puede ser usado en sistemas en realimentación estricta con no linealidades no restringidas por cotas lineales. En cada paso de backstepping una nueva función de control de Liapunov es construida aumentando la función previa en un término que penaliza el error entre el control virtual y el valor deseado. La mayor ventaja de backstepping es la construcción de una función de Liapunov cuya derivada puede hacerse negativa definida por una variedad de leyes de control más que por una ley de control específica. Adicionalmente backstepping es menos restrictiva que la linealización exacta y su flexibilidad de diseño puede poner no linealidades de forma beneficiosa (Krstic et al., 1995)".

Sin embargo el control obtenido por el método backstepping es a menudo estructuralmente complicado y por lo tanto difícil de construir. De acuerdo a esto último en este artículo se propone el diseño de controles basado en la síntesis de funciones de Lyapunov (CLF) para

sistemas no lineales en su forma normal sin recurrir necesariamente a la cancelación exacta de las no linealidades. Este nuevo algoritmo flexibiliza el diseño y lo hace más robusto.

## 2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

Se describe un sistema electro hidráulico de velocidad aplicado al dosificador de una sembradora de grano grueso de precisión de catorce surcos. La dosificación de semillas está relacionada directamente a la velocidad de desplazamiento de la sembradora la cual es arrastrada por un tractor, dicha velocidad se mide con un sensor colocado en la rueda de la sembradora y es transmitida al control para poder realizar el tracking correspondiente.

El sistema electro hidráulico está esencialmente compuesto por un motor hidráulico, una electro válvula, dispositivos de medición, y un sistema de cálculo y control digital.

Un modelo no lineal que contempla la dinámica mecánica del motor y de la válvula electro hidráulica es empleado tomando como variables de estado la velocidad angular del motor hidráulico, la presión de carga diferencial, y el desplazamiento de la electro válvula.

Las partes básicas del sistema son: 1. Suministro hidráulico de potencia, 2. Acumulador, 3. válvula de carga, 4. dispositivo indicador de presión, 5. filtro, 6.servo-válvula electro hidráulica de dos estados, 7. motor hidráulico, 8. dispositivo de medición, 9. Computadora personal, 10. conversor tensión corriente.

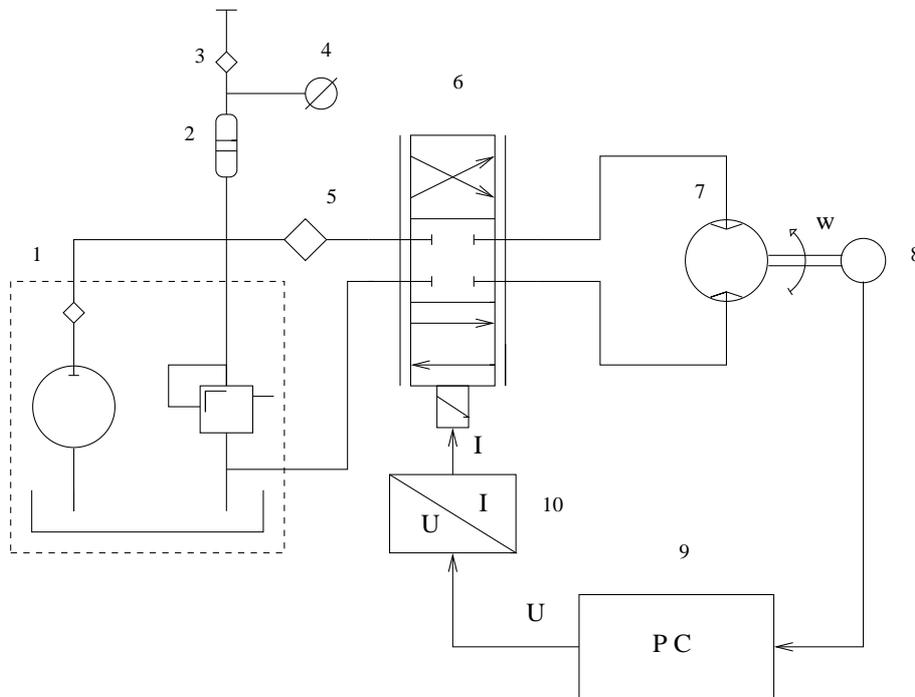


Figure 1: Sistema electrohidráulico de velocidad

Los estados del sistema mostrado en la figura (1) son medidos y realimentados a un sistema electrónico de control el cual es capaz de generar la señal eléctrica que comanda la electroválvula según la ley de control establecida.

