

ESTUDIO DE LA ESTABILIDAD NUMERICA DE ELEMENTOS DE INTERFASE EN PROBLEMAS TIEMPO-TASA DEPENDIENTES

V. Fares^a, R. Lorefice^a, R. Ruiz Lopez^a y L. Boetto^a

^aCMAE – CENTRO DE MECANICA APLICADA Y ESTRUCTURAS
Universidad Nacional de Santiago del Estero, Santiago del Estero, Argentina,
vfares@unse.edu.ar
lorefice@unse.edu.ar

Palabras clave: efectos tasa-tiempo – elementos de interfase– estabilidad numerica

Abstract. Se estudia la performance de diversas reglas de integración numérica para elementos de junta de espesor nulo en problemas de tracción y corte. Los elementos de junta poseen una ley constitutiva elasto-viscoplastica basada en la teoría de Perzyna con el fin de captar efectos de tasa-tiempo, tales como sobrerresistencia dinámica por aumento de la velocidad de deformación o efectos de deformación diferida (creep) y relajación. Se estudia la performance numérica de los elementos de junta de espesor nulo empleando distintas reglas de integración con el fin de analizar la estabilidad numérica se la solución mediante el MEF.

1. INTRODUCCION

En los últimos años, se ha generalizado el empleo de modelos numéricos discretos para el estudio de procesos de falla en materiales compuestos o en problemas en los cuales el comportamiento de las interfases entre los sólidos adyacentes juega un rol preponderante en la respuesta mecánica del conjunto. Este criterio de análisis representa una aproximación explícita del problema, y requiere de dos componentes fundamentales para su implementación en un programa de cálculo por medio del MEF. En primer lugar, se requiere de una ley de constitutiva de falla para la junta o interfase. Los primeros trabajos numéricos relacionados con este tipo de problemas se deben a Dugdale (1960), Barenblatt (1962), y Rice (1968), entre otros. En relación a las formulaciones matemáticas del elemento de junta, los primeros trabajos se deben a Goodman (1968), Pande y Sharma (1979), Desai et al (1984), entre otros. Este tipo de aproximación discreta se ha empleado además para modelar numéricamente la fisuración de materiales frágiles tales como rocas (Carol y Alonso, 1983), tierra armada (Gens et al, 1995), juntas dilatantes (Amadei, 1990), interacción suelo-estructura (Potts, 1994), y hormigones bajo cargas estáticas (López, 1999, López et al. 2001) y dinámicas (Etse et al. (2004), Lorefice et al (2006). Las diversas investigaciones mencionadas han puesto de manifiesto problemas relacionados con este tipo de elementos, reportándose mal condicionamiento de las soluciones y oscilaciones en los valores de las tensiones a nivel de punto de integración. Estas inestabilidades observadas en el proceso numérico de solución se deben a varias razones entre las cuales se encuentran la gran diferencia de rigidez entre los elementos de interfase y los elementos de medio continuo adyacentes. Este hecho se debe, en principio, a la elevada rigidez que debe asignarse a las juntas con el fin de que su elasticidad no intervenga en el problema en estudio, y solo sufran apertura a tracción o corte en régimen no lineal como por ejemplo bajo estados de plastificación o procesos de fractura. Diversos autores han realizado estudios numéricos relativos a la estabilidad de este tipo de formulaciones con el fin de aclarar el comportamiento numérico concluyendo que, en general, debido a las singulares características de este tipo de elementos, se obtienen mejores resultados aplicando técnicas de integración de Newton-Cotes en lugar de la de Gauss – Legendre, ver Gens et al (1995). Otros autores en cambio han concluido que algunas anomalías observadas en los resultados se atenúan considerablemente reduciendo el tamaño de los elementos de continuo adyacentes a la zona de interfase, Potts et al. (1994). En este trabajo se estudia la performance de elementos de interfase continuos equipados con una ley constitutiva de tipo cohesiva basada en la elasto-viscoplasticidad, dado que las propiedades de regularización del comportamiento que introducen este tipo de modelos tiempo-dependientes puede minimizar de forma natural la inestabilidad inherente a los elementos de interfase, con la consiguiente mejora en el comportamiento numérico del conjunto.

2. MODELO VISCOPLÁSTICO DE INTERFASE

En el rango no lineal del proceso de interacción creep-fractura, la degradación de la matriz de rigidez puede considerarse a nivel mesomecánico en términos de una ley constitutiva elasto-viscoplastica de junta, ver Etse et al. (2004a). La extensión de dicha ley para incluir efectos de tasa/tiempo se realiza a través de la teoría de Perzyna (1963, 1966) mediante el concepto de viscoplasticidad continua, Etse y Willam (1997), Carosio et al. (2000), Etse et al (2004a), Lorefice et al. (2006). En este modelo, la superficie de fluencia que delimita el estado elástico del viscoplástico en una interfase dada toma la forma

$$\bar{F} = \sigma^2 - (c - \tau t g \phi)^2 + (c - \chi t g \phi)^2 - (\dot{\lambda} \eta)^{1/N} \quad (1)$$

