

Globalizador, tema 2 [Viernes 29 de Junio de 2012]

**La evaluación dura 3 (tres) horas. Cada ejercicio debe sumar algún puntaje. Entregar en hojas separadas por ejercicio, numeradas, cada una con el Apellido en el margen superior derecho. Entregar este enunciado. Respuestas incompletas reciben puntajes incompletos incluso cero si no justifica. No usar libros ni apuntes.**

- 1)
  - a) Escriba una fórmula para contar el número de  $r$ -permutaciones en un conjunto de  $n$  elementos distintos, y dé un ejemplo de su uso.
  - b) Enuncie y demuestre la identidad de Pascal.
  - c) Determine el número de soluciones de la ecuación diofántica  $x_1 + x_2 + x_3 = 23$ , con  $x_1 \geq 0$ ,  $x_2 \geq 1$  y  $x_3 = 3$ .
- 2)
  - a) Enuncie y represente con diagramas de Venn cuatro *identidades* (propiedades o leyes) de conjuntos, distintas de las leyes conmutativas, asociativas y distributivas.
  - b) Defina y simbolice la intersección de tres conjuntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , represéntelo con un diagrama de Venn y dé un ejemplo.
  - c) Determine si es verdad que  $\{x\} \subseteq \{x, \{x\}\}$ .
- 3)
  - a) Defina y simbolice la composición de dos funciones  $f$  y  $g$ , y dé un ejemplo.
  - b) Justifique si  $f : Z \rightarrow Z$  es una función y si lo fuera, dé el dominio, el codominio, la imagen, y determine si es inyectiva y/o sobreyectiva, cuando  $f(n) = n^2 + 1$ .
  - c) Escriba un pseudocódigo recursivo que describa el algoritmo de Euclides.
- 4) Considere la relación de recurrencia (RR):  $a_n = 3a_{n-1} + 2^n$  con enteros  $n \geq 0$ :
  - a) Clasifíquela exhaustivamente;
  - b) Demuestre que  $a_n = -2^{n+1}$  es una solución (¿es homogénea o particular?);
  - c) Encuentre la solución cuando  $a_0 = 1$ .
- 5)
  - a) Determine si el razonamiento:  $p \rightarrow q$  y  $q$ ,  $\therefore p$  es válido (o no).
  - b) Determine el valor de verdad de  $\exists x \forall y (x \neq y \rightarrow xy = 1)$  cuando  $x, y \in \mathbb{R}$ .
  - c) Demuestre usando inducción que  $f_1^2 + f_2^2 + \dots + f_n^2 = f_n f_{n+1}$  para todo entero  $n > 0$ , donde  $f_n$  es el  $n$ -ésimo número de Fibonacci.