Una representación matemática del sistema se deriva en (Jovanovic, 2002) usando la segunda ley de Newton para el movimiento de rotación del eje del motor hidráulico, donde las variables

de estado se definen por:

$$\begin{aligned} x_1 & : \text{ velocidad angular del motor hidráulico, [rad/s],} \\ x_2 & : \text{ diferencia de presión, [Pa],} \\ x_3 & : \text{ desplazamiento de la válvula, [m],} \end{aligned} \quad (1)$$

La ley dinámica de estas variables es definida por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 & = \frac{1}{J_t} \{-B_m x_1 + q_m x_2 - q_m C_f P_s \text{sign}(x_3)\}, \\ \dot{x}_2 & = \frac{2\beta_e}{V_0} \{-q_m x_1 - C_{im} x_2 + C_d W x_3 \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_s - x_2 \text{sign}(x_3))}\}, \\ \dot{x}_3 & = \frac{1}{T_r} \{-x_3 + \frac{K_r}{K_q} u\}, \\ y & = x_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Los valores nominales de los parámetros que aparecen en la ecuación son :  $J_t = 0.03 \text{kgm}^2$  inercia total del motor y carga referida al eje del motor,  $q_m = 7.96 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^3}{\text{rad}}$  - desplazamiento volumétrico del motor,  $B_m = 1.1 \times 10^{-3} \text{Nm/s}$  - coeficiente de drenaje viscoso,  $C_f = 0.104$  - coeficiente de fricción interna adimensional,  $V_0 = 1.2 \times 10^{-4} \text{m}^3$  - volumen promedio contenido en cada cámara del motor,  $\beta_e = 1.391 \times 10^9 \text{Pa}$  - módulo de compresibilidad volumétrica efectivo del sistema,  $C_d = 0.61$  coeficiente de descarga,  $C_{im} = 1.69 \times 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{Pa}} \times \text{s}$  - coeficiente de fuga interna del motor,  $P_s = 10^7 \text{Pa}$  - presión de suministro,  $\rho = 850 \text{kg/m}^3$  - densidad del aceite,  $T_r = 0.01 \text{s}$  - constante de tiempo de la válvula,  $K_r = 1.4 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{sV}}$  - ganancia de la válvula,  $K_q = 1.66 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$  - ganancia de flujo de la válvula, y  $W = 8\pi \times 10^{-3} \text{m}$  - gradiente superficial.

El objetivo de control es el tracking del sistema a una trayectoria que está en una sola dirección puesto que esta dependerá de la velocidad de la sembradora que tiene siempre una misma dirección. De acuerdo con esto puede restringirse el problema a la región donde  $x_3 > 0$ . En este caso la representación matemática del sistema se simplifica de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 & = \frac{1}{J_t} \{-B_m x_1 + q_m x_2 - q_m C_f P_s\}, \\ \dot{x}_2 & = \frac{2\beta_e}{V_0} \{-q_m x_1 - C_{im} x_2 + C_d W x_3 \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_s - x_2)}\}, \\ \dot{x}_3 & = \frac{1}{T_r} \{-x_3 + \frac{K_r}{K_q} u\}, \\ y & = x_1. \end{aligned} \quad (3)$$

### 3 METODOLOGÍA DE DISEÑO DEL CONTROLADOR

#### 3.1 Desarrollo matemático

En este artículo se hará uso de los controles generalizados del tipo CLF (Función de Control de Lyapunov) (Artstein, 1983), (Sontag, 1983), aplicándolos a sistemas de la forma normal siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 & = z_2 \\ \dot{z}_2 & = z_3 \\ & \vdots \\ \dot{z}_{n-1} & = z_n \\ \dot{z}_n & = F(z) + G(z)u \end{aligned} \quad (4)$$

con  $G(z) \neq 0$  para todo  $z$ , donde  $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]'$ .

La idea fundamental es introducir un cambio de variables  $s = z_n - z_s$  con  $z_s = k_1 z_1 + k_2 z_2 + \dots + k_{n-1} z_{n-1}$ , se subdivide el sistema (4) en dos subsistemas acoplados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= s + k_1 z_1 + k_2 z_2 + \dots + k_{n-1} z_{n-1} \end{aligned} \tag{5}$$

donde la dinámica de  $s$  es:

$$\dot{s} = \dot{z}_n - \dot{z}_s \tag{6}$$

$$\dot{z}_n - \dot{z}_s = F(z) + G(z)u - k_1 z_2 - k_2 z_3 - \dots - k_{n-1} z_n \tag{7}$$

Podemos reescribir la ecuación anterior de la forma siguiente:

$$\dot{s} = F_1(s) + G_1(s)u \tag{8}$$

El subsistema (5) con  $s$  como entrada de control tiene la siguiente matriz característica :

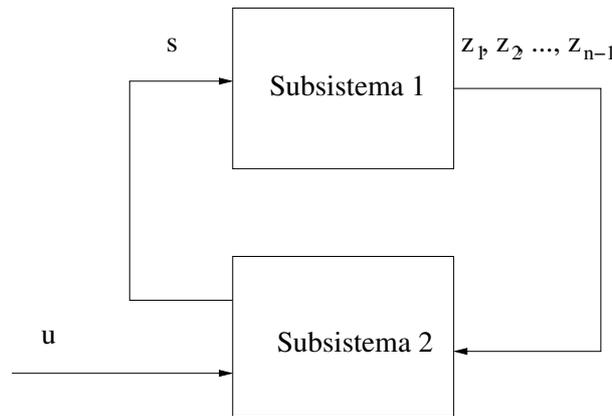


Figure 2: Modelo del sistema subdividido.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ k_1 & k_2 & k_3 & \dots & k_{n-1} \end{bmatrix} \tag{9}$$

Eligiendo los  $k_i$  de manera que esta matriz sea Hurwitz el subsistema (5) es estable y los estados  $z_1, z_2, \dots, z_{n-1} \rightarrow 0$  cuando  $s$  es lo suficientemente pequeño.