siendo σ y τ las componentes de tensión normal y tangencial respectivamente, χ la resistencia a tracción (vértice de la hipérbola), c la cohesión aparente (resistencia al corte) y ϕ el ángulo de fricción interna. N representa el exponente de Perzyna, el cual regula la sensibilidad del modelo a la tasa de deformación. La dependencia con el tiempo/tasa se introduce con el producto $(\dot{\lambda}\eta)$, siendo $\dot{\lambda}$ la tasa del multiplicador viscoplástico y η la viscosidad. Considerando una interfase típica, el modelo de fractura plantea dos escenarios extremos para la definición de la variable viscoplastica de estado. La energía disipada durante el proceso tiempo-dependiente se expresa como

$$\dot{q}^{ver} = \mathbf{t}^T \dot{\mathbf{u}}^{ver} \quad (2)$$

con \mathbf{t} el vector tensión en la interfase y \mathbf{u}^{ver} el vector de desplazamientos críticos. La regla de flujo viscoplastica se expresa como

$$\dot{\mathbf{u}}^{ver} = \dot{\lambda} \mathbf{Q}^{ver} = \dot{\lambda} \mathbf{A} \mathbf{n} \quad (3)$$

con el vector de flujo definido como

$$\mathbf{n} = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{t}} = [2 \tan \phi (c - \sigma \tan \phi), 2\tau]^T \quad (4)$$

De este modo, la no-asociatividad del modelo se plantea en función de la matriz de transformación \mathbf{A} que determina la pérdida de normalidad durante la evolución del proceso de apertura de fisura \mathbf{u}^{ver} en la forma siguiente:

$$\mathbf{A} = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{si } \sigma \geq 0 \\ \begin{pmatrix} f_c^{dil} & f_\sigma^{dil} & 0 \\ 0 & \left(1 - \frac{\sigma \tan \phi}{\tau}\right) \end{pmatrix} & \text{si } \sigma < 0 \end{cases} \quad (5)$$

Los términos f_c^{dil} and f_σ^{dil} introducen el efecto de la dilatación en régimen de compresión por medio de una reducción en la componente normal del vector de tensiones, siguiendo una función lineal

$$f_c^{dil} = 1 - \frac{c}{c_0} \quad ; \quad f_\sigma^{dil} = 1 - \frac{\sigma}{\sigma_{dil}} \quad (6a,b)$$

con c_0 el valor inicial de la cohesión y σ_{dil} el valor de tensión normal para el cual la dilatación se anula. La forma viscoplastica continua de las ecuaciones de la elastoplasticidad clásica para el caso del modelo de interfase pueden escribirse en la forma siguiente

$$\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}^{el} + \dot{\mathbf{u}}^{ver} \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{u}}^e = (\mathbf{E})^{-1} \dot{\mathbf{t}} \quad (8)$$

$$\dot{\mathbf{t}} = \mathbf{E}(\dot{\mathbf{u}} - \dot{\mathbf{u}}^{ver}) \quad (9)$$

donde $\dot{\mathbf{u}}$ representa la tasa de desplazamientos relativos que se supone descompuesta en una parte elástica $\dot{\mathbf{u}}^e$ y otra viscoplastica $\dot{\mathbf{u}}^{ver}$, \mathbf{E} es la matriz de rigidez elástica, la cual posee una estructura diagonal con términos no nulos iguales a la rigidez normal y de corte del material, E_N y E_T , respectivamente. El punto de partida del proceso numérico es el planteo de la denominada condición de consistencia viscoplastica continua, la cual para el modelo de interfase toma la forma

$$\dot{\bar{F}} = \mathbf{n}^T \dot{\mathbf{t}} + \bar{r} \dot{q}^{ver} + s \dot{\lambda} = 0 \quad (10)$$

con

$$\bar{r} = \left(\frac{\partial F}{\partial c} \frac{dc}{dq^{ver}} + \frac{\partial F}{\partial \chi} \frac{d\chi}{dq^{ver}} \right) \quad (11)$$

y

$$s = - \frac{\partial \varphi^{-1}(\eta \lambda)}{\partial \lambda} = -\eta \quad (12)$$

Los parámetros de estado del modelo evolucionan durante el proceso de carga, y son función de los parámetros originales de la superficie, χ , c . El sistema de ecuaciones resultante es no-lineal, y se resuelve por medio del Método de Newton-Raphson en el marco de la estrategia de proyección al punto mas cercano o Closest Point Projection Method (CPPM), Etse et al. (1997), Carosio et al. (2000), Lorefice (2006).

3. ANALISIS NUMERICO

A fin de evaluar la performance numérica de las distintas reglas de integración en conjunción con los elementos de interfase isoparamétricos equipados con la ley viscoplastica descrita en la sección anterior, se estudia un problema típico representado por la unión de un bloque rígido de hormigón sobre una fundación. El plano de contacto entre fundación y bloque rígido se discretiza con elementos de junta de espesor nulo con un comportamiento constitutivo tiempo-tasa dependiente a fin de analizar la estabilidad del problema bajo dos velocidades diferentes de aplicación de la carga horizontal.

