UNL FICH Universidad Nacional del Litoral

Mecánica Computacional

Docentes:

Dr. Norberto Marcelo Nigro[1]

MSc. Gerardo Franck[2]

Ing. Diego Sklar[3]

GUIA DE EJERCICIOS ENTREGABLE

La presente guía de ejercicios tiene como objetivo que el alumno aplique los diferentes conocimientos que va adquiriendo durante el cursado de la materia a problemas específicos de la física. La guía está dividida en cuatro grandes temas: difusión de calor, cálculo estructural, elasticidad transitoria y flujo potencial. Estos problemas deberán ser resueltos por los tres principales métodos numéricos que se desarrollarán en la materia: diferencias finitas, residuos ponderados y elementos finitos.
Serán obligatorias las entregas de la guía resuelta por cada método desarrollado, y su aprobación es condición necesaria para la regularización de la materia.

(Agosto 2011)

[1]nnigro@intec.unl.edu.ar
[2]gerardofranck@yahoo.com.ar
[3]diegosklar@gmail.com

Ejercicio 1: Difusión de calor

Los problemas de transferencia de calor expresan la satisfacción de la conservación de la energía en el campo de la física. Una representación de los mismos viene dada por el siguiente problema matemático:
Hallar el campo de temperaturas T(x,y,z;t) tal que

$$\begin{aligned}
&\rho c\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla.(k\nabla T) + G - h(T - T_{amb}) && \forall x \in \Omega \\
&T = \bar{T} && \forall x \in r_T \\
&q = -k\nabla T = \bar{q} && \forall x \in r_q \\
&q = -k\nabla T + h\left(T - T_{ref}\right) = 0 && \forall x \in r_h \\
&T = T^0 && \forall x \in \Omega \;\; y \;\; t = 0
\end{aligned} \qquad (1)$$

ρ = densidad; **c** = calor específico; **k** = conductividad térmica; **h** = coeficiente de convección; G = fuente de calor; $\mathbf{T_{amb}}$ = temperatura del medio ambiente

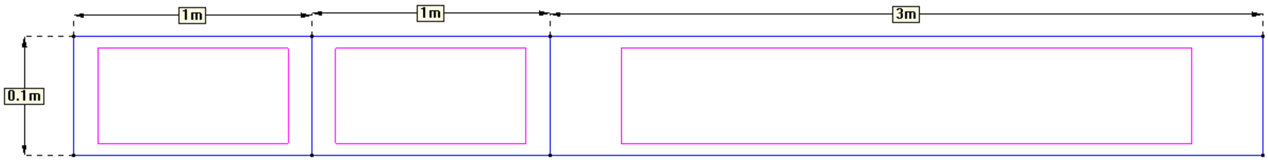
a) Considerar una simetría del problema tal que puede ser resuelto en 1D, **L** = 1, **ρc** = 1, **k** = 1, **h** = 0 y **G** = 0. Entonces el problema queda planteado como:
Hallar el campo de temperaturas T(x,t) tal que

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad \forall x \in [0,1] \\
&T(0,t) = 1 \\
&T(1,t) = 0 \\
&T(x,0) = 1 - x
\end{aligned} \qquad (2)$$

b) Resolver el problema en 1D, **L** = 1, **ρc** = 1, **k** = 1, **h** = 1, $\mathbf{T_{amb}}$ = 0, **G** = 1 para x ≤ ½ y **G** = 0 para x > ½. Hallar el campo de temperaturas T(x,t) tal que

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + T = 1 \qquad \forall x \in [0, ½] \\
&\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + T = 0 \qquad \forall x \in (½, 1] \\
&T(0,t) = 1 \\
&\frac{\partial T}{\partial x}(1,t) = 0 \\
&T(x,0) = 1 - x
\end{aligned} \qquad (3)$$

c) Considerar el problema de transferencia de calor bidimensional, en presencia de 3 fuentes de calor distribuidas, con simetría con respecto al eje x, tal que puede resolverse en una dimensión. Las dimensiones de la placa se muestran en la siguiente figura:



El problema puede ser planteado como:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} = -f_i \qquad con\ i = 1\ \forall x \in [0,1], i = 2\ \forall x \in [1,2], i = 3\ \forall x \in [2,5]$$

$$T_1(0) = 100 \qquad \frac{\partial T_3}{\partial x}(5) = 0$$

$$T_1(1) = T_2(1) \qquad \frac{\partial T_1}{\partial x}(1) = \frac{\partial T_2}{\partial x}(1) \tag{4}$$

$$T_2(2) = T_3(2) \qquad \frac{\partial T_2}{\partial x}(2) = \frac{\partial T_3}{\partial x}(2)$$

Considerar para la resolución del problema f_1 = -10 Cº, f_2 = 5 Cº, f_3 = -1 Cº. Hallar el campo de temperatura T(x) para x ∈ [0,5].
Una vez resuelto el problema, corroborar la solución usando GID/Tdyn, modelando la geometría y simulando el problema con las condiciones dadas.