Ahora analizaremos la variable  $s$  de control gobernada por el subsistema (8), teniéndose en cuenta que debe lograrse la regulación de esta, o sea  $s(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

Se estudiará la estabilidad por el método de Lyapunov. Si se elige como candidata a función de Lyapunov

$$V(s) = s^2/2 \tag{10}$$

su derivada junto con la derivada de (8) se obtendrá:

$$\dot{V}(s) = s[F_1(s) + G_1(s)u] \quad (11)$$

Definiendo  $u = \alpha(s)$  donde  $\alpha$  debe ser una CFL para el sistema (8). Una realización podría ser

$$\alpha(s) = G_1^{-1}(s)[-F_1(s) - ks] \quad (12)$$

con  $k > 0$ , de esta manera (11) quedará

$$\dot{V}(s) = -ks^2 \leq 0 \quad (13)$$

Observamos que  $\dot{V}$  es negativa para todo  $s$  distinto de cero, se puede concluir que el sistema (8) tiene un punto estacionario global estable en  $s = 0$ ; esto implica que  $s \rightarrow 0$ .

Reescribiendo la ecuación (11) teniendo en cuenta la ecuación (7) se obtendrá

$$\dot{V}(s) = s[F(z) + G(z)u - k_1z_2 - k_2z_3 - \dots - k_{n-1}z_n] \quad (14)$$

de acuerdo a esto la función  $\alpha(s)$  debe ser

$$\alpha(s) = G^{-1}(z)[-F(z) + k_1z_2 + \dots + k_{n-1}z_n - ks] \quad (15)$$

El procedimiento anterior se resumirá en el siguiente teorema

**Teorema 1** La función control  $\alpha(s) = \frac{1}{G(z)}[-F(z) + \dot{z}_s - ks]$ , con  $k$  positivo,  $s = z_n - z_s$ , con  $z_s = k_1z_1 + k_2z_2 + \dots + k_{n-1}z_{n-1}$  y  $k_i, i = 1 \dots n - 1$  de forma que la matriz (9) sea Hurwitz; estabiliza al sistema no lineal (4).

**Prueba 1** Realizando el cambio de variable  $s = z_n - z_s$  en el sistema (4), este puede dividirse en dos subsistemas como se puede ver en la figura (2) donde (5) y (8) son sus respectivas ecuaciones de estado.

Eligiendo como función de Lyapunov  $V(s) = s^2/2$  para el subsistema (8), su derivada junto con las derivadas de (8) dará (11); tomando  $u = \alpha(s)$  se obtendrá como resultado  $\dot{V}(s)$  como en (13) que es semidefinida negativa; con lo cual se ve que el sistema (8) tiene un punto estacionario estable global en  $s = 0$ .

El subsistema (5) con  $s$  como entrada de control puede representarse de la siguiente manera:

$$\dot{\nu} = A\nu + Bs \quad (16)$$

Con  $A$  : matriz  $(n - 1) * (n - 1)$  como en (9) y  $B = [0, 0, \dots, 1]^T$  y  $\nu = [z_1, z_2, \dots, z_{n-1}]$ . Tomando una función de Lyapunov  $V(\nu) = \nu^T P \nu$  para (16), donde  $P$  es una matriz  $(n - 1) * (n - 1)$  real simétrica y definida positiva la derivada de  $V$  junto con las trayectorias de (16) darán:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\nu) &= \nu^T P \dot{\nu} + \dot{\nu}^T P \nu \\ &= \nu^T P (A\nu + Bs) + (s^T B^T + \nu^T A^T) P \nu \\ &= \nu^T (PA + A^T P) + s B^T P \nu + \nu^T A P s \end{aligned} \quad (17)$$

Puesto que  $A$  es Hurwitz se tendrá  $PA + A^T P = -Q$  si  $Q$  es una matriz  $(n - 1) * (n - 1)$  definida positiva, obteniéndose:

$$\begin{aligned}\dot{V}(\nu) &= -\nu^T Q \nu + 2\nu^T P B s \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|\nu\|_2^2 + 2\|\nu\|_2 \|P\|_2 |s|\end{aligned}\quad (18)$$

La ec.(18) implica que  $\dot{V}$  es negativa para valores de  $\nu$  dados por:

$$\|\nu\|_2 \leq \frac{2\|P\|_2 |s|}{\lambda_{\min}(Q)} = r(s) \quad (19)$$

Esta desigualdad representa la bola de radio  $r(s)$  que acota el subespacio en el cual quedarán confinadas las trayectorias de (16), como puede verse  $r(s)$  tiende a cero con  $s$ , por lo que los estados  $z_1, z_2, \dots, z_{n-1} \rightarrow 0$ , y debido a la definición de  $s$ ,  $z_n$  también lo hará.

Esto prueba que  $u = \alpha(s)$  hace que el sistema (4) tenga en  $z = 0$  un punto de equilibrio estacionario y estable.