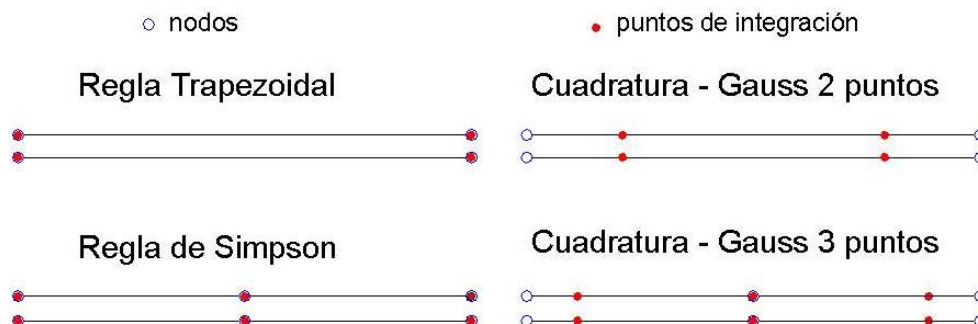


Figura 1: Reglas de integración numérica y elemento de junta isoparamétrico

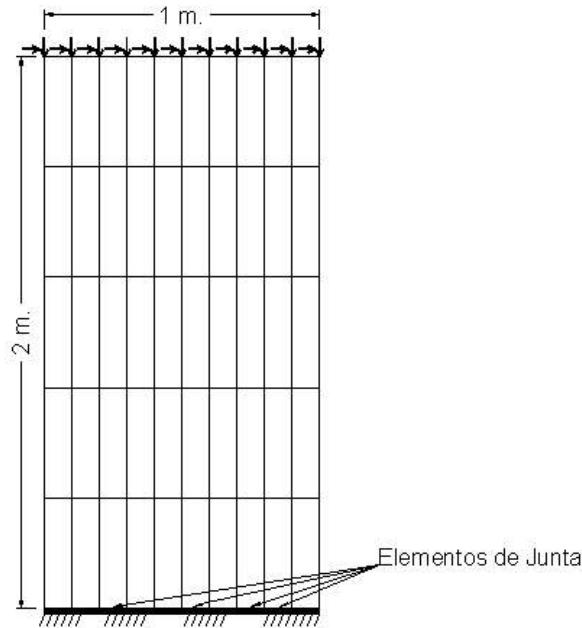


Figura 2: Malla, esquema de carga y condiciones de borde

Los esquemas de integración empleados se resumen en la Figura 1, mientras que la discretización del bloque y el plano de fundación se muestran en la Figura 2, en la que se aprecian las condiciones de borde para el bloque de hormigón de 1 metro de base por 2 metros de altura, en cuya base se analiza el comportamiento de los elementos de junta isoparamétricos de espesor nulo. El módulo de elasticidad del bloque es $E = 250000 \text{ Kg/cm}^2$ con un coeficiente de Poisson $\nu = 0.2$. Los elementos de interfase poseen una rigidez normal y tangencial idéntica e igual a $K_N = K_T = 1.E6 \text{ Kg/cm}^2$, con una resistencia al corte $c = 35 \text{ Kg/cm}^2$ y un ángulo de fricción interna entre la fundación y el hormigón $\phi = 20$ grados. La resistencia a tracción de las juntas es $\chi = 20 \text{ Kg/cm}^2$ y la viscosidad del modelo es $\eta = 1.E7 \text{ MPa/seg}$. Los parámetros de energía de fractura del modelo son $G_I^f = 0.06 \text{ N/mm}$ y $G_{II}^f = 10G_I^f$. Las condiciones de borde del problema se aplican en la parte superior del bloque a través de una presión de confinamiento mediante una carga vertical uniforme de 200 KN/m^2 . Una vez aplicada esta presión uniforme mediante control de fuerzas, la misma se mantiene constante y se comienza a aplicar un desplazamiento horizontal a los nodos superiores para imponer una tensión de corte sobre la base del bloque. Este desplazamiento horizontal se aplica con dos velocidades diferentes, a fin de analizar la incidencia de la tasa de Deformación en la estabilidad numérica del problema. En el plano de apoyo, los nodos inferiores de la junta poseen impedidos sus desplazamientos horizontales y verticales. Los análisis numéricos se realizan mediante control de desplazamientos hasta alcanzar la carga máxima de corte en la base de la fundación. La fuerza máxima en la base dividida el área de apoyo del bloque permite calcular la tensión media sobre la base, la cual se presenta para cada uno de los ensayos realizados en la grafica de la Figura 3. Con el fin de estudiar la performance de cada una de las reglas de integración indicadas en la Figura 1, se realizan cuatro análisis comparativos para cada uno de los ensayos numéricos a las velocidades de 0.001 cm/seg y 0.0012 cm/seg . De cada uno de estos análisis, se extraen los valores de tensiones normales σ y cortantes τ en los puntos de integración de los elementos de interfase situados sobre el plano de la fundación. Dado que la mayor inestabilidad numérica del

problema se presenta en la región de la curva cercana al pico, se toman dos puntos sobre la curva tensión-desplazamiento de corte situados al final de la rama elástica y después del valor de tensión máxima, respectivamente. Los resultados a nivel de punto de integración se presentan en las Figuras 4 a 7 a lo largo del plano de contacto entre el bloque de hormigón y la fundación rígida. En las mismas, los casos viscoplásticos 1 y 2 corresponden a las velocidades menor y mayor, respectivamente.

