Universidad Nacional del Litoral
FACULTAD DE INGENIERÍA
Y CIENCIAS HÍDRICAS

Departamento de Informática

Mecánica del Continuo

Examen Recuperatorio – 29/06/12

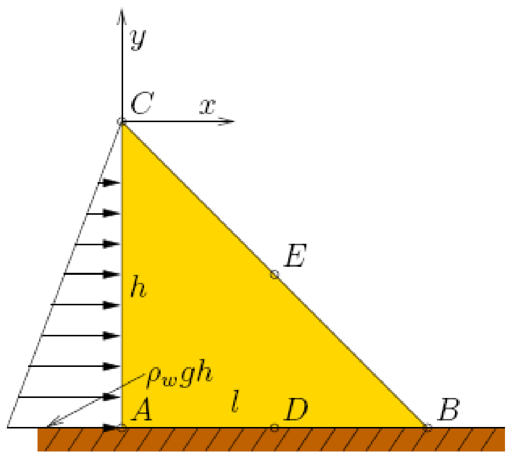
1. El movimiento de un continuo esta dado por

$$x_1 = a_1; \quad x_2 = e^t\left(a_2 + a_3\right)/2 + e^{-t}\left(a_2 - a_3\right)/2; \quad x_3 = e^t\left(a_2 + a_3\right)/2 - e^{-t}\left(a_2 - a_3\right)/2$$

   a. Determinar el campo de velocidad en componentes espaciales (forma Euleriana) $v_i = v_i(\mathbf{x}, t)$.

   b. Determinar el campo de velocidad en componentes materiales (forma Lagrangiana) $v_i = v_i(\mathbf{a}, t)$.

2. Se desea estudiar la distribución de tensiones en una presa de gravedad de hormigón, con forma de prisma triangular de gran longitud, altura h y base l. Sobre el paramento vertical AC actúa la presión hidrostática del agua, que se supondrá llega hasta la misma coronación de la presa. El comportamiento de la presa se puede considerar como deformación plana y elástico lineal, con módulo de elasticidad E y de Poisson ν.



El estado de tensiones puede caracterizarse mediante una función de tensiones $\phi(x, y)$ de la siguiente manera:

$$\phi(x, y) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$$

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}, \sigma_{yy} = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + V, \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2\phi}{\partial x \partial y}$$

donde (a, b, c, d) son coeficientes a determinar y $V = \rho_{horm} g y$ es el potencial de las fuerzas másicas aplicadas (por unidad de volumen). Se pide:

   a. Comprobar que las tensiones definidas a partir de la función $\phi(x, y)$ dada cumplen efectivamente las ecuaciones de equilibrio en el medio continuo.

   b. Determinar mediante las condiciones de contorno y las ecuaciones de equilibrio del conjunto los coeficientes (a, b, c, d), y la distribución de tensiones en la presa. Para ello se podrán emplear las siguientes condiciones:

i. Equilibrio de fuerzas horizontales: la resultante de la acción sobre el paramento vertical AC debe ser equilibrada por la resultante del corte total en la base de la presa;
ii. Equilibrio de fuerzas verticales: el peso de la presa debe ser equilibrado por la resultante de la tensión vertical en la base;
iii. La componente de tensión σ_{xx} en el punto más bajo *A* del paramento vertical debe igualar a la presión hidrostática aplicada;
iv. Condición de tensiones normales nulas en el punto inferior B del paramento inclinado, que está libre de acciones en este plano.

c. Obtener y dibujar las gráficas de tensiones en los paramentos vertical AC, y horizontal AB (componentes normales en dirección normal y paralela y tangencial a cada paramento en los dos casos).

3. Siendo $\mathrm{b} = \mathrm{rot}(\mathrm{v})$, mostrar que

$$\int_S \lambda b_i n_i dS = \int_V \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} b_i dV$$

donde n es la normal saliente a la superficie S que encierra al volumen V, y $\lambda = \lambda(x_1, x_2, x_3)$ es una función escalar de las coordenadas x_i.

Sugerencia: usar el teorema de Gauss.