La función  $\alpha$  elegida en el teorema anterior cancela exactamente las no linealidades del sistema, por lo cual esta función no es la mas apropiada debido a las desventajas mencionadas. A continuación se propone una función  $\alpha$  la cual no cancela exactamente las no linealidades.

**Corolario 1** La función control  $\alpha(s) = G_1^{-1}(s)[-k \operatorname{sig}(s)(|F_1(s)|+1)]$ , con  $k > 1$ ,  $s = z_n - z_s$ , con  $z_s = k_1 z_1 + k_2 z_2 + \dots + k_{n-1} z_{n-1}$  y  $k_i, i = 1 \dots n - 1$  de forma que la matriz (9) sea Hurwitz; estabiliza al sistema no lineal (4).

**Prueba 2** Realizando un razonamiento análogo al teorema anterior solo queda por demostrar que el sistema en  $s$  es estable.

Se toma como función de Lyapunov (10), su derivada junto con las trayectorias de (8) darán como resultado la ecuación:

$$\dot{V}(s) = s[F_1(s) + G_1(s)\alpha(s)] \quad (20)$$

se elige:

$$\alpha(s) = G_1^{-1}(s)[-k \operatorname{sig}(s)(|F_1(s)| + 1)] \quad (21)$$

con  $k > 1$ , la ecuación (20) queda:

$$\begin{aligned}\dot{V}(s) &= sF_1(s) - k|s||F_1(s)| - k|s| \\ \dot{V}(s) &\leq |s||F_1(s)| - k|s||F_1(s)| - k|s| \\ \dot{V}(s) &\leq -(k - 1)|s||F_1(s)| - k|s|\end{aligned}\quad (22)$$

Esta última desigualdad nos dice que la función  $\dot{V}(s)$  es negativa para todo  $s$  diferente de cero y es igual a cero cuando  $s$  es igual a cero. Esto muestra que  $s(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , por lo tanto el sistema en  $s$  es estable.

### 3.2 Estudio de la estabilidad frente a incertidumbres del sistema:

Se estudiará el problema de incertidumbres que afectan a los estados del sistema (4) y por lo tanto la estabilidad del mismo. Siguiendo los lineamientos de incertidumbres utilizados en (Kristic et al., 1995), (Khalil, 1996), se considerarán sistemas de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 + \varphi_1^T(z)\Delta(z, u, t) \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \varphi_2^T(z)\Delta(z, u, t) \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n + \varphi_{n-1}^T(z)\Delta(z, u, t) \\ \dot{z}_n &= F(z) + G(z)u + \varphi_n^T(z)\Delta(z, u, t)\end{aligned}\quad (23)$$

con  $G(z) \neq 0$  para todo  $z$ ,  $\varphi_i(z)$  son vectores de dimensión  $(p \times 1)$  de funciones suaves conocidas,  $\Delta(z, u, t)$  es un vector de dimensión  $(p \times 1)$  de incertidumbres no lineales uniformemente acotadas para todo valor de  $z, u$  y  $t$ . Haciendo el cambio de variables

$$s = z_n - z_s + \|\Phi\|_2^2 \quad (24)$$

Donde  $\Phi$  es

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1^T(z) \\ \varphi_2^T(z) \\ \vdots \\ \varphi_{n-1}^T(z) \end{bmatrix} \quad (25)$$

el sistema puede dividirse en dos subsistemas acoplados:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 + \varphi_1^T(z)\Delta(z, u, t) \\ \dot{z}_2 &= z_3 + \varphi_2^T(z)\Delta(z, u, t) \\ &\vdots \\ \dot{z}_{n-1} &= s + k_1 z_1 + \dots + k_{n-1} z_{n-1} \\ &\quad + \varphi_{n-1}^T(z)\Delta(z, u, t) - \|\Phi\|_2^2\end{aligned}\quad (26)$$

y

$$\begin{aligned}\dot{s} &= F(z) + G(z)u + \varphi_n^T(z)\Delta(z, u, t) - z_{ps} \\ &\quad - k_1 \varphi_1^T(z)\Delta(z, u, t) - k_2 \varphi_2^T(z)\Delta(z, u, t) \dots \\ &\quad - k_{n-1} \varphi_{n-1}^T(z)\Delta(z, u, t) + 2\|\Phi\|_2 \frac{\partial \|\Phi\|_2}{\partial t}\end{aligned}\quad (27)$$

donde  $z_{ps} = k_1 z_2 + k_2 z_3 + \dots + k_{n-1} z_n$ . El subsistema (27) puede reescribirse como:

$$\dot{s} = F(z) + G(z)u - z_{ps} + \varphi^T(z)\Delta(z, u, t) + 2\|\Phi\|_2 \frac{\partial \|\Phi\|_2}{\partial t} \quad (28)$$

con

$$\varphi^T(z) = -k_1 \varphi_1^T(z) - \dots - k_{n-1} \varphi_{n-1}^T(z) + \varphi_n^T(z) \quad (29)$$