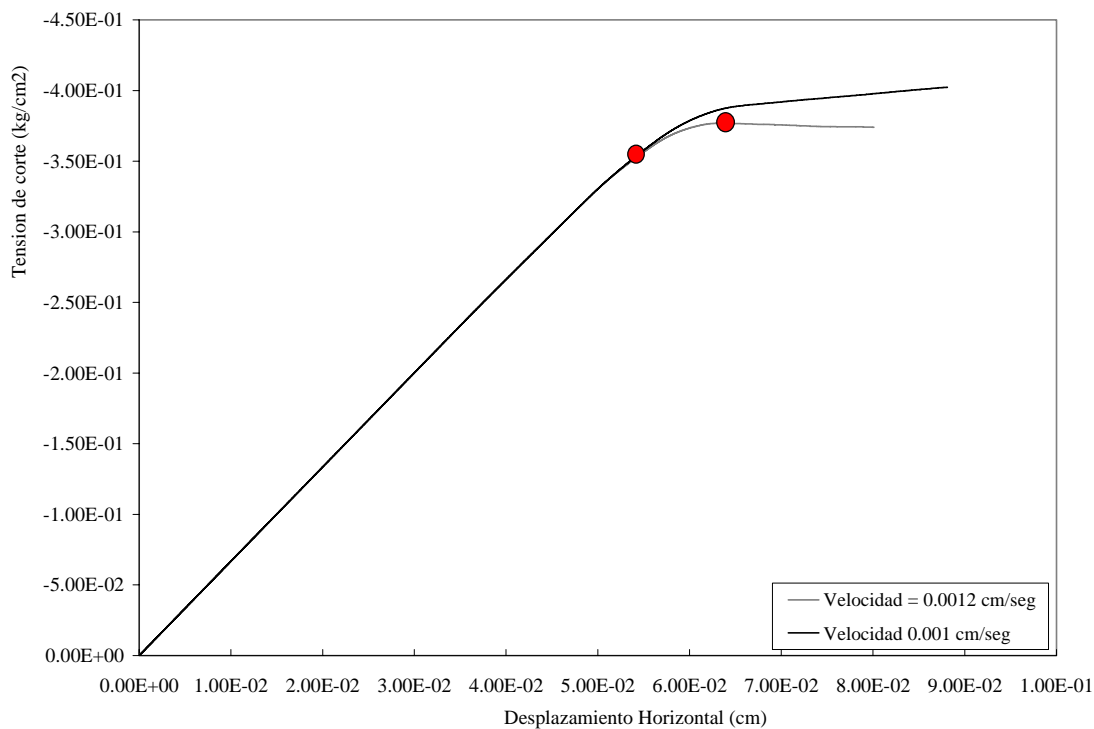


Figura 3: Curvas carga-desplazamiento a distintas velocidades

En las Figuras 4 a 7 se presentan los resultados de los análisis numéricos de corte para ambos puntos sobre la curva y para las distintas reglas de integración mencionadas. A partir de estos resultados se observa que en la zona central del plano de apoyo el problema presenta una notable estabilidad para todas las reglas de integración. En el caso de la distribución de tensiones normales, la misma sigue una ley lineal, de acuerdo con lo que prevé la teoría de la elasticidad, mientras que la inestabilidad se manifiesta en los extremos del plano de contacto, sobre todo en la zona en que las juntas ingresan en un estado combinado de tracción-corte, lo cual implica una mayor no-linealidad del problema. Esta tendencia es similar para los dos puntos de referencia indicados sobre la curva tensión-desplazamiento, aunque es más pronunciada en el caso del punto situado después del punto de carga máxima. La mayor estabilidad del proceso de cálculo se logra con la regla del trapecio. En cuanto a las tensiones de corte, se obtienen conclusiones similares en cuanto a la estabilidad de las distintas reglas de integración, con una marcada diferencia entre las reglas gaussianas y las restantes, presentando las primeras la mayor inestabilidad en la zona de tracción-corte. La distribución de tensiones trapeciales sigue una ley aproximadamente parabólica, pero esta tendencia se desvirtúa en la zona en que predominan las tracciones debido a la acción del momento de

vuelco sobre la base impuesto por los desplazamientos horizontales en el borde superior del bloque.

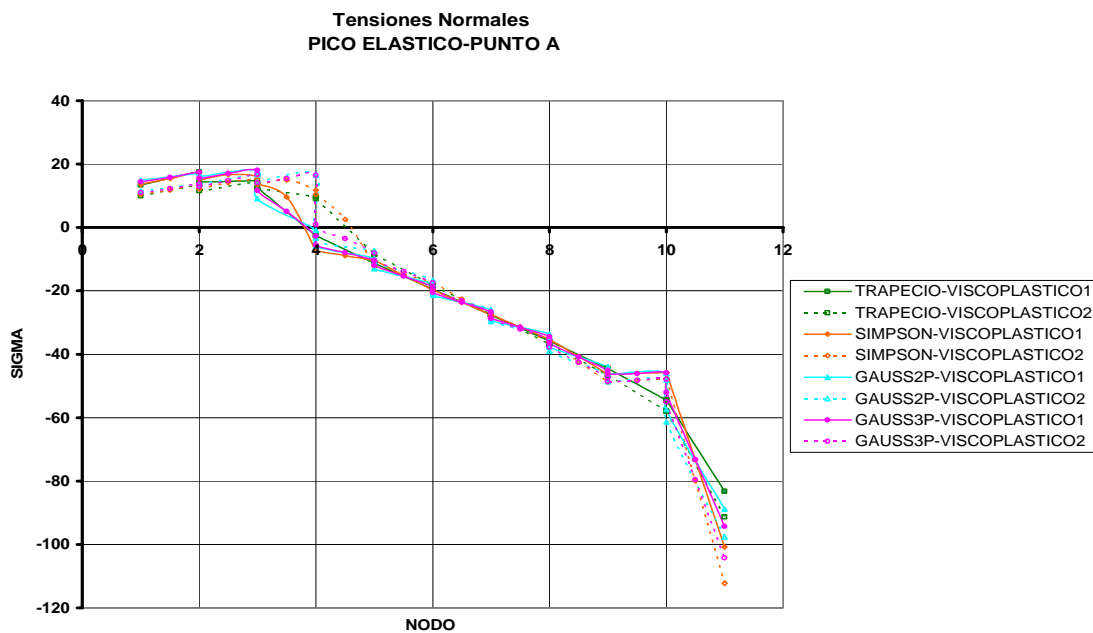


Figura 4: Variación de las tensiones normales en la base al fin del periodo elástico