Ejercicio 2: Cálculo estructural

Escriba un programa planteando el método de elementos finitos, utilizando elementos triangulares lineales y cuadráticos bilineales, que resuelva el problema de elasticidad lineal en estado estacionario.

Problema 1:

Para probar el código, considere el caso de una viga cuya relación de aspecto es 1:10, empotrada en un extremo y con una carga de flexión P en el otro extremo. Viga rectangular (10x1) con los siguientes datos:

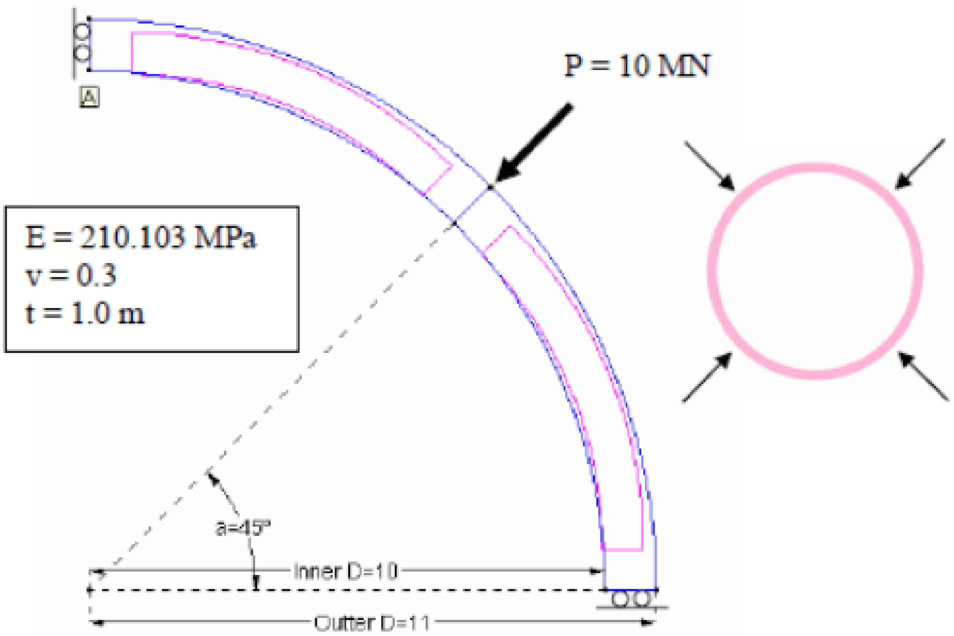
$$E = 1e8, \nu = 0.4, F_x = F_y = 0, \rho = 1$$

La viga está empotrada en el extremo izquierdo (desplazamientos nulos en ambas direcciones). El otro extremo logra deflectarse una distancia igual a su ancho.

Relación largo: ancho 10:1

Problema 2:

Calcular los esfuerzos y desplazamientos de una pared circular delgada sujeta a una carga puntual. El ejemplo es el ejercicio de validación IC6 propuesto por NAFEMS.
Se generará un fichero de datos para este ejemplo, utilizando elementos cuadriláteros y triangulares. Analizar la convergencia de los resultados variando las discretizaciones del problema con elementos triangulares y cuadriláteros.
El ejemplo corresponde al problema ***"IC6 propuesto por NAFEMS en linear statics benchmarks vol 1".***
Se trata de una viga circular con carga puntual. En el recuadro de la Figura 2 se observa la geometría completa del problema mientras que haciendo uso de la simetría existente la geometría a utilizar, al igual que las propiedades del material, son descritas en la misma figura. El problema es de deformación plana.
Corrobore el resultado con GID/Ram-Series (aula FICH-CIMNE) o con algún código de cálculo estructural.



Ejercicio 3: Elasticidad transitoria

Escriba un programa de elementos finitos bilineales cuadrangulares que resuelva el problema de elasticidad transitoria por el método de elementos finitos. Calcule la frecuencia natural de vibración más baja de una viga, cuya relación de aspecto es 10:1 con un extremo empotrado y el otro libre similar a la de la Figura 1 del Problema 1 del Ejercicio 2 de cálculo elástico lineal.

Ejercicio 4: Flujo potencial

En un problema de flujo de fluidos bidimensional, invíscido, irrotacional e incompresible (flujo potencial), las componentes de velocidades (u,v) en las direcciones x e y, y el potencial de velocidad ∅ satisfacen las ecuaciones:

$$u = \frac{\partial \emptyset}{\partial x}; \quad v = \frac{\partial \emptyset}{\partial y}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

Construir aproximaciones para (u,v,∅) de forma tal de determinar el campo de velocidades sobre un dominio cuadrado definido como $-1 \leq x,y \leq 1$ sujeto a las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} u &= 0 \quad \text{en } x = \mp 1; \\ v &= 0 \quad \text{en } \mathrm{y} = -1; \\ v &= x \quad \text{en } \mathrm{y} = +1; \end{aligned}$$