Elijiendo como candidata a función de Lyapunov (10) y considerando (28) se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{V}(s) &= s[F(z) + G(z)u - z_{ps} + 2\|\Phi\|_2 \frac{\partial \|\Phi\|_2}{\partial t}] \\ &\quad + s\varphi^T(z)\Delta(z, u, t)\end{aligned}\quad (30)$$

haciendo

$$\alpha = 1/G(z)[-F(z) + z_{ps} - sk_s - 2\|\Phi\|_2 \frac{\partial \|\Phi\|_2}{\partial t} - sk_\Delta |\varphi(x)|^2] \quad (31)$$

con  $k_\Delta > 0$ , luego

$$\begin{aligned}\dot{V}(s) &= -k_s s^2 - k_\Delta s^2 |\varphi(z)|^2 + s \varphi^T(z) \Delta(z, u, t) \\ &\leq -k_s s^2 - k_\Delta |s \varphi(z)|^2 + |s \varphi(z)| \|\Delta\|_\infty\end{aligned}\quad (32)$$

teniéndose en cuenta la desigualdad  $ab \leq ka^2 + \frac{b^2}{4k}$  se tendrá

$$\dot{V}(s) \leq -k_s s^2 + \frac{\|\Delta\|_\infty^2}{4k_\Delta} \quad (33)$$

luego  $\dot{V}$  es negativa para valores:

$$|s| > \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{k_\Delta k_s}}, \quad (34)$$

por lo cual  $s$  quedará confinada a valores acotados. Ahora debe estudiarse la perturbación causada a los estados, el subsistema (26) puede escribirse de la siguiente manera:

$$\dot{\nu} = A\nu + \Phi\Lambda + B(s - \|\Phi\|_2^2) \quad (35)$$

donde  $A$  es como en (9),  $\Phi$  como en (25) y:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \Delta(z, u, t) \\ \Delta(z, u, t) \\ \vdots \\ \Delta(z, u, t) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \nu = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \end{bmatrix}$$

La matriz  $A$  ya conocida, es Hurwitz, sea  $Q = Q^T > 0$  y calculando la solución  $P$  de la ecuación  $PA + A^T P = -Q$ , la cual tiene solución única  $P = P^T > 0$ .

Tomando la función de Lyapunov  $V = \nu^T P \nu$  su derivada sobre las trayectorias de (35) dará:

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \nu^T P [A\nu + \Phi\Lambda + B(s - \|\Phi\|_2^2)] + [\nu^T A^T + \Lambda^T \Phi^T + \\ &\quad + B^T (s - \|\Phi\|_2^2)] P \nu \\ &= \nu^T P A \nu + \nu^T A^T P \nu + \nu^T P [\Phi\Lambda + B(s - \|\Phi\|_2^2)] + \\ &\quad + [\Lambda^T \Phi^T + (s - \|\Phi\|_2^2) B^T] P \nu \\ &= -\nu^T Q \nu + \nu^T P [\Phi\Lambda + B(s - \|\Phi\|_2^2)] + [\Lambda^T \Phi^T + \\ &\quad + (s - \|\Phi\|_2^2) B^T] P \nu \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|\nu\|_2^2 + 2\lambda_{\max}(P) \|\nu\|_2 (\|\Phi\|_2 \|\Lambda\|_\infty - \|\Phi\|_2^2 + |s|) \\ &\leq -\lambda_{\min}(Q) \|\nu\|_2^2 + 2\lambda_{\max}(P) \|\nu\|_2 \left( \frac{\|\Lambda\|_\infty}{4} + \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \right) \\ &= -\lambda_{\min}(Q) \|\nu\|_2^2 + 2\lambda_{\max}(P) \|\nu\|_2 \left( (n-1) \frac{\|\Delta\|_\infty}{4} + \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \right)\end{aligned}$$

esto implica que  $\dot{V}$  es negativa para valores de:

$$\|\nu\|_2 > 2 \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} \left( \frac{n-1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \right) \|\Delta\|_\infty \quad (36)$$

Recordando que  $\nu^T = z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ , resta estudiar como se ve perturbado  $z_n$ . Calculando  $|s|$  se tiene:

$$\begin{aligned}|s| &= |z_n - k_1 z_1 - \dots - k_{n-1} z_{n-1}| \\ &\geq |z_n| - |k_1 z_1 + \dots + k_{n-1} z_{n-1}| \\ &\geq |z_n| - \|k\|_2 \|\nu\|_2 \\ &\geq |z_n| - \|k\|_2 2 \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} \left( \frac{n-1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \right) \|\Delta\|_\infty\end{aligned}$$

y como  $|s| \leq \frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{k_\Delta k_s}}$

$$\frac{\|\Delta\|_\infty}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \geq |z_n| - \|k\|_2 2 \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} \left( \frac{n-1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \right) \|\Delta\|_\infty$$

Por lo tanto se obtiene una cota para  $z_n$  de la siguiente forma:

$$|z_n| \leq \left[ \frac{1}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} + \|k\|_2 2 \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} \left( \frac{n-1}{4} + \frac{1}{2\sqrt{k_\Delta k_s}} \right) \right] \|\Delta\|_\infty \quad (37)$$

### 3.3 Tracking y Regulación de salida:

Dado el sistema (4) con salida  $y = z_1$ , se diseñará un sistema para regular la salida a un valor constante de referencia  $y_r$  o para seguir la salida de un sistema dinámico cuya función  $Q(w)$  es suave y pertenece a la familia de todas las funciones que son solución de la ecuación diferencial homogénea:

$$\begin{aligned}\dot{w} &= Q(w) \\ y_w &= R(w)\end{aligned}\quad (38)$$

El error de seguimiento es dado por  $e = y - y_r$  en el caso de regulación o bien  $e = y - R(w)$  para el caso de tracking. Se realizará el estudio para el caso de tracking y la regulación puede considerarse como un caso particular de este.