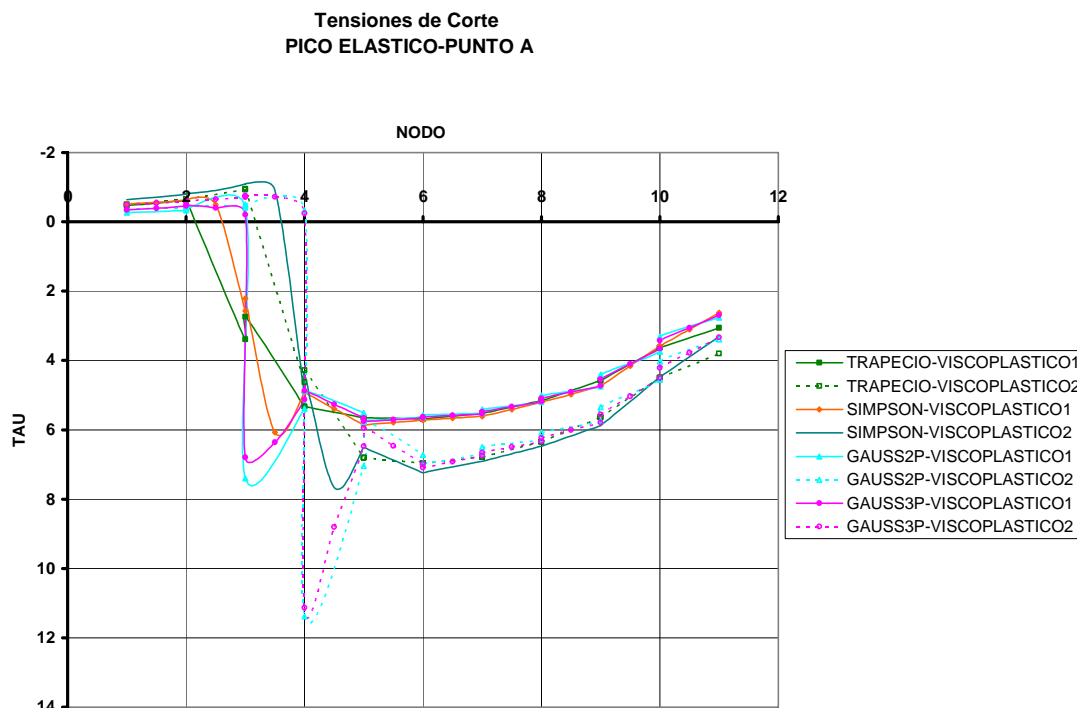


Figura 5: Variación de las tensiones cortantes en la base al fin del periodo elástico

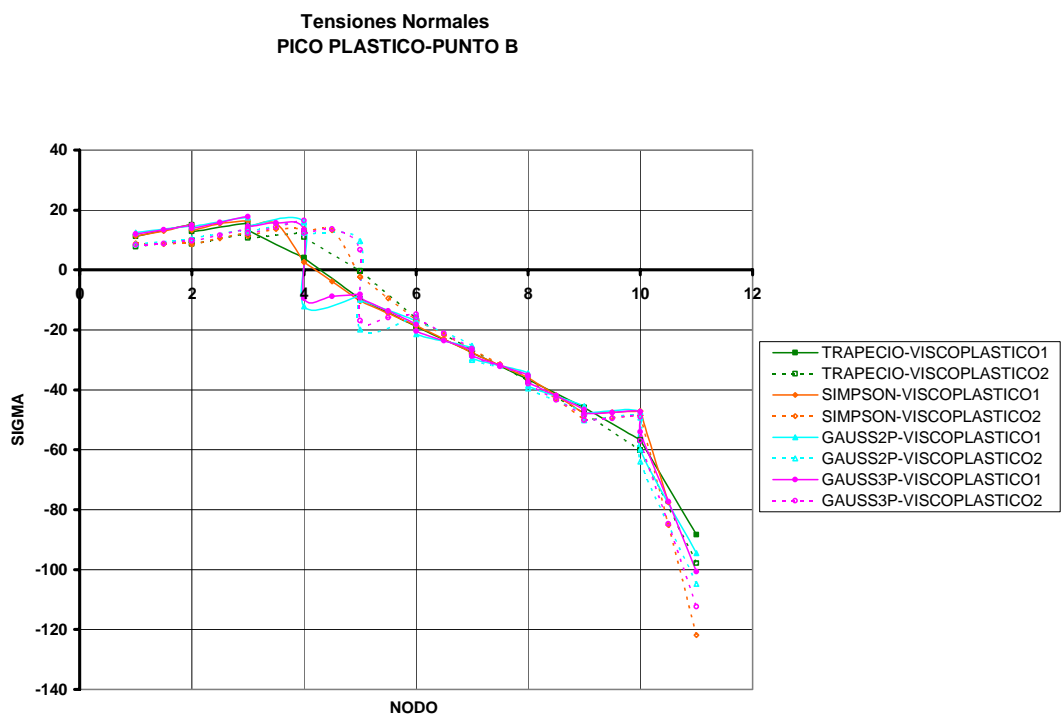


Figura 6: Variación de las tensiones normales en la base luego del punto de máxima resistencia

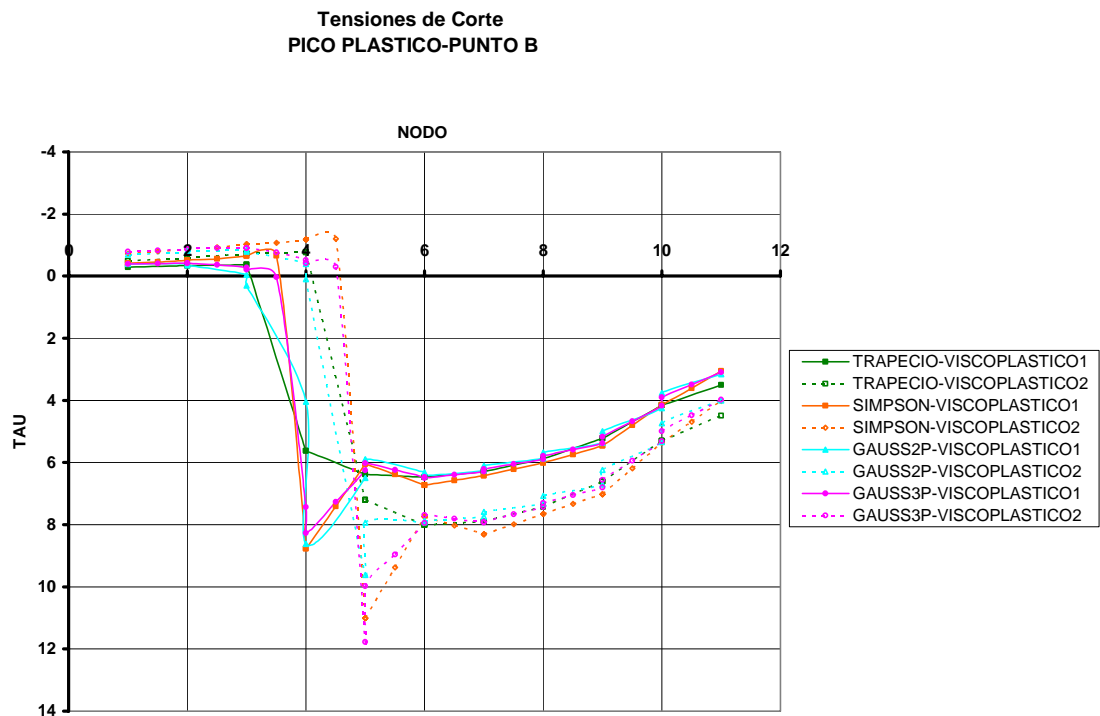


Figura 7: Variación de las tensiones cortantes en la base luego del punto de máxima resistencia

La deformada de la estructura en el estado último se presenta en la Figura 8, en donde se aprecia claramente la apertura de las interfases situadas del lado en que el momento de vuelco provoca tracciones. En la Figura 9 se muestra solo el sector inferior de la malla, a fin de apreciar la distribución de tensiones de corte sobre la base rígida, mientras que en la Figura 10 se presenta la distribución de tensiones normales. La Figura 11 ilustra la distribución de energía de fractura relativa sobre el plano de apoyo, indicando la concentración de energía disipada en la zona antes mencionada.