Definiendo el cambio de variables  $\zeta_1 = y - R(w) = z_1 - R(w)$  se obtiene:

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{R}(w) \\ &= z_2 - R_2(w) \\ &= \zeta_2\end{aligned}\quad (39)$$

donde  $R_1(w) = R(w)$ ,  $R_2(w) = \dot{R}(w)$  y  $R_{n+1}(w) = R^{(n)}(w)$ , procediendo de igual forma puede continuarse hasta obtener

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_n &= \dot{x}_n - R^{(n)}(w) \\ &= F(z) + G(z)u - R_{n+1}(w)\end{aligned}\quad (40)$$

y haciendo un nuevo cambio de variables:

$$s = \zeta_n - k_1\zeta_1 - k_2\zeta_2 - \dots - k_{n-1}\zeta_{n-1}\quad (41)$$

puede obtenerse:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= \dot{\zeta}_n - k_1\dot{\zeta}_1 - k_2\dot{\zeta}_2 - \dots - k_{n-1}\dot{\zeta}_{n-1} \\ &= F(z) + G(z)u - R_{n+1}(w) - k_1\zeta_2 - k_2\zeta_3 - \dots - k_{n-1}\zeta_n\end{aligned}\quad (42)$$

o bien:

$$\dot{s} = F_1(s) + G_1(s)u - R_{n+1}(w)\quad (43)$$

De esta forma podemos nuevamente subdividir el sistema en dos, uno en  $s$  como (43) y otro en  $\zeta$  de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= \zeta_3 \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_{n-1} &= k_1\zeta_1 + k_2\zeta_2 + \dots + k_{n-1}\zeta_{n-1} + s\end{aligned}\quad (44)$$

con  $s$  como entrada de control. Si se toma nuevamente como candidata a función de Lyapunov  $V(s) = s^2/2$  para el sistema en  $s$ , su derivada a lo largo de las trayectorias de (43) se obtiene:

$$\dot{V}(s) = s[F_1(s) + G_1(s)u - R_{n+1}(w)]\quad (45)$$

y eligiendo la entrada de control siguiente:

$$u(s, w) = G_1^{-1}(s)[-F_1(s) + R_{n+1}(w) - ks]\quad (46)$$

o bien:

$$u = G^{-1}(z)[-F(z) + R_{n+1}(w) + k_1\zeta_2 + k_2\zeta_3 + \dots + k_{n-1}\zeta_n - ks] \quad (47)$$

se obtiene nuevamente  $\dot{V}(s) = -ks^2$ . Trasladando el resultado anterior al subsistema (44) y habiendo elegido valores  $k_1, k_2, \dots, k_{n-1}$  de forma que la matriz característica de este subsistema sea Hurwitz puede probarse que los estados de (44) tienden a 0 cuando  $t \rightarrow \infty$ , de esta forma los estados del sistema original  $z_i \rightarrow R_i(w)$ .

## 4 IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR

### 4.1 Normalización del modelo del sistema

En esta sección se investigará las propiedades estructurales del sistema tales como grado relativo y dinámica de los ceros, además se diseñará un control basado en una nueva técnica, propuesta en esta trabajo, que se aplica a sistemas no lineales en su forma normal. El modelo matemático del sistema puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)u \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (48)$$

Para nuestro sistema particular (3) se tiene

$$\begin{aligned} x &= [x_1 \ x_2 \ x_3]', \\ f(x) &= [f_1 \ f_2 \ f_3]', \\ g(x) &= [0 \ 0 \ K_r/(K_q T_r)]' \\ h(x) &= x_1 \end{aligned} \quad (49)$$

donde:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{J_t} \{-B_m x_1 + q_m x_2 - q_m C_f P_s\} \\ f_2 &= \frac{2\beta_e}{V_0} \{-q_m x_1 - C_{im} x_2 + C_d W x_3 \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_s - x_2)}\} \\ f_3 &= \frac{1}{T_r} \{-x_3 + \frac{K_r}{K_q} u\} \end{aligned} \quad (50)$$