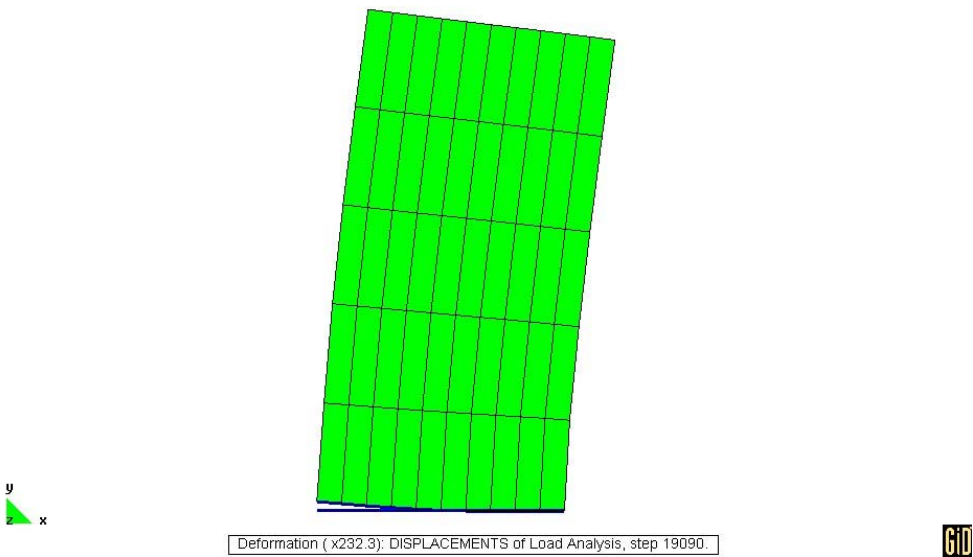


Figura 8: Deformada del bloque y apertura de juntas – estado final

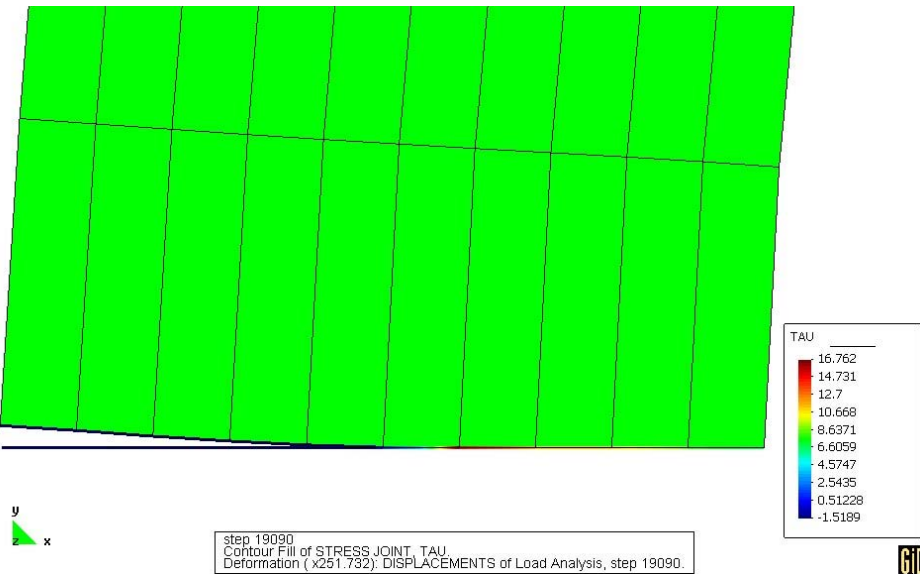


Figura 9: Deformada del bloque y distribución de tensiones cortantes – estado final

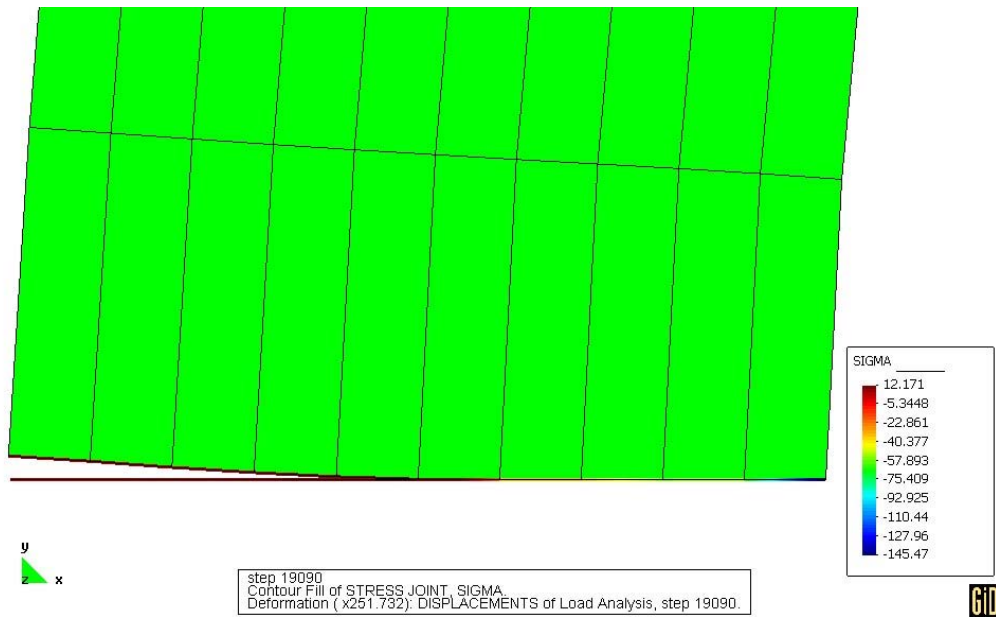


Figura 10: Deformada del bloque y distribución de tensiones normales – estado final

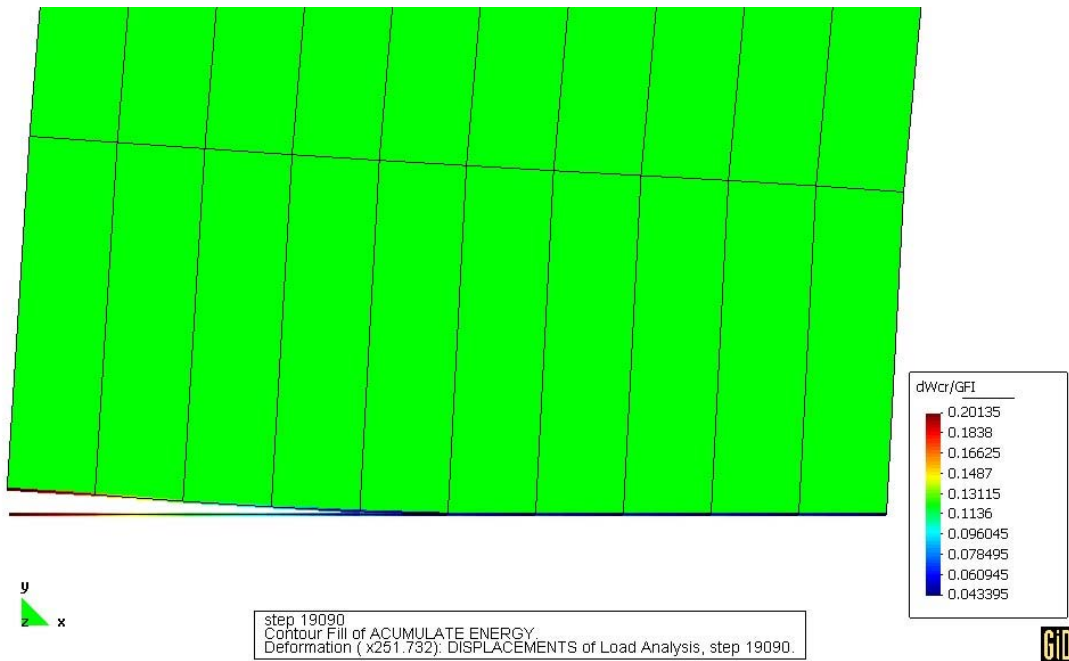


Figura 11: Mapeo de disipación de energía de fractura en el plano de apoyo

4. CONCLUSIONES

Se ha presentado un análisis numérico de la estabilidad de distintas reglas de integración aplicadas a elementos de interfase isoparamétricos de espesor nulo. Los elementos de interfase se equiparon con una ley constitutiva elasto-viscoplastica continua capaz de captar efectos de tasa- tiempo. Los ensayos numéricos realizados a distintas velocidades de carga

indican que la regla de integración mas estable para este tipo de elementos finitos es la del trapecio, siendo las reglas gaussianas las que presentan las mayores inestabilidades en este problema en particular. Estos resultados indican que, a pesar del empleo del modelo viscoso, el cual presenta una mayor estabilidad en la solución global del problema, el mismo no logra suprimir las oscilaciones que introducen las reglas gaussianas de integración, tal como han reportado otros autores para el caso de modelo mas simples basados en la elastoplasticidad. La razón de las oscilaciones durante el uso de las reglas gaussianas se deben a que el tipo de cuadratura empleado afecta la estructura de la matriz de rigidez del problema cambiando por consiguiente las restricciones cinemáticas imperantes sobre el elemento, sobre todo en aquellas regiones de la malla en las que se producen fuertes gradientes de deformación.

5. REFERENCIAS

- Carol, I., Prat, P. and Lopez, C.M., "A Normal/Shear Cracking Model. Interface Implementation for Discrete Analysis". *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 123(8), pp. 765-773, (1997).
- Etse, G., Lorefice, R., Carosio, A. and Carol, I., "Rate Dependent Interface Model Formulation for Quasi-Brittle Materials". *Proc. International Conference on Fracture Mechanics of Concrete Structures - FRAMCOS 5*. Boulder, Colorado, USA, pp. 301-305, (2004).
- Etse, G., Lorefice, R., López, C.M. and Carol, I., "Meso and Macromechanic Approaches for Rate Dependent Analysis of Concrete Behavior". *International Workshop in Fracture Mechanics of Concrete Structures*. Vail, Colorado, USA, (2004).
- Etse, G., Carosio, A. and Willam, K., "Limit State and Localization of Perzyna Viscoplastic Material". *Int. Journal on Cohesive and Frictional Materials*, (23), 1, pp. 32-42, (1997).
- Etse, G., Willam, K., "Failure Analysis of Elastoviscoplastic Material Models". *Journal of Engrg. Mechanics*, (125), 1, pp. 60-69, (1999).
- López Garello, C.M., "Análisis Microestructural de la Fractura del Hormigón Utilizando Elementos Tipo Junta. Aplicación a diferentes Hormigones". *Tesis doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya*, Barcelona, Spain, (1999).
- Lorefice, R., Etse, G., C.M. Lopez and I. Carol, "Mesomechanic Analysis of Time Dependent Concrete Behavior". *EURO-C 2006, Computational Modeling of Concrete Structures*. Mayrhofen, Austria, (2006).
- Perzyna, P., "The Constitutive Equations for Rate Sensitive Materials". *Quarter of Applied Mathematics*, Vol. 20, pp. 321-332, (1963).
- Perzyna, P., "Fundamental Problems in Viscoplasticity". *Advances in Applied Mechanics*, 9, pp. 244-368, (1966).
- R.A. Day. D.M. Potts. Zero thickness interface elements – Numerical Stability and Application. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18. 689-708–3341, 1994.
- A. Gens. I.Carol. E.E. Alonso. Rock joints: FEM implementation and applications. – *Mechanics of Geomaterials Interfaces*. – A.P.S. Selvadurai and M.J. Boulon Editors. Elsevier Science B.V. , 1995.
- G. I. Barenblatt. The mathematical theory of equilibrium of cracks in brittle fracture. *Advances in Applied Mechanics*, 7:55–129, 1962.
- D. S. Dugdale. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8:100–104, 1960.

J. R. Rice. Mathematical analysis in the mechanics of fracture. *Academic Press*, San Diego, California, 1968.