Definiendo  $z_1 = y$  el sistema en la variable  $z$  será:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= F(z) + G(z)u \end{aligned} \quad (51)$$

donde

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 \\ z_2 &= \frac{1}{J_t} \{-B_m x_1 + q_m x_2 - q_m C_f P_s\} \\ z_3 &= \frac{1}{J_t} \{-B_m f_1 + q_m f_2\} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} F(z) &= -\frac{1}{J_t} \{B_m z_3 + \frac{2\beta_e q_m}{V_0} [-q_m z_2 + \frac{C_{im}}{q_m} (J_t z_3 + B_m z_2) \\ &\quad - \frac{1}{T_r} (\frac{V_0}{2q_m \beta_e} (J_t z_3 + B_m z_2) + q_m z_1 \\ &\quad + \frac{C_{im}}{q_m} (J_t z_2 + B_m z_1 + q_m C_f P_s)) \\ &\quad + \frac{1}{2q_m \rho} [\frac{V_0}{2q_m \beta_e} (J_t z_3 + B_m) + q_m z_1 \\ &\quad + (J_t z_2 + B_m z_1 + q_m C_f P_s) \frac{C_{im} (J_t z_3 + B_m z_2)}{2q_m (q_m P_s - J_t z_2 - B_m z_1 - q_m C_f P_s)}]\} \end{aligned} \quad (53)$$

$$G(z) = \frac{2q_m \beta_e C_d W K_r}{J_t V_0 K_q T_r} \sqrt{\frac{q_m P_s - (J_t z_2 + B_m z_1 + q_m C_f P_s)}{q_m \rho}} \quad (54)$$

Como puede verse el orden del sistema  $r = n$  es decir, el grado relativo del sistema es máximo. El orden de la dinámica de los ceros es cero y por lo tanto las ecuaciones del sistema se pueden escribir en su forma normal como en (4).

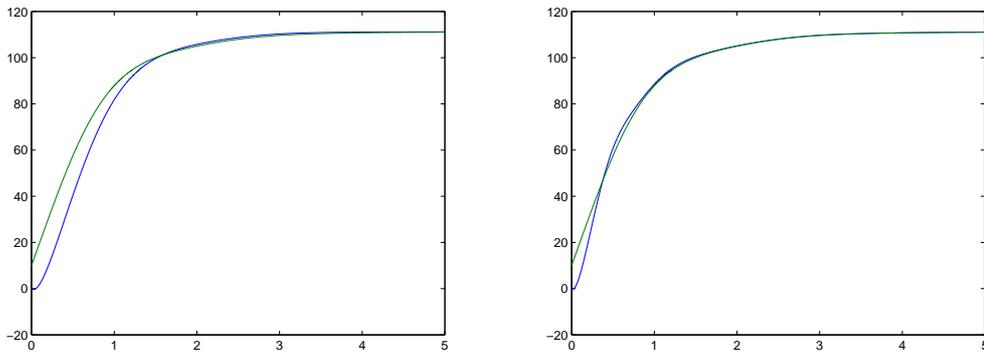


Figure 3: Velocidad del motor hidráulico y de la sembradora para (a)  $k = 1$  y (b)  $k = 10$

## 4.2 Cálculo del controlador

Dado que el sistema de dosificador de granos debe seguir la velocidad de la sembradora con precisión de forma que la distancia entre las semillas esparcidas en cada surco de siembra se mantenga lo más equidistante posible se debe conocer la referencia de posición de la sembradora.

El sistema compuesto por la sembradora arrastrada por un tractor puede simplificarse con un clásico sistema de masa  $M$  y una fuerza de roce debido al coeficiente de rozamiento  $\rho$  al cual se le aplica una fuerza de empuje  $F$ , la salida es la velocidad de desplazamiento, siendo esta la trayectoria a seguir. Tomando  $w_1 = x$  la posición,  $w_2 = v$  la velocidad,  $k_w$  es la relación entre la velocidad del tractor y las revoluciones que debe girar el dosificador. Esta relación debe variar para poder variar la densidad de siembra y la aceleración el sistema queda:

$$\begin{aligned}\dot{w}_1 &= w_2 \\ \dot{w}_2 &= -\frac{\rho}{M}w_2 + \frac{F}{M} \\ y_w &= k_w w_2\end{aligned}\quad (55)$$

De este sistema sembradora tractor se obtiene como salida la velocidad angular  $y_w = k_w w_2$ , y a partir de los estados del sistema electro hidráulico se implementa el siguiente control utilizando la técnica descrita en la sección 3.3.

Quedando la función de control de la siguiente forma:

$$u = G^{-1}(z)[-F(z) + R_4(w) + k_1 \zeta_2 + k_2 \zeta_3 - ks] \quad (56)$$

donde  $R_4$  y  $\zeta_i, i = 2, 3$  están definidas en 39. Para nuestro ejemplo las expresiones están dadas en la subsección anterior.

## 5 RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados obtenidos en la simulación usando la ley de control (47) para condiciones iniciales de  $y_w(0) = 10$  y  $x_1(0) = 0$ , y valores de  $k_1 = -5100$ ,  $k_2 = -150$ . En las figuras (3) (a) y (b) se ven el tracking de velocidad con  $k = 1$  y  $k = 10$ , en la figura (4) (a) con  $k = 20$ .

Las simulaciones (3) y (4) (a) muestran tener un buen funcionamiento en cuanto a la convergencia y respuesta transitoria de salida, sin embargo no podemos desestimar el hecho que estas fueron realizadas con un exacto conocimiento de los parámetros del sistema. Puede verse que incluso con incertidumbres de parámetros no lineales variantes en el tiempo, se obtiene una

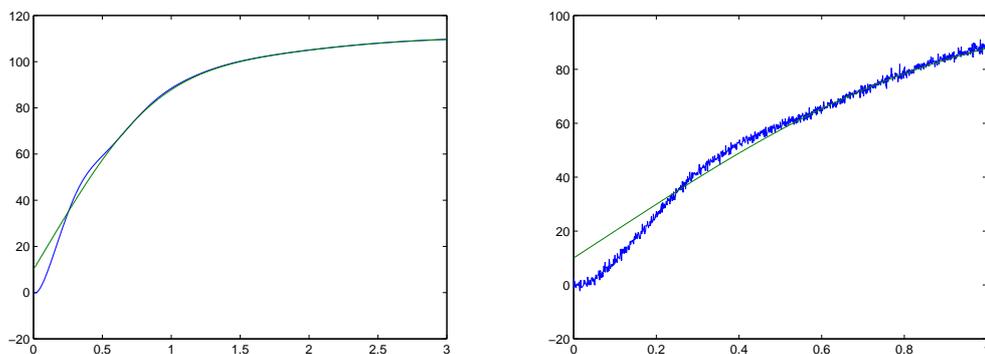


Figure 4: Velocidades para ((a)  $k_{\Delta} = 0$ ) sin y con perturbación de parámetros ((b)  $k_{\Delta} = 10$ ) con  $k = 20$

performance satisfactoria de acuerdo a los resultados obtenidos en la sección 3.2. Para la simulación se tomó el caso particular  $\varphi_1 = 1$  y  $\varphi_i = 0$  con  $i = 2, 3$  en la ecuación 23, quedando:

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 + \Delta(z, u, t) \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= F(z) + G(z)u\end{aligned}\tag{57}$$

donde  $\Delta(z, u, t)$  representa una incertidumbre acotada.

En la figura (4) (b) se ven los resultados de una perturbación del sistema. Para esta perturbación de acuerdo a la ecuación (37) se obtiene una cota para  $z_1$ :

$$|z_1| \leq 0.018\tag{58}$$

## 6 CONCLUSIÓN

En este trabajo se desarrolló e implementó un innovador control no lineal aplicado a un sistema electro hidráulico de velocidad del dosificador de una sembradora de grano grueso de precisión de catorce surcos.

Se utilizó una nueva técnica en el diseño de controladores no lineal basada en controladores de Lyapunov. Esta técnica consistió en representar al sistema en un sistema no lineal normal, que en general resulta de un cambio de variables o difeomorfismo, y dividiéndolo en dos subsistemas en cascada, uno lineal multivariable estable y otro no lineal unidimensional.

Con respecto al grado relativo del sistema, se puede decir que el orden del sistema  $r = n$ ,  $r = 3$  es decir, el grado relativo del sistema es máximo. El orden de la dinámica de los ceros es cero lo que permitió escribir las ecuaciones del sistema en forma normal como en (4).

Al utilizar un controlador de Lyapunov se obtuvo un control robusto dado que al sistema lineal se le fija un adecuado grado de estabilidad.

Se calculó una cota para la región de estabilidad frente a perturbaciones del sistema. Se muestran también simulaciones numéricas realizadas para distintas velocidades de trabajo.

Actualmente estamos dedicados al desarrollo de controladores que provean un mayor grado de robustez en presencia de perturbaciones indeseadas e inevitables incertidumbres de modelado.

## 7 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado dentro del marco de los proyectos PID SECYT UNR ING144 Optimización del sistema de distribución de semillas en sembradoras air drill y PID SECYT

## REFERENCES

- Alleyne A.G. and Liu R. Systematic control of a class of nonlinear systems with application to electrohydraulic cylinder pressure control. *IEEE Transation on Control Systems Technologc*, 8(4):623–634, 2000.
- Artstein Z. Stabilization with relaxed controls. *Nonlinear Analysis TMA*, 7:1163–1173, 1983.
- Isidori A. *Non linear Control Systems: An Introduction*. Spring Verlag, NY, USA, second edition, 1996.
- Jovanovic M. Nonlineal control of an electrohydraulic velocity servosystem. *Proceedings of the American Control Conference, Anchorage, AK May 8-10*, pages 588–593, 2002.
- Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, New York, 1996.
- Kristic M., Kanellakopoulos I., and Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Willey & Sons, Inc., New York, 1995.
- Maroni J. Un concepto diferente en sembradoras: las air drill. *Agromensajes*, (5), 2001.
- Merritt H.E. *Hydraulic Control System*. John Willey & Sons, Inc., New York, 1967.
- Sontag E.D. A lyapunov-like characterization of asymptotic controllability. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 21:462–471, 1983.
- Watton J. *Fluid Power Systems*. Prentice Hall, New York, 1996.
- Yao B. et al. Adaptive robust motion control of single-rod hydraulic actuators: Theory and experimen. *IEEE/ASME Transaction on Machatronic*, 5(1):79–91, 2000.